

RADICACIÓN EN R

DEFINICIÓN

ÍNDICE RAÍZ

\downarrow \downarrow

$$\sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a$$

RADICANDO

\nearrow

Donde: $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$

Ejemplo:

$$\sqrt[5]{32} = 2 \text{ pues } 2^5 = 32$$

$$\sqrt{100} = \sqrt[2]{100} = 10 \text{ pues } 10^2 = 100$$

EXPONENTE FRACCIONARIO

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a}^m$$

Donde $\frac{m}{n}$ es irreducible

Ejemplo:

$$16^{3/4} = \sqrt[4]{16^3} = 2^3 = 8$$

TEOREMAS

I) $\sqrt[n]{a^n} = a$

Ejemplo:

$$\sqrt[6]{4^{12}} = \sqrt[6]{4^{(6)(2)}} = 4^2 = 16$$

$$\text{II)} \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Ejemplo:

$$\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{III)} \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Ejemplo:

$$\frac{\sqrt[3]{56}}{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\text{IV)} \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

Ejemplo:

$$\left(\sqrt[4]{\sqrt[6]{4}} \right)^{48} = \sqrt[4]{\sqrt[6]{4}}^{(4)(6)} = \sqrt[4]{4^{(24)(2)}} = 4^2 = 16$$

$$\text{V)} \quad \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} &= \sqrt[3 \cdot 4]{a^{2 \cdot 4}} \cdot \sqrt[4 \cdot 3]{a^{3 \cdot 3}} = \sqrt[12]{a^8 \cdot a^9} \\ &= \sqrt[12]{a^{17}} \end{aligned}$$

MCM(3:4)= 12

$$\text{VI)} \quad \sqrt[m]{a^\alpha} \cdot \sqrt[n]{a^\beta} \cdot \sqrt[p]{a^\theta} = \sqrt[m \cdot n \cdot p]{a^{(\alpha \cdot n + \beta) p + \theta}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x^3} \sqrt[5]{x^4} = \sqrt[60]{x^{59}}$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Efectuar:

$$M = \frac{\overbrace{{}^3\sqrt{x} \cdot {}^3\sqrt{x} \cdot {}^3\sqrt{x} \dots {}^3\sqrt{x}}^{45 \text{ factores}}}{\sqrt{\underbrace{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \dots \sqrt{x}}_{44 \text{ factores}}}} \div \frac{x^{-3}}{x^{-1}}$$

Resolución

$$M = \frac{({}^3\sqrt{x})^{45}}{\sqrt{(\sqrt{x})^{44}}} \left(\frac{x^{-1}}{x^{-3}} \right)$$

$$M = \frac{x^{15}}{\sqrt{x^{22}}} (x^{-1+3}) = \frac{x^{15+2}}{x^{11}}$$

$$\therefore M = x^6$$

2. Reducir: $E = \frac{{}^6\sqrt{2} \cdot {}^3\sqrt{2} \cdot {}^4\sqrt{2}}{{}^5\sqrt{2} \cdot {}^{20}\sqrt{2}}$

Resolución

Calculamos: $\text{MCM}(6;3;4;5;20) = 60$

$$E = \frac{{}^{6(10)}\sqrt{2^{(10)}} \cdot {}^{3(20)}\sqrt{2^{(20)}} \cdot {}^{4(15)}\sqrt{2^{(15)}}}{{}^{5(12)}\sqrt{2^{(12)}} \cdot {}^{20(3)}\sqrt{2^{(3)}}}$$

$$E = \sqrt[60]{\frac{2^{10} \cdot 2^{20} \cdot 2^{15}}{2^{12} \cdot 2^3}} = \sqrt{(2)^{(30)}} 2^{\cancel{30}} = \sqrt{2}$$

3. Reducir:

$$M = \frac{\sqrt[5]{x^2} \sqrt[3]{x^4} \sqrt{x^7}}{\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{\frac{1}{x^6}}}} \sqrt{x^2}}$$

Resolución

$$M = \frac{\sqrt[5]{x^2} \sqrt[3]{x^4} \sqrt{x^7}}{\sqrt[3]{x^{-2}} \sqrt[4]{x^{-1}} \sqrt[5]{x^{-6}}}$$

$$M = \frac{(2)^{30} \sqrt{x^{27}} (2)}{\sqrt[60]{x^{-51}}}$$

$$M = \sqrt[60]{x^{54 + 51}}$$

$$M = \sqrt[15]{x^{(4)(15)(7)}}$$

$$\therefore M = \sqrt[4]{x^7}$$

4. Calcular:

$$M = \frac{x+2 \sqrt{2}^{x+3} \sqrt[3]{16}}{x+3 \sqrt[3]{2}^{x+2} \sqrt{32}}$$

LUIS CARBAJAL

Resolución

$$M = \frac{x+2 \sqrt[2]{x+3} \sqrt[4]{2^4}}{x+3 \sqrt[3]{2} \sqrt[5]{2^5}}$$

$$M = \frac{(x+2)(x+3) \sqrt{2^{x+7}}}{(x+3)(x+2) \sqrt{2^{x+7}}}$$

$$M = 1$$

LUIS CARBAJAL

LUIS CARBAJAL