# TEORÍA DE GRADOS

**Grado Relativo** (G.R.)

Es el exponente (mayor) de la variable .

**Grado Absoluto** (G.A.)

Es la suma (mayor) de los exponentes de las variables en un término .

**Ejemplo:**

$M(x, y) = 9\,x^2 y^4 z^5$

$GA(M) = 6$

$$\begin{cases} GR(x) = 2 \\ GR(y) = 4 \\ GR(z) = \text{no existe} \end{cases}$$

(z no es variable)

mayores exponentes

$$P(x, y) = \underbrace{7x^4y^8}_{GA=12} + \underbrace{9x^3y^2}_{GA=5} + \underbrace{4x^6}_{GA=6}$$

$\rightarrow\ GR(x) = 6\ ;\ GR(y) = 8 \quad \wedge \quad GA(P) = 12$

**EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

1. Si: G.A. = 45 Además: $\dfrac{GR_{(x)}}{GR_{(y)}} = \dfrac{2}{3}$

$P_{(x;y)} = abx^{2a-b}y^{a-2b}$

Halle el coeficiente del monomio:

**Resolución**

Del dato : $\dfrac{GR_{(x)}}{GR_{(y)}} = \dfrac{2(9)}{3(9)}$

Luego:

$2a-b = 18 \quad \ldots \times 2$

$a-2b = 27$

$-$

$3a = 9$

$a = 3 \quad \wedge \quad b = -12$

$\therefore\ coef = -36$

LUIS CARBAJAL

2. En el polinomio:

$P(x;\, y) \equiv 2x^{n+3}y^{m-2}z^{6-n} + x^{n+2}y^{m+3}$

el $G.A._{(P)} = 16$ y $G.R._{(x)} - GR_{(y)} = 5$.

Calcular el valor de: $2m + n + 1$

**Resolución**

Del dato : $G.R._{(x)} - GR_{(y)} = 5$

$n + 3 - (m + 3) = 5 \longrightarrow n - m = 5$

De: $P(x;\, y) \equiv \underbrace{2x^{n+3}y^{m-2}z^{6-n}}_{GA=m+n+1} + \underbrace{x^{n+2}y^{m+3}}_{GA=m+n+5}$

$\longrightarrow GA(P) = m + n + 5 = 16$

Luego: $\begin{cases} m + n = 11 \\ n - m = 5 \end{cases}$ +

$2n = 16$

$n = 8 \quad \wedge \quad m = 3$

$\therefore \quad 2m + n + 1 = 15$

3. Calcular el grado del polinomio.

$$P_{(x,y)} = x^{n-2}y - 4x^{n^2}y^{\frac{3}{n}} + y^{5-n}$$

**Resolución**

$n - 2 \geq 0 \quad \wedge \quad 5 - n \geq 0 \quad \wedge \quad \frac{n}{3} \in N$

$\longrightarrow 2 \leq n \leq 5 \quad \wedge \quad n = \dot{3}$

$\longrightarrow n = 3$ reemplazando:

$$P_{(x,y)} = \underbrace{x^1y}_{GA=2} - \underbrace{4x^9y^1}_{GA=10} + \underbrace{y^2}_{GA=2}$$

$\therefore \quad GA(P_{(X;Y)}) = 10$

LUIS CARBAJAL

# Propiedades de grados

Dados los polinomios $P_{(X)}$ y $Q_{(X)}$ de grados positivos .

Entonces:

$[P_{(X)} + Q_{(X)}]°$ = Máx $[[P_{(X)}]°; [Q_{(X)}]°]$

$[P_{(X)} - Q_{(X)}]°$ = Máx $[[P_{(X)}]°; [Q_{(X)}]°]$

$[P_{(X)} . Q_{(X)}]° = [P_{(X)}]° + [Q_{(X)}]°$

$[P_{(X)} \div Q_{(X)}]° = [P_{(X)}]° - [Q_{(X)}]°$

$[(P_{(X)})^n]°$ = n $[P_{(X)}]°$

$[\sqrt[n]{P_{(X)}}]° = \frac{1}{n}[P_{(X)}]°$

## EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Calcular el valor de "n", si:

$$P_{(x)} = (x^{n^{n-1}})(x^{n})(x)$$

Es de grado 13.

**Resolución**

Por la propiedad: $\boldsymbol{n^{n-1}} + \boldsymbol{n} + 1 = 13$

$n^{n-1} + n = 12 \qquad \therefore \quad n = 3$

2. Dados los polinomios:

$$P(x) = x^6 - 7x^{12} + 14x^9 + 13$$

$$Q(x) = x^{18} + 2x^5 - 4x^4 - 36$$

Calcular: $G.A.(\sqrt[6]{P - Q})$

**Resolución**

$$G.A.(\sqrt[6]{P - Q}) = \frac{1}{6} \text{G.A.}(P - Q)$$

$$= \frac{1}{6} \text{Máx}[\underbrace{\text{G.A.}(P)}_{12}; \underbrace{\text{G.A.}(Q)}_{18}]$$

$$= \frac{1}{6}(18) = 3$$

LUIS CARBAJAL

3. Dados los polinomios P(x) y Q(x):

$$G.A.\left(\sqrt[4]{PQ}\right)=3$$

$$G.A.\left(P^3 \div Q\right)=4$$

¿Cuál es el grado de Q(x)?

**Resolución**

$$\begin{cases}\frac{1}{4}[P.Q]^\circ = 3\\ [P^3]^\circ - [Q]^\circ = 4\end{cases} \rightarrow \begin{cases}[P]^\circ + [Q]^\circ = 12\\ 3[P]^\circ - [Q]^\circ = 4\end{cases} +$$

$$4[P]^\circ = 16$$

$$[P]^\circ = 4 \rightarrow \therefore [Q]^\circ = 8$$

4. Si el grado de: P(x). $Q^2$(x) es 13 y el grado de $P^2$(x) $Q^3$(x) es 22. Calcular el grado de:

$$E = P^3(x).Q^3(x)$$

**Resolución**

$$\begin{cases}[P.Q^2]^\circ = 13\\ [P^2.Q^3]^\circ = 22\end{cases}$$

$$\begin{cases}[P]^\circ + [Q^2]^\circ = 13\\ [P^2]^\circ + [Q^3]^\circ = 22\end{cases}$$

$$\begin{cases}[P]^\circ + 2[Q]^\circ = 13 \quad \ldots\times 2\\ 2[P]^\circ + 3[Q]^\circ = 22\end{cases} -$$

$$[Q]^\circ = 4$$

$$\rightarrow [P]^\circ = 5$$

Nos piden:

$$[E]^\circ = [P^3(x).Q^3(x)]^\circ = [P^3]^\circ + [Q^3]^\circ$$

$$[E]^\circ = 3[P]^\circ + 3[Q]^\circ = 3(5) + 3(4)$$

$$\therefore [E]^\circ = 27$$

LUIS CARBAJAL

5. Sea: $[P]° = 7 \quad \wedge \quad [Q]° = 3$

Calcular:

$$E = [P^2 + Q^4]° - [P \cdot Q^3]°$$

**Resolución**

Donde :

$$[P^2 + Q^4]° = \text{Máx}\,(\,[P^2]°\,;[Q^4]°\,)$$

$$= \text{Máx}\,(\,\underbrace{2[P]°}_{14}\,;\underbrace{4[Q]°}_{12}\,) = 14$$

$$[P \cdot Q^3]° = [P]° + [Q^3]° = [P]° + 3\,[Q]°$$

$$= 7 + 3\,(3) = 16$$

Luego :

$$E = 14 - 16 \qquad \therefore \quad E = -2$$

6. Si: $\text{G.A.}(P) = a \quad \wedge \quad \text{G.A.}(Q) = b \;\; (b > a)$

Sabiendo: $\text{G.A.}(P + Q) = 7 \quad ...(I)$

$\text{G.A.}(P \cdot Q) = 10 \quad ...(II)$

Calcular: $\text{G.A.}(P^7 - Q^3)$

**Resolución**

En $(I)$ : $\text{Máx}[\underbrace{\text{G.A.}(P)}_{a};\underbrace{\text{G.A.}(Q)}_{b}] = 7 \longrightarrow b = 7$

En $(II)$ : $\text{G.A.}(P) + \underbrace{\text{G.A.}(Q)}_{7} = 10 \longrightarrow a = 3$

Nos piden:

$$\text{G.A.}(P^7 - Q^3) = \text{Máx}[\text{G.A.}(P^7);\text{G.A.}(Q^3)]$$

$$= \text{Máx}\,[\underbrace{7.\,\text{G.A.}(P)}_{21};\ \underbrace{3.\text{G.A.}(Q)}_{21}]$$

$$\therefore \text{G.A.}(P^7 - Q^3) = 21$$