

ANA 05

6.) $f: [a, b) \rightarrow [0, +\infty)$ $\forall x \in [a, b): f|_{[a, x]}$... Riemann-Integrierbar

zz: $(\exists C > 0 \forall x \in [a, b): \int_a^x f(t) dt \leq C) \Rightarrow (\int_a^b f(t) dt \dots \text{konvergiert})$

$\int_a^b f(t) dt \dots \text{konvergiert} \Leftrightarrow \lim_{\beta \rightarrow b-} \int_a^\beta f(t) dt \text{ existiert}$

Offensichtlich gilt $\forall x, y \in [a, b), x < y: \int_a^x f(t) dt \leq \int_a^y f(t) dt$, da f nach \mathbb{R}^+ abbildet. $\Rightarrow (\int_a^\beta f(t) dt)_{\beta \in [a, b)}$ ist monoton wachsend.

Da das Netz auch durch C nach oben beschränkt ist muss der Grenzwert existieren. $\Rightarrow \int_a^b f(t) dt$ konvergiert \square