MAS Ü9

1.) $C=\left\{\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \frac{1}{3^n} : a_n \in \{0,2\}\right\}$

zz: $C$ ist überabzählbar

| | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_5$ | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | ... |
| $s_2$ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | ... |
| $s_3$ | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | ... |
| $s_4$ | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | ... |
| $s_5$ | 2 | 2 | 0 | 2 | 0 | ... |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | |

Angenommen $C$ ist abzählbar, dann $\exists$ Auflistung aller Elemente wie links (wobei $s_1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \frac{1}{3^n}$ mit $a_n$ wie angegeben).

$s$ wird so definiert, dass die $a_n$ die umgekehrten der eingekreisten $a_n$ sind (also 2 0222 ...)

$s$ ist nicht in der Auflistung enthalten, da sich $s$ von jedem $s_n$ in der $n$-ten Stelle unterscheidet. ↯, da $s \in C$ aber $s$ nicht in der Auflistung enthalten $\Rightarrow C$ ist überabzählbar.

ges: $\lambda(C)$

$$C_n = \left\{\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \frac{1}{3^k} : a_k \in \begin{cases} \{0,2\} & \text{für } k \leq n \\ \{0,1,2\} & \text{sonst} \end{cases}\right\} \qquad \lim_{n\to\infty} C_n = C$$

$\lambda(C_0) = \lambda([0,1]) = 1$

$\lambda(C_n) = \frac{2}{3} \cdot \lambda(C_{n-1})$ da das mittlere Drittel jedes Teilintervalles entfernt wird.

$\Rightarrow \lambda(C_n) = \left(\frac{2}{3}\right)^n \qquad \lim_{n\to\infty} \lambda(C_n) = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$