ANA Ü2

2.) ges: maximaler Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$ und Ableitung bei $x \in D$

- $\cos(3x)$ $\quad D = \mathbb{R}$ (Da Konvergenzradius $R = \infty$)

$$(\cos(3x))' = -\sin(3x) \cdot 3 = -3\sin(3x)$$

- $\tan^2(5x^3)$ $\quad$ Da $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ ist $\tan(x)$ für alle x mit $\cos(x) \neq 0$ definiert.

$$\cos(5x^3) = 0 \Leftrightarrow 5x^3 = \frac{\pi}{2} + \pi k \text{ für ein } k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}: x^3 = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}$$

$$\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \sqrt[3]{\frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}} \right\}$$

$$(\tan^2(5x^3))' = 2 \cdot \tan(5x^3) \cdot \left(\frac{\sin(5x^3)}{\cos(5x^3)}\right)'$$

$$= 2\tan(5x^3) \cdot \frac{(\sin(5x^3))' \cdot \cos(5x^3) - \sin(5x^3) \cdot (\cos(5x^3))'}{\cos^2(5x^3)}$$

$$= 2\tan(5x^3) \cdot \frac{\cos(5x^3) \cdot 15x^2 \cdot \cos(5x^3) - \sin(5x^3) \cdot (-\sin(5x^3) \cdot 15x^2)}{\cos^2(5x^3)}$$

$$= 2\tan(5x^3) \cdot \frac{\cos^2(5x^3) \cdot 15x^2 + \sin^2(5x^3) \cdot 15x^2}{\cos^2(5x^3)}$$

$$= 2\tan(5x^3) \cdot \frac{15x^2 + \frac{\sin^2(5x^3)}{\cos^2(5x^3)} \cdot 15x^2}{1}$$

$$= 30x^2 \cdot \tan(5x^3) \cdot (1 + \tan^2(5x^3))$$

$$= 30x^2 \cdot \tan(5x^3) + 30x^2 \tan^3(5x^3)$$

- $\ln|\cos(x)|$ $\quad$ Da $\ln$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x > 0$ definiert ist, ist

$D = \mathbb{R} \setminus (\frac{\pi}{2} + \pi k)$ (da dort $\cos(x) = 0$)

$$(\ln|\cos(x)|)' = \frac{1}{|\cos(x)|} \cdot (|\cos(x)|)'$$

$$= \frac{1}{|\cos(x)|} \cdot \operatorname{sgn}(\cos(x)) \cdot (-\sin(x)) = -1 \cdot \frac{\operatorname{sgn}(\cos(x)) \cdot \sin(x)}{\operatorname{sgn}(\cos(x)) \cdot \cos(x)}$$

$$= -\tan(x)$$

- $\sinh(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2}$ $\quad D = \mathbb{R}$

$$\left(\frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2}\right)' = \frac{1}{2} \cdot (\exp(x) - (-1) \cdot \exp(-x)) = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2}$$

$$= \cosh(x)$$

...

ANA Ü2

2.) ... ·) $\cosh(x) = \frac{\exp(x)+\exp(-x)}{2}$ $\quad D = \mathbb{R}$

$$\left(\frac{\exp(x)+\exp(-x)}{2}\right)' = \frac{1}{2}\cdot(\exp(x)+(-1)\cdot\exp(-x))$$

$$= \frac{\exp(x)-\exp(-x)}{2} = \sinh(x)$$