LINAG Ü11

4.6.2.

a) Sind folgende Matrizen aus $GF(4)^{3\times 3}$ äquivalent?

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&a&0\\1&b&0\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&a&b\\0&b&b\\1&1&0\end{pmatrix}$$

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&a&0\\1&b&0\end{pmatrix}\rightsquigarrow\begin{array}{ccc}-III&-III&\\ \hline 0&0&1\\1&a&0\\1&b&0\end{array}\rightsquigarrow\begin{array}{ccc}&\cdot b&\\ \hline 0&0&1\\1&1&0\\1&a&0\end{array}\rightsquigarrow\begin{array}{ccc}&-I&\\ \hline 0&0&1\\1&0&0\\1&b&0\end{array}\rightsquigarrow\begin{array}{ccc}&\cdot a&\\ \hline 0&0&1\\1&0&0\\1&1&0\end{array}\rightsquigarrow\begin{array}{ccc}-II&&\\ \hline 0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{array}$$

$$B=\begin{pmatrix}1&a&b\\0&b&b\\1&1&0\end{pmatrix}\rightsquigarrow\begin{array}{ccc}&-I&\\ \hline 1&b&b\\0&b&b\\1&0&0\end{array}\rightsquigarrow\begin{array}{ccc}&\cdot a&-II\\ \hline 1&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{array}$$

$\Rightarrow vg(A)=3 \qquad vg(B)=2$

Da $A\sim B \Leftrightarrow vg(A)=vg(B)$ sind die Matrizen nicht äquivalent.

b) ges: Äquivalenzklassen von $\mathbb{Z}_2^{2\times 2}$

Da $A\sim B \Leftrightarrow vg(A)=vg(B)$ und der Rang max. 2 sein kann (und ≥ 0) gibt es drei Äquivalenzklassen:

$$\left[\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right]_\sim \quad \left[\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right]_\sim \quad \left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_\sim$$

$vg=0 \qquad vg=1 \qquad vg=2$