

ANA Ü12

8.) $D \subseteq \mathbb{C}$... Gebiet - $f: D \rightarrow \mathbb{C}$... holomorph

zz: $f(D) \subseteq \mathbb{R} \vee f(D) \subseteq i\mathbb{R} \Rightarrow f$... constant

$$f(z) = u(z) + i v(z) \quad \text{o. B. d. A. } f(D) \subseteq \mathbb{R}$$

$$df = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial x} \\ -\frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cauchy-Riemannsche
Differentialgleichungen

$$v(z) = 0 \quad \forall z \in D \Rightarrow v'(z) = 0 \quad \forall z \in D$$

Da die erste Ableitung gleich 0 ist f konstant.