

תרגיל מחשב 1

מגישים:

עדן לוסקי 209203751

אורוב טבול 207691262

שאלה 1:

(א) מספר מצב של מטריצת A: $k(A) = 3.0262e^7$
נורמת A: נורמת "פרובינוס" – $\|A\|_f = 6.9121$
נורמת V: $|\bar{v}|_2 = 57.2906$
נורמת Q: $|q|_2 = 19.697$

נפרק את מטריצה A בפירוק LU:

L – מטריצה משולשית תחתונה

U – מטריצה משולשית עליונה

מטריצה A:

MATLAB R2023a - academic use

The screenshot shows the MATLAB R2023a interface. The title bar says "MATLAB R2023a - academic use". The menu bar includes "HOME", "PLOTS", "APPS", "VARIABLE", and "VIEW". The "VARIABLE" tab is selected. In the center, there is a table titled "A(4,2)" containing the matrix A. The matrix has 18 rows and 18 columns, with values ranging from approximately 0.0401 to 0.4559. The table has a header row with column indices 1 through 18. The "Variables" browser on the left lists variables like "q.list", "arr_err_B", "arr_err_C", etc., and "A". The status bar at the bottom shows "PLOTS: A(4,2)".

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.4559	1.7477	0.4128	0.2169	0.1474	0.1122	0.0911	0.0772	0.0674	0.0602	0.0548	0.0506	0.0474	0.0448	0.0429	0.0413	0.0402	0.0395
2	0.2301	0.4559	1.0539	0.3707	0.2052	0.1417	0.1087	0.0886	0.0753	0.0659	0.0590	0.0537	0.0497	0.0465	0.0441	0.0422	0.0407	0.0396
3	0.1546	0.2337	0.4559	0.7586	0.3298	0.1926	0.1355	0.1049	0.0860	0.0733	0.0643	0.0577	0.0526	0.0487	0.0457	0.0433	0.0415	0.0401
4	0.1171	0.1573	0.2392	0.4559	0.5961	0.2942	0.1803	0.1293	0.1010	0.0834	0.0714	0.0628	0.0564	0.0516	0.0479	0.0449	0.0427	0.0409
5	0.0948	0.1191	0.1611	0.2469	0.4559	0.4940	0.2646	0.1689	0.1233	0.0973	0.0803	0.0695	0.0613	0.0553	0.0506	0.0470	0.0442	0.0420
6	0.0801	0.0964	0.1219	0.1663	0.2572	0.4559	0.4246	0.2404	0.1586	0.1177	0.0938	0.0784	0.0677	0.0600	0.0542	0.0497	0.0463	0.0436
7	0.0699	0.0815	0.0986	0.1255	0.1730	0.2705	0.4559	0.3747	0.2207	0.1497	0.1127	0.0907	0.0762	0.0661	0.0587	0.0532	0.0489	0.0456
8	0.0623	0.0710	0.0832	0.1012	0.1300	0.1814	0.2875	0.4559	0.3377	0.2047	0.1420	0.1083	0.0878	0.0742	0.0646	0.0576	0.0523	0.0482
9	0.0567	0.0634	0.0725	0.0853	0.1045	0.1354	0.1918	0.3094	0.4559	0.3094	0.1918	0.1354	0.1045	0.0853	0.0725	0.0634	0.0567	0.0516
10	0.0523	0.0576	0.0646	0.0742	0.0878	0.1083	0.1420	0.2047	0.3377	0.4559	0.2875	0.1814	0.1300	0.1012	0.0832	0.0710	0.0623	0.0559
11	0.0489	0.0532	0.0587	0.0661	0.0762	0.0907	0.1127	0.1497	0.2207	0.3747	0.4559	0.2705	0.1730	0.1255	0.0986	0.0815	0.0699	0.0615
12	0.0463	0.0497	0.0542	0.0600	0.0677	0.0784	0.0938	0.1177	0.1586	0.2404	0.4246	0.4559	0.2572	0.1663	0.1219	0.0964	0.0801	0.0689
13	0.0442	0.0470	0.0506	0.0553	0.0613	0.0695	0.0808	0.0973	0.1233	0.1689	0.2646	0.4940	0.4559	0.2469	0.1611	0.1191	0.0948	0.0791
14	0.0427	0.0449	0.0479	0.0516	0.0564	0.0628	0.0714	0.0834	0.1010	0.1293	0.1803	0.2942	0.5961	0.4559	0.2392	0.1573	0.1171	0.0936
15	0.0415	0.0433	0.0457	0.0487	0.0526	0.0577	0.0643	0.0733	0.0860	0.1049	0.1355	0.1926	0.3298	0.7586	0.4559	0.2337	0.1546	0.1157
16	0.0407	0.0422	0.0441	0.0465	0.0497	0.0537	0.0590	0.0659	0.0753	0.0886	0.1087	0.1417	0.2052	0.3707	1.0539	0.4559	0.2301	0.1530
17	0.0402	0.0413	0.0429	0.0448	0.0474	0.0506	0.0548	0.0602	0.0674	0.0772	0.0911	0.1122	0.1474	0.2169	0.4128	1.7477	0.4559	0.2283
18	0.0401	0.0409	0.0420	0.0436	0.0456	0.0482	0.0515	0.0558	0.0614	0.0688	0.0789	0.0933	0.1152	0.1520	0.2261	0.4470	5.2292	0.4559
19																		
20																		

אלטור V:

1	8.0967
2	14.0677
3	9.8335
4	8.0760
5	8.4758
6	9.5387
7	9.9108
8	9.2031
9	8.2928
10	8.0985
11	8.4023
12	9.9846
13	11.9186
14	13.2667
15	14.1150
16	10.9383
17	12.3355
18	37.6475

מטריצת ז:

מטריצת U:

מטריצת P:

(ב)

נוסחאות מההרצאה:

סעיף ו(ב) בפערת הנוסחאות מההרצאה:
 $\underline{b_i} \stackrel{\text{לפערת הנוסחאות מההרצאה}}{\equiv} \underline{c_i} = b_i$ $\underline{c_i} = L^{-1} \underline{b_i}$ $\underline{L} \cdot \underline{c_i} = \underline{b_i}$
 $\underline{x_i} \stackrel{\text{לפערת הנוסחאות מההרצאה}}{\equiv} \underline{c_i}$ $\underline{c_i} = L^{-1} \underline{x_i}$ $\underline{L} \cdot \underline{x_i} = \underline{c_i}$
 סעיף ו(ב) בפערת הנוסחאות מההרצאה:
 $\underline{L} \cdot \underline{c_i} = \underline{b_i} \stackrel{\text{לפערת הנוסחאות מההרצאה}}{\equiv} \underline{L} \cdot \underline{L}^{-1} \underline{b_i} \stackrel{\text{לפערת הנוסחאות מההרצאה}}{\equiv} \underline{b_i}$

בעזרת הנוסחאות הנ"ל הגענו לפיתוח הבא:

$$\begin{aligned}
 A \cdot X = b &\longrightarrow PA \cdot X = b \longrightarrow L \cdot \underbrace{U \cdot X}_C = Pb \longrightarrow L \cdot C = Pb \longrightarrow C = L^{-1} Pb \\
 U \cdot X = C &\longrightarrow X = U^{-1} \cdot C
 \end{aligned}$$

נמצא נספח (ג'ז)

$$L \cdot C = Pv \rightarrow C = L^{-1} \cdot Pv \quad \text{נמצא נספח}$$

$$U \cdot \bar{q} = C \rightarrow \bar{q} = U^{-1} \cdot C \quad \text{נמצא נספח}$$

(*)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & c_n \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{array} \right)$$

$$a_{11} \cdot c_1 = v_1 \longrightarrow c_1 = \frac{v_1}{a_{11}}$$

3/1

$$a_{21} \cdot C_1 + a_{22} \cdot C_2 = V_2$$

$$a_{22} \cdot C_2 = V_2 - a_{21} \cdot C_1 \quad \rightarrow \quad C_2 = \frac{V_2 - a_{21} \cdot C_1}{a_{22}}$$

$$a_{31} \cdot C_1 + a_{32} \cdot C_2 + a_{33} \cdot C_3 = V_3$$

$$C_3 \cdot a_{33} = V_3 - a_{31} \cdot C_1 + a_{32} \cdot C_2$$

$$C_3 = \frac{V_3 - a_{31} \cdot C_1 + a_{32} \cdot C_2}{a_{33}}$$

$$C_n = \frac{V_n - \sum_{i=1}^{n-1} a_{ni} \cdot C_i}{a_{nn}}$$

ריבוע מלבני תרשים

הענין בזיהוי הצלב (לעתות צייר)

$$(*) \quad \begin{pmatrix} a_{11} & & \\ & a_{22} & \\ & 0 & a_{33} \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{q}_1 \\ \vdots \\ \bar{q}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix}$$

$$a_{11} \cdot \bar{q}_1 + a_{12} \bar{q}_2 + \sum_{n=3}^{\infty} a_{1n} \bar{q}_n = C_1$$

$$\bar{q}_1 = C_1 - \frac{\sum_{n=2}^{\infty} a_{1n} \bar{q}_n}{a_{11}}$$

הענין בזיהוי הצלב (לעתות צייר)

הענין בזיהוי הצלב (לעתות צייר):

$$a_{ii} \cdot \bar{q}_i = C_i$$

הענין בזיהוי הצלב (לעתות צייר)

$$\frac{\|q' - q\|_2}{\|q\|_2} :$$

שגיאה יחסית בדבורה 2:

$$\|\tilde{q}-q\|_2 = 4.7087e^{-11}$$

* קיבלנו שגיאה כזו בשל הייצוג הסופי של מספרים במחשב

וקטור Q' :

1	2.0000
2	4.7889e-11
3	9.0000
4	2.0000
5	-1.2959e-12
6	3.0000
7	7.0000
8	5.0000
9	1.0000
10	2.0000
11	-1.5659e-11
12	7.0000
13	6.0000
14	9.0000
15	1.0000
16	2.0000
17	6.0000
18	2.0000

ניתן לראות כי התוצאות הנ"ל של פ' אבן קרובות לת"ז שלנו בדבורה ל- q

(ג) שגיאה יחסית בנוינה 2: 0.0085

$$\frac{\|\Delta \hat{x}\|}{\|x\|} \leq \underbrace{\|\hat{A}^{-1}\|}_{\text{שגיאה א-ה-ב}} \underbrace{\|\hat{A}\|}_{\text{נוון ה-נ-ג}} \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}$$

שגיאה א-ה-ב
 נוון ה-נ-ג
 "כליון"
 נ-ל-ז-ה
 נוון ה-נ-ג
 ק(ה-ב)
 נ-ל-ז-ה
 א-ה-ב
 שגיאה א-ה-ב
 נוון ה-נ-ג
 א-ה-ב
 נ-ל-ז-ה
 א-ה-ב

השגיאה היחסית גדלה בעקבות הגדלת החסם על השגיאה היחסית – בעקבות הגדלת וקטור \hat{A} (הוא מייצר את \hat{b} באIOR).

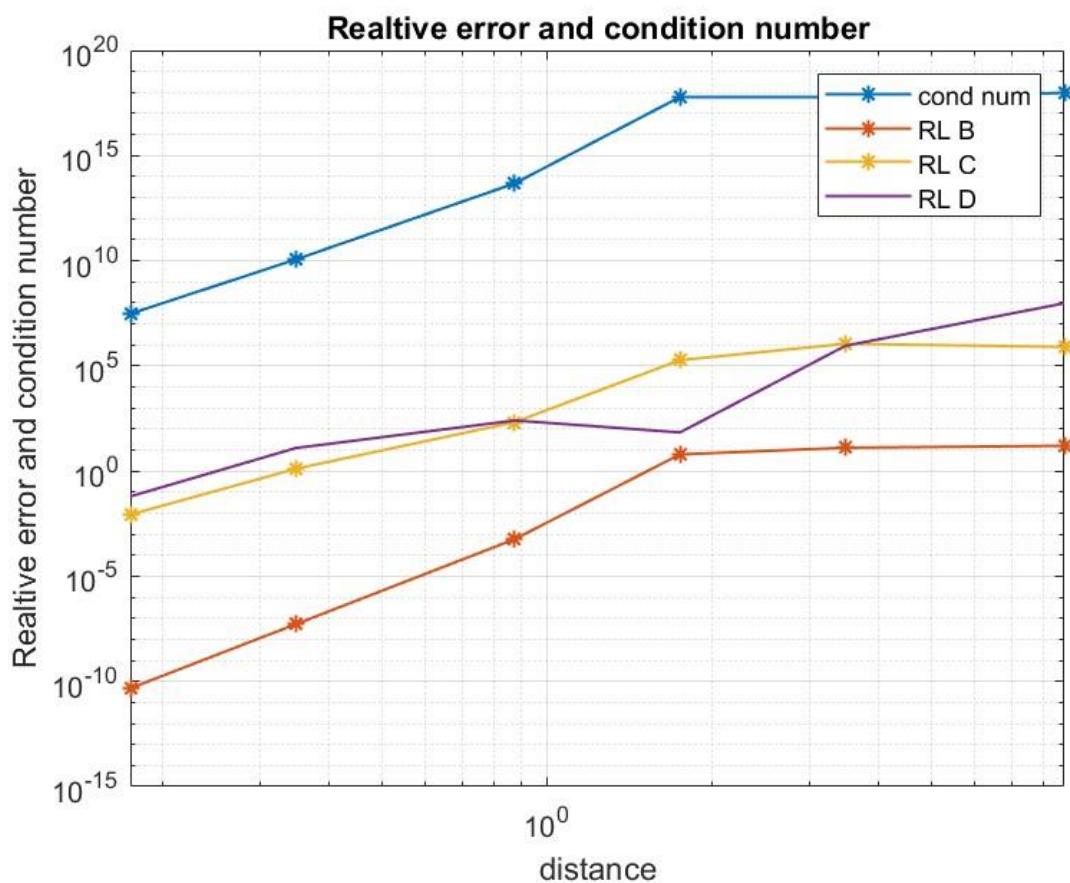
(ד) שגיאה יחסית בנוינה 2: 0.0624

ניתן לראות כי השגיאה היחסית השתנתה בעקבות שינוי החסם שלה. ברגע ששיםינו את מטריצה A שינוינו את מספר המצב שלה ובכך החסם על השגיאה שונה. ניתן לראות גם באIOR שצירפנו לסעיף ג.

(ניתן לראות כי כאשר מוסיפים שגיאה בוקטור V או במטריצה A השגיאה היחסית גדלה, כמו שציפינו. ובנוסף ניתן לראות שככל שמדוברים את H , מספר המצביע גדול וסביר בכך החסם על השגיאה היחסית גדולה, שינוי הבולטים לעין בגרף. ill condition ill

הגרף שקיבלנו בסוף ריצת הקוד של שאלה 1:

הסבר: כל אות במרקא \underline{RL} מייצג שגיאה לפי מס הטעיף (B טעיף בת C טעיף ג וכו').



שאלה 2:

- D – מטריצה אלכסונית
 L – מטריצה משולשית תחתונה (לא האלכסון)
 U – מטריצה משולשית עליונה (לא האלכסון)

$$\underline{\underline{Q}} = \underline{\underline{L}} + \underline{\underline{D}} \quad (\alpha)$$

$$\underline{\underline{X}}^{(k)} = - \underbrace{(\underline{\underline{L}} + \underline{\underline{D}})^{-1}}_{\underline{\underline{G}}} \underline{\underline{U}} \underline{\underline{X}}^{(k-1)} + \underbrace{(\underline{\underline{L}} + \underline{\underline{D}})^{-1} \underline{\underline{b}}}_{\underline{\underline{C}}} \quad -$$

נريץ את הנוסחה עד שיתקיים:

$$\| \bar{\mathbf{q}}^{(k)} - \bar{\mathbf{q}}^{(k-1)} \|_{\infty} / \| \bar{\mathbf{q}}^{(k-1)} \|_{\infty} < 10^{-3}$$

$$\bar{\mathbf{q}}^{(0)} = \mathbf{0} \quad \text{וניחוש התחלתי:}$$

מטריצה A:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
1	2.2797	0.5648	0.2529	0.1637	0.1217	0.0974	0.0817	0.0709	0.0630	0.0571	0.0525	0.0490	0.0463	0.0441	0.0425	0.0413	0.0404	0.0399
2	0.3822	2.2797	0.5548	0.2506	0.1626	0.1210	0.0969	0.0814	0.0706	0.0627	0.0568	0.0523	0.0488	0.0461	0.0440	0.0423	0.0411	0.0403
3	0.2093	0.3854	2.2797	0.5410	0.2476	0.1612	0.1202	0.0964	0.0810	0.0702	0.0625	0.0566	0.0521	0.0487	0.0459	0.0438	0.0422	0.0410
4	0.1448	0.2106	0.3903	2.2797	0.5247	0.2441	0.1597	0.1193	0.0958	0.0805	0.0699	0.0622	0.0564	0.0519	0.0485	0.0458	0.0437	0.0421
5	0.1114	0.1456	0.2124	0.3969	2.2797	0.5071	0.2403	0.1579	0.1183	0.0951	0.0800	0.0695	0.0619	0.0561	0.0517	0.0483	0.0456	0.0435
6	0.0910	0.1119	0.1466	0.2147	0.4051	2.2797	0.4892	0.2362	0.1561	0.1172	0.0944	0.0795	0.0692	0.0616	0.0559	0.0515	0.0481	0.0455
7	0.0775	0.0914	0.1126	0.1478	0.2174	0.4151	2.2797	0.4718	0.2320	0.1543	0.1162	0.0937	0.0791	0.0688	0.0613	0.0557	0.0513	0.0480
8	0.0679	0.0778	0.0919	0.1133	0.1492	0.2206	0.4269	2.2797	0.4553	0.2280	0.1525	0.1152	0.0931	0.0786	0.0685	0.0611	0.0555	0.0512
9	0.0608	0.0682	0.0782	0.0925	0.1142	0.1508	0.2241	0.4403	2.2797	0.4403	0.2241	0.1508	0.1142	0.0925	0.0782	0.0682	0.0608	0.0553
10	0.0555	0.0611	0.0685	0.0786	0.0931	0.1152	0.1525	0.2280	0.4553	2.2797	0.4269	0.2206	0.1492	0.1133	0.0919	0.0778	0.0679	0.0606
11	0.0513	0.0557	0.0613	0.0688	0.0791	0.0937	0.1162	0.1543	0.2320	0.4718	2.2797	0.4151	0.2174	0.1478	0.1126	0.0914	0.0775	0.0677
12	0.0481	0.0515	0.0559	0.0616	0.0692	0.0795	0.0944	0.1172	0.1561	0.2362	0.4892	2.2797	0.4051	0.2147	0.1466	0.1119	0.0910	0.0772
13	0.0456	0.0483	0.0517	0.0561	0.0619	0.0695	0.0800	0.0951	0.1183	0.1579	0.2403	0.5071	2.2797	0.3969	0.2124	0.1456	0.1114	0.0907
14	0.0437	0.0458	0.0485	0.0519	0.0564	0.0622	0.0699	0.0805	0.0958	0.1193	0.1597	0.2441	0.5247	2.2797	0.3903	0.2106	0.1448	0.1110
15	0.0422	0.0438	0.0459	0.0487	0.0521	0.0566	0.0625	0.0702	0.0810	0.0964	0.1202	0.1612	0.2476	0.5410	2.2797	0.3854	0.2093	0.1443
16	0.0411	0.0423	0.0440	0.0461	0.0488	0.0523	0.0568	0.0627	0.0706	0.0814	0.0969	0.1210	0.1626	0.2506	0.5548	2.2797	0.3822	0.2085
17	0.0404	0.0413	0.0425	0.0441	0.0463	0.0490	0.0525	0.0571	0.0630	0.0709	0.0817	0.0974	0.1217	0.1637	0.2529	0.5648	2.2797	0.3806
18	0.0400	0.0405	0.0414	0.0426	0.0443	0.0464	0.0492	0.0527	0.0573	0.0632	0.0711	0.0820	0.0978	0.1222	0.1644	0.2543	0.5702	2.2797

קטור V:

1	10.0231
2	9.4333
3	25.6621
4	12.7918
5	9.1013
6	15.8303
7	23.8928
8	19.8474
9	11.6565
10	12.6876
11	10.2699
12	24.2285
13	24.5005
14	29.3172
15	13.9055
16	13.5742
17	20.2630
18	12.3822

וקטור Q' :

	1
1	2.0029
2	0.0032
3	9.0027
4	2.0024
5	0.0022
6	3.0016
7	7.0009
8	5.0001
9	0.9997
10	1.9995
11	-5.2987e-04
12	6.9994
13	5.9995
14	8.9996
15	0.9997
16	1.9998
17	5.9998
18	1.9999

	1	2	3	4	5
1	0.3779	0.1667	0.0421	0.0115	0.0012

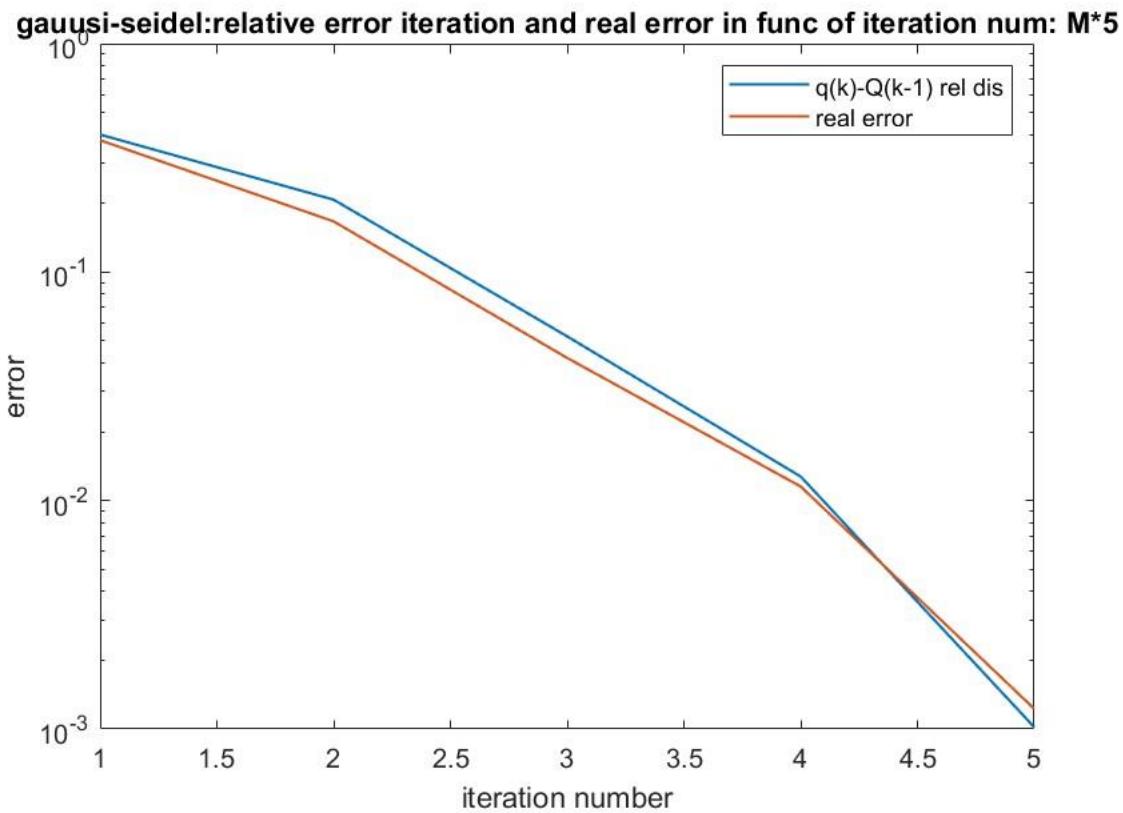
וקטור מרחק יחסית:

וקטור שגיאה יחסית:

	1	2	3	4	5
1	0.3998	0.2075	0.0523	0.0127	0.0010

קיבלנו שמספר האיטרציות הוא 5.
השגיאה היחסית עם Q' סופי היא: $3.5924e^{-4}$.

הגרף הוא:



$$h = \pi \rho / (2M) \quad \text{עבור:} \quad (b)$$

מטריצה A:

וקטור V:

	1
1	7.7932
2	11.4565
3	13.7125
4	9.5257
5	9.0150
6	11.6965
7	13.9606
8	12.4370
9	9.7532
10	9.6352
11	9.5648
12	14.0261
13	15.9172
14	17.5475
15	13.8979
16	11.0680
17	12.8000
18	11.9625

וקטור Q':

	1
1	2.0008
2	-0.0077
3	8.9990
4	2.0005
5	8.6836e-04
6	3.0003
7	7.0003
8	5.0002
9	1.0002
10	2.0001
11	1.6234e-04
12	7.0000
13	6.0001
14	9.0000
15	1.0002
16	1.9998
17	6.0004
18	1.9998

וקטור מרחוק יחס:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1.7850	1.2749	0.2487	0.1297	0.1966	0.0589	0.0651	0.0089	0.0083	0.0030	0.0019

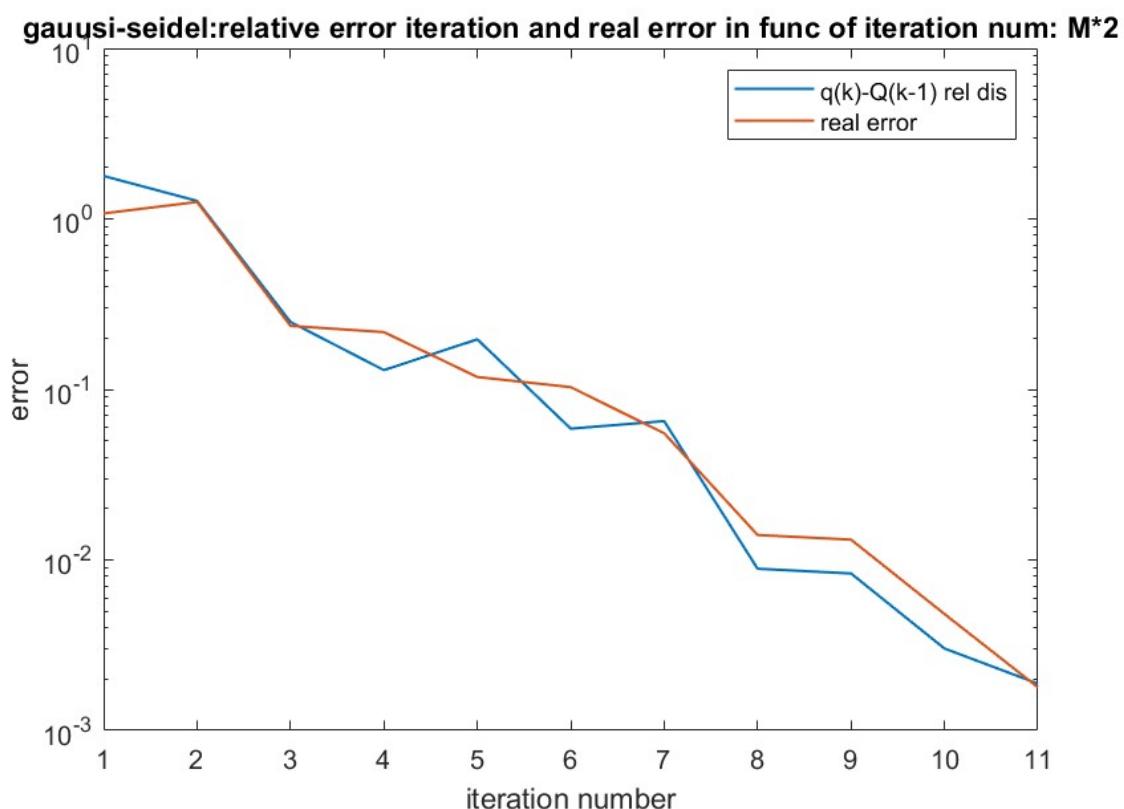
וקטור שגיאה יחסית:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1.0767	1.2564	0.2357	0.2168	0.1182	0.1031	0.0553	0.0140	0.0131	0.0048	0.0018

קיבלנו שמספר האיטרציות הוא: 11
 השגיאה היחסית עם Q סופי היא: $\hat{q} = 8.5331e^{-4}$

הסביר לנו שמספר האיטרציות גדול זה שבכל שritt איברי המטריצה קטנים (יחס הפוך) ובכך בעצם היה צריך ביזור פעולות על מנת להגיע למספר המבוקש.

הgraf הוא:



תנאי התבניות:

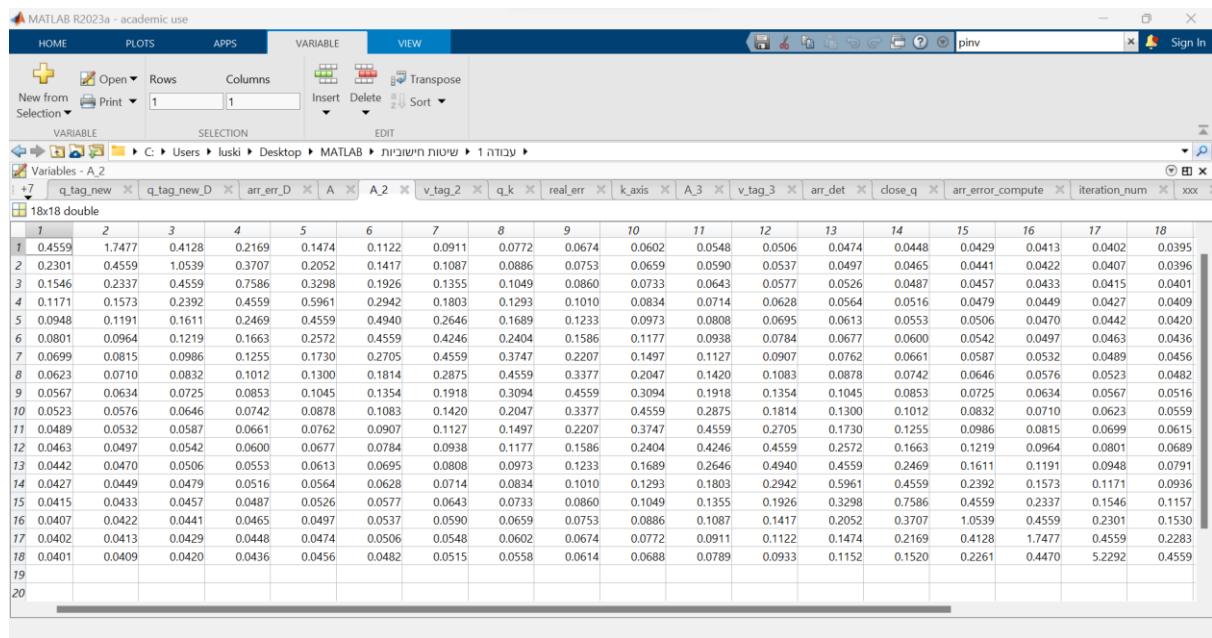
לעומת מטריצות אסימטריות
המטריצה חיובית מוגדרת אם $\forall \vec{x} \neq \vec{0}$ מתקיים $\vec{x}^T A \vec{x} > 0$

(positive definite matrix) $\vec{x}^T A \vec{x} > 0$ $\forall \vec{x} \in \mathbb{R}^n$

1. $A_{ij} = A_{ji}$
2. $A_{ii} > 0$

$$\text{עבור: } h = \pi \rho / M$$

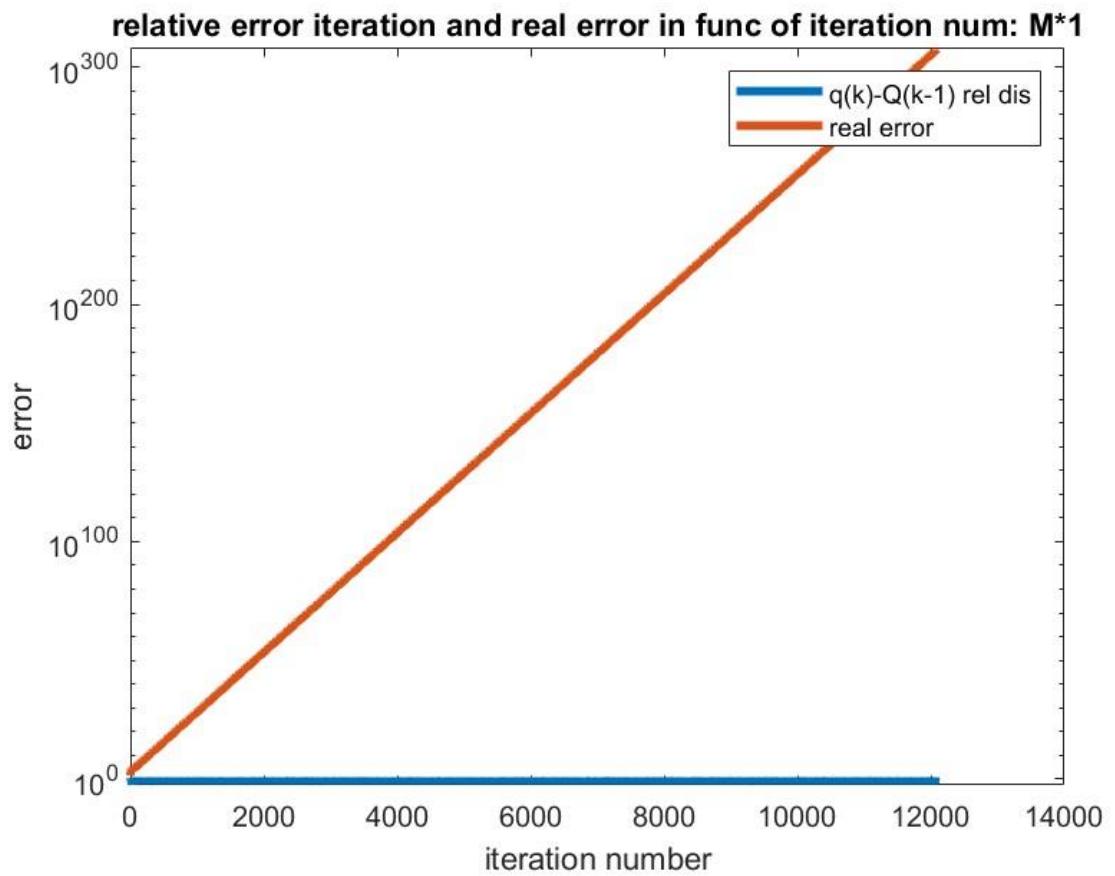
נקבל את המטריצה A :



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
1	0.4559	1.7477	0.4128	0.2169	0.1474	0.1122	0.0911	0.0772	0.0674	0.0602	0.0548	0.0506	0.0474	0.0448	0.0429	0.0413	0.0402	0.0395
2	0.2301	0.4559	1.0539	0.3707	0.2052	0.1417	0.1087	0.0886	0.0753	0.0659	0.0590	0.0537	0.0497	0.0465	0.0441	0.0422	0.0407	0.0396
3	0.1546	0.2337	0.4559	0.7586	0.3298	0.1926	0.1355	0.1049	0.0860	0.0733	0.0643	0.0577	0.0526	0.0487	0.0457	0.0433	0.0415	0.0401
4	0.1171	0.1573	0.2392	0.4559	0.5961	0.2942	0.1803	0.1293	0.1010	0.0834	0.0714	0.0628	0.0564	0.0516	0.0479	0.0449	0.0427	0.0409
5	0.0948	0.1191	0.1611	0.2469	0.4559	0.4940	0.2646	0.1689	0.1233	0.0973	0.0808	0.0695	0.0613	0.0553	0.0506	0.0470	0.0442	0.0420
6	0.0801	0.0964	0.1219	0.1663	0.2572	0.4559	0.4246	0.2404	0.1586	0.1177	0.0938	0.0784	0.0677	0.0600	0.0542	0.0497	0.0463	0.0436
7	0.0699	0.0815	0.0986	0.1255	0.1730	0.2705	0.4559	0.3747	0.2207	0.1497	0.1127	0.0907	0.0762	0.0661	0.0587	0.0532	0.0489	0.0456
8	0.0623	0.0710	0.0832	0.1012	0.1300	0.1814	0.2875	0.4559	0.3377	0.2047	0.1420	0.1083	0.0878	0.0742	0.0646	0.0576	0.0523	0.0482
9	0.0567	0.0634	0.0725	0.0853	0.1045	0.1354	0.1918	0.3094	0.4559	0.3094	0.1918	0.1354	0.1045	0.0853	0.0725	0.0634	0.0567	0.0516
10	0.0523	0.0576	0.0646	0.0742	0.0878	0.1083	0.1420	0.2047	0.3377	0.4559	0.2875	0.1814	0.1300	0.1012	0.0832	0.0710	0.0623	0.0559
11	0.0489	0.0532	0.0587	0.0661	0.0762	0.0907	0.1127	0.1497	0.2207	0.3747	0.4559	0.2705	0.1730	0.1255	0.0986	0.0815	0.0699	0.0615
12	0.0463	0.0497	0.0542	0.0600	0.0677	0.0784	0.0938	0.1177	0.1586	0.2404	0.4246	0.4559	0.2572	0.1663	0.1219	0.0964	0.0801	0.0689
13	0.0442	0.0470	0.0506	0.0553	0.0613	0.0695	0.0808	0.0973	0.1233	0.1689	0.2646	0.4940	0.4559	0.2469	0.1611	0.1191	0.0948	0.0791
14	0.0427	0.0449	0.0479	0.0516	0.0564	0.0628	0.0714	0.0834	0.1010	0.1293	0.1803	0.2942	0.5961	0.4559	0.2392	0.1573	0.1171	0.0936
15	0.0415	0.0433	0.0457	0.0487	0.0526	0.0577	0.0643	0.0733	0.0860	0.1049	0.1355	0.1926	0.3298	0.7586	0.4559	0.2337	0.1546	0.1157
16	0.0407	0.0422	0.0441	0.0465	0.0497	0.0537	0.0590	0.0659	0.0753	0.0886	0.1087	0.1417	0.2052	0.3707	1.0539	0.4559	0.2301	0.1530
17	0.0402	0.0413	0.0429	0.0448	0.0474	0.0506	0.0548	0.0602	0.0674	0.0772	0.0911	0.1122	0.1474	0.2169	0.4128	1.7477	0.4559	0.2283
18	0.0401	0.0409	0.0420	0.0436	0.0456	0.0482	0.0515	0.0558	0.0614	0.0688	0.0789	0.0933	0.1152	0.1520	0.2261	0.4470	5.2292	0.4559

וניהן לראות כי למטריצה אין אלכסון דומיננטי ולכן אין התבניות למערכת במצב זה.

$$\|G\| = 157.265 \quad \text{וכאן } \|G\| > 1$$



ניתן לראות מהאיור כי לא מתקיים התכונות (לפי הבד יש חסם לכך שהמטריצה מבצעת פעולות מסוימות)

$$\underline{\underline{Q}} = \underline{\underline{D}} \quad (2)$$

סכום כל גורם:

$$\|\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{Q}}^{-1} \underline{\underline{A}}\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left| \frac{a_{ij}}{a_{ii}} \right| < 1$$

כל גורם בטור
הclaveי

* נולז $\underline{\underline{A}}$ סאלכ

$$\sum_{j=1}^n |a_{ij}| < |a_{ii}|$$

$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|$ סאלכ $\underline{\underline{A}}^{-1}$ אינטגרל, אזי $\|\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{A}}^{-1} \underline{\underline{A}}\|_{\infty} < 1$

תובען 'אלא' מכוון גורם אחד כרך $\underline{\underline{A}} \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{b}}$ נוגעת לערך ורשות $\underline{\underline{x}}^{(0)}$

עבור:

$$h = \pi \rho / (5M)$$

ובעצם מתקיים כי הטעינה של G גדולה מ-1 ולכן במצבי זה הפיתרון של המערכת לא מתבנש.

$$\|G\| = 133.11 \quad \|G\| > 1$$

(T)

מטריצה A:

וקטור V:

	1
1	140.7366
2	42.9148
3	600.2876
4	155.1898
5	27.4810
6	226.6115
7	483.2149
8	352.6854
9	93.1390
10	147.9087
11	32.0261
12	480.2127
13	437.0832
14	620.5444
15	114.3152
16	158.1530
17	410.3062
18	160.9844

וקטור Q¹:

	1
1	2.0031
2	0.0059
3	9.0051
4	2.0059
5	0.0057
6	3.0059
7	7.0057
8	5.0056
9	1.0059
10	2.0056
11	0.0065
12	7.0061
13	6.0075
14	9.0068
15	1.0082
16	2.0070
17	6.0069
18	2.0053

מרכז יחסי:

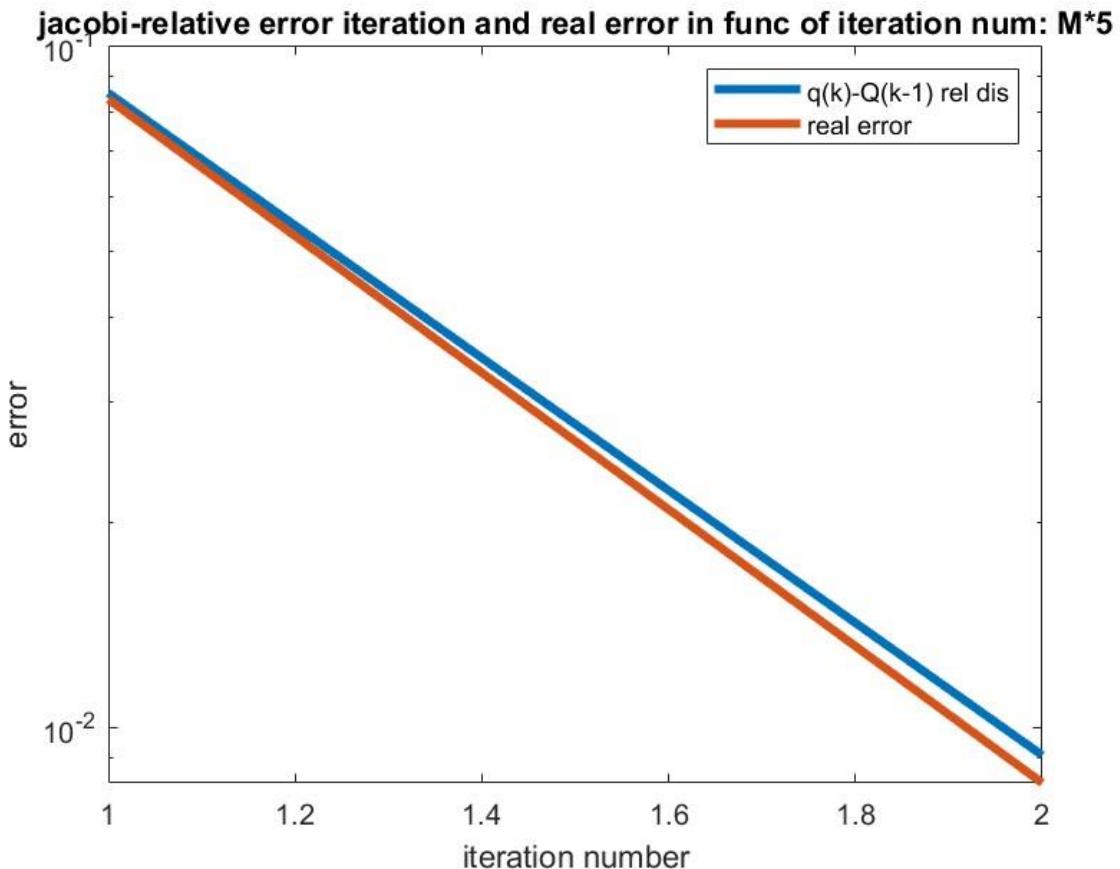
	1	2
1	0.0851	0.0091

שגיאה יחסית:

	1	2
1	0.0834	0.0083

מספר האיטרציות הוא: 2

גרף:



ההבדל מהסעיף הקודם הוא ששינו את מטריצה A ובעת נורמת אינסוף של G אף קטנה מ-1 ולכן הפיתרון של המערכת מתכנס במדויק.

שיטת גאוס-זידל התכנסה תחת אותם התנאים בהם שיטת יעקובי לא התכנסה.

שאלה 3:

$$\tilde{X} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{b}$$

: פלט

$\epsilon^2(\tilde{X}) = \min_{\tilde{X}} \| \underline{A} \tilde{X} - \underline{b} \|_2^2$ מינימיזציה כיכרית על מנת למצוא \tilde{X} אשר מתקיים

(א) מטריצה A:

The screenshot shows the MATLAB interface with the variable editor open. The variable A is selected. The matrix A is a 18x18 double precision matrix. The values are as follows:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.0456	0.0504	0.0559	0.0615	0.0662	0.0686	0.0679	0.0643	0.0591	0.0535	0.0483	0.0437	0.0399	0.0367	0.0341	0.0320	0.0302	0.0288
2	0.0416	0.0456	0.0501	0.0547	0.0588	0.0613	0.0615	0.0593	0.0554	0.0508	0.0463	0.0422	0.0386	0.0356	0.0331	0.0310	0.0293	0.0279
3	0.0383	0.0418	0.0456	0.0496	0.0532	0.0558	0.0566	0.0553	0.0525	0.0487	0.0447	0.0410	0.0377	0.0348	0.0324	0.0303	0.0286	0.0273
4	0.0358	0.0388	0.0421	0.0456	0.0489	0.0515	0.0527	0.0522	0.0502	0.0471	0.0436	0.0402	0.0370	0.0343	0.0319	0.0299	0.0282	0.0268
5	0.0337	0.0363	0.0393	0.0425	0.0456	0.0482	0.0497	0.0498	0.0485	0.0460	0.0429	0.0397	0.0367	0.0340	0.0316	0.0296	0.0279	0.0265
6	0.0320	0.0344	0.0371	0.0401	0.0430	0.0456	0.0474	0.0480	0.0472	0.0452	0.0425	0.0396	0.0367	0.0340	0.0316	0.0296	0.0279	0.0264
7	0.0307	0.0329	0.0354	0.0382	0.0410	0.0436	0.0456	0.0466	0.0463	0.0448	0.0425	0.0397	0.0369	0.0342	0.0319	0.0298	0.0280	0.0265
8	0.0297	0.0317	0.0341	0.0367	0.0394	0.0420	0.0443	0.0456	0.0458	0.0447	0.0427	0.0401	0.0374	0.0348	0.0323	0.0302	0.0284	0.0268
9	0.0289	0.0308	0.0331	0.0356	0.0382	0.0409	0.0433	0.0450	0.0456	0.0450	0.0433	0.0409	0.0382	0.0356	0.0331	0.0308	0.0289	0.0272
10	0.0284	0.0302	0.0323	0.0348	0.0374	0.0401	0.0427	0.0447	0.0458	0.0456	0.0443	0.0420	0.0394	0.0367	0.0341	0.0317	0.0297	0.0279
11	0.0280	0.0298	0.0319	0.0342	0.0369	0.0397	0.0425	0.0448	0.0463	0.0466	0.0456	0.0436	0.0410	0.0382	0.0354	0.0329	0.0307	0.0288
12	0.0279	0.0296	0.0316	0.0340	0.0367	0.0396	0.0425	0.0452	0.0472	0.0480	0.0474	0.0456	0.0430	0.0401	0.0371	0.0344	0.0320	0.0299
13	0.0279	0.0296	0.0316	0.0340	0.0367	0.0397	0.0429	0.0460	0.0485	0.0498	0.0497	0.0482	0.0456	0.0425	0.0393	0.0363	0.0337	0.0314
14	0.0282	0.0299	0.0319	0.0343	0.0370	0.0402	0.0436	0.0471	0.0502	0.0522	0.0527	0.0515	0.0489	0.0456	0.0421	0.0388	0.0358	0.0332
15	0.0286	0.0303	0.0324	0.0348	0.0377	0.0410	0.0447	0.0487	0.0525	0.0553	0.0566	0.0558	0.0532	0.0496	0.0456	0.0418	0.0383	0.0354
16	0.0293	0.0310	0.0331	0.0356	0.0386	0.0422	0.0463	0.0508	0.0554	0.0593	0.0615	0.0613	0.0588	0.0547	0.0501	0.0456	0.0416	0.0381
17	0.0302	0.0320	0.0341	0.0367	0.0399	0.0437	0.0483	0.0535	0.0591	0.0643	0.0679	0.0686	0.0662	0.0615	0.0559	0.0504	0.0456	0.0415
18	0.0314	0.0332	0.0355	0.0382	0.0416	0.0458	0.0508	0.0569	0.0638	0.0709	0.0765	0.0787	0.0763	0.0706	0.0635	0.0567	0.0506	0.0456
19																		
20																		

וקטור V:

1	3.0993
2	2.8850
3	2.7214
4	2.5971
5	2.5044
6	2.4382
7	2.3952
8	2.3733
9	2.3714
10	2.3895
11	2.4283
12	2.4896
13	2.5763
14	2.6930
15	2.8465
16	3.0467
17	3.3090
18	3.6578

הDeterminanta של A = $8.0926e^{\wedge} - 146$

וקטור Q:

	1
1	2.0708
2	-0.0584
3	9.2189
4	2.0219
5	0.6355
6	2.9433
7	5.2870
8	6.1000
9	1.1387
10	0.0785
11	3.2177
12	6.4122
13	5.5644
14	8.4768
15	1.0027
16	1.7705
17	6.0830
18	1.9227

$$\frac{|q - \tilde{q}|}{|q|} = 0.2245$$

שגיאה יחסית:

$$: 1/5 \times \pi \rho / M$$

(ב) עברו

מטריצה A

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	2.2797	0.5648	0.2529	0.1637	0.1217	0.0974	0.0817	0.0709	0.0630	0.0571	0.0525	0.0490	0.0463	0.0441	0.0425	0.0413	0.0404	0.05
2	0.3822	2.2797	0.5548	0.2506	0.1626	0.1210	0.0969	0.0814	0.0706	0.0627	0.0568	0.0523	0.0488	0.0461	0.0440	0.0423	0.0411	0.04
3	0.2093	0.3854	2.2797	0.5410	0.2476	0.1612	0.1202	0.0964	0.0810	0.0702	0.0625	0.0566	0.0521	0.0487	0.0459	0.0438	0.0422	0.04
4	0.1448	0.2106	0.3903	2.2797	0.5247	0.2441	0.1597	0.1193	0.0958	0.0805	0.0699	0.0622	0.0564	0.0519	0.0485	0.0458	0.0437	0.04
5	0.1114	0.1456	0.2124	0.3969	2.2797	0.5071	0.2403	0.1579	0.1183	0.0951	0.0800	0.0695	0.0619	0.0561	0.0517	0.0483	0.0456	0.04
6	0.0910	0.1119	0.1466	0.2147	0.4051	2.2797	0.4892	0.2362	0.1561	0.1172	0.0944	0.0795	0.0692	0.0616	0.0559	0.0515	0.0481	0.04
7	0.0775	0.0914	0.1126	0.1478	0.2174	0.4151	2.2797	0.4718	0.2320	0.1543	0.1162	0.0937	0.0791	0.0688	0.0613	0.0557	0.0513	0.04
8	0.0679	0.0778	0.0919	0.1133	0.1492	0.2206	0.4269	2.2797	0.4553	0.2280	0.1525	0.1152	0.0931	0.0786	0.0685	0.0611	0.0555	0.05
9	0.0608	0.0682	0.0782	0.0925	0.1142	0.1508	0.2241	0.4403	2.2797	0.4403	0.2241	0.1508	0.1142	0.0925	0.0782	0.0682	0.0608	0.05
10	0.0555	0.0611	0.0685	0.0786	0.0931	0.1152	0.1525	0.2280	0.4553	2.2797	0.4269	0.2206	0.1492	0.1133	0.0919	0.0778	0.0679	0.06
11	0.0513	0.0557	0.0613	0.0688	0.0791	0.0937	0.1162	0.1543	0.2320	0.4718	2.2797	0.4151	0.2174	0.1478	0.1126	0.0914	0.0775	0.06
12	0.0481	0.0515	0.0559	0.0616	0.0692	0.0795	0.0944	0.1172	0.1561	0.2362	0.4892	2.2797	0.4051	0.2147	0.1466	0.1119	0.0910	0.07
13	0.0456	0.0483	0.0517	0.0561	0.0619	0.0695	0.0800	0.0951	0.1183	0.1579	0.2403	0.5071	2.2797	0.3969	0.2124	0.1456	0.1114	0.05
14	0.0437	0.0458	0.0485	0.0519	0.0564	0.0622	0.0699	0.0805	0.0958	0.1193	0.1597	0.2441	0.5247	2.2797	0.3903	0.2106	0.1448	0.11
15	0.0422	0.0438	0.0459	0.0487	0.0521	0.0566	0.0625	0.0702	0.0810	0.0964	0.1202	0.1612	0.2476	0.5410	2.2797	0.3854	0.2093	0.14
16	0.0411	0.0423	0.0440	0.0461	0.0488	0.0523	0.0568	0.0627	0.0706	0.0814	0.0969	0.1210	0.1626	0.2506	0.5548	2.2797	0.3822	0.2
17	0.0404	0.0413	0.0425	0.0441	0.0463	0.0490	0.0525	0.0571	0.0630	0.0709	0.0817	0.0974	0.1217	0.1637	0.2529	0.5648	2.2797	0.38
18	0.0400	0.0405	0.0414	0.0426	0.0443	0.0464	0.0492	0.0527	0.0573	0.0632	0.0711	0.0820	0.0978	0.1222	0.1644	0.2543	0.5702	2.27
19																		
20																		

קטור V:

1	10.0231
2	9.4333
3	25.6621
4	12.7918
5	9.1013
6	15.8303
7	23.8928
8	19.8474
9	11.6565
10	12.6876
11	10.2699
12	24.2285
13	24.5005
14	29.3172
15	13.9055
16	13.5742
17	20.2630
18	12.3822

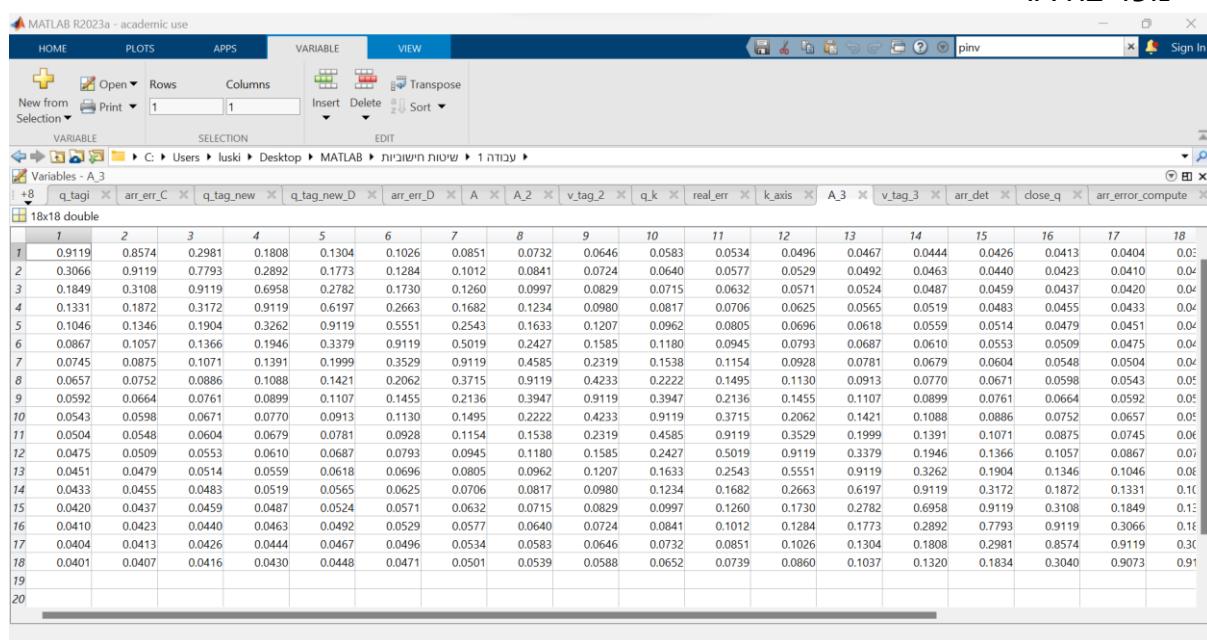
קטור Q':

	1
1	2.0000
2	1.2837e-14
3	9.0000
4	2.0000
5	-3.9772e-15
6	3.0000
7	7.0000
8	5.0000
9	1.0000
10	2.0000
11	-4.4761e-15
12	7.0000
13	6.0000
14	9.0000
15	1.0000
16	2.0000
17	6.0000
18	2.0000

$$\left| q - \tilde{q} \right| / |q| = 1.1369e-15$$

$$: 1/2 \times \pi \rho / M$$

מטריצה A:



וקטור ∇ :

וקטור Q' :

	1
1	2.0000
2	-9.2939e-15
3	9.0000
4	2.0000
5	-1.2071e-14
6	3
7	7.0000
8	5.0000
9	1.0000
10	2.0000
11	-3.3338e-15
12	7.0000
13	6.0000
14	9.0000
15	1.0000
16	2.0000
17	6.0000
18	2.0000

	1
1	7.7932
2	11.4565
3	13.7125
4	9.5257
5	9.0150
6	11.6965
7	13.9606
8	12.4370
9	9.7532
10	9.6352
11	9.5648
12	14.0261
13	15.9172
14	17.5475
15	13.8979
16	11.0680
17	12.8000
18	11.9625

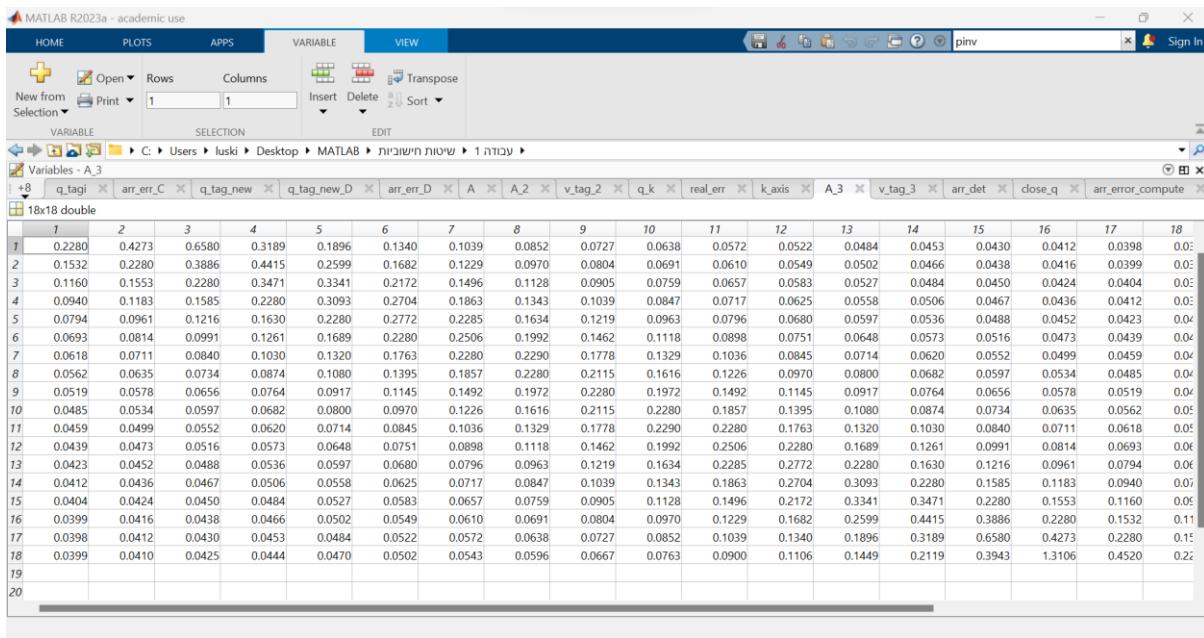
הדרמיננטה של A : 0.0019

שגיאה יחסית:

$$\frac{|q - \tilde{q}|}{|q|} = 1.8625e-15$$

$$: 2 \times \pi \rho / M$$

עבור מטריצה A



The screenshot shows the MATLAB R2023a interface. The title bar says "MATLAB R2023a - academic use". The menu bar includes HOME, PLOTS, APPS, VARIABLE, and VIEW. The VARIABLE tab is selected. In the workspace pane, there is a variable named "A" with the description "Variables - A_3". The variable "A" is a 18x18 double matrix. The matrix is displayed in a table format with columns labeled 1 through 18. The first few rows of the matrix are:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.2280	0.4273	0.6580	0.3189	0.1896	0.1340	0.1039	0.0852	0.0727	0.0638	0.0572	0.0522	0.0484	0.0453	0.0430	0.0412	0.0398	0.03
2	0.1532	0.2280	0.3886	0.4415	0.2599	0.1682	0.1229	0.0970	0.0804	0.0691	0.0610	0.0549	0.0502	0.0466	0.0438	0.0416	0.0399	0.03
3	0.1160	0.1553	0.2280	0.3471	0.3341	0.2172	0.1496	0.1128	0.0905	0.0759	0.0657	0.0583	0.0527	0.0484	0.0450	0.0424	0.0404	0.03
4	0.0940	0.1183	0.1585	0.2280	0.3093	0.2704	0.1863	0.1343	0.1039	0.0847	0.0717	0.0625	0.0558	0.0506	0.0467	0.0436	0.0412	0.03

וקטור b : וקטור A:

	1
1	2.0000
2	3.3120e-08
3	9.0000
4	2.0000
5	2.3991e-09
6	3.0000
7	7.0000
8	5.0000
9	1.0000
10	2.0000
11	2.4787e-09
12	7.0000
13	6.0000
14	9.0000
15	1.0000
16	2.0000
17	6.0000
18	2.0000

	1
1	10.2766
2	8.3044
3	7.0924
4	6.8185
5	6.9323
6	7.0087
7	6.8934
8	6.6612
9	6.4692
10	6.4463
11	6.6517
12	7.1671
13	8.0239
14	9.0051
15	9.9823
16	10.4820
17	9.8065
18	11.3338

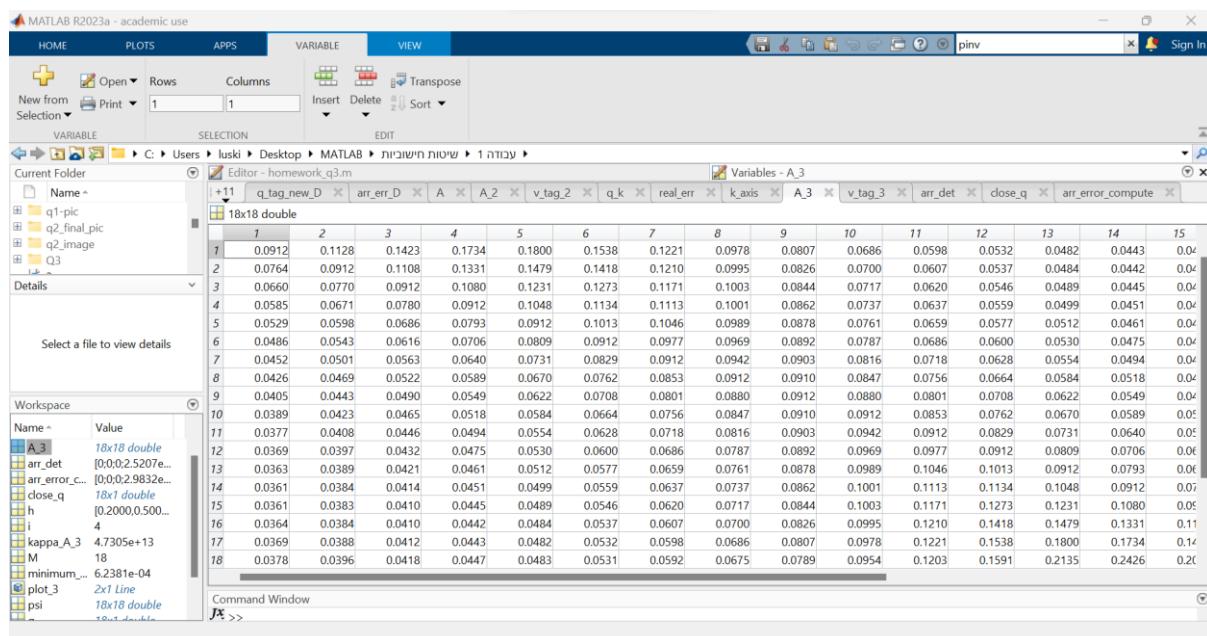
הDeterminant של A: $3.4450e-36$

שגיאה יחסית:

$$\frac{|q - \tilde{q}|}{|q|} = 7.4229e-8$$

עבור ρ / M

מטריצה A:



וקטור ∇ :

וקטור Q' :

	1
1	1.9993
2	4.9692e-04
3	8.9997
4	1.9997
5	-3.1144e-05
6	3.0000
7	7.0000
8	5.0000
9	1.0000
10	2.0000
11	1.5286e-06
12	7.0000
13	5.9999
14	9.0000
15	0.9999
16	2.0001
17	6.0028
18	1.9949

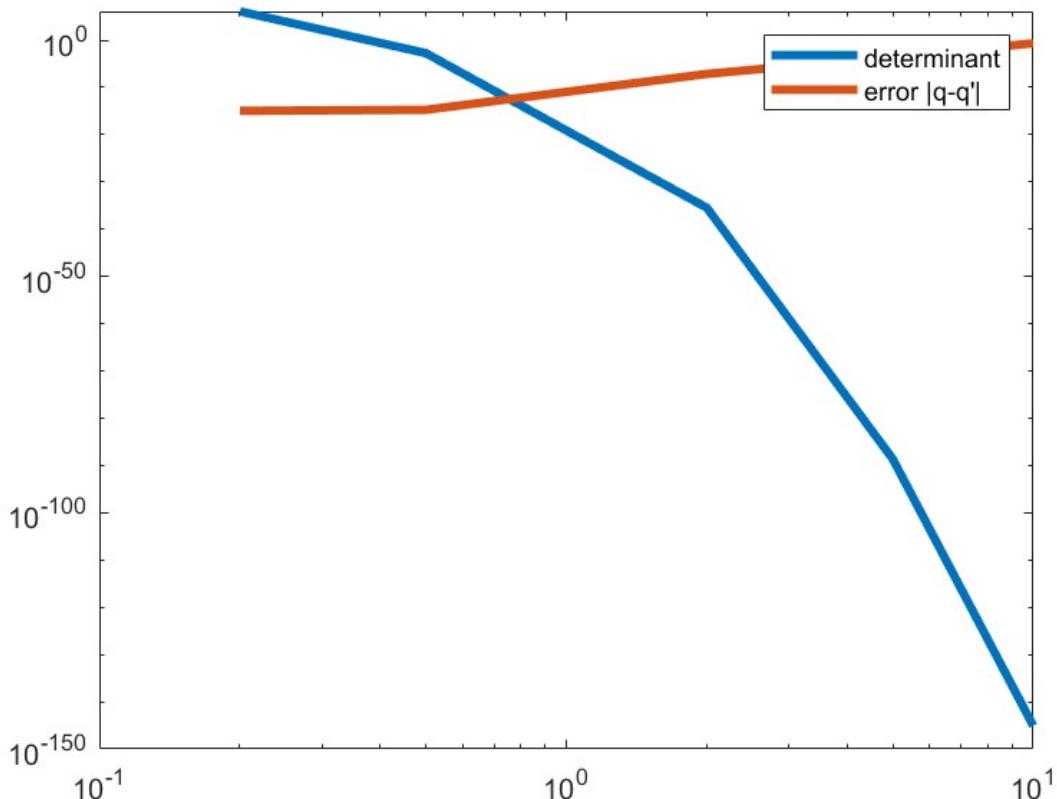
	1
1	5.3052
2	4.8780
3	4.5788
4	4.3545
5	4.1845
6	4.0600
7	3.9768
8	3.9336
9	3.9308
10	3.9709
11	4.0587
12	4.2023
13	4.4143
14	4.7141
15	5.1309
16	5.7083
17	6.5151
18	7.6650

הטרמיננטה של A : $2.2507e-7$

שגיאה יחסית:

$$\frac{|q - \tilde{q}|}{|q|} = 2.9832e - 4$$

הgraf:



משמעותו שאנו לא יכולים לקבל ערכי דטרמיננטה שליליים, ניקח את הערך המוחלט של הדטרמיננטה.

ניתן להסיק מהgraf שכאבב שהדטרמיננטה של A קטנה השגיאה היחסית עולה (או condition. בנוספַּח, הדטרמיננטה של A קטנה ככל שא גdal (מהקשר ההפור בינהם) וכן בעצם ככל שא גdal, השגיאה היחסית גדלה ובכך הפיתרון לפי השיטה הנ"ל תהיה פחות מדויקת. (גם זאת ניתן לראות מהgraf) ככל שא גdal הדטרמיננטה קטנה ובכך בעצם מתקבבת יותר לאפס, כלומר למצב שבו A לא הפיכה וכן הפיתרון יהיה פחות מדויק (בהרצתה ראיינו שאם המטריצה הפיכה אז נקבל בשיטה זאת את הפיתרון המדויק של המערכת).

יום מעולה 😊

