LINAG Ü2

6.2.2. $\mathbb{R}^{4\times 1}$ ... affiner Raum $a=\begin{pmatrix}4\\4\\4\\4\end{pmatrix}$ $b=\begin{pmatrix}5\\4\\6\\5\end{pmatrix}$ $c=\begin{pmatrix}7\\5\\4\\5\end{pmatrix}$ $A_1=H(\{a,b,c\})$

$d=\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}$ $e=\begin{pmatrix}1\\-1\\6\\2\end{pmatrix}$ $f=\begin{pmatrix}1\\1\\-6\\-2\end{pmatrix}$ $A_2=H(\{d,e,f\})$

•) $\dim(A_1)$

$$\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix}=\alpha\cdot a+\beta\cdot b+\gamma\cdot c=\begin{pmatrix}4&5&7\\4&4&5\\4&6&4\\4&5&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}4&5&7&0\\4&4&5&0\\4&6&4&0\\4&5&5&0\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}4&5&7&0\\0&-1&-2&0\\0&1&-3&0\\0&0&-2&0\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&\frac{5}{4}&\frac{7}{4}&0\\0&1&-3&0\\0&0&1&0\\0&1&2&0\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&\frac{5}{4}&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&2&0\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&2&0\end{array}\right)$$

$\Rightarrow \alpha=\beta=\gamma=0$ $\Rightarrow$ affin unabhängig $\Rightarrow \dim(A_1)=2$

•) $\dim(A_2)$

$$2\cdot d-1\cdot e=\begin{pmatrix}2-1\\0+1\\0-6\\0-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\-6\\-2\end{pmatrix}=f \quad (\text{affine LK, da } 2-1=1)$$

$\Rightarrow$ offensichtlich $\dim(A_1)=1$

•) $A_1\cap A_2$

$$\alpha\cdot a+\beta\cdot b+(1-\alpha-\beta)\cdot c=\delta d+(1-\delta)\cdot e$$

$$\Leftrightarrow \alpha\cdot a+\beta\cdot b+c-\alpha\cdot c-\beta\cdot c=\delta\cdot d+e-\delta\cdot e$$

$$\Leftrightarrow \alpha\cdot(a-c)+\beta\cdot(b-c)+\delta\cdot(e-d)=e-c$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}-3&-2&0&-6\\-1&-1&-1&-6\\0&2&6&2\\-1&0&2&-3\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}3&2&0&6\\1&1&1&6\\0&1&3&1\\1&0&-2&3\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}3&2&0&6\\0&1&3&3\\0&1&3&1\\1&0&-2&3\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}0&2&6&-3\\0&0&0&2\\0&1&3&1\\1&0&-2&3\end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}0&0&0&-5\\0&0&0&2\\0&1&3&1\\1&0&-2&3\end{array}\right)\rightsquigarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&-2&3\\0&1&3&1\\0&0&0&2\\0&0&0&-5\end{array}\right)\Rightarrow A_1\cap A_2=\emptyset$$

•) Basis des $A_1\vee A_2$

$\{a,b,c,d,e\}$ ist eine Basis, da affin unabhängig und affines ES.

•) zz: $A_1\parallel A_2$ $A_1=f+[\{d-f\}]$ $A_2=a+[\{b-a,c-a\}]$

$d-f=\begin{pmatrix}0\\-1\\6\\2\end{pmatrix}$ $b-a=\begin{pmatrix}1\\0\\2\\1\end{pmatrix}$ $c-a=\begin{pmatrix}3\\1\\0\\1\end{pmatrix}$ $3\cdot(b-a)-(c-a)=\begin{pmatrix}3\\0\\6\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3\\1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-1\\6\\2\end{pmatrix}$

$\Rightarrow A_1\parallel A_2$