3. Zeigen Sie für eine Teilmenge M eines angeordneten Körpers K und $x \in K$, dass $\inf(\{x\} + M) = x + \inf M$ in dem Sinne, dass die linke Seite genau dann existiert, wenn die rechte es tut!

   Unter der Zusätzlichen Voraussetzung $x > 0$ zeige man zudem, dass $\sup(\{x\} \cdot M) = x \cdot \sup M$ wieder in dem Sinne, dass die linke Seite genau dann existiert, wenn die rechte es tut!

$$\inf(\{x\}+M) = \inf(\{y+m : y \in \{x\} \wedge m \in M\}) = \inf(\{x+m : m \in M\})$$

$$= i \in K : \forall m \in M : x+m \geq i = i \in K : \forall m \in M : m \geq i-x$$

$$= j+x : \forall m \in M : m \geq j = x + \inf(M)$$

$$\sup(\{x\} \cdot M) = \sup(\{x \cdot m : m \in M\}) = s \in K : \forall m \in M : x \cdot m \leq s$$

$$= s \in K : \forall m \in M : m \leq s \cdot x^{-1} = l \cdot x : l \in K : \forall m \in M : m \leq l$$

$$= x \cdot \sup(M)$$

$\square$