$\Rightarrow (\mathbb{R}\setminus\{0\}, d)$ ist ein metrischer Raum.

5) $\langle X, d\rangle$ mit $X \neq \emptyset$ $\quad d: X \times X \to \mathbb{R} \quad d(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x = y \\ 1, & \text{falls } x \neq y \end{cases}$

(M1) $d(x,y) \geq 0$ folgt aus Def. $\quad d(x,y) = 0 \Leftrightarrow x = y$ folgt aus Def

(M2) $d(x,y) = d(x,y)$, da $x = y \Leftrightarrow y = x$ und $x \neq y \Leftrightarrow y \neq x$

(M3) $x, y, z \in X$

wenn $x = y$ und $y = z \Rightarrow x = z \quad d(x,y) + d(y,z) = 0 + 0 = 0 = d(x,z)$

wenn $x = y$ und $y \neq z \Rightarrow x \neq z \quad d(x,y) + d(y,z) = 0 + 1 = 1 = d(x,z)$

wenn $x \neq y$ und $y = z \Rightarrow x \neq z \quad d(x,y) + d(y,z) = 1 + 0 = 1 = d(x,z)$

wenn $x \neq y$ und $y \neq z \quad d(x,y) + d(y,z) = 1 + 1 = 2 \geq 1$

$2 \geq 0$ $\quad = d(x,z)$

$\Rightarrow \langle X, d\rangle$ ist ein metrischer Raum.

ANA Ü5

5.) ...(ii) $\langle X, d \rangle$ $\quad X \neq \emptyset$ $\quad d(x,y)=0$ für alle $x,y \in X$

(M1) $d(x,y)=0 \iff x=y$

Es gibt 2 Fälle:

X enthält nur 1 Element: (M1) trivial $\quad d(x,x)=0$ ✓

(M2) trivial ✓

(M3) $d(x,x) \leq d(x,x)+d(x,x)$

$0 \leq 0+0$

$0 \leq 0$ ✓

$\Rightarrow \langle X, d \rangle$ ist ein metrischer Raum.

X enthält mehrere Elemente: Sei $x,y \in X$ mit $x \neq y$

$d(x,y)=0 \quad \Rightarrow$ (M1) gilt nicht

$\Rightarrow \langle X, d \rangle$ ist <u>kein</u> metrischer Raum.