ANA Ü14

9.) $(X, \mathcal{T})$ ... topologischer Raum

$B \subseteq C \subseteq X$ heißt dicht in $C$, falls $\overline{B} \supseteq C$

$B \subseteq X$ heißt dicht, falls $B$ dicht in $X$ ist

zz: $(D_i)_{i \in \mathbb{N}}$ ... endlich viele dichte Mengen aus $\mathcal{T}$ $\Rightarrow \bigcap_{i \in I} D_i$ ... dicht, offen

Sei $D_1, D_2 \in \mathcal{T}$ ... dicht bel. $\Rightarrow X \subseteq \overline{D_1}$, $X \subseteq \overline{D_2}$

$$X \subseteq \overline{D_1} \cap \overline{D_2} = \left(\bigcap \{A \in \mathcal{A}, A \supseteq D_1\}\right) \cap \left(\bigcap \{A \in \mathcal{A}, A \supseteq D_2\}\right)$$
$$= \bigcap \{A \in \mathcal{A}, A \supseteq (D_1 \cup D_2)\} \subseteq \bigcap \{A \in \mathcal{A}, A \supseteq (D_1 \cap D_2)\} = \overline{D_1 \cap D_2}$$

$\Rightarrow D_1 \cap D_2$ ist dicht (offen folgt aus der Definition von $\mathcal{T}$)

Mittels vollständiger Induktion folgt $\bigcap_{i \in I} D_i$ ... dicht, offen ist, wenn $I$ endlich ist.