2.4.5 V... Vektorraum $(A_i)_{i\in\mathbb{N}}$ ... Folge von l. u. Teilmengen von V

$\forall i\in\mathbb{N}: A_i \subset A_{i+1}$ zz: $\bigcup_{i\in\mathbb{N}} A_i$ ist linear unabhängig.

Da $\forall i\in\mathbb{N}: A_i \subset A_{i+1}$ ist $\forall i\in\mathbb{N}: A_i \cup A_{i+1} = A_{i+1}$.

Allgemein gilt auch $\forall i\in\mathbb{N}\ \forall k\in\mathbb{N}: A_i \subset A_{i+1} \subset \ldots \subset A_{i+k}$

Da man wie oben gezeigt "nebeneinander liegende" Teilmengen zur Größeren zusammenfassen kann ist auch $\forall i\in\mathbb{N}\ \forall k\in\mathbb{N}: A_i \cup A_{i+1} \cup \ldots \cup A_{i+k} = A_{i+k}$

$\bigcup_{i\in\mathbb{N}} A_i$ linear unabhängig $\iff \nexists$ nicht triviale LK aus Vektoren $\bigcup_{i\in\mathbb{N}} A_i$ für 0_V

Da LK endlich sind müsste so eine LK Vektoren aus endlich vielen Teilmengen A_i verwenden. Sei A_K die von der LK verwendete Teilmenge, so dass

$\forall A_i$: LK verwendet $A_i \Rightarrow A_i \subseteq A_K$.

Da wie oben gezeigt $\bigcup_{i=1}^{K} A_i = A_K$ und A_K linear unabhängig, so wissen wir das die LK für den Nullvektor nicht existiert.

$\square$