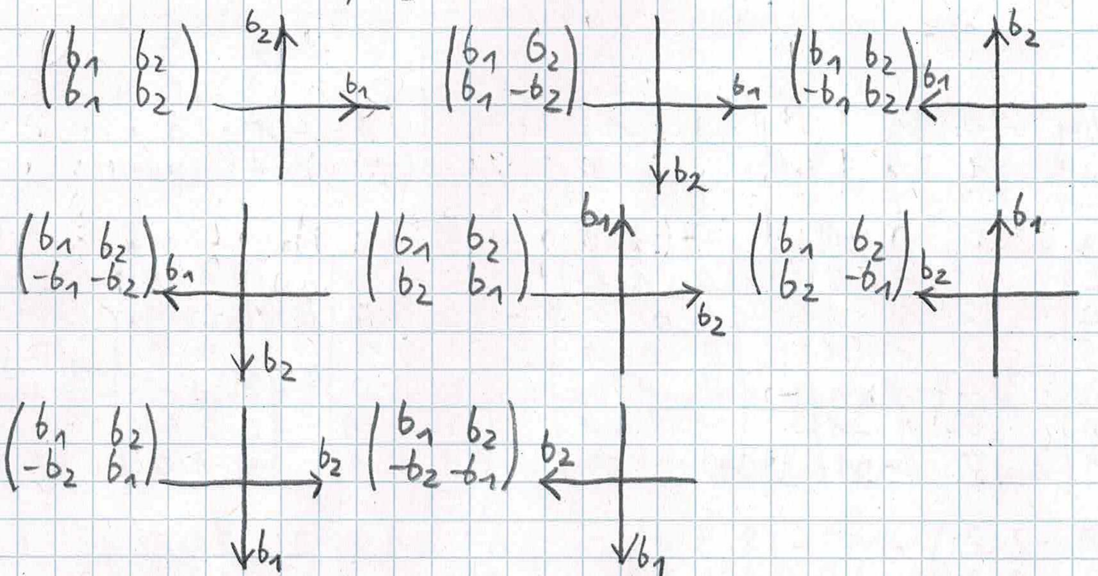
LINAG Ü9

3.5.8. V… Vektorraum über $\mathbb{R}$ (b_1, b_2)… Basis von V

a) Da man festlegt wohin $-x$ abgebildet wird, wenn man festlegt wohin x abgebildet wird (da $f(-x) = f((-1)\cdot x) = (-1)\cdot f(x) = -f(x)$) gibt es nur folgende Möglichkeiten:

$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_1 & -b_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_1 & b_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_1 & -b_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_2 & b_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_2 & -b_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_2 & b_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_2 & -b_1 \end{pmatrix}$

b) In $\mathbb{R}^2$ mit b_1, b_2 als kanonische Basis



c) offensichtlich bleibt man in der Untergruppe wenn man Elemente miteinander verknüpft.

$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} = id$ $\quad \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_1 & -b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_1 & -b_2 \end{pmatrix} = id$ $\quad \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_1 & b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_1 & b_2 \end{pmatrix} = id$

$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_1 & -b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_1 & -b_2 \end{pmatrix} = id$ $\quad \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_2 & b_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_2 & b_1 \end{pmatrix} = id$ $\quad \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_2 & -b_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_2 & b_1 \end{pmatrix} = id$

$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_2 & -b_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ -b_2 & -b_1 \end{pmatrix} = id$, d.h. $\exists$ Inverse

$\Rightarrow$ bildet eine Untergruppe