ANA Üg

8.) $f:[0,1]^2 \to \mathbb{R}^2$ $\quad f\binom{x}{y} = 3x^2-2(y+1)x+3y-1$
$\qquad = 3x^2-2xy-2x+3y-1$

$\frac{\partial}{\partial x_1} f\binom{x}{y} = 6x-2y-2 \qquad \frac{\partial}{\partial y} f\binom{x}{y} = -2x+3 \qquad \frac{\partial^2}{\partial x^2} f\binom{x}{y} = 6 \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} = -2 \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 0$

$df\binom{x}{y} = (6x-2y-2 \quad -2x+3) = (0 \quad 0) \iff x = \frac{3}{2} \wedge y = \frac{7}{2}$ ... liegt nicht in $[0,1]^2$

Wegen des Definitionsbereiches gibt es sicher ein Maximum und Minimum, das an einem "Rand" liegen muss (da $df\binom{x}{y} \neq \binom{0}{0} \; \forall x,y \in [0,1]$).

- Rand $(0,1) \times \{0\}$
  $\frac{\partial}{\partial x} f\binom{x}{0} = 6x-2 = 0 \iff x = \frac{1}{3}$
  $f\binom{\frac{1}{3}}{0} = -\frac{4}{3}$
- Rand $\{0\} \times (0,1)$
  $\frac{\partial}{\partial y} f\binom{0}{y} = 3 \neq 0$
- Rand $(0,1) \times \{1\}$
  $\frac{\partial}{\partial x} f\binom{x}{1} = 6x-2-2 = 0 \iff x = \frac{2}{3}$
  $f\binom{\frac{2}{3}}{1} = \frac{2}{3}$
- Rand $\{1\} \times (0,1)$
  $\frac{\partial}{\partial y} f\binom{1}{y} = -2+3 = 1 \neq 0$

- Ecke $(0,0)$: $f\binom{0}{0} = -1$
- Ecke $(0,1)$: $f\binom{0}{1} = 2$
- Ecke $(1,0)$: $f\binom{1}{0} = 0$
- Ecke $(1,1)$: $f\binom{1}{1} = 1$

$\Rightarrow f$ hat ein globales Minimum bei $\binom{\frac{1}{3}}{0}$ und ein globales Maximum bei $\binom{0}{1}$