MAS Ü5

4.) S... Sigmaalgebra μ, ν... endliche Maße auf S

$D = \{A \in S : \mu(A) = \nu(A)\}$

zz: D... Dynkin-System (im weiteren Sinn)

Sei $A, B \in D$ mit $B \subseteq A$ bel. $\Rightarrow A, B \in S \Rightarrow A \setminus B \in S$

$$\mu(A \setminus B) = \mu(A) - \mu(B) = \nu(A) - \nu(B) = \nu(A \setminus B) \Rightarrow A \setminus B \in D$$

Sei $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ in D, paarweise disjunkt bel.

$$\mu\left(\sum_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \mu(A_n) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \nu(A_n) = \nu\left(\sum_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) \Rightarrow \sum_{n \in \mathbb{N}} A_n \in D$$

$\Rightarrow D$ ist ein Dynkin-System (im weiteren Sinn)

zz: μ, ν... Wahrscheinlichkeitsmaße $\Rightarrow$ D... Dynkin-System im engeren Sinn

Da μ und ν auch "normale" Maße sind ist D ein Dynkin-System im weiteren Sinn.

Da $\Omega \in S$ (da Sigmaalgebra) und $\mu(\Omega) = 1 = \nu(\Omega)$ folgt, das auch $\Omega \in D$ und somit ist D ein Dynkin-System im engeren Sinn.