MAS Ü9

2.) C... Cantormenge

$$c(x) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^{n+1}} & \text{wenn } x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n} \in C \ (a_n \in \{0,2\}) \\ \sup\{c(y) : y \in C, y \leq x\} & \text{wenn } x \in [0,1] \setminus C \end{cases}$$

zz: c ist monoton und surjektiv

Sei $x, y \in [0,1]$ bel. $x < y$

1. Fall: $x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n} \in C \wedge y = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{3^n} \in C$.

$c(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^{n+1}}$ $\quad c(y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{2^{n+1}}$ $\quad$ da $x < y \Rightarrow c(x) \leq c(y)$.

2. Fall: $x \in C \wedge y \notin C$

$c(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^{n+1}}$ $\quad c(y) = \sup\{c(z) : z \in C, z \leq y\}$

$x \in \{z \in C, z \leq y\} \Rightarrow c(x) \in \{c(z) : z \in C, z \leq y\}$

$\Rightarrow c(x) \leq c(y)$

3. Fall: $x \notin C \wedge y \in C$

$c(x) = \sup\{c(z) : z \in C, z \leq x\}$ $\quad c(y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{2^{n+1}}$

$\forall z \in C, z < y : c(z) < c(y) \Rightarrow c(x) \leq c(y)$

4. Fall $x \notin C \wedge y \notin C$

$c(x) = \sup\{c(z) : z \in C, z \leq x\}$ $\quad c(y) = \sup\{c(z) : z \in C, z \leq y\}$

$\Rightarrow c(x) \leq c(y)$

Sei $y \in [0,1]$ bel. $\exists a_n \in \{0,1\} : \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n} = y$

$x := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot a_n}{3^n} \in C$ mit $c(x) = y$ $\quad \Rightarrow$ monoton, surjektiv und stetig

ges: $c'(x)$ für $x \in [0,1] \setminus C$

Sei $x \in [0,1] \setminus C$ bel. $\exists \varepsilon > 0$ $U_\varepsilon(x) \cap C = \emptyset$

$\Rightarrow c|_{U_\varepsilon(x)}$ ist konstant $\Rightarrow (c|_{U_\varepsilon(x)})'(x) = 0 \Rightarrow c'(x) = 0$