LINAG Ü6

8.3.2. $V \ldots VR$ $\quad g, h \in L(V,V)$

a) $t \in K^{\times}$ zz: $t \ldots$ Eigenwert von $g \circ h \Leftrightarrow t \ldots$ Eigenwert von $h \circ g$

$\Rightarrow$ $\exists a \in V \setminus \{0\}: (g \circ h)(a) = t \cdot a$

$\Leftrightarrow g(h(a)) = t \cdot a \quad \Leftrightarrow h(g(h(a))) = h(t \cdot a)$

$\Leftrightarrow (h \circ g)(h(a)) = t \cdot h(a)$

$h(a) \neq 0$, da sonst $(g \circ h)(a) = 0 = t \cdot a$ mit $t \neq 0$ und $a \neq 0$ $\lightning$

$\Leftarrow$ analog

b) $\dim V = n < \infty$ $\quad t \in K$

zz: $t \ldots$ Eigenwert von $g \circ h \Leftrightarrow t \ldots$ Eigenwert von $h \circ g$

$\Rightarrow$ Falls $t \neq 0$ siehe a. D.h. $t = 0$

$\Rightarrow \ker((g \circ h) - 0 \cdot id_V) = \ker(g \circ h) \neq \{0\}$ also nicht injektiv

$\Rightarrow \det(g \circ h) = 0 = \det(h \circ g)$ also ist auch $h \circ g$ nicht bijektiv

$\Rightarrow h \circ g$ ist nicht injektiv (Satz 3.2.9 inj $\vee$ sur $\Rightarrow$ bij wenn $\dim V = \dim V < \infty$)

$\Rightarrow \ker(h \circ g) \neq \{0\}$ also ist 0 Eigenwert von $h \circ g$

$\Leftarrow$ analog