194a) $(G,\cdot)$.. Gruppe $n \in \mathbb{N}^\times$ $a^0 := e$ $a^n := a \cdot a^{n-1}$ $a^{-n} := (a^{-1})^n$

zz: $\forall n,m \in \mathbb{Z} : a^n a^m = a^{n+m}$

Vollständige Induktion nach n: Sei $m \in \mathbb{Z}$ bel.

$$A(n) := \forall m \in \mathbb{Z} : a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$A(0): \quad a^0 \cdot a^m = e \cdot a^m = a^m = a^{0+m}$$

$n \in \mathbb{N}$ $A(n) \Rightarrow A(n+1)$: $a^{n+1} a^m = a \cdot a^n \cdot a^m = a \cdot a^{n+m} = a^{(n+1)+m}$

$-n \in \mathbb{N}$ $A(-n) \Rightarrow A(-(n+1))$: $a^{-(n+1)} a^m = (a^{-1})^{n+1} \cdot a^m = a^{-1} \cdot (a^{-1})^n \cdot a^m = a^{-1} \cdot a^{-n} \cdot a^m$

$$= a^{-1} \cdot a^{-n+m} = a^{-n+m-1} = a^{-(n+1)+m}$$

vollständige Induktion nach m genauso. $\square$