1.7.8 $f: M \to N$ $\quad \sim : N \to N$ Äquivalenzrel.

a) z.z.: $\sim_f : M \to M$ Äquivalenzrel. mit $x \sim_f x' \iff f(x) \sim f(x')$

Reflexivität: Sei $x_0 \in M$, dann stimmt $f(x_0) \sim f(x_0)$. Laut Def. stimmt daher auch $x_0 \sim_f x_0$.

Symmetrie: Sei $x_0, x_1 \in M$ mit $f(x_0) = y_0$ und $f(x_1) = y_1$ und $y_0 \sim y_1$. Weil $\sim$ eine Äquivalenzrel. ist folgt auch $y_1 \sim y_0$. Dadurch ist $x_1 \sim_f x_0$ immer wahr, wenn $x_0 \sim_f x_1$ wahr ist.

Transitivität: Sei $x_0, x_1, x_2 \in M$ mit $f(x_0) = y_0$, $f(x_1) = y_1$ und $f(x_2) = y_2$. Weiters gelte $y_0 \sim y_1$ und $y_1 \sim y_2$. Da $\sim$ transitiv ist gilt auch $y_0 \sim y_2$. Laut Def. gilt auch $x_0 \sim_f x_1$ und $x_1 \sim_f x_2$, sowie $x_0 \sim_f x_2$. $\square$

LINAG 1.7.8 $\sim$ Gleichheitsrel. $x \sim y$ genau für $x = y$

$\sim_f := \{(f(x), f(x)) \mid x \in M\}$

$\sim$ Allrelation $M \times M$ ohne Einschränkung

$\sim_f := \{(f(x), f(y)) \mid x, y \in M\}$

$\sim_f$ Gleichheitsrel. $\Rightarrow f = \{(x,x) \in M \times N\}$ $\sim =$ Gleichheitsrel.

$\sim_f$ Allrelation $\Rightarrow f$ surjektiv $\sim =$ Allrelation

b) $\approx$ Äquivalenzrel. auf M f surjektiv

$\approx_f : N \to N$ $f(x) \approx_f f(x')$ genau für $x \approx x'$

$\forall$