FANA Ü4

32. $X, Y \ldots BR$ $\quad A: X \to Y$, $B: Y' \to X' \ldots$ linear $\quad \forall x \in X\ \forall y' \in Y': y'(Ax) = By'(x)$

zz: A, B sind stetig

Da A, B linear sind müssen wir nur die Beschränktheit zeigen. Dazu verwenden wir

4.4.4. Korollar vom Satz vom abgeschlossenen Graphen

$X, Y \ldots BR$ $\quad R: X \to Y \ldots$ linear $\quad M \subseteq Y' \ldots$ punktetrennende Menge von stetigen, linearen Funktionalen auf Y. $(\forall (x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ aus X mit $\|x_n\| \xrightarrow{n\to\infty} 0 : f(Rx_n) \xrightarrow{n\to\infty} 0\ \forall f \in M) \Rightarrow R \ldots$ beschränkt

Y' ist eine punktetrennende Menge.* Sei $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ aus X mit $\|x_n\| \xrightarrow{n\to\infty} 0$ bel.

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$ $\quad$ Sei $y' \in Y'$ bel. $\lim\limits_{n\to\infty} y'(Ax_n) = \lim\limits_{n\to\infty} By'(x_n) = By'(\lim\limits_{n\to\infty} x_n) = By'(0) = 0$

Es folgt also die Beschränktheit und somit Stetigkeit von A.

Für die Beschränktheit von B verwenden wir

6.1.2. Satz

$X, Y \ldots$ normierte Räume $\quad T \in L_b(X,Y) \Rightarrow \exists!\ T' \in L_b(Y', X')\ \forall x \in X, y' \in Y': \langle Tx, y' \rangle = \langle x, T'y' \rangle$

und es gilt $\|T'\| = \|T\|$

Wir wissen bereits, dass A beschränkt ist und dass gilt $\forall x \in X, y' \in Y: \langle Ax, y' \rangle = y'(Ax) = By'(x) = \langle x, By' \rangle$ also folgt aus der Eindeutigkeit im Satz $B = A'$ und somit $\|A\| = \|A'\| = \|B\|$. Also ist auch B beschränkt und daher stetig.

$\square$

* Korollar 5.2.7. $\quad Y'$ ist normierter Raum also lokalkonvexer Raum (ε-Kugeln bilden Umgebungsbasen)

FANA Ü4

33) F, G ... lin. Räume (F,G) ... Dualität $G_1 \subseteq G$ ... lin. UR

zz: (F, G_1) ... Dualität $\iff$ G_1 ist $\sigma(G,F)$-dicht in G

[Def duales Paar (X,Y) X .. VR , Y ... punktetrennender TR von X^*

$\Rightarrow$ Sei G_1 ein punktetrennender TR von F^*. Mit 5.4.7 Bipolarsatz

(X,Y) ... duales Paar , $M \subseteq X, N \subseteq Y \Rightarrow {}^\circ(M^\circ) = \overline{co(M \cup \{0\})}^{\sigma(X,Y)}$, $({}^\circ N)^\circ = \overline{co(N \cup \{0\})}^{\sigma(Y,X)}$

${}^\perp(M^\perp) = \overline{\operatorname{span} M}^{\sigma(X,Y)}$, $({}^\perp N)^\perp = \overline{\operatorname{span} N}^{\sigma(Y,X)}$

folgt $({}^\perp G_1)^\perp = \overline{\operatorname{span} G_1}^{\sigma(G,F)} = \overline{G_1}^{\sigma(G,F)}$, zz: $\overline{G_1}^{\sigma(G,F)} = G$ also reicht es $({}^\perp G_1)^\perp = G$ zu zeigen. Da G_1 nach Vorraussetzung punktetrennend ist gilt ${}^\perp G_1 := \{f \in F : \langle f, g \rangle = 0 \ \forall g \in G_1\} = \bigcap_{g \in G_1} \ker g \overset{!}{=} \{0_F\}$ und da weiters $({}^\perp G_1)^\perp = (\{0\})^\perp := \{g \in G : \langle f, g \rangle = 0 \ \forall f \in \{0\}\} = \{g \in G : \langle 0, g \rangle = 0\} = G$ ✓

$\Leftarrow$ Zunächst: $U \subseteq F$ ... Unterraum $\Rightarrow$ $U^\perp = G \iff U = \{0\}$, da G punktetrennend. Wieder mit Bipolarsatz folgt $G = \overline{G_1}^{\sigma(G,F)} = ({}^\perp G_1)^\perp$ und somit $\{0\} = {}^\perp G_1 = \bigcap_{g \in G_1} \ker g$. Das ist die Definition von punktetrennend.

$\square$

[Def punktetrennend M $:\iff \bigcap_{f \in M} \ker f = \{0\}$

FANA Ü4

34) zz: Banachraum ist reflexiv $\Leftrightarrow$ Dualraum ist reflexiv

[Def $(X, \|.\|)$ heißt reflexiv $\Leftrightarrow X'' = \iota(X)$

Sei X ... BR ; $\iota : X \to X''$ und $\iota' : X' \to X'''$ ... kanonische Injektionen.

($\Rightarrow$) Sei X reflexiv. zz: $X''' = \iota'(X')$ Das $\iota'(X') \subseteq X'''$ ist klar. Wir zeigen ι' ... surj.

Sei $\varphi \in X'''$ bel. Definiere $\psi \in X'$ durch $x \in X \mapsto \varphi(\iota(x))$.

Sei $y \in X''$ bel. Wähle $x := \iota^{-1}(y)$.

$$\varphi(y) = \varphi(\iota(x)) = \psi(x) \overset{\text{Def } \iota}{=} \langle x, \psi \rangle = \langle \psi, \iota(x) \rangle = \langle \psi, y \rangle = \langle y, \iota'(\psi) \rangle \overset{\iota(x)(\psi) = y(\psi)}{=} \iota'(\psi)(y)$$

$\Rightarrow \varphi \equiv \iota'(\psi)$ Somit haben wir ein $\psi \in X'$ gefunden, das auf φ abgebildet wird.

Somit ist ι' surjektiv und daher $\iota'(X') = X'''$.

($\Leftarrow$) Sei X' reflexiv. zz: $X'' = \iota(X)$ Wieder ist $\iota(X) \subseteq X''$ klar. Indirekt angenommen

$M := \iota(X) \subsetneq X''$. M ist ein linearer UR von X'' und $\exists\, x'' \in X'' \setminus M$.

Mit Hahn Banach (5.2.2. und folgende) folgt $\exists\, \varphi \in X''' : \varphi(x'') \neq 0$ und $\varphi|_M \equiv 0$. *

Da X' reflexiv ist können wir $\psi := \iota'^{-1}(\varphi) \in X'$ definieren. Sei $x \in X$ bel.

$$0 = \varphi(\iota(x)) \overset{\iota'(\psi)(\iota(x)) = \iota(x)(\psi) = \psi(x)}{=} \langle \iota(x), \varphi \rangle = \langle \iota(x), \iota'(\psi) \rangle = \langle \psi, \iota(x) \rangle = \langle x, \psi \rangle$$

$\Rightarrow \forall x \in X : \langle x, \psi \rangle = 0 \Rightarrow \psi = 0$ (siehe Bemerkung 5.4.1.). Es gilt ι' ist injektiv und daher $\varphi = 0$ $\lightning$ zu $\varphi(x'') \neq 0$.

$\square$

* $\{x''\}$, M sind disjunkt, $\neq \emptyset$, konvex X'' ist lokalkonvex (da normiert)

$\{x''\}$ ist kompakt, M ist abgeschlossen

Mit geometrischem Hahn-Banach folgt $\exists\, \varphi \in X'''$, $\gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R} : \operatorname{Re} \varphi(x_0) \leq \gamma_1 < \gamma_2 \leq \operatorname{Re} \varphi(\iota(x))$ punktweise

$\operatorname{Re} \varphi$ ist $\mathbb{R}$-linear, $\operatorname{Re} \varphi(M)$ ist UR von $\mathbb{R}$, $\gamma_1 \notin \operatorname{Re} \varphi(M) \Rightarrow \operatorname{Re} \varphi(M) = \{0\}$

$\Rightarrow \operatorname{Re} \varphi|_M \equiv 0$ Lemma 5.2.1. (i) $\Rightarrow \varphi|_M \equiv 0$

FANA Ü4

35) $X \ldots BR \quad K_1^{\|.\|}(0) \ldots \sigma(X, X')$-kompakt $\Leftrightarrow X \ldots$ reflexiv

[Def] $X \ldots$ reflexiv $:\Leftrightarrow X'' = \iota(X)$

($\Rightarrow$) Sei $K_1^{\|.\|}(0) \ldots \sigma(X, X')$-kompakt. zz: $\iota: X \to X''$ ist surjektiv

$\iota: (X, \sigma(X, X')) \to (\iota(X), \sigma(X'', X')) \ldots$ stetig $\Rightarrow \iota(K_1^{\|.\|}(0))$ ist $\sigma(X'', X')$ kompakt

$(X'', \sigma(X'', X'))$ ist ein Hausdorff Raum (also (T2) $\forall x, y \; \exists U_x, U_y \ldots$ offen: $x \in U_x, y \in U_y, U_x \cap U_y = \emptyset$). Mit 5.5.5. Satz von Goldstine

$$\overline{\iota_{X \to X''}(K_1^X(0))}^{\sigma(X'', \iota_{X' \to X'''}(X'))} = K_1^{X''}(0)$$

folgt $\iota(K_1^X(0)) = \overline{\iota(K_1^X(0))}^{\sigma(X'', X')} = K_1^{X''}(0)$. Mit der Linearität von ι folgt die Surjektivität $\iota(X) = X''$.

($\Leftarrow$) Sei nun X reflexiv, daher $X'' = \iota(X)$. Nach 5.5.6. Satz von Banach-Alaoglu

$(X, \|.\|) \ldots$ normierter Raum $\Rightarrow K_1^{X'}(0)$ ist kompakt bzgl. w^*-Top. $\sigma(X', X)$

ι ist inj. und surj. also bijektiv und stetig. $\Rightarrow \iota^{-1}: (X'', \sigma(X'', X')) \to (X, \sigma(X, X'))$ ist stetig und bij. und als Abbildung zw. normierten Räumen isometrisch.

$\Rightarrow \iota^{-1}(K_1^{X''}(0)) = \iota^{-1}(\{x'' \in X'' : \|x''\| \leq 1\}) = \{x \in X : \|x\| \leq 1\} = K_1^X(0)$.

Da $K_1^{X''}(0)$ kompakt bzgl. $\sigma(X'', X')$ ist somit $K_1^X(0)$ kompakt bzgl. $\sigma(X, X')$.

$\square$

FANA Ü4

36) (i) $X \ldots BR$ $\quad X \ldots$ reflexiv (also $X'' = \iota(X)$) $\iff \forall Y \leq X \ldots$ abg. UR : $Y^{\perp\perp} = \iota(Y)$

wobei $Y^{\perp\perp} \leq X''$ der Annihilator bzgl. (X', X'') des Annihilators bzgl. (X, X') von Y ist.

($\Rightarrow$) Gelte $X'' = \iota(X)$. Sei $Y \leq X \ldots$ abg. UR bel. Dann ist Y ein BR.

$Y^{\perp} = \{x' \in X' : \forall y \in Y : \langle y, x' \rangle = x'(y) = 0\}$. $\quad Y^{\perp\perp} = \{x'' \in X'' : \forall y^{\perp} \in Y^{\perp} : x''(y^{\perp}) = 0\} = \{\iota(x) : x \in X, \forall y^{\perp} \in Y^{\perp} : \iota(x)(y^{\perp}) = 0\}$

$= \{\iota(x) : x \in X, \forall y^{\perp} \in Y^{\perp} : y^{\perp}(x) = 0\} =: L \overset{?}{=} R := \{\iota(x) : x \in Y\} = \iota(Y)$

($R \subseteq L$) Sei $\iota(x) \in R$ bel. $\Rightarrow x \in Y \subseteq X$. Nach Def von $Y^{\perp}$ gilt $\forall y^{\perp} \in Y^{\perp} : y^{\perp}(x) = 0 \Rightarrow \iota(x) \in L$

($L \subseteq R$) Angenommen $\exists\, \iota(x) \in L \setminus R$. $\Rightarrow x \notin Y \wedge \forall y^{\perp} \in Y^{\perp} : y^{\perp}(x) = 0$. Nach Korollar von Hahn-Banach (*) $\exists f \in X' : f|_Y \equiv 0$ und $f(x) \neq 0$. $\Rightarrow f|_Y \equiv 0 \Rightarrow f \in Y^{\perp}$ ↯ da einerseits $f(x) \neq 0$ und wegen $\forall y^{\perp} \in Y^{\perp} : y^{\perp}(x) = 0$ auch $f(x) = 0$.

($\Leftarrow$) Gelte $\forall Y \leq X \ldots$ abg. UR : $Y^{\perp\perp} = \iota(Y)$. Offenbar ist X ein abg. UR von sich selber. Daher gilt $X^{\perp\perp} = \iota(X)$. Außerdem gilt $X^{\perp\perp} \leq X''$ womit nur mehr $X'' \subseteq X^{\perp\perp}$ zz ist.

Sei $x'' : X' \to \mathbb{C} \in X''$ bel. $\Rightarrow x'' \ldots$ sktig, lin. nach Def $\quad x'' \in X^{\perp\perp} \iff x'' \in \{y \in X'' : \forall x \in X^{\perp} : \langle x, y \rangle = 0\}$

$\iff \forall x^{\perp} \in X^{\perp} : x''(x^{\perp}) = 0$. $\quad$ Sei $x^{\perp} \in X^{\perp} = \{y \in X' : \forall x \in X : \langle x, y \rangle = 0\}$ bel. $\Rightarrow \forall x \in X : x^{\perp}(x) = 0$

$\Rightarrow x^{\perp} \equiv 0_{X'} \Rightarrow x''(x^{\perp}) = x''(0_{X'}) = 0$ $\quad$ also $x'' \in X^{\perp\perp}$ und somit $X^{\perp\perp} = X''$.

Insgesamt folgt $X'' = X^{\perp\perp} = \iota(X)$.

(*) $A = \{x\}$, $B = Y \ldots$ disj, $\neq \emptyset$, konvex. $X \ldots$ lokalkonvex (da BR) $\quad A \ldots$ kompakt $\quad B \ldots$ abg.

$\Rightarrow$ geomet. Hahn-Banach $\exists f \in X', \gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R} : \operatorname{Re} f(x) \leq \gamma_1 < \gamma_2 \leq \operatorname{Re} f(Y)$.

$\operatorname{Re} f$ ist $\mathbb{R}$-lin also ist $\operatorname{Re} f(Y)$ ein UR von $\mathbb{R}$. $\gamma_1 \notin \operatorname{Re} f(Y)$ also $\operatorname{Re} f(Y) = \{0\}$

$\Rightarrow \operatorname{Re} f|_Y \equiv 0 \Rightarrow f|_Y \equiv 0$ wegen Lemma 5.2.1.(i)

(ii) $X \ldots$ reflexiver BR $\quad Y \leq X \ldots$ abgeschlossener UR $\quad \Rightarrow Y \ldots$ reflexiv

---

Wir wissen, dass aus den Vorraussetzungen folgt, dass Y ein Banachraum ist. Nach (i) folgt, da X reflexiv ist, dass $\forall Z \leq X \ldots$ abg. UR : $Z^{\perp\perp} = \iota(Z)$. Also folgt auch $\forall Z \leq Y \ldots$ abg. UR : $Z^{\perp\perp} = \iota(Z)$ womit wieder mit (i) folgt, dass Y reflexiv ist.

? $\square$

FANA Ü4

37) Def $(X, \|.\|)$ heißt glm. konvex $:\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \, \exists \delta(\varepsilon) > 0 \, \forall x, y \in X: \|x\| \leq 1, \|y\| \leq 1, \|x-y\| \geq \varepsilon$
$\Rightarrow \|\frac{1}{2}(x+y)\| \leq 1 - \delta(\varepsilon)$

$(X, \|.\|)$ glm. konvexer Banachraum. zz: $\forall \varphi \in X' \, \exists! \, x_0 \in K_1^X(0): \varphi(x_0) = \|\varphi\|$

Sei $\varphi \in X'$ bel. $\|\varphi\| = \sup\left\{\frac{\|\varphi(x)\|_{\mathbb{C}}}{\|x\|_X} : x \in X \setminus \{0\}\right\} \overset{(=)}{=} \sup\{|\varphi(x)| : \|x\|_X \leq 1\}$

- Eindeutigkeit: Sei $x_0, x_1 \in K_1^X(0)$ beide mit $\varphi(x_i) = \|\varphi\|$ aber verschieden $x_0 \neq x_1$.
$\|x_0\| \leq 1$, $\|x_1\| \leq 1$, $\|x_0 - x_1\| =: \varepsilon > 0$ (da sonst $x_0 - x_1 = 0$ ↯ zu $x_0 \neq x_1$)
Nun $\exists \delta(\varepsilon) > 0: \|\frac{1}{2}(x_0 + x_1)\| \leq 1 - \delta(\varepsilon)$ Da $x_0 \neq x_1 \Rightarrow 0 < 1 - \delta(\varepsilon)$
$$\frac{|\varphi(\frac{1}{2}(x_0+x_1))|}{\|\frac{1}{2}(x_0+x_1)\|} \geq \frac{\frac{1}{2}|\varphi(x_0) + \varphi(x_1)|}{1-\delta(\varepsilon)} = \frac{1}{2}\frac{\|\varphi\| + \|\varphi\|}{1-\delta(\varepsilon)} = \|\varphi\| \underbrace{\frac{1}{1-\delta(\varepsilon)}}_{0<.<1} > \|\varphi\|$$
↯ zu $\|\varphi\| = \sup\left\{\frac{|\varphi(x)|}{\|x\|_X} : x \in X \setminus \{0\}\right\}$

- Existenz: $\|\varphi\| = \sup\{|\varphi(x)| : x \in K_1^X(0)\} \Rightarrow \exists (x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ in $K_1^X(0): |\varphi(x_n)| \xrightarrow{n\to\infty} \|\varphi\|$

$\lim_{n\to\infty} \|x_n\| = 1$, da sonst $\|\varphi\| = \sup\{|\varphi(x)| : x \in K_{1-\varepsilon}^X(0)\}$ $\forall \delta > 0 \, \exists x \in K_{1-\varepsilon}^X(0)$:
$\|\varphi\| \geq \frac{|\varphi(x)|}{\|x\|} \geq \frac{\|\varphi\| - \delta}{1-\varepsilon}$ Für $\delta := \frac{\varepsilon}{2}\|\varphi\|$ ist $\frac{\|\varphi\| - \delta}{1-\varepsilon} = \frac{(1-\frac{\varepsilon}{2})\|\varphi\|}{1-\varepsilon} > \|\varphi\| \Rightarrow \|\varphi\| > \|\varphi\|$ ↯

$\lim_{m,n \in \mathbb{N}\times\mathbb{N}} \|\frac{1}{2}(x_n + x_m)\| = 1$ Indirekt angenommen $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist keine CF also
$\exists \varepsilon > 0 \, \forall N \in \mathbb{N} \, \exists n, m \geq N: \|x_n - x_m\| \geq \varepsilon$ aus der Vorraussetzung folgt
$\|\frac{1}{2}(x_n + x_m)\| \leq 1 - \delta(\varepsilon)$ aka $\forall N \in \mathbb{N} \, \exists n, m \geq N: \|\frac{1}{2}(x_n + x_m)\| \leq 1 - \delta(\varepsilon)$
$\Rightarrow \lim_{m,n \in \mathbb{N}\times\mathbb{N}} \|\frac{1}{2}(x_n + x_m)\| \leq 1 - \delta(\varepsilon) < 1$ ↯ zu $\lim_{m,n} \|\frac{1}{2}(x_n + x_m)\| = 1$
$\Rightarrow (x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist CF! $\Rightarrow \exists x \in X: x_n \xrightarrow{n\to\infty} x$ und $\|x\| = 1$

$\|\varphi\| = \lim_n |\varphi(x_n)| \overset{\varphi \text{ stetig}}{=} |\varphi(\lim x_n)| = |\varphi(x)|$
$\exists \alpha \in [0, 2\pi): \varphi(x) = |\varphi(x)| \cdot e^{i\alpha}$
$|\varphi(x e^{-i\alpha})| = |e^{-i\alpha}| |\varphi(x)| = |\varphi(x)|$ und $\varphi(x e^{-i\alpha}) = e^{-i\alpha}\varphi(x)$
$= e^{-i\alpha} |\varphi(x)| e^{i\alpha} = |\varphi(x)|$
$\Rightarrow \|\varphi\| = |\varphi(x)| = \varphi(x e^{-i\alpha})$. $\square$

FANA Ü4

40) z.z.: $\exists\, m \in (l_\infty)'$ mit (i) $\liminf\limits_{k\to\infty} x_k \leq m(x) \leq \limsup\limits_{k\to\infty} x_k \quad \forall (x_n) \in l_\infty$

(ii) $\forall (x_n) \in l_\infty : m(x_2, x_3, x_4, \dots) = m(x_1, x_2, x_3, \dots)$

Zeige ferner, dass $m \notin \iota(l_1)$.

Definiere $p : l^\infty \to \mathbb{R} \quad (x_n)_n \mapsto \limsup\limits_n \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^n x_k$.

Wohldef: $|x_n| \leq \|(x_n)\|_\infty \Rightarrow |p(x_n)| \leq \limsup\limits_n \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^n |x_k| \leq \limsup\limits_n \frac{n}{n} \|(x_n)\| = \|(x_n)\|$

Δ-Ungl.: $p((x_n)+(y_n)) = \limsup\limits_n \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^n x_k + y_k \leq p(x_n) + p(y_n)$ auch $p(\lambda x_n) = \lambda p(x_n)$

$M := \{ (x_n) \in l^\infty : \exists \lim\limits_n \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^n x_k \} \subseteq l^\infty \quad f : M \to \mathbb{R} \quad (x_n) \mapsto \lim\limits_n \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^n x_k$

f ist linear $\quad \forall x \in M : f(x) = \lim \frac{1}{n} \sum\limits_k x_k \leq \limsup \dots = p(x)$

Nach reeller Hahn-Banach $\exists\, m \in (l^\infty)' : m|_M = f$ und

$-p(-x) \leq m(x) \leq p(x) \quad \forall x \in l^\infty$.

(i): $\liminf\limits_n \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^n x_k = -\limsup\limits_n \left(-\frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^n x_k\right) = -p(-(x_n)) \leq m(x_n) \leq p(x_n) \leq \limsup\limits_n x_n$

da $\liminf(-x_n) = -\limsup(x_n)$.

(ii) $m(\underbrace{x_1, x_2, \dots}_{(x_n)}) - m(\underbrace{x_2, x_3, \dots}_{J(x_n)}) = m((x_n) - J(x_n)) = m((x_n - x_{n+1})_n)$

$f(x_n - Jx_n) = \lim\limits_n \frac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^n x_k - x_{k+1} = \lim\limits_n \frac{1}{n}(x_1 - x_{n+1}) = \underbrace{\lim \frac{1}{n} x_1}_{\to 0} - \underbrace{\lim \frac{1}{n} x_{n+1}}_{\to 0,\ \text{da } (x_n) \in l^\infty} = 0 - 0 = 0$

$\Rightarrow (x_n) - J(x_n) \in M \Rightarrow m((x_n) - J(x_n)) = f((x_n) - J(x_n)) = 0$

(iii) Indirekt angenommen $m \in \iota(l_1) \Rightarrow \exists\, \theta \in l_1 : m = \iota(\theta)$

Bsp 2.3.3/Ü1 $\Rightarrow$ jedes Funktional auf l_1 ist von der Form $(\beta_n) \mapsto \sum \alpha_n \beta_n$

mit $(\alpha_n) \in l^\infty$. Also $m((x_n)_n) = \iota(\theta)((x_n)_n) = \sum\limits_{n \in \mathbb{N}} x_n \theta_n$

Für $(x_n) = (\delta_{kn}) \Rightarrow m(x_n) = \sum \delta_{kn} \theta_n = \theta_k$

Da m nach (ii) translationsinvariant $\Rightarrow \theta_n = \theta_1$ und da $(\theta_n) \in l^1$

$\Rightarrow \theta_n = 0 \Rightarrow m(x_n) = \sum x_n \theta_n \equiv 0$ ↯ zu

$M \neq \emptyset \quad m|_M = f \not\equiv 0$

$\square$