MAS Ü7

1.) $F(x) = \begin{cases} x & \text{für } x<0 \\ 1+x^2 & \text{für } 0\leq x<1 \\ 3x & \text{für } 1\leq x<2 \\ 9 & \text{für } x\geq 2 \end{cases}$

a) zz: F ist eine Verteilungsfunktion

Satz 3.1. besagt F... Verteilungsfunktion $\Leftrightarrow$ f... monoton wachsend $\wedge$ f... rechtsstetig

offensichtlich ist x auf $(-\infty,0)\cup(0,1)\cup(1,2)\cup(9,+\infty)$ monoton wachsend

$\lim\limits_{x\to 0^-} F(x) = 0 \leq 1 = \lim\limits_{x\to 0^+} F(x) = F(0)$

$\lim\limits_{x\to 1^-} F(x) = 2 \leq 3 = \lim\limits_{x\to 1^+} F(x) = F(1)$

$\lim\limits_{x\to 2^-} F(x) = 6 \leq 9 = \lim\limits_{x\to 2^+} F(x) = F(2)$ $\Rightarrow$ F auf $\mathbb{R}$ monoton $\nearrow$ und rechtsstetig

b) ges:

$\mu_F(]0,2]) = \lim\limits_{x\to 0^+} \lim\limits_{y\to 2^+} F(y) - F(x) = 9 - 1 = 8$

$\mu_F(]0,2[) = \lim\limits_{x\to 0^+} \lim\limits_{y\to 2^-} F(y) - F(x) = 6 - 1 = 5$

$\mu_F([0,2[) = \lim\limits_{x\to 0^-} \lim\limits_{y\to 2^-} F(y) - F(x) = 6 - 0 = 6$

$\mu_F([0,2]) = \lim\limits_{x\to 0^-} \lim\limits_{y\to 2^+} F(y) - F(x) = 9 - 0 = 9$

$\mu_F(]-1{,}2;0{,}7[) = F(0{,}7) - F(-1{,}2) = 1 + (0{,}7)^2 + 1{,}2 = 2{,}69$

$\mu_F(\mathbb{Q}) = \sum\limits_{x\in\mathbb{Q}} \lim\limits_{y\to x^+} F(y) - \lim\limits_{y\to x^-} F(y) = \lim\limits_{y\to 0^+} F(y) - \lim\limits_{y\to 0^-} F(y) + \lim\limits_{y\to 1^+} F(y) - \lim\limits_{y\to 1^-} F(y)$

$+ \lim\limits_{y\to 2^+} F(y) - \lim\limits_{y\to 2^-} F(y) = 1 - 0 + 3 - 2 + 9 - 6 = 5$