

ANA Ü3

4.) $\langle K, +, \cdot, P \rangle$... angeordneter Körper $M \subseteq K$, so dass $\exists \inf(M); s \in K$

$$\text{zz: } s < \inf(M) \Leftrightarrow \exists t \in K \text{ mit } \forall m \in M: s < t \leq m$$

$$\text{zz: } s \leq \inf(M) \Leftrightarrow \forall m \in M: s \leq m$$

$$- s < \inf(M) \Rightarrow \exists t \in K: \forall m \in M: s < t \leq m$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Sei } t_0 = \inf(M). \Rightarrow \forall m \in M: t_0 \leq m \\ s < \inf(M) \Rightarrow s < t_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \forall m \in M: s < t_0 \leq m \quad \checkmark$$

$$- \exists t \in K: \forall m \in M: s < t \leq m \Rightarrow s < \inf(M)$$

Sei $t_0 = \inf(M)$. $t \leq m$ stimmt, da $\forall m \in M: \inf(M) \leq m$.

Da $s < t_0$ gilt auch $s < \inf(M)$. \checkmark

$$- s \leq \inf(M) \Rightarrow \forall m \in M: s \leq m$$

Sei $s_0 \in K$ beliebig, so dass $s \leq \inf(M)$. Fallunterscheidung:

$$1. \text{ Fall } s_0 = \inf(M) \Rightarrow \forall m \in M: s_0 \leq m \quad \checkmark$$

$$2. \text{ Fall } s_0 < \inf(M) \Rightarrow \forall m \in M: s_0 < \inf(M) \leq m \text{ folgt von oben } \checkmark$$

$$- \forall m \in M: s \leq m \Rightarrow s \leq \inf(M)$$

Sei $s_0 \in K$ beliebig, so dass $\forall m \in M: s \leq m$. Fallunterscheidung:

$$1. \text{ Fall } s_0 = \inf(M) \Rightarrow \forall m \in M: s_0 \leq m \quad \checkmark$$

$$2. \text{ Fall } s_0 < \inf(M) \Rightarrow \forall m \in M: s_0 < \inf(M) \leq m \text{ folgt von oben } \checkmark$$