LINAG Ü6

2.6.3 b) $\frac{(q^n-1)(q^n-q)(q^n-q^2)\cdots(q^n-q^{n-1})}{(n!)^n}$

da es für jede Basis $n!$ Möglichkeiten gibt die Basisvektoren anzuordnen.

~~2.6.4 b) V... Vektorraum $I=\{0,1,\dots,r\}\subset\mathbb{N}$ mit $r\geq 0$ oder $I=\mathbb{N}$~~

~~Eine Familie $(U_i)_{i\in\mathbb{N}}$ von Unterräumen $U_i\subset V$ heißt aufsteigende Unterraumkette in V, falls $U_{i-1}\subset U_i$ für alle $i\in I\setminus\{0\}$~~

~~zz: $\dim V = n<\infty \iff (U_0, U_1, \dots, U_n)$ in V, aber nicht $(U_0, U_1, \dots, U_{n+1})$ in V existiert.~~

2.4.6

Für welche $t\in\mathbb{Q}$ sind die Vektoren $\begin{pmatrix} t\\0\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\t\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2t\\t\end{pmatrix}$ l.u?

Für $t=0$ sind die Vektoren l.a., da

$$2\cdot\begin{pmatrix}0\\t\\1\end{pmatrix} = 2\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}t\\0\\2\end{pmatrix} \text{ ist.}$$

Sonst l.u, da

$$\begin{pmatrix} t&0&2\\0&t&2t\\2&1&t\end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{array}{c} {-2\cdot\text{II}} \\ \begin{pmatrix} t&0&2\\0&t&0\\2&1&t-2\end{pmatrix}\end{array} \rightsquigarrow \begin{array}{c} {\cdot t} \\ \begin{pmatrix} t&0&2t\\0&t&0\\2&1&(t-2)\cdot t\end{pmatrix}\end{array} \rightsquigarrow \begin{array}{c} {-2\cdot\text{I}} \\ \begin{pmatrix} t&0&0\\0&t&0\\2&1&t^2-2t-4\end{pmatrix}\end{array}$$

$$\rightsquigarrow \begin{array}{c} {\cdot(t^2-2t-4)^{-1}} \\ \begin{pmatrix} t&0&0\\0&t&0\\2&1&1\end{pmatrix}\end{array} \rightsquigarrow \begin{array}{c} {-\text{III}} \\ \begin{pmatrix} t&0&0\\0&t&0\\2&0&1\end{pmatrix}\end{array} \rightsquigarrow \begin{array}{c} {\cdot(t)^{-1}} \\ \begin{pmatrix} t&0&0\\0&1&0\\2&0&1\end{pmatrix}\end{array} \rightsquigarrow \begin{array}{c} {-2\cdot\text{III}} \\ \begin{pmatrix} t&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\end{array}$$

$$\rightsquigarrow \begin{array}{c} {\cdot(t)^{-1}} \\ \begin{pmatrix} 1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\end{array}$$

Division durch t erlaubt, da $t\neq 0$. Da man mit elementaren Spaltenumformungen die Einheitsmatrix erreichen kann (und keine Nullvektoren auftauchen) sind die Vektoren (für $t\neq 0$) l.u. □