LINAG Ü3

G3 K ... Körper

$(A, T, +_{aff})$ heißt abstrakter affiner Raum, falls

•) $A \neq \emptyset$ •) T ... VR/K •) $+_{aff}: A \times T \to A$

•) $\forall a \in A\ \forall t_1, t_2 \in T: (a +_{aff} t_1) +_{aff} t_2 = a +_{aff} (t_1 + t_2)$

•) $\forall a \in A: a +_{aff} 0 = a$

•) $\forall a, a' \in A\ \exists! t \in T: a +_{aff} t = a'$

$(A, T, +_{aff})$ heißt konkreter affiner Raum, falls $(A, T, +_{aff})$ ein abstrakter affiner Raum ist und zusätzlich gilt

$\exists V$ ... VR $\exists a_0 \in V$, sodass

•) T ... UR von V

•) $A = a_0 + T$

•) $\forall a \in A\ \forall t \in T: a +_{aff} t = a + t$

zz: $\forall (A, T, +_{aff})$ ... abstrakter affiner Raum $\exists (A', T', +_{aff}'): (A, T, +_{aff}) \cong (A', T', +_{aff}')$

Sei $(A, T, +_{aff})$ ... abstrakter affiner Raum bel. Da $A \neq \emptyset$ $\exists a \in A$.

Wir wissen $K^{\langle I \rangle} \cong T$. Sei π der dazugehörige Isomorphismus. Dann ist $(\pi(a) + K^{\langle I \rangle}, K^{\langle I \rangle}, +)$ ein konkreter affiner Raum, da:

•) $\pi(a) + K^{\langle I \rangle} \neq \emptyset$ ✓ •) $K^{\langle I \rangle}$ ... VR/K ✓ •) $+: \pi(a) + K^{\langle I \rangle} \times K^{\langle I \rangle} \to \pi(a) + K^{\langle I \rangle}$ ✓

•) $\forall a \in \pi(a) + K^{\langle I \rangle}\ \forall t_1, t_2 \in K^{\langle I \rangle}: (a + t_1) + t_2 = a + (t_1 + t_2)$ ✓

•) $\forall a \in \pi(a) + K^{\langle I \rangle}: a + 0 = a$ ✓ •) $\forall a, a' \in \pi(a) + K^{\langle I \rangle}\ \exists! t \in K^{\langle I \rangle}: a + t = a'$ ✓

•) $K^{\langle I \rangle}$ ... UR von $K^{\langle I \rangle}$ ✓ •) $\pi(a) + K^{\langle I \rangle} = a_0 + K^{\langle I \rangle}$ ✓

•) $\forall a \in \pi(a) + K^{\langle I \rangle}\ \forall t \in K^{\langle I \rangle}: a + t = a + t$ ✓

A ist isomorph zu $\pi(a) + K^{\langle I \rangle}$, da $A = a + T \cong \pi(a) + \pi(T)$
$= \pi(a) + K^{\langle I \rangle}$