## LINAG Ü5

8.1.1. $\mathbb{R}^{2\times 2}$ $\quad K=\{\operatorname{diag}(x,x) : x\in\mathbb{R}\}\cong\mathbb{R}$

a) ges: $I\in\mathbb{R}^{2\times 2}$ mit $I^2=\operatorname{diag}(-1,-1)$

$$I=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\qquad I^2=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cc|cc} & & 0 & -1\\ & & 1 & 0\\ \hline 0 & -1 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0 & -1\end{array}$$

b) ges: $L$ mit $K\subseteq L\subseteq\mathbb{R}^{2\times 2}$, $L$...abgeschlossen bzgl $+$ und $\cdot$ und $L\cong\mathbb{C}$ mit Isomorphismus $\varphi$

$L=\left\{\begin{pmatrix}x&-y\\y&x\end{pmatrix} : x,y\in\mathbb{R}\right\}$ ist offensichtlich abgeschlossen bzgl. $+$

$$\begin{pmatrix}x&-y\\y&x\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&-b\\b&a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}xa-yb&-xb-ya\\ya+xb&-yb+xa\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}xa-yb&-(ya+xb)\\ya+xb&xa-yb\end{pmatrix}$$

und somit abgeschlossen bzgl. $\cdot$

$$\varphi: L\to\mathbb{C}\qquad\qquad \varphi^{-1}:\mathbb{C}\to L$$

$$\begin{pmatrix}x&-y\\y&x\end{pmatrix}\mapsto x+iy\qquad\qquad x+iy\mapsto\begin{pmatrix}x&-y\\y&x\end{pmatrix}$$