

# LINAG Ü11

9.10.1. a)  $A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ . ges: kongruente reelle Diagonalmatrix

$$\begin{pmatrix} -5 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{+I} \begin{pmatrix} -5 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{+5I} \begin{pmatrix} -5 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{+\frac{1}{5}I} \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{9}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{+I} \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{9}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{negativ semidefinit}$$

b)  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{-II} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-I} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{+II} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{+I} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{-I} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{+I} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{3}{2}I} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{+I} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{indefinit}$$

c)  $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 14 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 14 \end{pmatrix} \xrightarrow{-II} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 11 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{2}II} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{10}III} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & \frac{19}{10} & 1 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{+I} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & \frac{19}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{2}I} \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & \frac{9}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{2}I} \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{positiv definit}$$

d)  $D = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$G\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = -1 \quad \cdot \quad G\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = 1 \quad \Rightarrow \dim U^+ \geq 1 \quad \dim U^- \geq 1$$

$$\Rightarrow \text{indefinit}$$