1.9.10 U … Untergruppe von S_M $\quad \sim: M \to M \quad x \sim y \Leftrightarrow \exists f \in U$ mit $f(x)=y$

a) zz. $\sim$ ist Äquivalenzrel.

ref) id_M ist das neutrale Element und damit $\in U$. Also $\exists f \in U$ mit $f(x)=x$ nämlich $f = id_M$. Daher stimmt $x \sim x$.

sym) $x \sim y \Rightarrow y \sim x$ stimmt stets, da für jede Funktion f auch die Inverse Funktion $f^{-1} \in U$ sein muss. Also ist $f(x)=y$ und $f^{-1}(y)=x$ Element von U. Also impliziert $x \sim y$ $y \sim x$.

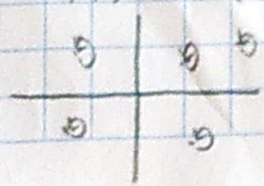
tra) $x \sim y \wedge y \sim z \Rightarrow$ Wegen (sym) existiert eine Funktion f^{-1}: $f^{-1}(y)=x$ und wegen $y \sim z$ eine Funktion g: $g(y)=z$. Satz 1.9.9 (Untergruppenkriterium) besagt, dass dann auch $g \circ (f^{-1})^{-1} \in U$ sein muss. Also

$g \circ f \in U \quad g(f(x)) = g(y) = z \Rightarrow x \sim z$ $\square$

b) $U = \{id_M\}$, weil $id_M(x) = x$

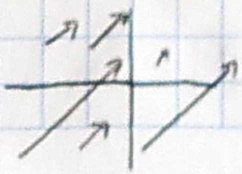
c) β) $\{id_E\}$

$M/\sim = \{C_{id_E}\}$



η) Menge aller Translationen entlang einer festen Geraden

$M/\sim = \{C_{f_x} : x \in \mathbb{R}\}$



f_x … Verschiebung um x Einheiten