LINAG 08

8.7.12. zz $\nexists A \in \mathbb{R}^{2\times 2}: A^2 = J_2(-1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $\qquad A^2 = \begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix}$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix} \end{array}$$

$\Rightarrow \quad a^2+bc=-1 \qquad a\cdot b+bd=1 \qquad ac+cd=0 \qquad bc+d^2=-1$

Wenn $c \neq 0$: $\quad c(a+d)=0 \Rightarrow a=-d$

$1 = ab+bd = -db+bd = 0$ ↯ $\Rightarrow c=0$

Da A eine obere Dreiecksmatrix ist ist $\chi_A(X) = (a-X)(d-X)$

Also sind a, d EW von A und a^2 und d^2 sind EW von A^2

Damit A^2 und $J_2(-1)$ übereinstimmen müssen die EW übereinstimmen.

$\Rightarrow a^2=-1$ und $d^2=-1$ dazu gibt es aber keine reellen Lösungen für a, d