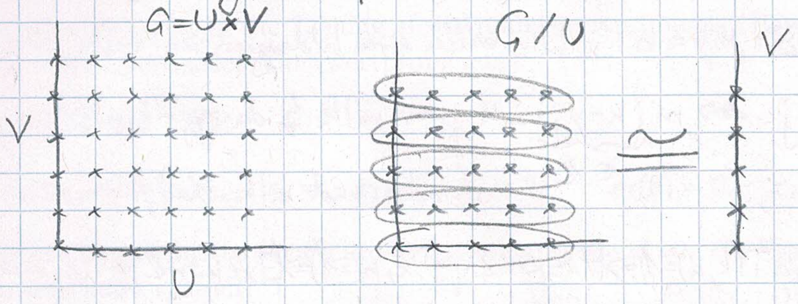
ALG Ü5

162) G ... Gruppe $U, V \trianglelefteq G$ mit $G = U \odot V$ ... inneres direktes Produkt

zz: $G/U \cong V$ und $G/V \cong U$

Offenbar reicht es $G/U \cong V$ zu zeigen

Da $G = U \odot V$ gilt $\varphi: U \times V \to G \quad (u,v) \mapsto u+v$ ... Isomorphismus.



G, G/U und V haben offenbar alle den selben Typ. $f: \underset{u+v \mapsto v}{G \to V}$ ist als Abbildung auf eine Untergruppe ein Homomorphismus.

$\sim := \{(x,y) \mid f(x) = f(y)\} = \{(u_1+v_1, u_2+v_2) \mid f(u_1+v_1) = f(u_2+v_2)\} = \{(u_1+v_1, u_2+v_2) \mid v_1 = v_2\}$

$= \{(u_1+v, u_2+v)\}$ Es gilt $G/\sim = G/U$.

Nach dem Homomorphisatz gilt $\exists g: G/U \to V$ ... injektiver Homomorphismus

$\Rightarrow G/U \cong V$