1. א. מה מספר הגרפים הפשוטים, שאינם מכוונים, עם nצמתים שונים?

**תשובה:** גרף פשוט הינו גרף ללא לולאות עצמיות וללא קשתות מקבילות.

נסמן את מספר הגרפים הפשוטים שאינם מכוונים עם n צמתים שונים: f(n)

נחשב בעזרת רקורסיה: עבור n=1: צומת יחיד, יש גרף יחיד. f(1)=1.

נניח שאנו יודעים לחשב עבור n צמתים את f(n).

בעזרת ההנחה נחשב את f(n+1), כלומר נוסיף צומת לגרף.

כל פתרון שנמנה עכשיו הוא לא תלוי במספר הפתרונות f(n) הידוע לנו, לכן נכפול. מהצומת החדש יש לנו n קשתות חדשות שנוכל לחבר, אחת לכל צומת קיים, ולא יותר(כיוון שהגרף פשוט ואסור לולאות עצמיות או קשתות מקבילות). בנוסף גם נוכל שלא להוסיף כלל קשתות חדשות. לכן עבור כל פתרון מ f(n) נוכל למצוא  *פתרונות אפשריים חדשים.*

*נדמה למילה בינארית כך שעבור כל צומת קיים נסמן 1 אם קיימת קשת מהצומת החדש, ו-0 אם לא, יש פתרונות.*

*לכן:*

אנו מכירים פתרון עבור f(1) ולכן נבדוק כאשר k=n-1 :

ב. מה מספר הגרפים הפשוטים, שאינם מכוונים, עם n צמתים שונים בהם אין צמתים מבודדים? (צמתים מבודדים הם צמתים בעלי דרגה אפס)

**תשובה:** כמו בסעיף א', רק שהפעם בצעד האינדוקציה, כאשר אנו מוסיפים צומת חדש, איננו יכולים לבחור שלא להוסיף קשתות חדשות ממנה. לכן נדמה למילה בינארית באורך n שמכיל לפחות '1' אחד. כך שיש פתרונות לכך. נציב באופן דומה במשוואה ונקבל:

אנו מכירים פתרון עבור f(1) ולכן נבדוק כאשר k=n-1 :

ג. הוכיחו באמצעות בייקציה כי מספר הגרפים הפשוטים שאינם מכוונים עם n צמתים שונים בהם אין צמתים מבודדים, שווה למספר הגרפים הפשוטים שאינם מכוונים בהם אין צמתים שדרגתם n-1.

**תשובה:** גרף