

ALG 07

$$173) G := S_4 \quad U = \langle (1234) \rangle \quad N := \{ (1), (12)(34), (13)(24), (14)(23) \}$$

$$zz: N \triangleleft S_4$$

$N \leq S_4$ durch Nachrechnen

N enthält alle Permutationen mit 2 Zykeln der Länge 2 von S_4 (die elementar sind) und alle Permutationen mit 1 Zyklus der Länge 0

\Rightarrow aus Proposition 3.2.5.11 4), dass $N \triangleleft S_4$

ges: NU

$$NU = \{ nu \mid n \in N, u \in U \}$$

$$U = \{ (1), (1234), (13)(24), (1432) \}$$

	(1)	(1234)	(13)(24)	(1432)
(1)	(1)	(1234)	(13)(24)	(1432)
(12)(34)	(12)(34)	(24)	(14)(23)	(13)
(13)(24)	(13)(24)	(1432)	(1)	(1234)
(14)(23)	(14)(23)	(13)	(12)(34)	(24)

$$\Rightarrow NU = \{ (1), (13), (24),$$

$$(12)(34), (13)(24), (14)(23),$$

$$(1234), (1432) \}$$

ges: $N \cap U$

$$N \cap U = \{ (1), (13)(24) \}$$

ges: NU/N

$$NU/N = \{ \{ (1), (12)(34), (13)(24), (14)(23) \}, \{ (1234), (24), (1432), (13) \},$$

$$\{ (13)(24), (14)(23), (1), (12)(34) \}, \{ (1432), (13), (1234), (24) \} \} \text{ (die Spalten der Matrix)}$$

ges: $U/(N \cap U)$

$$U/(N \cap U) = \{ \{ (1), (13)(24) \}, \{ (1234), (1432) \}, \{ (13)(24), (1) \}, \{ (1432), (1234) \} \}$$

ges: $\varphi: U/(N \cap U) \rightarrow NU/N \dots$ Isomorphismus

$$u(N \cap U) \mapsto Nu$$

$$\varphi(\{ (1), (13)(24) \}) = \varphi((1) \circ (N \cap U)) = N \circ (1) = \{ (1), (12)(34), (13)(24), (14)(23) \}$$

$$\varphi(\{ (1234), (1432) \}) = \varphi((1234) \circ (N \cap U)) = N \circ (1234) = \{ (1234), (24), (1432), (13) \}$$

$$\varphi(\{ (13)(24), (1) \}) = \varphi((13)(24) \circ (N \cap U)) = N \circ (13)(24) = \{ (13)(24), (14)(23), (1), (12)(34) \}$$

$$\varphi(\{ (1432), (1234) \}) = \varphi((1432) \circ (N \cap U)) = N \circ (1432) = \{ (1432), (13), (1234), (24) \}$$

ist ein Isomorphismus laut Folgerung 3.2.2.11 (Isomorphiesätze für Gruppen) 1.