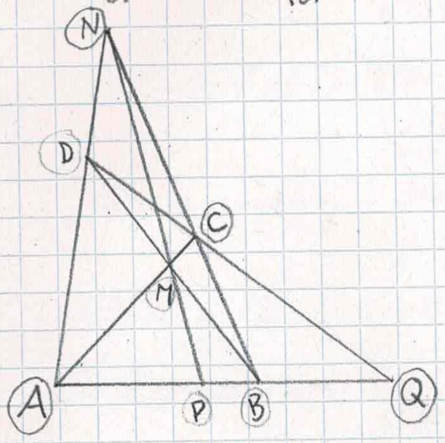
LINAG Ü4

G5 $A=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ $Q=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ $N=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ $P(\mathbb{R}^{3\times 1})$



ges: Koordinaten / Repräsentanten von D, B, M, P

$D \in [\{A, N\}]$

$\Rightarrow \exists\, x_a, x_n \in \mathbb{R}: D = x_a \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + x_n \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_a\\0\\x_n\end{pmatrix}$

$D \in [\{C, Q\}]$

$\Rightarrow \exists\, x_c, x_q \in \mathbb{R}: D = x_c \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + x_q \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_c\\x_c+x_q\\x_c\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix}x_a\\0\\x_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_c\\x_c+x_q\\x_c\end{pmatrix} \Rightarrow x_a = x_c = x_n = -x_q \Rightarrow D = \begin{pmatrix}x_a\\0\\x_a\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

$B \in [\{C, N\}]$

$\Rightarrow \exists\, x_c, x_n \in \mathbb{R}: B = x_c \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + x_n \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_c\\x_c\\x_c+x_n\end{pmatrix}$

$B \in [\{A, Q\}]$

$\Rightarrow \exists\, x_a, x_q \in \mathbb{R}: B = x_a \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + x_q \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_a\\x_q\\0\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix}x_c\\x_c\\x_c+x_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_q\\x_q\\0\end{pmatrix} \Rightarrow x_c = x_q = -x_n \Rightarrow B = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$

$M \in [\{A, C\}]$

$\Rightarrow \exists\, x_a, x_c \in \mathbb{R}: M = x_a \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + x_c \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_a+x_c\\x_c\\x_c\end{pmatrix}$

$M \in [\{B, D\}]$

$\Rightarrow \exists\, x_b, x_d \in \mathbb{R}: M = x_b \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + x_d \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_b+x_d\\x_b\\x_d\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix}x_a+x_c\\x_c\\x_c\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_b+x_d\\x_b\\x_d\end{pmatrix} \Rightarrow x_c = x_b = x_d = x_a \Rightarrow M = \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$

$P \in [\{A, Q\}]$

$\Rightarrow \exists\, x_a, x_q \in \mathbb{R}: P = x_a \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + x_q \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_a\\x_q\\0\end{pmatrix}$

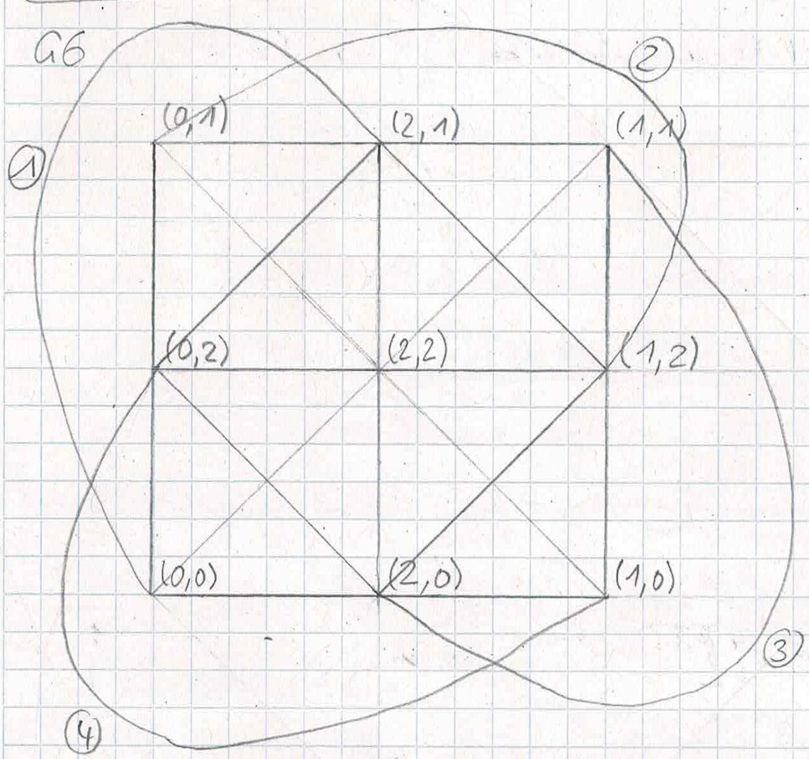
$P \in [\{N, M\}]$

$\Rightarrow \exists\, x_n, x_m \in \mathbb{R}: P = x_n \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + x_m \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2x_m\\x_m\\x_n+x_m\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix}x_a\\x_q\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2x_m\\x_m\\x_n+x_m\end{pmatrix} \Rightarrow x_m = x_q = \frac{1}{2}x_a = -x_n \Rightarrow P = \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}$

LINAG Ü4

G6



$\mathbb{Z}_3$ ges: Koordinaten + Gleichungen der „gekrümmten" Geraden

$$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} + x\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\x\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} + x\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\\0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + x\begin{pmatrix}0-1\\1-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1-x\\x\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} + x\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2x\\2x\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + x\begin{pmatrix}0-1\\2-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1-x\\2x\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix} + x\begin{pmatrix}2-0\\2-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2x\\2\end{pmatrix}$$

① besteht aus $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} + x \cdot \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

② besteht aus $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} + x \cdot \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

③ besteht aus $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} + x\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$

④ besteht aus $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + x\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$

LINAG Ü4 6.5.6.

$K = GF(q)$ $\quad P(V)$ ... n-dimensionaler projektiver Raum über K

a) zz: Anzahl der Punkte in $P(V) = q^n + q^{n-1} + \ldots + q + 1$

$n = \dim(P(V)) = \dim(V) - 1 \quad \Rightarrow \dim(V) = n+1$

Punkte von P(V) sind eindimensionale Unterräume von V.

V besteht aus $q^{n+1} - 1$ Vektoren ungleich dem Nullvektor. In K gibt es $q-1$ verschiedene Skalare ungleich 0. $\Rightarrow$ $q-1$ Vektoren liegen in der gleichen Gerade / proj. Punkt. $\Rightarrow$ Es gibt $\frac{q^{n+1}-1}{q-1}$ Punkte im P(V).

Behauptung $\frac{q^{n+1}-1}{q-1} = q^n + q^{n-1} + \ldots + q + 1$ durch vollständige Induktion nach n

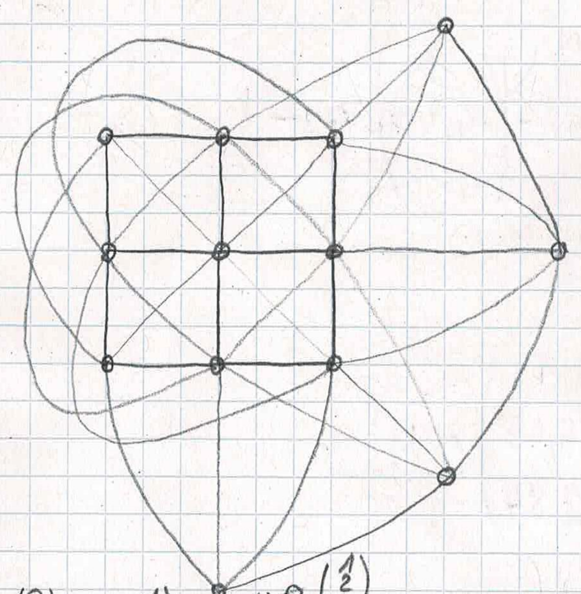
$n = 0: \frac{q^{0+1}-1}{q-1} = \frac{q-1}{q-1} = 1 = q^0$

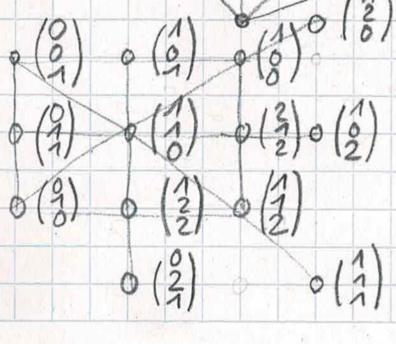
$n+1: \sum_{i=0}^{n+1} q^i = \sum_{i=0}^{n} q^i + q^{n+1} = \frac{q^{n+1}-1}{q-1} + q^{n+1} = \frac{q^{n+1}-1+(q-1)\cdot q^{n+1}}{q-1}$

$= \frac{q^{n+1}-1+q^{n+2}-q^{n+1}}{q-1} = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$

$\Rightarrow$ P(V) besteht aus $q^n + q^{n-1} + \ldots + q + 1$ Punkten

b)





$\mathbb{Z}_3^{3\times 1}$

$x \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\y\\x\end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}$

$x \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}y\\0\\x\end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$

$x \cdot \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\\2y\\x+y\end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$

$x \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} + y \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}y\\x\\x+2y\end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$

$x \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} + y \begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}y\\2y+x\\2y\end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$

$x \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + y \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}y\\y\\x\end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

$x \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} + y \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}y\\x\\0\end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$

LINAG Ü4

6.8.4. Haus 1 $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $A' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ Haus 2 $E = \begin{pmatrix} 16 \\ 0 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 16 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B' = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $F = \begin{pmatrix} 27 \\ 0 \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \end{pmatrix}$ $C' = \begin{pmatrix} 0 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$ $G = \begin{pmatrix} 16 \\ 12 \end{pmatrix}$

$D = \begin{pmatrix} 16 \\ 9 \end{pmatrix}$ $D' = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $H = \begin{pmatrix} 27 \\ 12 \end{pmatrix}$

$$x_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \\ 9 \end{pmatrix} \Rightarrow x_2 = 1,\ x_1 = 1,\ x_0 = -1$$

$$y_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + y_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + y_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow y_2 = 0{,}8,\ y_1 = 1,\ y_0 = -0{,}8$$

$$x_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \mapsto y_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \\ 0 \end{pmatrix} \mapsto y_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} \mapsto y_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}8 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \\ \hline -0{,}8 & 1 & 0{,}8 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \\ \hline 0{,}8 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline \frac{4}{5} & \frac{1}{80} & 0 \\ 0 & \frac{3}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{9} \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{1}{80} & 0 \\ 0 & \frac{3}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{9} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = E'$$

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{1}{80} & 0 \\ 0 & \frac{3}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{9} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 27 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{91}{80} \\ \frac{81}{16} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 \\ 4{,}45 \\ 0 \end{pmatrix} \approx F'$$

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{1}{80} & 0 \\ 0 & \frac{3}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{9} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \\ 12 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2{,}667 \end{pmatrix} = G'$$

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{1}{80} & 0 \\ 0 & \frac{3}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{9} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 27 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{91}{80} \\ \frac{81}{16} \\ \frac{8}{3} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 \\ 4{,}45 \\ 2{,}34 \end{pmatrix} \approx H'$$

LINAG Ü4

G4 1) K...Körper $z, x, y \in K$ $y \neq 0 \neq z$ $\frac{x}{y} := x \cdot y^{-1}$

zz: $\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{z} = \frac{x}{z}$ $\frac{x}{z} + \frac{y}{-z} = \frac{x-y}{z}$

$\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{z} = (x \cdot y^{-1}) \cdot (y \cdot z^{-1}) = x \cdot y^{-1} \cdot y \cdot z^{-1} = x \cdot z^{-1} = \frac{x}{z}$

$\frac{x}{z} + \frac{y}{-z} = (x \cdot z^{-1}) + (y \cdot (-z)^{-1}) = (x \cdot z^{-1}) + (y \cdot (-(z^{-1}))) = (x \cdot z^{-1}) + (-y \cdot z^{-1})$

$= z^{-1} \cdot (x + (-y)) = (x-y) \cdot z^{-1} = \frac{x-y}{z}$

2) $A = u + [b]$ ... eindimensionaler affiner Raum $q \in A$ $q_1 \in K$ sodass gilt

$q = u + q_1 \cdot b$ $y, p, v \in A$, $q \neq v$ $\frac{y-v}{q-v} := TV(y, q, v)$

zz: $q_1 \neq v_1$ mit $v_1 \in K$ sodass $v = u + v_1 \cdot b$

Angenommen $q_1 = v_1$ $\Rightarrow q = u + q_1 \cdot b = u + v_1 \cdot b = v$ $\lightning$ zu $q \neq v$

$\Rightarrow q_1 \neq v_1$

zz: $\frac{y-v}{q-v} = \frac{y_1 - v_1}{q_1 - v_1}$ mit $y_1 \in K$ sodass $y = u + y_1 \cdot b$

$\frac{y-v}{q-v} = TV(y, q, v)$ also $x \in K$, sodass $y = v + x(q-v)$

$v + \frac{y_1-v_1}{q_1-v_1}(q-v) = v + \frac{y_1-v_1}{q_1-v_1} q - \frac{y_1-v_1}{q_1-v_1} v = u + v_1 \cdot b + \frac{y_1-v_1}{q_1-v_1}(u + q_1 b) - \frac{y_1-v_1}{q_1-v_1}(u + v_1 b)$

$= u + v_1 b + \cancel{\frac{y_1-v_1}{q_1-v_1} u} + q_1 \frac{y_1-v_1}{q_1-v_1} b - \cancel{\frac{y_1-v_1}{q_1-v_1} u} - v_1 \frac{y_1-v_1}{q_1-v_1} b$

$= u + (v_1 + \frac{y_1-v_1}{q_1-v_1} \cdot q_1 - \frac{y_1-v_1}{q_1-v_1} v_1) b = u + (v_1 + \frac{q_1(y_1-v_1)}{q_1-v_1} + \frac{v_1(y_1-v_1)}{-(q_1-v_1)}) b$

$= u + (v_1 + \frac{q_1(y_1-v_1) + v_1(y_1-v_1)}{q_1-v_1}) b = u + (v_1 + \frac{(y_1-v_1)(q_1-v_1)}{(q_1-v_1)}) b = u + (v_1 + y_1 - v_1) b$

$= u + y_1 \cdot b = y$ $\Rightarrow x = \frac{y_1 - v_1}{q_1 - v_1}$

3) a) $x, u, p \in A$ $u \neq p$ zz: $TV(x, u, p) = 1 - TV(x, p, u)$

$TV(x, u, p) = \frac{x-p}{u-p} = \frac{x_1 - p_1}{u_1 - p_1} = \frac{-(x_1-p_1)}{-(u_1-p_1)} = \frac{p_1 - x_1}{p_1 - u_1} = \frac{p_1 - u_1 - x_1 + u_1}{p_1 - u_1}$

$= \frac{p_1-u_1}{p_1-u_1} - \frac{x_1-u_1}{p_1-u_1} = 1 - \frac{x_1-u_1}{p_1-u_1} = 1 - \frac{x-u}{p-u} = 1 - TV(x, p, u)$

c) zz: $TV(x, p, u) = TV(y, p, u) \cdot TV(x, y, u)$ für $y \neq u \neq p$

$TV(y, p, u) \cdot TV(x, y, u) = \frac{y-u}{p-u} \cdot \frac{x-u}{y-u} = \frac{y_1-u_1}{p_1-u_1} \cdot \frac{x_1-u_1}{y_1-u_1} = \frac{x_1-u_1}{p_1-u_1} = \frac{x-u}{p-u} = TV(x, p, u)$

LINAG Ü4

jeweils als Repräsentant des proj. Punkts

6.7.6 a) $f \in GL(\mathbb{R}^{4\times 1})$ $\quad P(f) =: K$

$$K\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\2\\1\\0\end{pmatrix} \quad K\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\9\\1\\1\end{pmatrix} \quad K\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\5\\1\\0\end{pmatrix} \quad K\begin{pmatrix}0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\\0\\0\end{pmatrix} \quad K\begin{pmatrix}2\\2\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14\\14\\1\\1\end{pmatrix}$$

Die projektiven Punkte $\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2\\1\\1\end{pmatrix}$ bilden ein Bezugssystem, da beim weglassen jeden einzelnen Punkts eine Basis des $\mathbb{R}^{4\times 1}$ entsteht.

$$x_1\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}+x_4\cdot\begin{pmatrix}0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\2\\1\\1\end{pmatrix} \Rightarrow x_2=1,\ x_1=1,\ x_3=-1,\ x_4=-1$$

$$y_1\begin{pmatrix}7\\2\\1\\0\end{pmatrix}+y_2\begin{pmatrix}9\\9\\1\\1\end{pmatrix}+y_3\begin{pmatrix}4\\5\\1\\0\end{pmatrix}+y_4\begin{pmatrix}2\\3\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14\\14\\1\\1\end{pmatrix} \Rightarrow y_2=1,\ y_1=1,\ y_3=-1,\ y_4=1$$

$$f\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\7\\1\\0\end{pmatrix} \quad f\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\9\\1\\1\end{pmatrix} \quad f\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-5\\-1\\0\end{pmatrix} \quad f\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{cccc}1&0&0&1\\1&1&-1&1\\1&0&-1&1\\0&0&0&1\\\hline 7&2&-4&9\\7&3&-5&9\\1&0&-1&1\\0&0&0&1\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\\\hline 3&2&-2&2\\2&3&-2&2\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{array}\right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\\hline 3&2&2&2\\2&3&2&2\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{array}\right)$$

$\left.\begin{matrix}3&2&2&2\\2&3&2&2\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{matrix}\right\}$ Matrix von f

b) $A=\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}$ $\quad B=\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}$ $\quad$ zz: $(A \vee K(A)) \wedge (B \vee K(B))$ besteht aus genau einem Punkt $=: S$ und $S = K(S)$

$$A \vee K(A) = P\left(\left[\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\3\\0\\0\end{pmatrix}\right]\right) = \mathbb{R}\left(x\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}2\\3\\0\\0\end{pmatrix}\right) \text{ mit } x,y\in\mathbb{R}$$

$$B \vee K(B) = P\left(\left[\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\2\\1\\0\end{pmatrix}\right]\right) = \mathbb{R}\left(a\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}2\\2\\1\\0\end{pmatrix}\right) \text{ mit } a,b\in\mathbb{R}$$

$$\begin{pmatrix}2y\\x+3y\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2b\\2b\\a+b\\0\end{pmatrix} \Rightarrow b=-a=y=-x \quad \Rightarrow S=\mathbb{R}\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$K(S)=\mathbb{R}\cdot\left(\begin{pmatrix}3\\2\\0\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\\0\\0\end{pmatrix}\right)=\mathbb{R}\cdot\begin{pmatrix}5\\5\\0\\0\end{pmatrix}=S$$