

ANA Ü7

6.) M ... Menge $B(M, \mathbb{R})$... Banachraum aller beschränkten, reellwertigen Funktionen auf M . $(B(M, \mathbb{R}), \|\cdot\|_\infty)$

$$t_1, \dots, t_n \in M \quad T: B(M, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$T(f) \mapsto \begin{pmatrix} f(t_1) \\ \vdots \\ f(t_n) \end{pmatrix}$$

zz: T ist linear und beschränkt

- Sei $f, g \in B(M, \mathbb{R})$ bel.

$$T(f+g) = \begin{pmatrix} (f+g)(t_1) \\ \vdots \\ (f+g)(t_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(t_1) + g(t_1) \\ \vdots \\ f(t_n) + g(t_n) \end{pmatrix} = T(f) + T(g)$$

- Sei $f \in B(M, \mathbb{R})$ bel. Sei $c \in \mathbb{R}$ bel.

$$T(c \cdot f) = \begin{pmatrix} (c \cdot f)(t_1) \\ \vdots \\ (c \cdot f)(t_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \cdot f(t_1) \\ \vdots \\ c \cdot f(t_n) \end{pmatrix} = c \cdot T(f)$$

$\Rightarrow T$ ist linear

- $\sup \{ \|T(f)\|_\infty : f \in B(M, \mathbb{R}) \}$

$$\|T(f)\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} f(t_1) \\ \vdots \\ f(t_n) \end{pmatrix} \right\|_\infty = \max_{i=1, \dots, n} |f(t_i)| \leq \max_{t \in M} |f(t)| = \|f\|_\infty < +\infty$$

$\Rightarrow T$ ist beschränkt