

# ALG Ü9

2011)  $R$  Integritätsbereich  $q, r, s \in R^*$  mit  $q = rs$

zz:  $r \in E(R) \Leftrightarrow q \sim s$

$$\Rightarrow r \in E(R) \Rightarrow \exists r^{-1} \Rightarrow r^{-1}q = s \Rightarrow q|s \wedge s|q \Rightarrow q \sim s$$

$$\Leftarrow q \sim s \Rightarrow \exists x \in R: xq = s \Rightarrow rxq = rs = q \Rightarrow rx = 1 \Rightarrow x = r^{-1} \Rightarrow r \in E(R)$$

$p \in R^*$  zz: folgende Aussagen sind äquivalent

$$(1) \forall a, b \in R: p = ab \Rightarrow a \sim 1 \vee b \sim 1$$

$$(1') \forall a, b \in R: p = ab \Rightarrow a|1 \vee b|1 \quad (1) \Rightarrow (1') \text{ klar}$$

$$(2) \forall a, b \in R: p = ab \Rightarrow a \sim p \vee b \sim p$$

$$(1') \Rightarrow \exists x \in R: ax = 1 \vee \exists y \in R: by = 1 \Rightarrow a \in E(R) \vee b \in E(R)$$

$$\Rightarrow \text{nach oben } a \sim p \vee b \sim p \Leftrightarrow (2)$$

$$(2') \forall a, b \in R: p = ab \Rightarrow p|a \vee p|b \quad (2) \Rightarrow (2') \text{ klar}$$

$$(2') \Rightarrow \exists x, y \in R: px = a \vee py = b \Rightarrow abx = a \vee bay = b$$

$$\Rightarrow bx = 1 \vee ay = 1 \Rightarrow a|1 \vee b|1 \Rightarrow a \sim 1 \vee b \sim 1 \Leftrightarrow (1)$$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow (1') \Leftrightarrow (2) \Leftrightarrow (2')$$

$$(3) \forall a, b \in R: p = ab \Rightarrow a \dots \text{triviale Teiler} \vee b \dots \text{triviale Teiler}$$

$$a \dots \text{triviale Teiler} \Leftrightarrow a \sim p \vee a \sim 1$$

$$(3) \Rightarrow (1) \vee (2)$$

$$(1) \Rightarrow (3)$$

$$(2) \Rightarrow (3)$$

□