LINAG Ü5

2.3.5 $M, N \subseteq V$

a) zz: $[M]=[N] \iff \forall v \in M: v \in [N] \wedge \forall v \in N: v \in [M]$

"$\Rightarrow$" $M \subseteq [M]$ und $N \subseteq [N]$

Da $[M]=[N]$ gilt auch $M \subseteq [N]$ sowie $N \subseteq [M]$

Also gilt $\forall v \in M: v \in [N]$ und $\forall v \in N: v \in [M]$

"$\Leftarrow$" $\forall v \in M: v \in [N] \iff \forall v \in M: [N]=[N \cup \{v\}] \iff [N]=[N \cup M]$

$\forall v \in N: v \in [M] \iff \forall v \in N: [M]=[M \cup \{v\}] \iff [M]=[M \cup N]$

$\Rightarrow [M]=[M \cup N]=[N]$ □

b) zz: $x \in [M] \wedge \forall m \in M: m \in [N] \Rightarrow x \in [N]$

$\forall m \in M: m \in [N] \iff \forall m \in M: [N]=[N \cup \{m\}] \iff [N]=[N \cup M]$

$x \in [M] \Rightarrow x \in [N \cup M] \Rightarrow x \in [N]$ □