ALG Ü4

155) G ... Gruppe $\quad U \leq G$

zz: U hat gleich viele Links- und Rechtsnebenklassen

$L := \{gU \mid g \in G\} \qquad R := \{Ug \mid g \in G\}$

$f: L \to R$

$gU \mapsto Ug^{-1}$

zz: f ist wohldefiniert

Sei $g, h \in G$ bel. Wenn $\{gv : v \in U\} = gU = hU = \{hv : v \in U\}$, dann

$\Rightarrow \exists \hat{v} \in U: g = g \cdot e = h\hat{v}$

Sei $vg^{-1} \in Ug^{-1}$ bel. $\Rightarrow vg^{-1} = v(h\hat{v})^{-1} = \underbrace{v\hat{v}^{-1}}_{\in U} h^{-1} \in Uh^{-1}$

Für $vh^{-1} \in Uh^{-1}$ genauso $\Rightarrow Ug^{-1} = Uh^{-1}$

zz: f ist bijektiv

$g: R \to L$ ist wohldefiniert mit Beweis analog zu oben

$Uh \mapsto h^{-1}U$

Sei $hU \in L$ bel. $g(f(hU)) = g(Uh^{-1}) = (h^{-1})^{-1}U = hU$

$\Rightarrow g = f^{-1}$ also ist f bijektiv

$\square$