<u>MAS Ü9</u>

3.) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ... überall differenzierbar

zz: f' ist borelmessbar

f überall diffbar $\Rightarrow$ f überall stetig $\Rightarrow$ f borelmessbar

$$f_n(x) := \frac{f(x+\frac{1}{n}) - f(x)}{\frac{1}{n}}$$

$\forall n \in \mathbb{N}$: f_n ist stetig, da aus stetigen Funktionen zusammengesetzt

$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}$: f_n ist borelmessbar

$\lim_{n \to \infty} f_n(x) = f'(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ f' ist borelmessbar (Satz 4.8)