ANA Ü7

3.) $(\mathbb{R}^n, \|.\|_1)$ $\quad (L_b(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}), \|.\|)$ $\quad L_b(\mathbb{R}^n,\mathbb{R}) \cong \mathbb{R}^n$

$A \in L_b(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ $\quad A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ $\quad$ zz: $\|A\| = \|A\|_\infty$

$$\|A\| = \sup\left\{ \frac{\|Ax\|}{\|x\|_1} : x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}\right\} = \sup\{\|Ax\| : \|x\|_1 \leq 1\}$$

$$\|Ax\| = A(x) = |x_1 \cdot a_1 + x_2 \cdot a_2 + \dots + x_n \cdot a_n| \leq | \|A\|_\infty \cdot (x_1 + x_2 + \dots + x_n)|$$

$$\|x\|_1 = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| \qquad \underset{\|A\|_\infty \cdot \|x\|_1}{\leq}$$

$$\frac{\|Ax\|}{\|x\|_1} \leq \frac{\|A\|_\infty \cdot \|x\|_1}{\|x\|_1} = \|A\|_\infty$$

$x = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$ mit der Eins dort wo a_j in A maximal ist.

$$\|Ax\| = |0 \cdot a_1 + 0 \cdot a_2 + \dots + 1 \cdot a_j + 0 \cdot a_{j+1} + \dots + 0 \cdot a_n| = |a_j| = \|A\|_\infty$$

$$\Rightarrow \|A\| = \|A\|_\infty$$