

MAS Ü10

4.) $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ Maßraum $\mathbb{P}(A) = |A|$

zz:

$$\int f d\mathbb{P} = \sum_{\omega \in \Omega} f(\omega)$$

$$M = \{x \in \Omega : f(\omega) \geq 0\}$$

$$\sum_{\omega \in M} f(\omega) = \sup \left\{ \sum_{\omega \in E} f(\omega) : E \subseteq M, |E| < \infty \right\}$$

Satz 4.6.

$$= \sup \left\{ \sum_{\omega \in E} \phi(\omega) : 0 \leq \phi \leq f \text{ mit } \phi \dots \text{Treppenfunktion} \right\}$$

Satz 5.2.

$$= \sup \left\{ \int \phi d\mathbb{P} : 0 \leq \phi \leq f \text{ mit } \phi \dots \text{Treppenfunktion} \right\}$$

$$= \int f d\mathbb{P}$$

Für $N = \{x \in \Omega : f(\omega) < 0\}$ genauso

$$\sum_{\omega \in \Omega} f(\omega) = \sum_{\omega \in M} f(\omega) - \sum_{\omega \in N} f(\omega) = \int f^+ d\mathbb{P} - \int f^- d\mathbb{P} = \int f d\mathbb{P}$$