學號：R06921083 系級： 電機碩一 姓名：鄭克宣

請實做以下兩種不同feature的模型，回答第 (1) ~ (3) 題：

(1) 抽全部9小時內的污染源feature的一次項(加bias)

(2) 抽全部9小時內pm2.5的一次項當作feature(加bias)

備註 :

a. NR請皆設為0，其他的數值不要做任何更動

b. 所有 advanced 的 gradient descent 技術(如: adam, adagrad 等) 都是可以用的

1. (2%)記錄誤差值 (RMSE)(根據kaggle public+private分數)，討論兩種feature的影響

ANS :

1) RMSE:

	public	private
18 feature	7.46655	5.62719
1 feature	7.44013	5.43338

2) Feature 的影響:

由上述的結果不難看出，variance 的數目多並不代表訓練的結果可以最好，而是要看資訊本身是否適合做為訓練的 feature ，如果做 feature selection 的話，可以有更好的結果，再這很明顯的前 9 小時的 P.M. 2.5 可能就是些很好的特徵。

2. (1%)將feature從抽前9小時改成抽前5小時，討論其變化

ANS :

1) RMSE:

	public	private
18 feature	7.65447	5.40005
1 feature	7.57904	5.79187

2) 變化:

很明顯的當天數減少時，RMSE 都有些許下降了，所以可以猜測 P.M. 2.5 的預測，跟前面多個小時的值相當有關係。

3. (1%)Regularization on all the weight with λ=0.1、0.01、0.001、0.0001，並作圖

ANS :

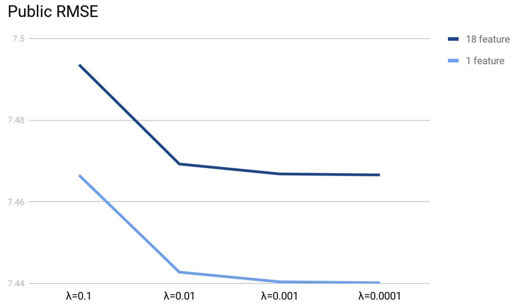
1) 18 feature:

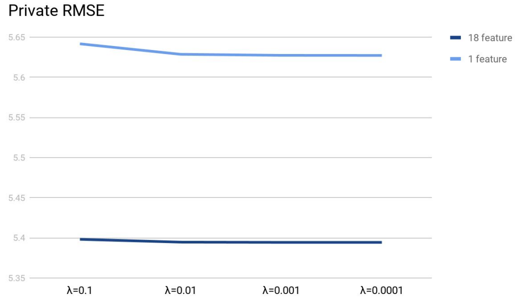
	λ=0.1	λ=0.01	λ=0.001	λ=0.0001
public	7.49359	7.46925	7.46682	7.46658
private	5.39818	5.39468	5.39437	5.39434

2) 1 feature:

	λ=0.1	λ=0.01	λ=0.001	λ=0.0001
public	7.46651	7.44276	7.44039	7.44015
private	5.64168	5.62863	5.62733	5.62720

3) Public RMSE（左）& Private RMSE 變化（右）





4. (1%)在線性回歸問題中，假設有 N 筆訓練資料，每筆訓練資料的特徵 (feature) 為一向量 x^n，其標註(label)為一存量 y^n，模型參數為一向量w (此處忽略偏權值 b)，則線性回歸的損失函數(loss function)為 $\sum_{n=1}^{N}(y^n - x^n \cdot w)^2$ 。若將所有訓練資料的特徵值以矩陣 $X = [x^1\ x^2\ \dots\ x^N]^T$ 表示，所有訓練資料的標註以向量 $y = [y^1\ y^2\ \dots\ y^N]^T$表示，請問如何以 X 和 y 表示可以最小化損失函數的向量 w？請寫下算式並選出正確答案。(其中X^TX為invertible)

(a) $(X^TX)X^Ty$
(b) $(X^TX)^{-0}X^Ty$
(c) $(X^TX)^{-1}X^Ty$
(d) $(X^TX)^{-2}X^Ty$

ANS : C

$$\text{minimize } \|y - Xw\| \Leftrightarrow Xw = \text{proj}_X y$$

$$\Leftrightarrow \langle y - Xw, b \rangle = 0 \quad , \forall b \in R(X)$$

$\because b \in R(X)$，令 $b = Xw'$

$$\Leftrightarrow \langle y - Xw, Xw' \rangle = 0$$

$$\Leftrightarrow \langle y, Xw' \rangle - \langle Xw, Xw' \rangle = 0$$

$$\Leftrightarrow \langle y, Xw' \rangle = \langle Xw, Xw' \rangle$$

$$\Leftrightarrow (Xw')^T y = (Xw')^T (Xw)$$

$$\Leftrightarrow w'^T X^T y = w'^T X^T X w$$

$$\Leftrightarrow \langle X^T y, w' \rangle = \langle X^T X w, w' \rangle$$

$$\Leftrightarrow X^T y = X^T X w$$

$\because (X^T X)$ is invertible

$$\therefore w = (X^T X)^{-1} y$$