מרצה: דילקמ
מתרגל: ורוא רוחאפ
תאריך: 09-01-2019

פילטרים

אחרי שעשינו low-pass filter, ולקחנו רק את התדרים הנמוכים, קיבלנו תמונה מטושטשת - אבל עם גלים! למה?

תזכורת: משפט הקונבולוציה:

$$f \cdot g = h \implies F * G = H$$

כאשר $f \cdot g$ זו מכפלת פונקציות (לא מכפלת מטריצות!) - $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

כשעשינו low-pass filter, לא עשינו את זה עם פילטר גאוסיאני אלא עם פילטר שטוח (rect) - ולכן במישור התדר קיבלנו קונבולוציה עם התדר של של rect, שזה sinc.

חידוד תמונה

כדי לחדד תמונה, נרצה להגביר את התדרים הגבוהים. איך עושים את זה?

```
for l = 1:rows
    for c = 1:cols
        f = sqrt((l-c_l)^2+(c-c_c)^2) / max sqrt((rows/2)^2+(cols/2)^2)
        mask(l, c) = filter(f)
    end
end
```

ועכשיו רק צריך להגדיר את הפונקציה filter בצורה שתחזק תדרים גבוהים. למשל $\text{filter}(f) = \begin{cases} 0 & f \geq 0.5 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$

איך זה מתקשר לקונבולוציה?

בשביל לטשטש תמונה עם קונבולוציה, השתמשנו בפילטר קונבולוציה כמו $G=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}/16$. זה בעצם מחזק תדרים נמוכים. אם רוצים קונבולוציה שתשאיר את התמונה אותו דבר, משתמשים ב $\delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. אז בשביל לקבל תדרים נמוכים צריך לחסר $\delta - G$:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}/16 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & 12 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}/16$$

וזה מזכיר את פונקציית sinc!

או באופן כללי, אם רוצים לחזק את התדרים הגבוהים פי S, צריך לעשות High Emphasis Filter (HEF) - $\delta - S(\delta - G)$:

$$\begin{bmatrix} -S & -2S & -S \\ -2S & 16+12S & -2S \\ -S & -2S & -S \end{bmatrix}/16$$

במקומות "שטוחים", הפילטר הזה יתן 0. אבל כאשר יש שינויים חדים, בתחילת העליה נקבל ערך שלילי ובסופה נקבל ערך חיובי - שניהם נשלטים ע"י הגודל של S. לכן אם נחבר את התוצאה של הקונבולוציה הזאת לתמונה זה יחזק את הגבולות.

דילקמ: הירא ודיע
לגרתמ: חפאק ורוא ר"ד
דיראת: 2019-01-09

ובמישור התדר:

איך נראה הפילטר $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ במישור התדר? פילטר שמעביר את התמונה כמו שהיא - כלומר קו שטוח.

ואיך נראה $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}/16$ במישור התדר? זה גאוסיאן, ולכן הוא נראה כמו גאוסיאן.

אז איך נראה $\delta - G$ במישור התדר? פשוט גאוסיאן הפוך (1 פחות גאוסיאן) - שזה אומר 0 באמצע ו1 בקצוות, כלומר high-pass filter.