ANA Ü12

1.) $f(x) = \begin{cases} x^2+2x+1 & \text{, falls } -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x & \text{, sonst} \end{cases}$ Wo stetig, wo unstetig?

Für $x \in (-1, 0)$ stetig, da f dort eine Polynomfunktion (und diese sind immer stetig). Für $x \in (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ stetig aus gleichem Grund.

Bei $x = -1$:

$\lim\limits_{x \to (-1)-} f(x) = 1-(-1) = 2 \qquad \lim\limits_{x \to (-1)+} f(x) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 1 = 0$

Da $\lim\limits_{x \to (-1)-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to (-1)+} f(x)$ ist f bei -1 unstetig, da beide

lim existieren $\Rightarrow$ Unstetigkeit 1. Art.

Bei $x = 0$:

$\lim\limits_{x \to 0-} f(x) = 0^2 + 2 \cdot 0 + 1 = 1 \qquad \lim\limits_{x \to 0+} f(x) = 1 - 0 = 1$

Da $\lim\limits_{x \to 0-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0+} f(x)$ ist f bei 1 stetig.

$f(x) = \begin{cases} 1+x^2, & \text{falls } x \leq 1 \\ ax - x^3, & \text{falls } 1 < x \leq 2 \\ b \cdot x^2, & \text{falls } x > 2 \end{cases}$ Für welche $a, b \in \mathbb{R}$ ist f stetig?

Für $x \in (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$ ist f stetig, da Polynom.

$x = 1$: $\lim\limits_{x \to 1-} f(x) = 1 + 1^2 = 2 \qquad \lim\limits_{x \to 1+} f(x) = a \cdot 1 - 1^3 = a - 1$

$a - 1 = 2 \iff a = 3$

$x = 2$: $\lim\limits_{x \to 2-} f(x) = 3 \cdot 2 - 2^3 = -2 \qquad \lim\limits_{x \to 2+} f(x) = b \cdot 2^2 = 4b$

$4b = -2 \iff b = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ Damit f stetig ist muss $a = 3$ und $b = -\frac{1}{2}$ sein.