

南京大学 电子科学与工程学院 全日制统招本科生

《数字信号处理》期末考试试卷 闭 卷

任课教师姓名: 李 晨 庄建军

考试日期: 2016.6.25 考试时长: 2 小时      分钟

考生年级          考生专业          考生学号          考生姓名         

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一. (共 40 分。前 4 题每空 1 分, 其余每空 2 分,) 填空:

本题得分	
------	--

(1) 序列  $x(n) = 2\cos(\frac{11p}{3}n - \frac{p}{3}) + 3\sin(\frac{12p}{5}n - \frac{p}{3})$  的周期是 30

(2) 用窗函数法设计线性相位 FIR 滤波器, 通常由 阻带最小衰减的要求 来选择窗  $w(n)$  的形状, 由 过渡带宽 来选择窗的长度  $N$ 。

(3) 判断离散时间系统  $y(n) = \sum_{m=-\infty}^n x(m)$  的性质: 线性 ( ☒ ), 移不变 ( ☒ ), 因果 ( ☒ )

且该系统的单位抽样响应:  $h(n) = \underline{u(n)}$

(4) 两个有限长序列为  $x(n) = \{5, 2, 4, -1, 2; n=0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $h(n) = \{-3, 2, -1; n=0, 1, 2\}$

计算线性卷积  $x(n) * h(n) = \{ \underline{\hspace{10em}} -15, 4, -13, 9, -12, 5, -2 \hspace{1em} \}$

计算 6 点的圆周卷积  $x(n) \textcircled{*} h(n) = \{ \underline{\hspace{10em}} -17, 4, -13, 9, -12, 5 \hspace{1em} \}$

计算 8 点的圆周卷积  $x(n) \textcircled{*} h(n) = \{ \underline{\hspace{10em}} -15, 4, -13, 9, -12, 5, -2, 0 \hspace{1em} \}$

(5) 用采样频率  $f_s = 100\text{Hz}$  对模拟信号  $x(t) = 3\cos(80\pi t) + 2\cos(280\pi t)$  理想采样, 得到

序列  $x(n) = \underline{5\cos(\frac{4p}{5}n)}$  ; 若  $x(n)$  通过截止频率  $f_c = 50\text{Hz}$  的理想低通滤波器, 恢

复出的模拟信号  $y(t) = \underline{5\cos(80\pi t)}$  。

(6) 设长度为  $N$  的序列  $x(n)$  的傅里叶变换为  $X(e^{j\omega})$ , 定义一个新序列

$$y(n) = \begin{cases} x(n), & n \text{ 为偶数} \\ 0, & n \text{ 为奇数} \end{cases}, \text{ 则 } Y(e^{j\omega}) = DTFT[y(n)] = \underline{\frac{1}{2}[X(e^{j\omega}) + X(-e^{j\omega})]}$$

(7) 以 20KHz 的采样频率对最高频率为 10KHz 的模拟信号  $x(t)$  采样得到序列  $x(n)$ , 然后计算  $N=1000$  的  $X(k)=DFT[x(n)]$ , 则  $k=150$  对应的模拟频率是 3KHz

(8) 一个长度为 8 的序列  $x(n)$  在  $0 \leq n \leq 7$  之外为零, 其 8 点的 DFT 为

$$X(k) = 1 - 4\sin\left(\frac{2pk}{8}\right) + 3\sin\left(\frac{4pk}{8}\right) + 2\cos\left(\frac{6pk}{8}\right),$$

$$\text{则 } x(n) = \{ \underline{1, -2j, 1.5j, 1, 0, 1, -1.5j, 2j} \}$$

$$(9) \text{ 数字理想高通滤波器的频率响应是 } H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0 & 0 \leq |\omega| < 0.4p \\ e^{-j5\omega} & 0.4p \leq |\omega| < p \end{cases},$$

$$\text{其单位抽样响应 } h(n) = \underline{d(n-5) - 0.4Sa[0.4p(n-5)]}$$

(10) 一个  $N$  点时域序列的实部和虚部的 DFT 分别是圆周共轭对称和共轭反对称。

该判断正确吗? ( ☒ )

$$(11) \text{ 已知 LTI 系统的频率响应为 } H(e^{j\omega}) = \frac{1 + e^{-j3\omega}}{1 + 0.5e^{-j6\omega}}, \text{ 输入信号为}$$

$$x(n) = \sin\left(\frac{pn}{6}\right), \quad -\infty < n < \infty. \text{ 则系统的稳态输出信号 } y(n) = \underline{2\sqrt{2} \sin\left(\frac{p}{6}n - \frac{p}{4}\right)}.$$

(12) 线性相位 FIR 的系统函数  $H(z)$  中的 3 个零点分别为  $-1, 0.5, 1-j$ , 该系统阶数  $N$  至少为 8, 一定不会是 高通 滤波器 (低通、高通、带通、带阻)

$$(13) \text{ 已知 } X(z) = \frac{z^{-1}}{1-z^{-5}}, \quad |z| > 1, \text{ 反变换 } x(n) = \underline{\sum_{m=0}^{\infty} d(n-1-5m)}.$$

(14) 已知  $x(n)$  是 4 点的纯虚序列, 并且已知  $X(k) = DFT[x(n)]$  的前 3 个值为:  $6j, -2-2j, 6j$ . 则  $X(3) = \underline{2-2j}$

(15) 有限长序列  $x(n) = \{2, 3, 1, 4, -3, -1, 1, 1, 0, 6; n = 0, 1, \dots, 9\}$ , 且有 10 点的  $X(k) = DFT[x(n)]$ .

$$\text{计算: } X(5) = \underline{-12}, \quad \sum_{k=0}^9 X(k) = \underline{20}$$

(16) 已知  $N$  点有限长序列  $x(n)$ ,  $0 \leq n \leq N-1$ ,  $N$  为偶数, 且  $X(k) = DFT[x(n)]$ . 若

$$y(n) = (-1)^n x(n), \text{ 用 } X(k) \text{ 表示 } y(n) \text{ 的 DFT: } Y(k) = \underline{X\left(\left(k \pm \frac{N}{2}\right)_N\right) R_N(k)}$$

二. (10 分) 已知  $X(k) = \begin{cases} 3 & k=0 \\ 1 & 1 \leq k \leq 9 \end{cases}$  求其 10 点的 IDFT, 并

本题得分	
------	--

画出  $x(n)$  的波形。

解:  $X(k)$  可以表示为

$$X(k) = 1 + 2d(k) \quad 0 \leq k \leq 9$$

因为

$$d(n) \xrightarrow{DFT} 1$$

$$1 \xrightarrow{DFT} Nd(k)$$

所以

$$x(n) = \frac{1}{5} + d(n) \quad \dots\dots\dots 8$$

波形: \dots\dots\dots 2

三. (16 分) 已知离散时间系统函数  $H(z) = \frac{z^2}{(4-z)(z-0.5)}$

本题得分	
------	--

(1) 写出对应的差分方程, 并画出直接 II 型结构 (典范型) 流图。

(2) 求所有可能的收敛区以及对应的单位抽样响应, 并判断系统的因果性和稳定性。

解:  $H(z) = \frac{z^2}{(4-z)(z-0.5)} = \frac{-z^2}{z^2 - 4.5z + 2} = \frac{1}{7} \left( \frac{-8z}{z-4} + \frac{z}{z-0.5} \right)$

差分方程:  $y(n) - 4.5y(n-1) + 2y(n-2) = -x(n) \quad \dots\dots\dots 2$

流图: \dots\dots\dots 2

ROC 讨论: \dots\dots\dots 4 \times 3

$|z| > 4 \quad h(n) = \frac{1}{7} [(0.5)^n - 8 \cdot 4^n] u(n) \quad \text{因果不稳定}$

$0.5 < |z| < 4 \quad h(n) = \frac{1}{7} [(0.5)^n u(n) + 8 \cdot 4^n u(-n-1)] \quad \text{因果且稳定}$

$|z| < 0.5 \quad h(n) = \frac{1}{7} [-(0.5)^n + 8 \cdot 4^n] u(-n-1) \quad \text{非因果且不稳定}$

四. (14 分) 已知两个序列长度分别为 5 和 10:  $x_1(n) = R_5(n)$ ,

本题得分	
------	--

$$x_2(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 4 \\ 0, & 5 \leq n \leq 9 \end{cases}, \text{ 且 } X_1(e^{jw}) = DTFT[x_1(n)], \quad X_2(e^{jw}) = DTFT[x_2(n)]$$

(1) 请问  $X_1(e^{jw})$  和  $X_2(e^{jw})$  相等吗? 并画出  $X_2(e^{jw})$  的幅度频谱和相位频谱的大致波形。

(2) 计算 DFT: 5 点的  $X_1(k) = DFT[x_1(n)]$ , 10 点的  $X_2(k) = DFT[x_2(n)]$ 。

(3) 上述  $X_1(k)$  和  $X_2(k)$  中有数值相等的吗? 如有, 写出那些相等的点和数值。

解: (1) .....1+3+2

$$X_1(e^{jw}) = X_2(e^{jw}) = e^{-j2w} \frac{\sin(\frac{5w}{2})}{\sin(\frac{w}{2})}$$

(2) DFT .....2+2

$$X_1(k) = X_1(e^{jw}) \Big|_{w=k\frac{2\pi}{5}} = e^{-j\frac{4kp}{5}} \frac{\sin(kp)}{\sin(\frac{kp}{5})} = \{5, 0, 0, 0, 0\}$$

$$X_2(k) = X_2(e^{jw}) \Big|_{w=k\frac{2\pi}{10}} = e^{-j\frac{4kp}{5}} \frac{\sin(\frac{kp}{2})}{\sin(\frac{kp}{10})}$$

(3) 等值点 .....4

$$X_1(0) = X_2(0) = 5 \quad X_1(1) = X_1(2) = X_1(3) = X_1(4) = X_2(2) = X_2(4) = X_2(6) = X_2(8) = 0$$

五. (10 分) 画出按频率抽取 (DIF) 的 4 点基 2 FFT 的信号流图。

本题得分	
------	--

并直接利用流图计算出序列  $x(n) = \{2, 1, 3, 4; n = 0, 1, 2, 3\}$  的

$X(k) = DFT[x(n)]$  的数值。

解: 流图 .....6

$$X(k) = \{10, -1+3j, 0, -1-3j\} \quad \dots\dots\dots 4$$

六. (10 分) 设有一 *FIR* 数字滤波器, 其单位冲激响应

$$h(n) = \{2, 1, 0, -1, -2; n = 0, 1, 2, 3, 4\}.$$
 求:

本题得分	
------	--

- (1) 该系统的频率响应  $H(e^{j\omega})$ ;
- (2) 如果记  $H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\phi(\omega)}$ , 其中  $H(\omega)$  为幅度函数 (实函数),  $\phi(\omega)$  为相位函数, 试求  $H(\omega)$  与  $\phi(\omega)$ ;
- (3) 该 *FIR* 系统适合做何种类型的线性相位数字滤波器? (低通、高通、带通、带阻), 说明判断依据;
- (4) 画出该 *FIR* 系统的线性相位型结构流图。

解: (1) .....2

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= \sum_{n=0}^4 h(n)e^{-j\omega n} = h(0) + h(1)e^{-j\omega} + h(2)e^{-j2\omega} + h(3)e^{-j3\omega} + h(4)e^{-j4\omega} \\ &= 2 + e^{-j\omega} - e^{-j3\omega} - 2e^{-j4\omega} = 2e^{-j2\omega}(e^{j2\omega} - e^{-j2\omega}) + e^{-j2\omega}(e^{j\omega} - e^{-j\omega}) \\ &= je^{-j2\omega}[4\sin(2\omega) + 2\sin(\omega)] \end{aligned}$$

(2)  $H(\omega) = 4\sin(2\omega) + 2\sin(\omega)$ ,  $\phi(\omega) = \frac{\pi}{2} - 2\omega$  .....4

(3)  $H(0) = H(\pi) = 0$

适合做线性相位带通滤波器。 .....2

(4) 线性相位结构流图 .....2

