

ANA Ü3

7.) a) $2^n > n$ für $n \in \mathbb{N}$

$$n=1: 2^1 > 1 \\ 2 > 1 \checkmark$$

$$n+1: 2^{n+1} = 2^n \cdot 2 = 2^n + 2^n$$

$$2^n > n \geq 1 \Rightarrow 2^n + 2^n > n+1$$



$2^n > n^2$ für $n \in \mathbb{N}, n \geq 5$

$$n=5: 2^5 > 5^2 \\ 32 > 25 \checkmark$$

$$n+1: 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n > 2 \cdot n^2 = n^2 + n^2$$

$$> n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$



$$n^2 > 2n+1$$

$$n=5: 5^2 > 2 \cdot 5 + 1 \Rightarrow 25 > 11 \checkmark$$

$$n+1: (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$$

$$2(n+1) + 1 = 2n + 2 + 1 = 2n + 3$$

$$n^2 > 2 \Rightarrow n^2 + 2n + 1 > 2 + 2n + 1 \Rightarrow n^2 + 2n + 1 > 2n + 3 \checkmark$$

b) $x \geq 2$ $x^n > n$ $n \in \mathbb{N}$ Sei $x \in \mathbb{K}$ mit $x \geq 2$

$$n=1: x^1 > 1 \Rightarrow x \geq 2 > 1 \checkmark$$

$$n+1: x^{(n+1)} = x^n \cdot x > n \cdot x > n + x > n+1$$

$$x^n > n^2 \quad n \in \mathbb{N} \quad n \geq 5$$

Sei $x \in \mathbb{K}$ beliebig, mit $x \geq 2$

$$n=5: x^5 > 5^2 \Rightarrow x^5 > 25 \Rightarrow 2^5 > 25 \Rightarrow 32 > 25 \checkmark$$

$$n+1: x^{n+1} = x^n \cdot x > n^2 \cdot x \geq n^2 \cdot 2 = n^2 + n^2 > n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$