LINAG Ü6

2.5.3 $B = (b_1, b_2, b_3)$ ... Basis eines VR V/K

- $(b_1 + b_2, b_2 + b_3, b_3 + b_1)$ ist l.u., wenn $char(K) \neq 2$

$k_1 \cdot (b_1 + b_2) + k_2 \cdot (b_2 + b_3) + k_3 \cdot (b_3 + b_1)$

$= k_1 \cdot b_1 + k_1 \cdot b_2 + k_2 \cdot b_2 + k_2 \cdot b_3 + k_3 \cdot b_3 + k_3 \cdot b_1$

$= (k_1 + k_3) \cdot b_1 + (k_1 + k_2) \cdot b_2 + (k_2 + k_3) \cdot b_3$, da (b_1, b_2, b_3) l.u. ist folgt

$k_1 + k_3 = 0 \quad \wedge \quad k_1 + k_2 = 0 \quad \wedge \quad k_2 + k_3 = 0$

wenn $char(K) = 2$ ist die Menge l.a., da für $k_1 = k_2 = k_3 = 1$ die obige Zeile gilt

wenn $char(K) \neq 2$ ist die Menge l.u., da $k_1 = -k_3 \wedge k_1 = -k_2$

$\Rightarrow k_2 = k_3$ aber aus $k_2 + k_3 = 0$ folgt auch $k_2 = -k_3 \Rightarrow k_1 = k_2 = k_3 = 0$

$\Rightarrow$ die Menge ist l.u.

- $(b_1 - b_2, b_2 - b_3, b_3 - b_1)$ ist l.a., da

$1 \cdot (b_1 - b_2) + 1 \cdot (b_2 - b_3) + 1 (b_3 - b_1)$

$= \cancel{b_1} - \cancel{b_2} + \cancel{b_2} - \cancel{b_3} + \cancel{b_3} - \cancel{b_1} = 0_V$

- $(b_1, b_1 + b_2, b_1 + b_2 + b_3)$

$k_1 \cdot b_1 + k_2 \cdot (b_1 + b_2) + k_3 \cdot (b_1 + b_2 + b_3)$

$= k_1 \cdot b_1 + k_2 \cdot b_1 + k_2 \cdot b_2 + k_3 \cdot b_1 + k_3 \cdot b_2 + k_3 \cdot b_3$

$= (k_1 + k_2 + k_3) \cdot b_1 + (k_2 + k_3) \cdot b_2 + k_3 \cdot b_3$, da (b_1, b_2, b_3) eine Basis ist

$\Rightarrow (k_1 + k_2 + k_3) = 0 \quad \wedge \quad (k_2 + k_3) = 0 \quad \wedge \quad k_3 = 0$

$\Rightarrow k_1 = 0 \quad \wedge \quad k_2 = 0 \quad \wedge \quad k_3 = 0$

$\Rightarrow$ die betrachtete Menge ist l.u.