

5. Sei $\langle K, +, \cdot, P \rangle$ ein archimedisch angeordneter Körper. Man bestimme die Menge aller oberen Schranken und die Menge aller unteren Schranken der Teilmenge

$$M := \{(-1)^n - \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N}\} \cup [\frac{1}{2}, 1) \subseteq K.$$

Hat diese Menge ein Infimum bzw. ein Supremum in K ? Falls ja, dann bestimme man diese und überprüfe, ob diese auch Minimum bzw. Maximum von M sind!

$$n \text{ gerade: } 1 - \frac{1}{n} \quad \text{bei } n=2: 1 - \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\text{bei } n \rightarrow \infty: 1 - \frac{1}{n} \rightarrow 1$$

$$n \text{ ungerade: } -1 + \frac{1}{n} \quad \text{bei } n=1: -1 + \frac{1}{1} = 0$$

$$\text{bei } n \rightarrow \infty: -1 + \frac{1}{n} \rightarrow -1$$

$$\Rightarrow M = [\frac{1}{2}, 1) \cup (-1, 0] \cup [\frac{1}{2}, 1) = (-1, 0] \cup [\frac{1}{2}, 1)$$

Menge der oberen Schranken: $[1, +\infty)$

Menge der unteren Schranken: $(-\infty, -1]$

$$\inf(M) = -1 \quad \sup(M) = 1$$

$$\min(M) \neq -1 \quad \max(M) \neq 1$$