MAS Ü2

(Zusatz) zz: Ein bezüglich $\cap$ abgeschlossenes Dynkin-System ist eine Sigmaalgebra.

Sei $\mathcal{C}$ ein bzgl. $\cap$ abgeschlossenes Dynkin-System.

zz: 1) $\forall A, B \in \mathcal{C} : A \setminus B \in \mathcal{C}$

2) $\forall (A_n) \in S \quad \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in \mathcal{C}$

3) $\Omega \in \mathcal{C}$

3) ist offensichtlich, da Ω im Dynkin-System liegen muss.

1) Sei $A, B \in \mathcal{C}$ bel. $A \setminus B = B^c \cap A = (\Omega \setminus B) \cap A \in \mathcal{C}$, da $B \subseteq \Omega \Rightarrow (\Omega \setminus B) \in \mathcal{C}$

2) Sei $A_1, A_2, A_3, \ldots \in \mathcal{C}$ bel. Sei $A = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$

$B_1 = A_1 \qquad B_2 = A_2 \cap A_1^c \qquad B_3 = A_3 \cap A_2^c \cap A_1^c \quad \ldots$

$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$, da jedes Element x der Vereinigung in (zumindest) einer Menge A_j liegen muss. Wenn wir j minimal wählen folgt, das $x \in A_j \cap A_{j-1}^c \cap \ldots \cap A_1^c \Rightarrow x \in \bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n$

Andererseits ist die Vereinigung disjunkt.

$\Rightarrow \mathcal{C}$ ist eine Sigmaalgebra