# LINAG Ü7

2.6. x Wissen: $\dim(V) = n < \infty \iff \exists$ Unterraumkette $(U_0, U_1, \dots, U_n)$

$\wedge \nexists$ Unterraumkette $(U_0, U_1, \dots, U_{n+1})$

a) Aus Übung 2.6.4 folgt, dass (A2) und (A3) zu (D2) äquivalent sind. (A1) ist nicht zu (D2) äquivalent, siehe b).

b) Gegenbsp: $V = \mathbb{R}^3$ $\dim(V) = 3$

$U_0 = \emptyset$ $U_1 = [\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\}]$ $U_2 = [\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\}]$

offensichtlich ist $U_0 \subsetneq U_1 \subsetneq U_2$.

Da $U_2 = V$ existiert kein $U_3$ für das gilt $U_2 \subsetneq U_3 \subset V$.

$\Rightarrow$ (A1) gilt, aber (D2) gilt nicht!

c) zz: (D2) $\Rightarrow$ (A1)

$\dim(V) = 2 \Rightarrow \exists$ Unterraumkette $(U_0, U_1, U_2) \wedge \nexists$ Unterraumkette $(U_0, U_1, U_2, U_3)$

Nachdem es keine 4 Elemente lange Unterraumkette in $V$ gibt, kann es auch keinen Unterraum $U_3$ geben für den gilt $U_2 \subsetneq U_3 \subset V$.

$$\Rightarrow \exists U_0, U_1, U_2 \leq V: ((U_0 \subsetneq U_1 \subsetneq U_2) \wedge (\nexists U_3 \leq V: U_2 \subsetneq U_3))$$

d) (A2) ist die korrekte Formalisierung.

(A3) ist auch korrekt, allerdings wurden den Unterräumen andere Namen gegeben (ändert aber nichts an der Aussage.)