MAB

7.) $(R_n, n \in \mathbb{N})$ ... Folge von Ringen über Grundmenge Ω mit

$R_n \subseteq R_{n+1} \; \forall n \in \mathbb{N}$ $\qquad R = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} R_n$

zz: R ist ein Ring

- $R \neq \emptyset$, da $R_1 \neq \emptyset$ und $R_1 \subseteq R$
- $\forall A, B \in R: A \cup B \in R$, da

  Sei $A, B \in R$ bel. $\Rightarrow \exists\, i, j \in \mathbb{N} : (A \in R_i) \wedge (B \in R_j)$

  Da R_n aufsteigende Folge ist, folgt $A, B \in R_{max(i,j)}$.

  $\Rightarrow A \cup B \in R_{max(i,j)} \Rightarrow A \cup B \in R$
- $\forall A, B \in R: A \setminus B \in R$, da

  Sei $A, B \in R$ bel. Gleich wie oben folgt $A, B \in R_{max(i,j)}$

  $\Rightarrow A \setminus B \in R_{max(i,j)} \Rightarrow A \setminus B \in R$

Gilt das auch für Sigmaringe?

Nein, da bei einem Sigmaring R gilt: $(A_i)_{i \in \mathbb{N}} \in R \Rightarrow$
$\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i \in R$.

Wenn nun gilt $\forall n \in \mathbb{N}: R_n \subset R_{n+1}$ und $\forall i \in \mathbb{N}: A_i \in R_{i+1} \setminus R_i$,
dann ist $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i \notin R$, da $\nexists\, k \in \mathbb{N}: \forall i \in \mathbb{N}: A_i \in R_k$.