

# LINAG Ü7

8.5.1. a)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

zz:  $A \approx C$   $\wedge$   $B \approx C$  für ein  $C$ ... Diagonalmatrix

$$\chi_A(X) = \det \begin{pmatrix} 4-X & 1 \\ -2 & 1-X \end{pmatrix} = (4-X)(1-X) + 2 \quad \text{hat Nullstellen bei 2, 3}$$

$$\chi_B(X) = \det \begin{pmatrix} 3-X & -3 \\ 0 & 2-X \end{pmatrix} = (3-X)(2-X) \quad \text{--- " ---} \Rightarrow A \approx B$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \chi_C(X) = \det \begin{pmatrix} 3-X & 0 \\ 0 & 2-X \end{pmatrix} = (3-X)(2-X) \quad \text{hat Nullstellen bei 2, 3}$$

$\Rightarrow A \approx C \approx B$

ges:  $P \in GL_2(\mathbb{R}) : B = P^{-1} A P \Leftrightarrow P \cdot B = A \cdot P$

$$P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3a & -3a+2b \\ 3c & -3c+2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4a+c & 4b+d \\ -2a+c & -2b+d \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow 3a = 4a + c \quad -3a + 2b = 4b + d \quad 3c = -2a + c \quad -3c + 2d = -2b + d$$

$$\Rightarrow \text{z.B. } a=1 \quad b=1 \quad c=-1 \quad d=-5$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -5 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 0 \\ 1 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & \frac{5}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{5}{4} \\ +\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{5}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} = P^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \dots \text{Probe geglückt!}$$