太原理工大学 线性代数 E 试卷（A）

适用专业：2019 级软件专业 考试日期：2020.6.27 时间：120 分钟 共 4 页

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					

学院____________系 专业班级____________ 姓名____________ 学号____________

(密封线外不要写姓名、学号、班级、密封线内不准答题，违者按零分计)

密 封 线

一、本题共 15 小题，1-10 题为选择题,每小题 2 分 11-15 题为填空题，每小题 3 分，共 35 分。

1、设 A 为 4×5 矩阵，则（　　）。

A、A 的秩至少是 4；　　　B、A 的列向量组线性相关；

C、A 的列向量组线性无关；　　　D、A 中存在 4 阶非零子式.

2、设 n 维向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性无关，则（　　）。

A、组中增加一个任意向量后也线性无关；

B、组中去掉一个向量后仍线性无关；

C、存在不全为0的数 $k_1,\cdots,k_m$，使 $\sum_{i=1}^{m} k_i\alpha_i = 0$；

D、组中至少有一个向量可由其余向量线性表示.

3、设向量组 $\alpha_1=(\lambda,1,1),\alpha_2=(1,\lambda,1),\alpha_3=(1,1,\lambda)$ 线性相关，则必有（　　）。

A、$\lambda=0$ 或 $\lambda=1$；　　　B、$\lambda=-1$ 或 $\lambda=2$；

C、$\lambda=1$ 或 $\lambda=2$；　　　D、$\lambda=1$ 或 $\lambda=-2$.

4、设 $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & -4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1 & x_2\\ y_1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 10 & t\end{pmatrix}$，则 $x_2=$（　　）.

A、1；　　B、-1；　　C、0；　　D、2.

5、设 $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 3 & 3 & 3\end{bmatrix}$，则齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系所含向量个数为（　　）。

A、1；　　B、3；　　C、0；　　D、2.

6、设$F=\begin{pmatrix}0&1&2\\3&2&1\\1&0&-2\end{pmatrix}$,$E(2(3))$是给单位矩阵第 2 行(列)乘以 3 所得的 3 阶初等方阵，则$FE(2(3))$等于（　　）。

A、$\begin{pmatrix}0&1&2\\9&6&3\\1&0&-2\end{pmatrix}$； B、$\begin{pmatrix}0&3&2\\3&6&1\\1&0&-2\end{pmatrix}$； C、$\begin{pmatrix}0&2&1\\3&1&2\\1&-2&0\end{pmatrix}$； D、$\begin{pmatrix}0&1&4\\3&2&2\\1&0&-4\end{pmatrix}$.

7、设三阶矩阵A的特征值为-1、3、4，则$2A$特征值为（　　）。

A、2、6、8； B、-1、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$；

C、−2、6、8； D、-1、6、9.

8、设A,B,C均为n阶矩阵且$ABC=E$，则必有（　　　）.

A、$ACB=E$； B、$CBA=E$； C、$BAC=E$； D、$BCA=E$.

9、设A,B,C均为n阶矩阵，若$AB=C$，且A可逆，则 （　　）

A、矩阵C行向量组与A的行向量组等价；

B、矩阵C列向量组与A的列向量组等价；

C、矩阵C行向量组与B的行向量组等价；

D、矩阵C列向量组与B的列向量组等价.

10、下列命题**不正确**的是（　　　）

A、若$A=(a_{ij})_{n\times n}$为正定矩阵，则$a_{ii}>0$，$i=1,2,\dots,n$；

B、设矩阵A为n阶方阵，如果$A^2=E$，则$A=E$或$A=-E$；

C、若A为n阶矩阵，那么A可以经过初等变换化为A^T；

D、设A、B均为n阶方阵，且A可逆，B不可逆，则$R(A)>R(AB)$.

11、设A是4阶方阵，A的行列式$|A|=8, B=-\frac{1}{2}A,$ 则$|B|=$（　　　　）。

12、设3阶矩阵A的特征值为1,2,2，则$|A|=$（　　　　）。

学院______系______专业班级______姓名______学号______

(密封线外不要写姓名、学号、班级、密封线内不准答题，违者按零分计)

密 封 线

13、已知$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a$，那么$\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ 2a_{21}-3a_{31} & 2a_{22}-3a_{32} & 2a_{23}-3a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix} =$（　　　）。

14、$D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 6 \end{vmatrix}$中，代数余子式$A_{21} =$（　　　）。

15、若方程组$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 3 \\ x_2 - 4x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 - 5x_2 + 8x_3 - 9x_4 = k \end{cases}$有解则$k =$（　　　）。

二、本题共 2 小题，满分 24 分。

16.（12 分）设$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$，$B$是三阶矩阵，且$AB = E + B$，求$B$.

17.（12 分）求线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$的通解.

三、本题共 2 小题，满分 24 分。

18.（12 分）设矩阵$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，求$A$的特征值与特征向量并求可逆矩阵$P$，使得$P^{-1}AP$为对角矩阵.

19.（12 分）已知向量$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$、$\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$、$\alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$、$\alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$，求向量组$\alpha_1$，$\alpha_2$，$\alpha_3$，$\alpha_4$的秩及极大无关组；并将其余向量表示成所求极大无关组的线性组合.

四、本题共 2 小题，满分 17 分。

20.（12 分）计算行列式$\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.

21.（5 分）如果方阵A满足$A^2 = A$，证明$A+E$是可逆矩阵.