МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»
(ФГБОУ ВО МГТУ «СТАНКИН»)

Кафедра прикладной математики

Учебный курс «Вычислительная математика»

Лабораторная работа №1.

Обработка экспериментальных данных методом наименьших квадратов

Выполнил: студент Набойщиков А. А.
Группы ИДБ-22-15
Дата выполнения 28.03.2024

Оценка
Дата

Проверил:
преподаватель Москалёв П.В.

Москва 2024 г.

Вариант 15

Цель работы: изучить метод наименьших квадратов и применить его на практике для получения коэффициентов линейной и квадратичной функциональных зависсимостей.

Входные данные

```
x <- c(0.525, 0.730, 0.934, 1.139, 1.344, 1.549, 1.753, 1.958, 2.163, 2.368)
y <- c(0.360, 0.426, 0.483, 0.561, 0.610, 0.645, 0.710, 0.737, 0.736, 0.773)
```

Код алгоритов Метода Гауса и нахождения определителя

```
gaussian_elimination <- function(A, b) {
  n <- nrow(A)

  Ab <- cbind(A, b)

  # Прямой ход
  for (i in 1:(n - 1)) {
    if (Ab[i, i] == 0) {
      message("Алгоритм не может продолжаться")
      return(NULL)
    }

    for (j in (i + 1):n) {
      factor <- Ab[j, i] / Ab[i, i]
      Ab[j, ] <- Ab[j, ] - factor * Ab[i, ]
    }
  }

  # Обратный ход
  x <- numeric(n)
  x[n] <- Ab[n, n + 1] / Ab[n, n]

  for (i in (n - 1):1) {
    x[i] <- (Ab[i, n + 1] - sum(Ab[i, (i + 1):n] * x[(i + 1):n])) / Ab[i, i]
  }

  return(x)
}
```

```
determinant <- function(matrix) {
  if (ncol(matrix) == nrow(matrix)) {
    if (ncol(matrix) == 1) {
      return(matrix[1, 1])
    } else if (ncol(matrix) == 2) {
      result <- (matrix[1, 1] * matrix[2, 2]) - (matrix[1, 2] * matrix[2, 1])
      return(result)
    } else {
      det <- 0
      for (i in 1:ncol(matrix)) {
```

```
        sign <- (-1)^(i+1)
        minor <- matrix[-1, -i]
        det <- det + sign * matrix[1, i] * determinant(minor)
      }
      return(det)
    }
  } else {
    return("Матрица не квадратная")
  }
}
```

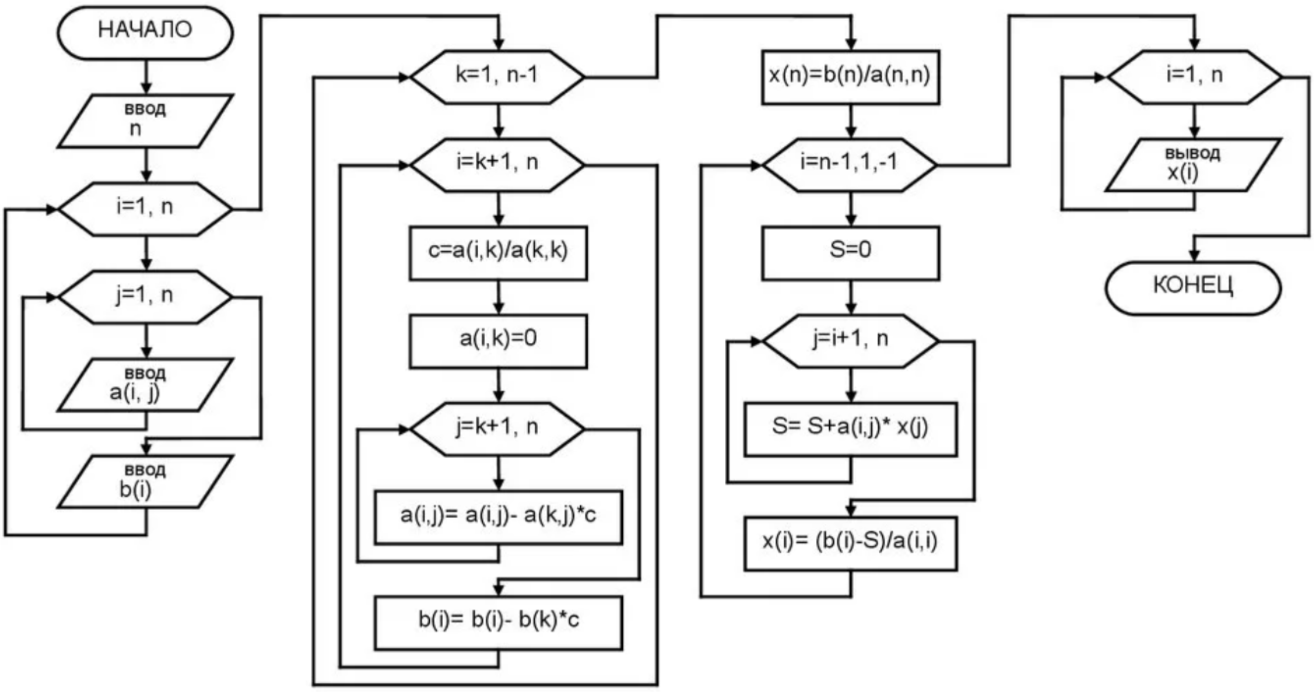

Figure 1: Блок-схема алгоритма Метода Гауса

Для линейной апроксимирующей функции

Система линейных алгебраических уравнений

$$y_i = ax_i + b + \delta_i$$

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^n x_i^2 + b\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a\sum_{i=1}^n x_i + bn = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases}$$

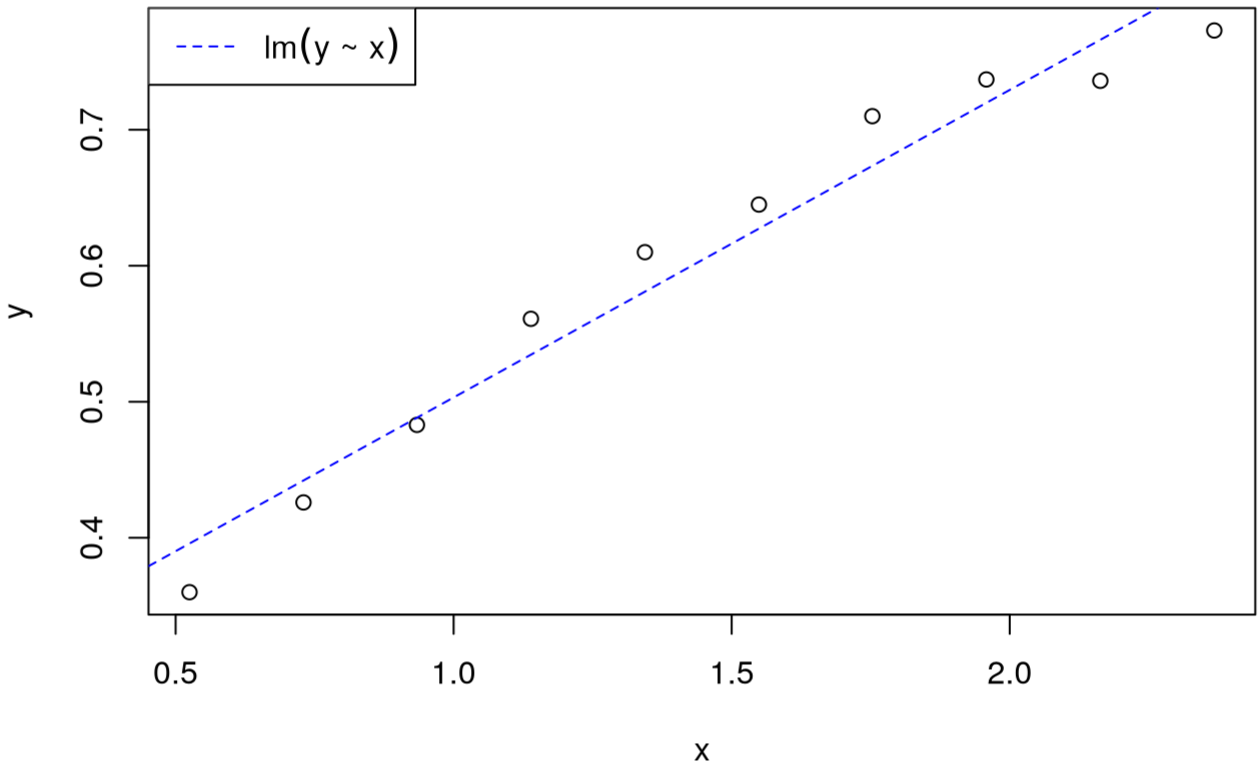

Figure 2: График встроенной линейной апроксимирующей функции

Получение значений

```
k11 <- sum(x^2)
k12 <- sum(x)
b1  <- sum(x * y)

k21 <- sum(x)
k22 <- length(x)
b2  <- sum(y)

m1 <- matrix(c(k11, k12,
               k21, k22), ncol=2, byrow=T)


m1_a = matrix(c(b1, k12,
                b2, k22), ncol=2, byrow=T)

m1_b = matrix(c(k11, b1,
                k21, b2), ncol=2, byrow=T)

det_m1 <- determinant(m1)
det_a = determinant(m1_a)
det_b = determinant(m1_b)

a = det_a / det_m1
```

```
        b = det_b / det_m1

        a_accurate <- coef(f1)[2]
        b_accurate <- coef(f1)[1]

        a_abs_err <- abs(a_accurate - a)
        b_abs_err <- abs(b_accurate - b)
        a_rel_err <- a_abs_err / abs(a_accurate)
        b_rel_err <- b_abs_err / abs(b_accurate)
```

$a_{точн.} = 0.2260958 \quad a_{получ.} = 0.2260958$
$b_{точн.} = 0.2770976 \quad b_{получ.} = 0.2770976$

$\Delta a = 8.3266727 \times 10^{-17} \quad \delta a = 3.6828066 \times 10^{-16}$
$\Delta b = 7.2164497 \times 10^{-16} \quad \delta b = 2.604299 \times 10^{-15}$

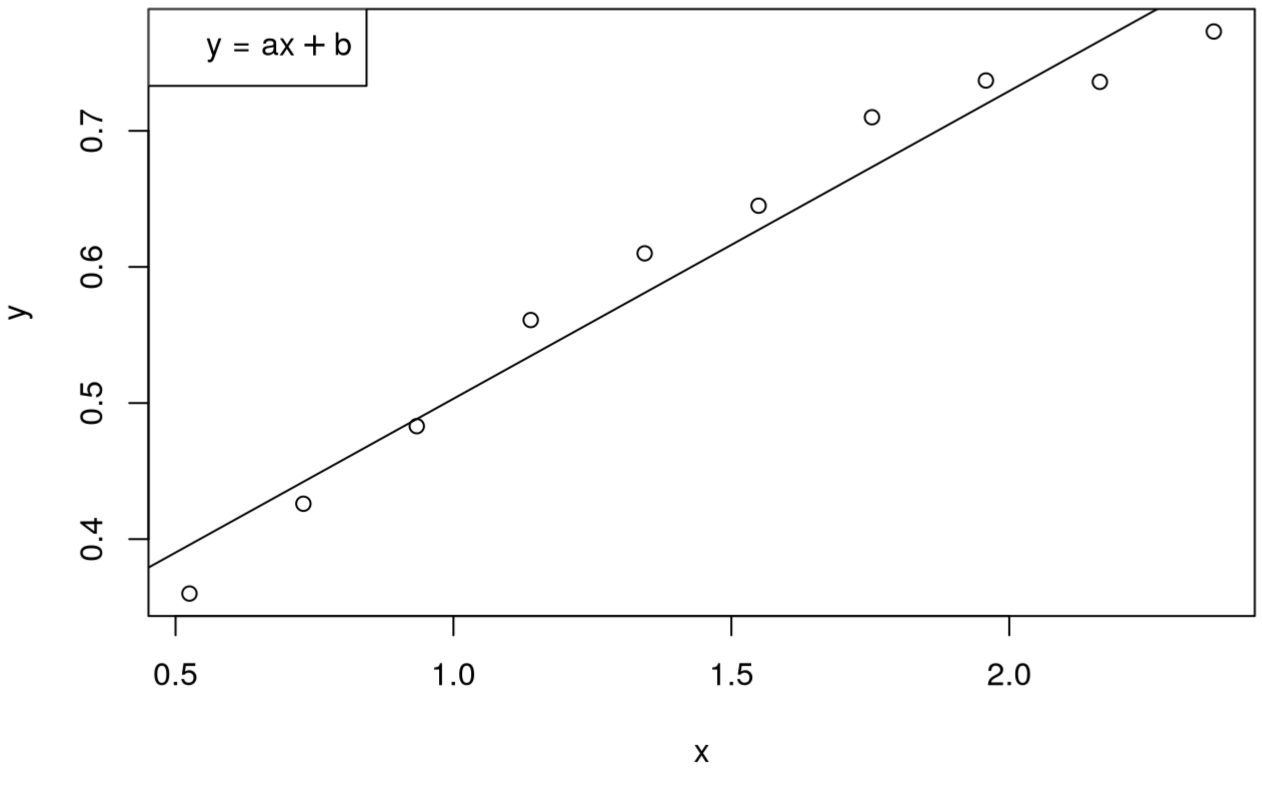

Figure 3: График полученной линейной апроксимирующей функции

Для квадратичной апроксимирующей функции

Система линейных алгебраических уравнений

$$y_i = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_i^2 + \delta_i$$

$$\begin{cases} a_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 n = \sum_{i=1}^n y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n x^4 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n = x_i^2 y_i \end{cases}$$

Точные коэффициенты

```
as_accurate <- c(0.120, 0.486, -0.090)
```

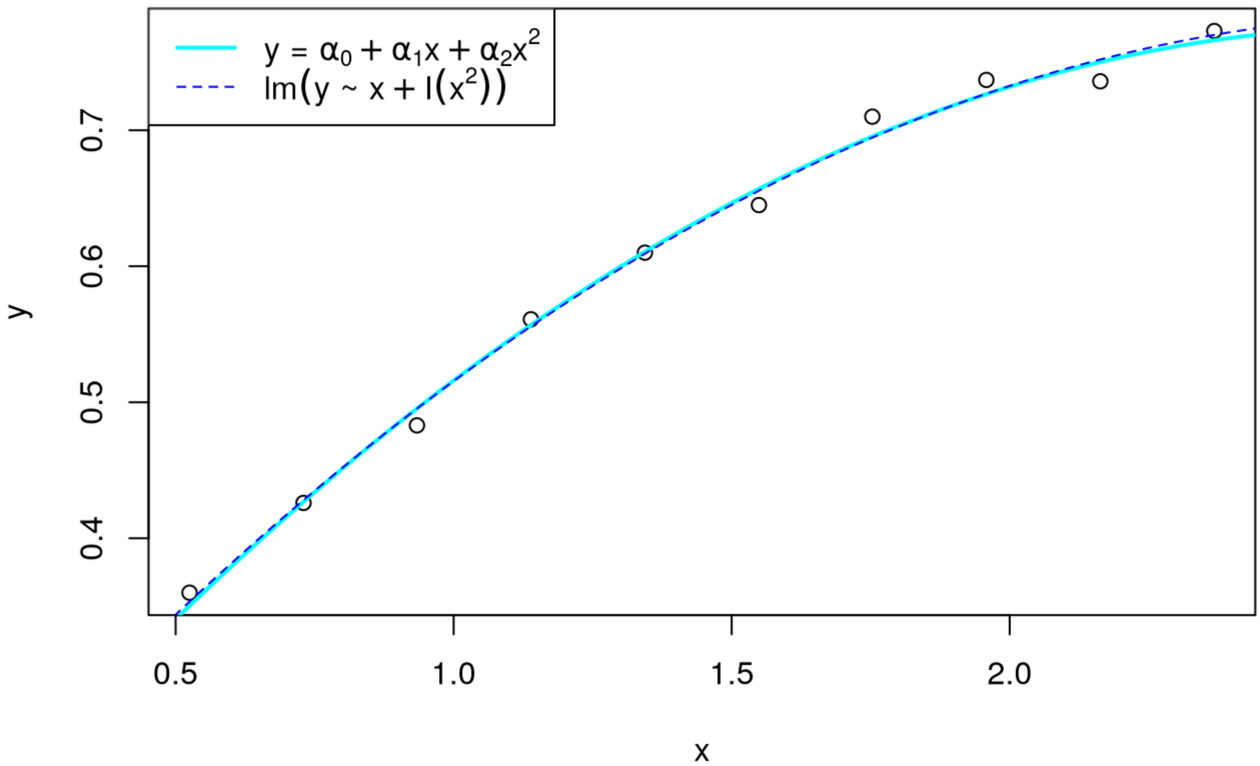

Figure 4: График точной и встроенной квадратичной апроксимирующей функции

Получение значений

```
k11 <- sum(x^2)
k12 <- sum(x)
k13 <- length(x)
b1  <- sum(y)

k21 <- sum(x^3)
k22 <- sum(x^2)
k23 <- sum(x)
b2  <- sum(x*y)

k31 <- sum(x^4)
k32 <- sum(x^3)
```

```
        k33 <- sum(x^2)
        b3  <- sum(x^2 * y)

        bs    <- c(b1, b2, b3)

        m2    <- matrix(c(k11, k12, k13,
                          k21, k22, k23,
                          k31, k32, k33), ncol=3, nrow=3, byrow=T)

        as_my <- rev(gaussian_elimination(m2, bs))

        res_solve <- solve(m2, bs)

        as_abs_err = abs(as_accurate - as_my)
        as_rel_err = as_abs_err / abs(as_my)
```

$\alpha_{точн.} = (0.12, 0.486, -0.09)^T$
$a_{получ.} = (0.1300611, 0.4696716, -0.084198)^T$

$\Delta a = (0.0100611, 0.0163284, 0.005802)^T$
$\delta a = (0.0773566, 0.0347657, 0.0689086)^T$

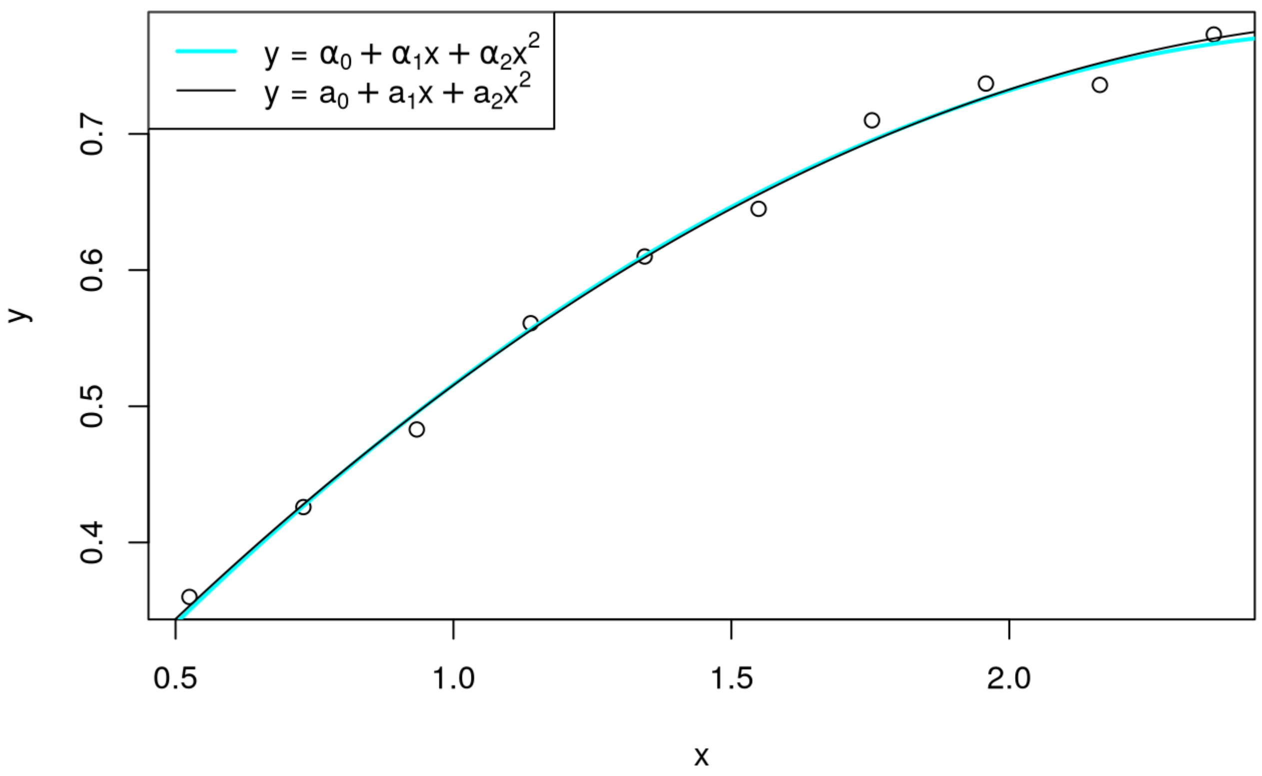

Figure 5: График точной и полученной квадратичной апроксимирующей функции

Вывод

Были получены коэффициенты линейной и квадратичной заввиссимостей методом Краммера и Гауса, построены графики функций, посчитаны погрешности. Графики, построенные по найденным коэффициентам, совпали с ожидаемыми в рамках погрешности.