

LINAR ÜM

4.7.1.3)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & 7 & 14 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 20 & 20 & 42 & 2 \\ 1 & -2 & 5 & 5 & 10 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{+III} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 9 & 19 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 20 & 20 & 42 & 2 \\ 1 & -2 & 5 & 5 & 10 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 9 & 19 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & -4 & -9 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{-2 \cdot II} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 9 & 19 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{-2 \cdot III} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 9 & 19 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{-9 \cdot III} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Das linke System hat keine Lösung, da $\text{rg} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq \text{rg} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Das rechte System hat unendlich viele Lösungen, da

$$\dim(U) = n - r = 4 - 3 = 1$$

$$U = \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \quad \text{partikuläre Lösung} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{Menge der Lösungen} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + v : v \in U \right\}$$