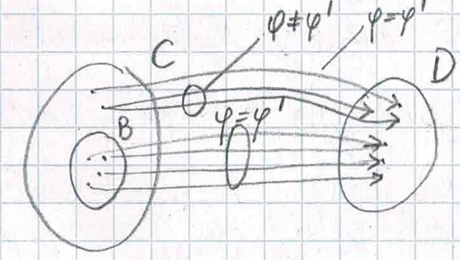
ALG Ü3

97) $\mathcal{C}, \mathcal{D}$ ... Algebren $\quad \varphi, \varphi': C \to D$ ... Homomorphismen $\quad B \subseteq C$

$$(C = \langle B \rangle \ \wedge \ \forall b \in B: \varphi(b) = \varphi'(b)) \Rightarrow \varphi = \varphi'$$



Beweis: Sei $c \in C$ beliebig.

Da $C = \langle B \rangle$ $\exists t \in \mathbb{T}_C$ (die von $\mathcal{C}$ erzeugte Termalgebra) $\exists b_1, \dots, b_n \in B$ (wobei n die Stufe des Termes t ist):
$t(b_1, \dots, b_n) = c$

$$\varphi(c) = \varphi(t(b_1, \dots, b_n)) \overset{(1)}{=} t(\varphi(b_1), \dots, \varphi(b_n)) \overset{(2)}{=} t(\varphi'(b_1), \dots, \varphi'(b_n))$$
$$\overset{(3)}{=} \varphi'(t(b_1, \dots, b_n)) = \varphi'(c).$$

(1), (3) ... da φ und φ' Homomorphismen sind können alle Operationen mit den Homomorphismen vertauscht werden

(2) ... nach Angabe haben alle Elemente aus B die gleichen Bilder unter beiden Homomorphismen.

$\Rightarrow \varphi = \varphi'$

$\square$

Für Körper $K, \tilde{K}$ gilt wenn $\varphi, \tilde{\varphi}: K \to \tilde{K}$ zwei Homomorphismen sind und $\exists k \in K \setminus \{0\}: \varphi(k) = \varphi'(k) \Rightarrow \varphi = \varphi'$, da $\langle k \rangle = K$.