MAS Ü7

4.) sigmaendlich $\exists (A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ aus B: $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n = \mathbb{R} \wedge \forall n\in\mathbb{N}: \mu(A_n) < \infty$

von oben regulär $\forall A \in B$: $\mu(A) = \inf\{\mu(U) : A \subseteq U, U \ldots \text{offen}\}$

ges: sigmaendliches, aber nicht von oben reguläres Maß

$$\mu(A) = \sum_{n=1}^{\infty} [\tfrac{1}{n} \in A]$$

$\forall n\in\mathbb{N}$: $A_n = (-\infty, 0] \cup (\tfrac{1}{n}, 1) \cup [1, +\infty)$ $\qquad \bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n = \mathbb{R}$

$$\mu(A_n) = \sum_{k=1}^{\infty} [\tfrac{1}{k} \in (-\infty, 0]] + \sum_{k=1}^{\infty} [\tfrac{1}{k} \in (\tfrac{1}{n}, 1)] + \sum_{k=1}^{\infty} [\tfrac{1}{k} \in [1, +\infty)]$$

$$= 0 + \sum_{k=2}^{n-1} 1 + 1 = n-2 < \infty$$

$\Rightarrow$ sigmaendlich

$\inf\{\mu(U) : \{0\} \subseteq U, U \ldots \text{offen}\} = \infty$, da $\forall U \supseteq \{0\}$: $0+\varepsilon \in U$ da offen

$\mu(\{0\}) = 0$ $\qquad \Rightarrow$ nicht von oben regulär

---

ges: nicht sigmaendliches, aber von oben reguläres Maß

$$\mu(A) = \begin{cases} 0 & \text{, falls } A = \emptyset \\ +\infty & \text{, sonst} \end{cases}$$

Für $A = \emptyset$ $\inf\{\mu(U) : A \subseteq U, U \ldots \text{offen}\} = 0$, da $\emptyset \subseteq \emptyset$

$\mu(\emptyset) = 0$

Für $A \neq \emptyset$ $\inf\{\mu(U) : A \subseteq U, U \ldots \text{offen}\} = \infty$ $\qquad \mu(A) = \infty$

$\Rightarrow$ von oben regulär

$\nexists (A_n)_{n\in\mathbb{N}}$: $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n = \mathbb{R} \wedge \forall n\in\mathbb{N}: \mu(A_n) < \infty$ $\qquad$ klar

$\Rightarrow$ nicht sigmaendlich