

12.1.7.  $f, f_1, f_2 \in L(V, W)$   $g \in L(W, X)$   $\hat{f}, \hat{f}_1, \hat{f}_2, \hat{g}$  existieren  
 $C \in K$

a) zz:  $\widehat{f_1 + f_2}$  existiert und ist gleich  $\hat{f}_1 + \hat{f}_2$

Sei  $x \in V$   $y \in W$  bel.

$$\begin{aligned} y \cdot (f_1 + f_2)(x) &= y \cdot (f_1(x) + f_2(x)) = y \cdot f_1(x) + y \cdot f_2(x) \\ &= \hat{f}_1(y) \cdot x + \hat{f}_2(y) \cdot x = (\hat{f}_1(y) + \hat{f}_2(y)) \cdot x = (\hat{f}_1 + \hat{f}_2)(y) \cdot x \\ &\Rightarrow \widehat{f_1 + f_2} = \hat{f}_1 + \hat{f}_2 \end{aligned}$$

zz:  $\widehat{c \cdot f}$  existiert und ist gleich  $\omega(c) \cdot \hat{f}$

Sei  $x \in V$   $y \in W$  bel.

$$\begin{aligned} y \cdot (c \cdot f)(x) &= y \cdot (c \cdot f(x)) = c \cdot (y \cdot f(x)) = c(\hat{f}(y) \cdot x) \\ &= \omega(c)(\hat{f}(y) \cdot x) = (\omega(c) \cdot \hat{f}(y)) \cdot x = (\omega(c) \cdot \hat{f})(y) \cdot x \\ &\Rightarrow \widehat{c \cdot f} = \omega(c) \cdot \hat{f} \end{aligned}$$

b) zz:  $\widehat{g \circ f}$  existiert und ist gleich  $\hat{f} \circ \hat{g}$

$$\begin{aligned} y \cdot (g \circ f)(x) &= y \cdot g(f(x)) = \hat{g}(y) \cdot f(x) = \hat{f}(\hat{g}(y)) \cdot x \\ &= (\hat{f} \circ \hat{g})(y) \cdot x \\ &\Rightarrow \widehat{g \circ f} = \hat{f} \circ \hat{g} \end{aligned}$$