

ANA U4

2.) $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$... konvex zz: f ... stetig

Sei $c, d \in (a, b)$ bel. Dann ist $(c, d) \subseteq [c, d] \subseteq (a, b)$,

also $a < c < d < b$

Aus dem 1. Bsp wissen wir

$$\frac{f(c) - f(a)}{c - a} \leq \frac{f(d) - f(c)}{d - c} \quad \text{und} \quad \frac{f(d) - f(c)}{d - c} \leq \frac{f(b) - f(d)}{b - d}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{f(d) - f(c)}{d - c} \right| \leq \max \left(\left| \frac{f(c) - f(a)}{c - a} \right|, \left| \frac{f(b) - f(d)}{b - d} \right| \right)$$

$$\Leftrightarrow |f(d) - f(c)| \leq \max \left(\left| \frac{f(c) - f(a)}{c - a} \right|, \left| \frac{f(b) - f(d)}{b - d} \right| \right) \cdot (d - c)$$

\Rightarrow kontraktive Funktion \Rightarrow stetig bei $c \Rightarrow$ stetig auf (a, b)