

1.5.2

a) $g \circ f$ injektiv $\Rightarrow f$ injektiv

M Menge $f: M \rightarrow f(M)$ $g: f(M) \rightarrow g(f(M))$

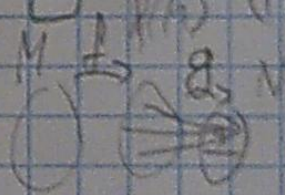
indirekte Annahme: $f \not\text{injektiv} \Rightarrow \exists x_1, x_2 \in M: x_1 \neq x_2 \wedge f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow g(f(x_1)) = g(f(x_2))$ Widerspruch, da $g \circ f$ injektiv

b) $g \circ f$ surjektiv $\Rightarrow g$ surjektiv $f: M \rightarrow f(M)$ $g: f(M) \rightarrow N$

indirekte Annahme: $g \not\text{surjektiv} \Rightarrow \exists z_0 \in N: \forall y \in f(M): g(y) \neq z_0$

$\Rightarrow \forall x \in M: g(f(x)) \neq z_0$ Widerspruch, da $g \circ f$ surjektiv



LINAG Ü1

Kontraposition

$$1.5.2 \quad \neg f \text{ injektiv} \Rightarrow \neg g \circ f \text{ injektiv}$$

$$\neg g \text{ surjektiv} \Rightarrow \neg g \circ f \text{ surjektiv}$$

Negation

$$\neg (g \circ f \text{ injektiv} \Rightarrow f \text{ injektiv}) \Leftrightarrow (\neg g \circ f \text{ injektiv}) \vee f \text{ injektiv}$$

$$\neg (g \circ f \text{ surjektiv} \Rightarrow g \text{ surjektiv}) \Leftrightarrow (\neg g \circ f \text{ surjektiv}) \vee g \text{ surjektiv}$$

$$c) P := (g \circ f \text{ surjektiv} \Rightarrow f \text{ surjektiv})$$

Bsp: $g \circ f$ surjektiv $\wedge f$ nicht surjektiv

$$A = \mathbb{N} \quad B = \mathbb{Z}$$

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z} \quad x \mapsto x \quad \quad g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N} \quad x \mapsto |x|$$

