

ANA Ü9

$$8.) f: [0,1]^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = 3x^2 - 2(y+1)x + 3y - 1 \\ = 3x^2 - 2xy - 2x + 3y - 1$$

$$\frac{\partial}{\partial x} f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = 6x - 2y - 2 \quad \frac{\partial}{\partial y} f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = -2x + 3 \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = 6 \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} = -2 \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 0$$

$$df\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = (6x - 2y - 2 \quad -2x + 3) = (0 \quad 0) \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \wedge y = \frac{7}{2} \dots \text{liegt nicht in } [0,1]^2$$

Wegen des Definitionsbereiches gibt es sicher ein Maximum und Minimum, das an einem "Rand" liegen muss (da $df\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) \neq (0 \quad 0) \quad \forall x, y \in [0,1]$).

• Rand $(0,1) \times \{0\}$

$$\frac{\partial}{\partial x} f\left(\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}\right) = 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$f\left(\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ 0 \end{pmatrix}\right) = -\frac{4}{3}$$

• Rand $\{0\} \times (0,1)$

$$\frac{\partial}{\partial y} f\left(\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}\right) = 3 \neq 0$$

• Rand $(0,1) \times \{1\}$

$$\frac{\partial}{\partial x} f\left(\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}\right) = 6x - 2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$f\left(\begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \frac{2}{3}$$

• Rand $\{1\} \times (0,1)$

$$\frac{\partial}{\partial y} f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix}\right) = -2 + 3 = 1 \neq 0$$

• Ecke $(0,0)$

$$f\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = -1$$

• Ecke $(0,1)$

$$f\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = 2$$

• Ecke $(1,0)$

$$f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = 0$$

• Ecke $(1,1)$

$$f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = 1$$

$\Rightarrow f$ hat ein globales Minimum bei $\left(\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ 0 \end{pmatrix}\right)$ und ein globales Maximum bei $\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$