2.3.8 $M \subseteq V \quad N \subseteq V$

zz: $[M \cup [N]] = [M \cup N]$

Bew: 1) $[M \cup [N]] \subseteq [M \cup N]$

Sei $x \in [M \cup [N]]$ beliebig. Das heißt es existiert eine Linearkombination aus Vektoren aus M und $[N]$, sodass diese Linearkombination $= x$ ist. Für alle Vektoren aus $[N]$ gilt, dass diese Linearkombinationen aus N sind. Man kann nun also alle Vektoren aus $[N]$, die in der Linearkombination für x verwendet hat durch die Linearkombination des Vektors aus N ersetzen und erhält wieder eine Linearkombination für x, die nur Vektoren aus M und N verwendet.

$\Rightarrow x \in [M \cup N]$

2) $[M \cup N] \subseteq [M \cup [N]]$

Da $N \subseteq [N]$ ist auch $[M \cup N] \subseteq [M \cup [N]]$.

$\Rightarrow [M \cup [N]] = [M \cup N]$

Bei $M = \emptyset$ gilt $[[N]] = [\emptyset \cup [N]] = [\emptyset \cup N] = [N]$

Bei $N = \emptyset$ gilt $[M \cup \{0\}] = [M \cup [\emptyset]] = [M \cup \emptyset] = [M]$