LINAG Ü8

2.4i $V \ldots VR$ $\forall n \in \mathbb{N}: A_n \subseteq V$ $A_0 \subseteq A_1 \subseteq A_2 \subseteq \ldots$

$$A_* := \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$$

1) $\forall n \in \mathbb{N}: 0 \notin A_n \Rightarrow 0 \notin A_*$ ja

2) $\forall n \in \mathbb{N}: A_n$ ist l.u. $\Rightarrow A_*$ ist l.u. ja

3) $\forall n \in \mathbb{N}: A_n$ ist endlich $\Rightarrow A_*$ ist endlich Nein

Gegenbsp: $V = \mathbb{Q}^{+1}$ $K = \mathbb{Q}^+$ $A_i := \left\{ \frac{a(k)}{a(k+1)} : k \in \mathbb{N}, k \leq i \right\}$

wobei $a(n) :=$ n-ter Term aus $(1, 1, 2, 1, 3, 2, 3, 1, \ldots)$ (siehe oeis.org A002487) also $A_0 = \{1\}, A_1 = \{1, \frac{1}{2}\}, A_2 = \{1, \frac{1}{2}, 2\}, \ldots$

Dann ist $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = \mathbb{Q}^+$.

4) $\forall n \in \mathbb{N}: A_n$ ist l.a. $\Rightarrow A_*$ ist l.a. ja

5) $\forall n \in \mathbb{N}: A_n$ ist unendlich $\Rightarrow A_*$ ist unendlich ja

6) $\forall n \in \mathbb{N}: |A_n| \leq 5 \Rightarrow |A_*| \leq 5$ ja

7) $\forall n \in \mathbb{N}: |A_n| \geq 5 \Rightarrow |A_*| \geq 5$ ja

8) $\forall n \in \mathbb{N}: A_n$ ist UR von $V \Rightarrow A_*$ ist UR von V ja

9) $\forall n \in \mathbb{N}: A_n$ ist kein UR von $V \Rightarrow A_*$ ist kein UR von V Nein

Gegenbsp: $K = \mathbb{R}$ $V = \mathbb{R}^1$ $A_i := [(-1) \cdot (i+1), i]$

also $A_0 = [-1, 0], A_1 = [-2, 1], A_2 = [-3, 2], \ldots$

$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = \mathbb{R}$

Da $\mathbb{R}^1$ ein Unterraum von $\mathbb{R}^1$ ist gilt die Aussage nicht immer.