# LINAG Ü6

2.5.1 K...Körper $f: K \to K$ Polynomfunktionen

a) zz: Polynomfunktionen bilden einen UR T von $K^K$

- $0_V \in T$ $\quad f(x) = 0 \cdot x^0 = 0$

- $f, g \in T \Rightarrow f+g \in T$

Seien $f, g$ beliebige Polynomfunktion.

$f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_0$ mit $n \in \mathbb{N}$

$g(x) = b_m \cdot x^m + b_{m-1} \cdot x^{m-1} + \ldots + b_0$ mit $m \in \mathbb{N}$

o.B.d.A $n \leq m$

$(f+g)(x) = b_m \cdot x^m + b_{m-1} \cdot x^{m-1} + \ldots + (a_n + b_n) \cdot x^n + (a_{n-1} + b_{n-1}) \cdot x^{n-1} + \ldots + (a_0 + b_0)$

- $k \in K \quad f \in T \Rightarrow k \cdot f \in T$

Sei $k \in K$ bel. Sei $f \in T$ bel.

$f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_0$ mit $n \in \mathbb{N}$

$(k \cdot f)(x) = k \cdot a_n \cdot x^n + k \cdot a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + k \cdot a_0$

b) ges: Erzeugendensystem von T, das von T verschieden ist

$\{1 \cdot x^n : n \in \mathbb{N}\}$

c) $K = \mathbb{Z}_2$ ges Basis $\quad \forall n \in \mathbb{N}\ f: K \to K,\ x \mapsto x^n$ als LK der Basis

Da $x^1 = x^2 = x^3 = \ldots$ ist die Basis $\{f_0(x) = x^0, f_1(x) = x^1\}$

$$f(x) = x^n = \begin{cases} f_0, & \text{falls } n = 0 \\ f_1, & \text{falls } n > 0 \end{cases}$$

d) $K = \mathbb{Z}_3$ ges Basis $\quad \forall n \in \mathbb{N}\ f: K \to K,\ x \mapsto x^n$ als LK der Basis

Da $x^1 = x^3 = x^5 = \ldots$ und $x^2 = x^4 = x^6 = \ldots$ ist die Basis $\{f_0(x) = x^0, f_1(x) = x^1, f_2(x) = x^2\}$

$$f(x) = x^n = \begin{cases} f_0, & \text{falls } n = 0 \\ f_1, & \text{falls } n \text{ ungerade} \\ f_2, & \text{falls } n > 0 \text{ und gerade} \end{cases}$$