LINAG Ü5

2.4.1 β) • $V = \mathbb{Z}_5^{3\times 1}$, $K = \mathbb{Z}_5$ $\quad \left\{ \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix} \right\}$ Frage: linear abhängig?

Die Menge ist linear abhängig, da

$2 \cdot \begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, also gibt es eine Linearkombination aus der Menge ohne $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, die $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ erzeugt.

• $V = \mathbb{Z}_5^{3\times 1}$ $K = \mathbb{Z}_5$ $\quad \left\{ \begin{pmatrix}0\\2\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4\\2\\1\end{pmatrix} \right\}$ Frage: linear unabhängig?

$$x \cdot \begin{pmatrix}0\\2\\4\end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix}3\\1\\3\end{pmatrix} + z \cdot \begin{pmatrix}4\\2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow x = 0 \wedge y = 0 \wedge z = 0$ $\quad \Rightarrow \nexists$ nicht triviale Linearkombination für 0_V

$\Rightarrow$ Die Menge ist linear unabhängig.

γ) • $V = \mathbb{C}^{2\times 1}$ $K = \mathbb{C}$ $\quad \left\{ \begin{pmatrix}i\\i-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1+i\end{pmatrix} \right\}$ Frage: linear abhängig?

$$1 \cdot \begin{pmatrix}i\\i-1\end{pmatrix} + (-i)\begin{pmatrix}1\\1+i\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}i\\i-1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-i\\-i+1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \exists$ nicht triviale Linearkombination für 0_V

$\Rightarrow$ Die Meng ist linear abhängig.

• $V = \mathbb{C}^{2\times 1}$ $K = \mathbb{C}$ $\quad \left\{ \begin{pmatrix}1+i\\-i\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}i\\1-i\end{pmatrix} \right\}$ Frage: linear unabhängig?

$$x \cdot \begin{pmatrix}1+i\\-i\end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix}i\\1-i\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow x = 0 \wedge y = 0$ $\quad \Rightarrow \nexists$ nicht triviale LK für 0_V

$\Rightarrow$ Die Menge ist linear unabhängig.

ε) • $V = \mathbb{R}^{3\times 1}$ $K = \mathbb{R}$ $\quad \left\{ \begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\6\\5\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix} \right\}$ Frage: linear abhängig?

$$5 \cdot \begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix} + (-2) \cdot \begin{pmatrix}2\\6\\5\end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\15\\10\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4\\-12\\-10\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-1\\-3\\0\end{pmatrix}$$

$= \begin{pmatrix}5-4-1\\15-12-3\\10-10+0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ $\quad \Rightarrow \exists$ nicht triviale LK für 0_V

$\Rightarrow$ Die Menge ist linear abhängig.

• $V = \mathbb{R}^{3\times 1}$ $K = \mathbb{R}$ $\quad \left\{ \begin{pmatrix}-1\\4\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5\\2\\10\end{pmatrix} \right\}$ Frage: linear unabhängig?

$$x \cdot \begin{pmatrix}-1\\4\\2\end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix} + z \cdot \begin{pmatrix}5\\2\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow x = 0 \wedge y = 0 \wedge z = 0$ $\quad \Rightarrow \nexists$ nicht triviale LK für 0_V

$\Rightarrow$ Die Menge ist linear unabhängig.