

1.1.8 A... Es gibt eine größte Primzahl.

$$\exists x (x \in \mathbb{N} : x \text{ ist prim} \wedge \forall y (y \in \mathbb{N} \wedge y > x : y \text{ ist nicht prim}))$$

B... 178481 ist die größte Primzahl

$$\forall x (x \in \mathbb{N} \wedge x > 178481 : x \text{ ist nicht prim})$$

C... 1 ist eine Lösung der Gleichung $x^2 + x + 1 = 0$

$$\exists x (x \in \mathbb{N} : x^2 + x + 1 = 0 \wedge x = 1)$$

D... 1 ist eine Lösung der Gleichung $x^2 + x + 1 = 0$ und es gibt keine andere Lösung

$$\forall x (x \in \mathbb{N} : x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1)$$

$$\neg A \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{N} (x \text{ ist nicht prim} \vee \exists y (y \in \mathbb{N} \wedge y > x : y \text{ ist prim}))$$

$$\neg B \Leftrightarrow \exists x (x \in \mathbb{N} \wedge x > 178481 : x \text{ ist prim})$$

$$\neg C \Leftrightarrow \forall x (x \in \mathbb{N} : x^2 + x + 1 \neq 0 \vee x \neq 1)$$

$$\neg D \Leftrightarrow \exists x (x \in \mathbb{N} : x^2 + x + 1 \neq 0 \vee x = 1)$$

$$\neg B \Leftrightarrow \neg (\forall x (x \in \mathbb{N} \wedge x > 178481 : x \text{ ist nicht prim}))$$

$$\neg D \Leftrightarrow \neg (\forall x (x \in \mathbb{N} : x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1))$$

b) da A, B, C und D falsch sind ist auch $A \Rightarrow B$, $B \Rightarrow A$, $C \Rightarrow D$ und $D \Rightarrow C$ falsch

$$c) \neg B \Rightarrow \neg A$$

$$\exists x (x \in \mathbb{N} \wedge x > 178481 : x \text{ ist prim}) \Rightarrow \forall x \in \mathbb{N} (x \text{ ist nicht prim} \vee \exists y (y \in \mathbb{N} \wedge y > x : y \text{ ist prim}))$$

$$\neg A \Rightarrow \neg B$$

$$\forall x \in \mathbb{N} (x \text{ ist nicht prim} \vee \exists y (y \in \mathbb{N} \wedge y > x : y \text{ ist prim})) \Rightarrow \exists x (x \in \mathbb{N} \wedge x > 178481 : x \text{ ist prim})$$

$$\neg D \Rightarrow \neg C$$

$$\exists x (x \in \mathbb{N} : x^2 + x + 1 \neq 0 \vee x = 1) \Rightarrow \forall x (x \in \mathbb{N} : x^2 + x + 1 \neq 0 \vee x \neq 1)$$

$$\neg C \Rightarrow \neg D$$

$$\forall x (x \in \mathbb{N} : x^2 + x + 1 \neq 0 \vee x \neq 1) \Rightarrow \exists x (x \in \mathbb{N} : x^2 + x + 1 \neq 0 \vee x = 1)$$