

## קומבינטוריקה למדעי המחשב

### תרגיל בית 4

1. א. מה מספר הגרפים הפשוטים, שאינם מכוונים, עם  $n$  צמתים שונים?  
ב. מה מספר הגרפים הפשוטים, שאינם מכוונים, עם  $n$  צמתים שונים בהם אין צמתים מבודדים? (צמתים מבודדים הם צמתים בעלי דרגה אפס).  
ג. הוכיחו באמצעות בייקציה כי מספר הגרפים הפשוטים שאינם מכוונים עם  $n$  צמתים שונים בהם אין צמתים מבודדים, שווה למספר הגרפים הפשוטים שאינם מכוונים בהם אין צמתים שדרגתם  $n - 1$ .
2. נסמן ב-  $f(n)$  את מספר הגרפים הפשוטים שאינם מכוונים, בעלי  $n$  צמתים הממוספרים  $1, 2, \dots, n$ , בהם דרגת כל צומת היא 2. תנו משוואת נסיגה עם תנאי התחלה מספיקים ולא מיותרים ל-  $f(n)$ . נמקו את תשובתיכם.
3. יהא  $G(V, E)$  גרף סופי לא מכוון וקשיר. הוכיחו כי הטענות הבאות שקולות:  
א.  $G$  אוילרי מעגלי.  
ב. קיימת קבוצה של מעגלים (לאו דווקא פשוטים), כך שכל קשת ב-  $G$  שייכת בדיוק למעגל אחד ומופיעה בו בדיוק פעם אחת.  
ג. לכל תת-קבוצה  $X$  של צמתי  $G$ , מספר הקשתות בין  $X$  ל-  $V \setminus X$  (כלומר המשלים של  $X$ ) הוא זוגי.