MAB Ü1 $\quad A \triangle B = A \setminus B \cup B \setminus A$

3.) zz: $(\mathcal{C}, \triangle, \cap)$ bildet einen Ring

- $\mathcal{C}$ unter $\triangle$ abgeschlossen

Sei $A, B \in \mathcal{C}$ bel.

$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \qquad (A \setminus B \in \mathcal{C}) \wedge (B \setminus A \in \mathcal{C}) \Rightarrow A \triangle B \in \mathcal{C}$

- $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C) \qquad a \dots x \in A \quad b \dots x \in B \quad c \dots x \in C$

Sei $x \in (A \triangle B) \triangle C$ bel.

$\Rightarrow (x \in (A \triangle B) \wedge x \notin C) \vee (x \notin (A \triangle B) \wedge x \in C)$

$\Leftrightarrow (((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)) \wedge x \notin C) \vee (\neg (x \in (A \triangle B)) \wedge x \in C)$

$\Leftrightarrow (((a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)) \wedge \neg c) \vee (\neg ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)) \wedge x \in C)$

$\Leftrightarrow (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (\neg ((a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)) \wedge c)$

$\Leftrightarrow (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (\neg (a \wedge \neg b) \wedge \neg (\neg a \wedge b)) \wedge c)$

$\Leftrightarrow (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee ((\neg a \vee b) \wedge (a \vee \neg b)) \wedge c)$

$\Leftrightarrow (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee ((\neg a \wedge \neg b) \vee (a \wedge b)) \wedge c)$

$\Leftrightarrow (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge c)$

gleiches gilt auf der rechten Seite

- $\emptyset$ ist das neutrale Element, da für ein $A \in \mathcal{C}$ bel.

$A \triangle \emptyset = (A \setminus \emptyset) \cup (\emptyset \setminus A) = A \cup \emptyset = A$

- Für jedes $A \in \mathcal{C}$ ist A das inverse Element, da

$A \triangle A = (A \setminus A) \cup (A \setminus A) = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$

- Sei $A, B \in \mathcal{C}$ bel. Dann ist $A \triangle B = B \triangle A$, da

$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (B \setminus A) \cup (A \setminus B) = B \triangle A$

$\Rightarrow (\mathcal{C}, \triangle)$ ist eine kommutative Gruppe

- $\mathcal{C}$ unter $\cap$ abgeschlossen

Sei $A, B \in \mathcal{C}$ bel.

$A \cap B = \underbrace{(A \cup B)}_{\in \mathcal{C}} \setminus \underbrace{(A \triangle B)}_{\in \mathcal{C}} \in \mathcal{C}$

- $\cap$ assoziativ, da $x \in (A \cap B) \cap C \Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \in C \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \wedge x \in C$

$\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in (B \cap C) \Leftrightarrow x \in A \cap (B \cap C)$

MAB Ü1

3) • zz: $(A \triangle B) \cap C = (A \cap C) \triangle (B \cap C)$

$x \in A$	$x \in B$	$x \in C$	$(A \triangle B)$	$\cap C$	$(A \cap C)$	$\triangle$	$(B \cap C)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0	1