# ECUACIONES EXPONENCIALES

## DEFINICIÓN

Son aquellas ecuaciones en las que la incógnita esta como exponente y/o índice radical

## TEOREMAS

I) $\forall \ a \neq 0 \ ; a \neq 1$

$$\boxed{a^m = a^n \rightarrow m = n}$$

II) $a \neq \frac{1}{2} \ ; a \neq \frac{1}{4}$

$$\boxed{x^x = a^a \rightarrow x = a}$$

**Por corolario**

$$\boxed{\text{Si}: x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{x^n}}}}} = n \Rightarrow x = \sqrt[n]{n}}$$

## EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Resolver: $\cancel{2}^{5^{x-3}} = \cancel{2}^{25^x}$

**Resolución**

$$\rightarrow \quad 5^{x-3} = 25^x$$

$$\cancel{5}^{x-3} = \cancel{5}^{2x}$$

$$\therefore x = -3$$

LUIS CARBAJAL

2. Calcular el valor de: $E = \sqrt{x^2 + 5}$

si "x" verifica: $3^{4^{2^x}} = 81^{2^6}$

**Resolución**

$$\cancel{3}^{4^{2^x}} = \cancel{3}^{4(2^6)}$$

$$2^{2(2^x)} = 2^{2(2^6)}$$

$$2^{2^{1+x}} = 2^{8}$$

$$X = 2$$

Nos piden:

$E = \sqrt{2^2 + 5}$ ➡ $\therefore E = 3$

3. Resolver: $x^x = \dfrac{1}{\sqrt[9]{3}}$

**Resolución**

Aplicamos el teorema:

$$\boxed{x^x = a^a \rightarrow x = a}$$

Entonces:

$$x^x = \frac{1}{{}^{(3)}\sqrt[9]{3^{(3)}}} = \sqrt[27]{\frac{1}{27}}$$

$$x^x = \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{27}}$$ ➡ $$x = \frac{1}{27}$$

4. Resolver: $x^{x^{18}} = \sqrt[6]{3}$

**Resolución**

Aplicamos el teorema:

$$\boxed{x^x = a^a \rightarrow x = a}$$

Entonces:

$$x^{x^{18}(18)} = \sqrt[6]{3}^{\,18}$$

$$\left(x^{18}\right)^{x^{18}} = 3^3$$

$$\rightarrow \quad x^{18} = 3$$

$$\rightarrow \quad x = \sqrt[18]{3}$$

5. Si: $x^{-3^{3^{-x}}} = 3$ Hallar: $G = \sqrt[x]{x}$

**Resolución**

$$x = 3^{-\left(\frac{1}{3}\right)^{3^{-x}}} \rightarrow x = \left(\frac{1}{3}\right)^{\left(\frac{1}{3}\right)^{\left(\frac{1}{3}\right)^{x}}}$$

**Por corolario**

$$\boxed{\text{Si}: x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{x^n}}}}} = n \Rightarrow x = \sqrt[n]{n}}$$

**Luego en el ejercicio:**

$$\frac{1}{3} = \sqrt[x]{x} \rightarrow G = \frac{1}{3}$$

6. Resolver: $\sqrt{b^n} \cdot \sqrt[4]{b^n} = b^{27}$

**Resolución**

$$\sqrt[(2)2]{b^{n(2)}} \cdot \sqrt[4]{b^n} = b^{27}$$

$$\sqrt[4]{b^{2n} \cdot b^n}^{\,4} = b^{27(4)}$$

$$\cancel{b}^{3n} = \cancel{b}^{3(9)(4)}$$

$$\therefore \ n = 36$$

5. Si se cumple:

$$2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} + 2^{x-5} = 504$$

Hallar: $x^2 + 1$

**Resolución**

$$2^{x-5}\underbrace{(2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0)}_{2^{x-5}(2^6 - 1)} = 504$$

$$2^{x-5}\,\cancel{(2^6 - 1)} = \cancel{(63)}(8)$$

$$\cancel{2}^{x-5} = \cancel{2}^3 \Rightarrow X = 8$$

$$\therefore \ 8^2 + 1 = 65$$

LUIS CARBAJAL

2. Resolver:

$$8^{3^x} = \sqrt[3]{2^{9^x}}$$

**Resolución**

$$2^{3(3^x)} = 2^{\frac{9^x}{3}}$$

$$3^{1+x} = \frac{3^{2(x)}}{3}$$

$$3^{1+x}\,3 = 3^{2x}$$