LINAG Ü8

2.8.11 $\quad U = \left[\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}\right\}\right]$ ges Komplementär in $\mathbb{R}^{4\times 1}$

$K_1 = \left[\left\{\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}\right]$ Vektoren aus U haben immer die Form $\begin{pmatrix}x\\y\\y\\0\end{pmatrix}$, Vektoren aus K_1 die Form $\begin{pmatrix}0\\0\\a\\b\end{pmatrix}$, daher ist die Summe direkt.

Sei $v \in \mathbb{R}^{4\times 1}$ bel. $\quad v = \begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix}$

$$\underbrace{\begin{pmatrix}a\\b\\b\\0\end{pmatrix}}_{\in U} + \underbrace{\begin{pmatrix}0\\0\\c-b\\d\end{pmatrix}}_{\in K_1} = \begin{pmatrix}a\\b\\b-b+c\\d\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow U \oplus K_1 = \mathbb{R}^{4\times 1}$$

$K_2 = \left[\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}\right]$ Vektoren aus K_2 haben die Form $\begin{pmatrix}0\\a\\0\\b\end{pmatrix}$, daher ist die Summe direkt.

Sei $v \in \mathbb{R}^{4\times 1}$ bel. $\quad v = \begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix}$

$$\underbrace{\begin{pmatrix}a\\c\\c\\0\end{pmatrix}}_{\in U} + \underbrace{\begin{pmatrix}0\\b-c\\0\\d\end{pmatrix}}_{\in K_2} = \begin{pmatrix}a\\b+c-c\\c\\d\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow U \oplus K_2 = \mathbb{R}^{4\times 1}$$