

一、（10分）一电话交换台每分钟收到呼唤的次数服从参数为4的泊松分布，求：

- (1) 每分钟恰有8次呼唤的概率；
- (2) 每分钟的呼唤次数大于10的概率。

二、（10分）将3个球随机的放入4个杯子中，求杯子中球的最大个数分别为1，2，3的概率

三、（15分）(1)由统计物理学知，分子运动速度的绝对值 $X$ 服从Maxwell分布，其概率密度为

$$f(x) \begin{cases} Ax^2 e^{-x^2/b}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中  $b = \frac{m}{2kT}$ ,  $k$  为 Boltzmann 常数,  $T$  为绝对温度,  $m$  是分子的质量, 试确定常数  $A$ 。

(1) 研究了项格兰在 1875~1951 年期间, 在矿山发生导致 10 人或 10 人以上死亡的事故的频繁程度, 得知相继两次事故之间的时间  $T$  (以日计) 服从指数分布, 其概率密度为

$$f_T(t) = \begin{cases} \frac{1}{241} e^{-t/241}, & t > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求分布函数  $F_T(t)$ , 并求概率  $P\{50 < T < 100\}$ 。

四、(10分) 某种型号的电子管的寿命  $X$  (以小时计), 具有以下的概率密度,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1000}{x^2}, & x > 1000 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

现有一大批此种管子 (设各电子管损坏与否相互独立), 任取 5 只, 问其中至少有 2 只寿命大于 1500 小时的概率是多少?

五、(15分) 设随机变量  $X_1, X_2$  的概率密度分别为

$$f_1(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}, f_2(x) = \begin{cases} 4e^{-4x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

(1)求  $E(X_1 + X_2), E(2X_1 - 3X_2^2)$ .

(2)又设  $X_1, X_2$  相互独立, 求  $E(X_1 X_2)$ .

六、(15分) 某种电子器件的寿命(小时)具有数学期望 $\mu$ (未知), 方差 $\sigma^2=400$ 。为了估计 $\mu$ , 随机的选取 $n$ 只这样的器件, 在时刻 $t=0$ 投入测试(测试独立)直到失效, 测得其寿命为 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , 以 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum X_i$  作为 $\mu$ 的估计值, 为使 $P\{|\bar{X} - \mu| < 1\} \geq 0.95$ , 问 $n$ 至少为多少?  
解:

七、（15分）利用抛掷一枚硬币的试验定义一随机过程

$$X(t) = \begin{cases} \cos \pi t, & \text{出现} H \\ 2t, & \text{出现} T \end{cases} (-\infty < t < +\infty)$$

假设  $P(H) = P(T) = 1/2$ ，试确定  $X(t)$  的一维分布函数  $F(x; \frac{1}{2})$ ;  $F(x; 1)$  以及二维分布函数

$F(x_1, x_2; \frac{1}{2}, 1)$ .

八、(10分) 从数1, 2, ..., N中任取一数, 记为  $X_1$ ; 在从1, 2, ...,  $X_1$  中任取一数, 记为  $X_2$ ; 如此继续, 从1, 2, ...,  $X_{n-1}$  中任取一数, 记为  $X_n$ . 说明  $\{X_n, n \geq 1\}$  构成一齐次马氏链, 并写出它的状态空间和一步转移概率.