

LINAG Ü3

5.2.1. $V, W, \dots VR/K$ $zz: V, W$ sind semilinear-isomorph $\Leftrightarrow V, W$ sind linear isomorph

\Rightarrow Sei $f: V \rightarrow W$ die bezüglich ζ (ein Automorphismus auf K) semilineare Abbildung.

Dann ist $\zeta^{-1} \circ f$ ein Isomorphismus (mit ζ^{-1} ist die komponentenweise Anwendung auf Vektoren gemeint)

Sei $x, y \in V$ bel. Sei $c \in K$ bel.

$$(\zeta^{-1} \circ f)(x+y) = \zeta^{-1}(f(x+y)) = \zeta^{-1}(f(x) + f(y)) = (\zeta^{-1} \circ f)(x) + (\zeta^{-1} \circ f)(y)$$

$$(\zeta^{-1} \circ f)(c \cdot x) = \zeta^{-1}(f(c \cdot x)) = \zeta^{-1}(\zeta(c) \cdot f(x)) = (\zeta^{-1} \circ \zeta)(c) + (\zeta^{-1} \circ f)(x) = c \cdot (\zeta^{-1} \circ f)(x)$$

$\Rightarrow V, W$ sind linear isomorph

\Leftarrow trivial, da id_K ein Automorphismus auf K ist.