

1.9.12 G Gruppe $a \in G$ $\lambda_a: G \rightarrow G: x \mapsto ax$

$$\rho_a: G \rightarrow G: x \mapsto xa$$

z.z. λ_a und ρ_a bijektiv mit $(\lambda_a)^{-1} = \lambda_{a^{-1}}$ und $(\rho_a)^{-1} = \rho_{a^{-1}}$

Bew. Sei $x_0 \in G$. $(\lambda_a \circ \lambda_{a^{-1}})(x_0) = \lambda_a(\lambda_{a^{-1}}(x_0)) = a \cdot (a^{-1} \cdot x_0) = (a \cdot a^{-1}) \cdot x_0 = x_0$

Damit ist $\lambda_{a^{-1}}$ die Inverse von λ_a und es folgt, dass λ_a bijektiv ist.

Sei $x_0 \in G$. $(\rho_a \circ \rho_{a^{-1}})(x_0) = \rho_a(\rho_{a^{-1}}(x_0)) = (x_0 \cdot a^{-1}) \cdot a = x_0 \cdot (a^{-1} \cdot a) = x_0$

Damit ist $\rho_{a^{-1}}$ die Inverse von ρ_a und es folgt, dass ρ_a bijektiv ist.

Alle Elemente von G bleiben fest, wenn a das neutrale Element ist.