

$$2.) X = [-\infty, +\infty) \quad \mathcal{T}^< := \{[-\infty, a) : a \in [-\infty, +\infty]\}$$

zz: $(X, \mathcal{T}^<)$ ist ein topologischer Raum

(01) $\emptyset, X \in \mathcal{T}^<$: setzen wir $a = -\infty$ bzw $+\infty$ ergibt sich die gewünschte Aussage

(02) $O_1, O_2 \in \mathcal{T}^< \Rightarrow O_1 \cap O_2 \in \mathcal{T}$: wenn $O_1 = [-\infty, a)$ und $O_2 = [-\infty, b)$, dann folgt $O_1 \cap O_2 = [-\infty, \min(a, b)) \in \mathcal{T}^<$

(03) $(O_i)_{i \in I}$ aus $\mathcal{T} \Rightarrow \bigcup_{i \in I} O_i \in \mathcal{T}$: wenn $\forall i \in I \ O_i = [-\infty, x_i)$, dann gilt

$$\forall y < \sup(\{x_i : i \in I\}) : \exists i \in I : y < x_i \Rightarrow y \in [-\infty, x_i) \Rightarrow y \in \bigcup_{i \in I} O_i$$

$$\forall y \geq \sup(\{x_i : i \in I\}) : \nexists i \in I : y < x_i \text{ oder } \forall i \in I : y \geq x_i \Rightarrow y \notin \bigcup_{i \in I} O_i$$

$$\Rightarrow \bigcup_{i \in I} O_i = [-\infty, \sup(\{x_i : i \in I\})) \in \mathcal{T}^<$$