1. א. נניח שאנו יודעים את מספר הדרכים לסדר n-1 אנשים בשורה, נסמן : F(n-1).

על מנת לסדר n אנשים אנו צריכים להוסיף אדם אחד לשורה, יש לו n מקומות להיכנס בין שאר האנשים בשורה(לפני כל אדם שכבר בשורה=n-1 + 1=להיות אחרון).

לכן: F(n-1) \*n=F(n).

תנאי העצירה יהיה אדם בודד בשורה, ויש אפשרות אחת בלבד ולכן: F(1)=1.

ב. נפתח ביטוי לF(n):

וכך נמשיך ונקבל:

ידוע תנאי עצירה : F(1)=1, ולכן נציב n=k+1 :

קיבלנו סדרה כאשר :

ג. בסיס האינדוקציה:

הנחת האינדוקציה: נניח נכונות עבור n-1 :

צעד האינדוקציה: חישבנו קודם שאם אני יודעים לסדר n-1 אנשים בשורה אז על מנת לסדר n אנו צריכים להוסיף n(מספר האפשרויות להכניס את האדם ה-n) ולכן:

1. נניח שאנו יודעים את מספר האופנים בהם ניתן לרצף מלבן בגודל 2\*(n-1) כאשר אין חשיבות למיקום המרצפות במלבן(רק לצבען יש). נסמן : F(n-1).

על מנת לחשב את מספר האופנים בהם ניתן לרצף מלבן בגודל 2\*n נוסיף אבן משחק אחת מאונכת( או ) או צמד מאוזן() מצד ימין(בה"כ כל מיקום קבוע).

-מקרה א': אם נוסיף אבן יחידה מאונכת, יש לנו שתי אפשרויות לעשות כן, ולכן נקבל במקרה זה:

- מקרה ב': אם נוסיף זוג אבנים מאוזנות, יהיו לנו 4 אפשרויות לעשות כן, ולכן נקבל במקרה זה: , , ,



אך יש לשים לב !! שני סידורים הם זהים לסידורים ממקרה א':

=,

=,

כיוון שהוגדר שרק הצבעים משנים לנו, נקבל:

סה"כ שני המקרים א' וב' מסכמים את כל האפשרויות ולכן:

תנאי העצירה הוא 0 אבנים ויש סידור אחד בלבד לקבוצה ריקה ולכן : .

תנאי עצירה נוסף הוא אבן יחידה(מאונכת) ויש שני סידורים לאבן אחת ולכן: .

5. נניח כי אנו יודעים מהו מספר הדרכים לסדר את המספרים 1,2,3,4….,n-1 בשורה כך שמספר הפעמים שבו איבר גדול מקודמו הוא בדיוק m-1.

כעת אנו מוסיפים מספר כך שנסדר את המספרים 1,2,3,4,….,n-1,n.

יש נחלק את האפשרויות להוספת המספר(סה"כ n אפשרויות) לשתיים:

1. נוסיף אותו בין מספר שגדול מקודמו לבין קודמו. מה שיקרה במצב זה הוא שמספר הפעמים שבו איבר גדול מקודמו **לא ישתנה**, כיוון שn- יהיה גדול יותר מכל מספר משמאלו, אך כל מספר מימינו יהיה קטן ממנו.

למצב זה יש m-1 אפשרויות.

\*\*הוספת המספר החדש ראשון היא במצב זה.

ולכן נקבל שלמצב א' יש סה"כ m אפשרויות.

1. נוסיף אותו בכל מקום אחר(בין מספר שקטן מקודמו לבין קודמו). מה שיקרה במצב זה הוא שמספר הפעמים שבו איבר גדול מקודמו **יגדל** ב1, מכיוון שn גדול מהמספר שלפניו. הוספת המספר החדש אחרון היא במצב זה.

מצב ב' הוא כל שאר האפשרויות ולכן נקבל: n-m.

סה"כ קיבלנו:

תנאי התחלה: נקבע את עבור n=0, m0.

בקבוצה ריקה אין אף מספר שגדול מקודמו.

יש רק סידור אחד(מהגדול לקטן) בו אין מספר הגדול מקודמו.

קיבלנו מצב שבו כל תהליך חישוב רקורסיבי ייעצר(לא תהיה רקורסיה אינסופית).