南京大学 电子科学与工程学院 全日制统招本科生

《数学物理方法》期末考试试卷 开（闭）卷

任课教师姓名:_张蜡宝、朱广浩_

考试日期：2012.6.28 16:30-18:30 考试时长：_2_小时_0_分钟

考生年级__________考生专业__________考生学号__________考生姓名__________

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一.（20 分）举三种解泛定方程的方法，并分别简要说明其特点。

本题得分	

二.（20 分）建立两端固定均匀弦的振动方程。

本题得分	

三.（20 分）用分离变量法求定解问题：

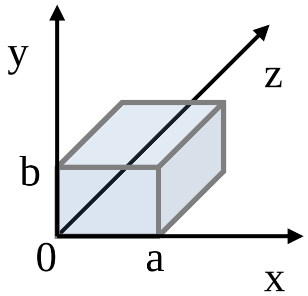
本题得分	

$$u_{tt}-a^2u_{xx}=0\quad 0<x<\mathrm{l},\mathrm{t}>0$$
$$u(0,t)=u_x(l,t)=0\quad t>0$$
$$u(x,0)=\varphi(x)$$
$$u_t(x,0)=\Psi(x)$$

本题得分	

四.（20 分）在给定边界条件下可能独立存在的确定的电磁场分布规律，又称场型。电磁波模式在数学上是无源麦克斯韦方程在所给条件下的线性独立的特解，它们有无穷多种模式，如横电磁(TEM)模、横电(TE)模和横磁(TM)模。对于 TE 模而言，Hz=0。在矩形金属波导中求 TE 模电磁场的解只需求 Ez 所满足的标量亥姆霍兹方程的定解问题，然后即可根据纵向场发导出所有时谐电磁场分量的表达式。Ez 满足的定解问题为

$$(\nabla^2+k^2)E_z=0$$
$$E_z|_{x=0，a}=0$$
$$E_z|_{y=0，b}=0$$
$$E_z|_{z=0}=\varphi(x，y)$$
$$\lim_{z\to+\infty}\frac{\partial}{\partial z}E_z=-j\beta E_z$$



求，矩形金属波导中的电场(Ez)分布。提示：本题中，本征值 k 为电磁波波矢，其个分量的关系有$k^2=k_x^2+k_y^2+k_z^2$，$\beta=k_z$。

本题得分	

五.（20 分）已知圆盘温度分布满足泛定方程$u_t - a^2\left(u_{rr} + \frac{1}{r}u_r\right) = 0\ (0 < r < R,\ t > 0)$，圆盘边界绝热，初始温度为$(1 - \frac{r^2}{R^2})$，求圆盘的瞬时温度分布。

附录 1：常用方程分离变量结果列表

（此页不交）

<table>
<tr><th>方　程</th><th>球坐标系</th><th colspan="2">柱坐标系</th></tr>
<tr><td rowspan="3">拉普拉斯方程
$\Delta_3 u=0$</td><td rowspan="3">$\Phi(\varphi)=\left\{\begin{matrix}\cos m\varphi\\ \sin m\varphi\end{matrix}\right\}$
$R(r)=\left\{\begin{matrix}r\\ 1/r^{l+1}\end{matrix}\right\}$
$\Theta(x)$：l 阶连带勒让德方程</td><td colspan="2">$\Phi(\varphi)=\left\{\begin{matrix}\cos m\varphi\\ \sin m\varphi\end{matrix}\right\}$</td></tr>
<tr><td>$(\mu>0)$
$Z(z)=\left\{\begin{matrix}e^{\sqrt{\mu}z}\\ e^{-\sqrt{\mu}z}\end{matrix}\right\}$
$R(\rho)$：m 阶贝塞尔方程</td><td>$(\mu=-\nu^2<0)$
$Z(z)=\left\{\begin{matrix}\cos \nu z\\ \sin \nu z\end{matrix}\right\}$
$R(\rho)$：m 阶虚宗量贝塞尔方程</td></tr>
<tr><td colspan="2">$(\mu=-\nu^2=0)$
$Z(z)=\left\{\begin{matrix}1\\ z\end{matrix}\right\}$
$R_0(\rho)=\left\{\begin{matrix}1\\ \ln\rho\end{matrix}\right\}$；　$R_m(\rho)=\left\{\begin{matrix}\rho^m\\ \rho^{-m}\end{matrix}\right\}$
$(m\neq 0)$</td></tr>
<tr><td>波动方程
$u_{tt}-a^2\Delta_3 u=0$</td><td colspan="3">$T_0(t)=\left\{\begin{matrix}1\\ t\end{matrix}\right\}$；$T_k(t)=\left\{\begin{matrix}\cos kat\\ \sin kat\end{matrix}\right\}$　$(k\neq 0)$
$\Delta v(r)+k^2 v(r)=0$</td></tr>
<tr><td>输运方程
$u_t-a^2\Delta_3 u=0$</td><td colspan="3">$T(t)=e^{-k^2a^2t}$　　$\Delta v(r)+k^2 v(r)=0$</td></tr>
<tr><td>亥姆霍兹方程
$\Delta_3 v+k^2 v=0$</td><td>$\Phi(\varphi)=\left\{\begin{matrix}\cos m\varphi\\ \sin m\varphi\end{matrix}\right\}$
$\Theta(\theta)$：l 阶连带勒让德方程
$R(r)$：l 阶球贝塞尔方程$(k\neq 0)$
$R_0(r)=\left\{\begin{matrix}r^l\\ 1/r^{l+1}\end{matrix}\right\}$</td><td colspan="2">$\Phi(\varphi)=\left\{\begin{matrix}\cos m\varphi\\ \sin m\varphi\end{matrix}\right\}$
$Z(z)=\left\{\begin{matrix}\cos \nu z\\ \sin \nu z\end{matrix}\right\}$；但 $\nu=0$ 则
$Z(z)=\left\{\begin{matrix}1\\ z\end{matrix}\right\}$
$R(\rho)$：m 阶贝塞尔方程；但 $\mu=0$ 则
$R_0(\rho)=\left\{\begin{matrix}1\\ \ln\rho\end{matrix}\right\}$；$R_m(\rho)=\left\{\begin{matrix}\rho^m\\ \rho^{-m}\end{matrix}\right\}$ $(m\neq 0)$
$[k^2=\mu+\nu^2]$</td></tr>
</table>