הסקה בייסיאנית

העיקרון המנחה על פיו אנו מודדים סוכנים הוא רציונליות - האם, בהינתן הידע הנתון לפניו, הסוכן מקבל את ההחלטה האופטימלית.

יש 3 דרכים למצוא ידע, בהתאם למרכיב בנוסחה $y = f(x)$ שרוצים למצוא (לפי שני האחרים):

y	דדוקציה - להסיק מן הכלל אל הפרט
f	אינדוקציה - להסיק מן הפרט אל הכלל
x	אבדוקציה - להבין, מתוך הכלל ומצב נתון, מה הגורם לאותו מצב

לפעמים יש מצב של אי וודעות. למשל בדדוקציה, כאשר f אינו דטרמיניסטי (לאותה פעולה יכולות להיות כל מיני תוצאות). אז במקום factored representation יש לנו relational representation.

רשתות בייסיאניות

רשת בייסיאנית היא יצוג גרפי למידע שניתן ע"י relations. רשת בייסיאנית היא גרף מכוון (DAG) שבו הקדקדים הם משתנים והצמתים הם התלויות של המשתנים אחד בשני.

ההסתברות של משתנה X לקבל ערך v היא $P(X = v|\text{parents}(X))$. זה מאפשר לדחוס את המידע לפי התלויות (במקום טבלה של איך משתנה תלוי בכל אחד מהמשתנים האחרים, מראים רק את התלויות במשתנים שיש להם צמתים ממנו)

נסמן:
- כל המשתנים - $\mathbb{X} = \{X_1, \ldots, X_n\}$
- הevidence: משתנים ידועים $\mathbb{E} = \{E_1 = k_1, \ldots, E_e = k_e\} \subset \mathbb{X}$
- שאילתה - איזה משתנים רוצים למצוא. $Q = \{Q_1, \ldots, Q_q\} \subset \mathbb{X}$
- משתנים חבויים - $\mathbb{Y} = \mathbb{X} \setminus \mathbb{E} \setminus Q$. הם לא ידועים לנו, אבל גם לא חלק מהשאילתה.

רוצים למצוא את הערך של משתני השאילתה לפי הערכים של המשתנים הידועים, אבל לפעמים יש מידע חלקי - משתנה חבוי שלא יודעים את הערך שלו, אבל הוא תלות של משתנה בשאילתה. אבל עדיין יש לנו את ההתפלגות של אותו משתנה חסר, ולכן אפשר להשתמש בנוסחאות של הסתברות.

חוץ מדדוקציה, אפשר גם לעשות אבדוקציה - למצוא את הערך של תלות לפי הערך של המשתנה התלוי בו.

הערה: בהינתן משתנים X, Y, נרשום $P(Y|X) = \mu P(Y, X)$ כאשר $\mu = \frac{1}{P(x)}$. זה מנרמל את ההסתברות לצורך החישוב (שהסכום יהיה 1). זה נקרא נורמליזציה, והרבה פעמים לא כותבים במפורש מה זה μ.

תזכורת: חוק השרשרת: בהינתן N משתנים

$$P(X_N, X_{N-1}, \ldots, X_1) = \cdots = \prod_{i=1}^{N} P(X_i|X_{i=1}, \ldots, X_1)$$

נרצה לעשות סידור של המשתנים $X_1, \ldots, X_N$ ככה שההורים של X_i יהיו לפניו - ואז הפעלת חוק השרשרת תהיה יותר קלה.

אלגוריתם נאיבי ENUMERATE

לכל משתנה חבוי $Y \in \mathbb{Y}$ רלוונטי, לוקחים כל אפשרות $y \in Y$ שלו, מניחים $\mathbb{E}' = \mathbb{E} \cup \{Y = y\}$, וממשיכים רקורסיבית עם $\mathbb{E}'$ בשביל למצוא את $P(Q = q)$. מכפילים את זה ב$P(Y = y)$, וסוכמים.
הסקה בהמצאות ENUMERATE - מבצעים DFS כדי למצוא את הנתיב מ$\mathbb{E}$ לQ.
יש הרבה אלגוריתמים אחרים - גם מדוייקים וגם מקורבים.

איך בונים רשת?

צריך לשאול:

- מה המשתנים הרלוונטים?
- מה הולכים לשאול?
- מה הdomains של המשתנים?[1]. ככל שהוא יותר קטן הטבלאות יהיו יותר קטנות.
- איך המשתנים תלויים אחד בשני?
- מה תהיה שיטת הייצוג?

נשים לב: תלות היא לא סיבתיות!

רשת בנויה לייצג תלות. תלות יכולה לנבוע מסיבתיות - אבל לא בהכרח. היא יכולה גם להיות קורלציה.

לפעמים יש קורלציה בגלל ששני משתנים תלויים סיבתית במשתנה שלישי, אבל אין לנו מידע ישיר על אותו משתנה ולהכניס אותו לרשת סתם יסבך את הרשת אז נעדיף לא להכניס אותה ובמקום זה לשים תלות ישירה בין אותם משתנים.

ייצוג CPD

ייצוג CPD הוא פונקציה - בהינתן ההורים, מה ההסתברות של הבנים. בד"כ מייצגים כטבלה, אבל יש גם דרכים אחרות (למשל עם עץ, או רשת ניורונים שמחזיקה את הפונקציה)

רשתות בייסאניות דינמיות

רשתות בייסיאניות עצמן הן לא "תכנון". הן עוזרות לדעת מה ההתפלגות של ערכים עכשיו - בבעיות תכנון אנחנו רוצים לדעת מה לעשות.
Dynamic Bayesian Network מייצגות התפתחות של משתנים לאורך זמן. הCPD של משתנה תלוי לא (רק) בהורים שלו עכשיו, אלא גם בערכים של משתנים - כולל הוא עצמו - בזמנים קודמים $V_{i-1}, V_{i-2}, \ldots$. יש משמעות למספר הצעדים - כמה אחורה הולכים.
המשמעות של parents משתנה כאן. עכשיו יש לנו $\text{parents}_j(X_i)$ לכל $j \leq i$.
תכונות שיכולות להיות לרשתות דינמיות:

- האם הרשת היא stationary? רשת stationary לא משתנה בזמן - כלומר ההתפלגות לא משתנה כתלות בצעד.

[1] בקורס הזה הם תמיד יהיו סופיים ודיסקרטים

בודקים: – האם הCPD השתנו?
– האם הקשתות - המבנה הבסיסי של הרשת - השתנה?

כשמדברים על stationary מדברים החל מזמן i מסויים (זמן 0 ברור שהוא מוגדר בנפרד)

- האם הרשת היא מרקובית? רשת היא Markovian אם התלות היא רק עד צעד אחד אחורה:

$$\text{parents}\left(X_i\right) = \text{parents}_i\left(X_i\right) \cup \text{parents}_{i-1}\left(X_i\right)$$

– יש תכונה שנקראת semi-Markovian שבה מייצגים גם את הזמן (התלות היא עדיין רק צעד אחד אחורה, אבל גם תלות בזמן שהצעד לקח)

רשת יכולה להיות stationary אבל לא מרקוביאנית, ורשת גם יכולה להיות מרקוביאנית אבל לא stationary.

תהליכים מרקוביאנים

הגדרות:

- Markov Chain - רשת מרקוביאנית עם משתנה אחד:

$$P\left(S_i|S_{i-1}\right) = P\left(S_i|S_{i-1}, S_{i-2}, \ldots\right)$$

  כלומר משתנה שמשתנה לפי הערך הקודם שלו.

- Hidden Markov Model - יש מצב פנימי S_i, אבל רואים רק את I_i - המשתנה הנצפה.

  המשתנה הנצפה תלוי רק במצב הפנימי - כלומר יש $P\left(O_i|S_i\right)$. או במילים אחרות - $\text{parents}\left(O_i\right) = \{S_i\}$

Markov Decision Process

בתהליכים מרקוביאנים אין פעולות. בשביל תכנון, צריך פעולות.

נשים לב: הaction אינו משתנה מקרי. האלגוריתם שלנו קובע אותם באופן דרמיניסטי, בהתאם למצב. אבל יכול להיות שתוצאת הפעולה תהיה הסתברותית.

לכל פעולה יש תועלת (utility) - לפעמים נקראת reward. גם הreward אינו משתנה מקרי. יש לנו 3 סוגי צמתים:

- צומת uncertainity - ישירות מהרשת הבייסיאנית
- צומת decision - האלגוריתם שלנו צריך לקבל החלטה
- צומת value - התועלת, בהינתן uncertainity וdecision.

יש בהתאם גם 3 סוגי קשתות.

ראשי תיבות:

- MDP - Markov Decision Process:

$$(\text{state}, \text{action}, \text{reward})$$

- POMDP - Partially Observable MDP:

$$(\text{state}, \text{action}, \text{reward}, \text{observation})$$