

MAS Ü7

5.) F_1, F_2, \dots eindimensionale Verteilungsfunktionen

zz: $F(x_1, x_2) = F_1(x_1) \cdot F_2(x_2)$ ist eine zweidimensionale Verteilungsfunktion

[Satz 8.3. besagt falls F rechtsstetig ist und $\forall a, b \in \mathbb{R}^n, a \leq b: \Delta(a, b)F \geq 0$
 $\Rightarrow F$ ist eine Verteilungsfunktion eines Lebesgue-Stieltjes Maßes

• rechtsstetig

Sei $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ bel.

$$F(a, b) = F_1(a) \cdot F_2(b)$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow a^+} F(\alpha, b) = \lim_{\alpha \rightarrow a^+} F_1(\alpha) \cdot F_2(b) = F_1(a) \cdot F_2(b) \text{ da } F_1 \text{ rechtsstetig}$$

Für $\lim_{b \rightarrow b^+}$ genauso.

• $\forall (a_1, a_2), (b_1, b_2) \in \mathbb{R}^2$ mit $a_1 \leq b_1$ und $a_2 \leq b_2: \Delta(a, b)F \geq 0$

$$\Delta(a, b)F = \mu_F([a, b]) = F(b) - F(a) = F_1(b_1)F_2(b_2) - F_1(a_1)F_2(a_2)$$

$F_1(a_1) \leq F_1(b_1)$ und $F_2(a_2) \leq F_2(b_2)$ da F_1, F_2 monoton wachsend

$$\Rightarrow F_1(b_1) \cdot F_2(b_2) \geq F_1(a_1) \cdot F_2(a_2)$$

$$\Rightarrow \Delta(a, b)F \geq 0$$

$\Rightarrow F$ ist eine Verteilungsfunktion