

ALG Ü1

2002) (V, \leq) ... Verband v_0 ... minimal in V

zz: v_0 ist kleinstes Element von $V \iff \forall a \in V: v_0 \leq a$

ww: $\forall M \subseteq V, |M|=2: M$ besitzt inf und sup

$v_0 \in V \wedge \nexists a \in V: a < v_0$... v_0 ist minimal

Sei $a \in V$ bel. $M := \{a, v_0\}$

Fallunterscheidung 1. Fall $a = v_0$: da \leq reflexiv ist gilt $v_0 \leq v_0 = a$

2. Fall $a \neq v_0$: $|M|=2$ Sei $x := \inf M$. x ist nach Definition

untere Schranke von M , also $x \leq a \wedge x \leq v_0$. Da aber

$\nexists b \in V: b < v_0$ muss $x = v_0$ gelten.

$\Rightarrow v_0 = x \leq a$ also ist v_0 das kleinste Element von V . \square