太原理工大学 线性代数 试卷 A

适用专业<u>工科各专业</u>考试日期: <u>2021-7-7</u> 时间: <u>120</u>分钟 共 <u>2</u>页

注意事项:

- 1. 答题前, 务必将自己的姓名、专业班级、考试教室、学号填涂在相应的位置。
- 2. 全部答案在答题卡上完成, 答在试卷上无效。
- 3. 考试结束,将试卷和答题卡一并交回。
- 一、填空题(每小题3分,共15分)
- 1. 设A为 3 阶可逆矩阵,|A|=2,则 $|(A^*)^{-1}|=$ _____.
- 2. 若向量组 $\alpha_1 = (1,1,1)^T, \alpha_2 = (1,2,3)^T, \alpha_3 = (1,3,t)^T$ 线性相关,则t =_________

- 4. 若 4 阶矩阵 A 与 B 相似,矩阵 A 的特征值为 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, 则行列式 $|B^{-1} E| = ____.$
- 5. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + x_2)^2 + (x_2 x_3)^2 + (x_3 + x_1)^2$ 的秩为______.
- 二、单项选择题(每小题3分,共15分)
- 6. 设 A 为 n 阶矩阵,且 |A| = 0 ,则 A 的列向量 ______.
 - A. 必有两个向量对应分量成比例;
 - B. 必有一个向量为零向量;
 - C. 必有一个向量是其余向量的线性组合:
 - D. 组成的向量组的秩为零.
- 7. 若A与B相似,则下列结论不正确的是 ______
 - A. |A| = |B|
- B. A 与 B 有相同的特征多项式
- C. tr(A) = tr(B) D. A 与 B 有相同的伴随矩阵

- 8. 设 λ_1, λ_2 为实对称矩阵A的两个不同特征值, α, β 是A的分别属于 λ_1 与 λ_2 的特征向
- - A. 线性相关
- B. 相互正交
- C. 对应分量成比例
- D. 必有零向量

9. 设
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
, $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $A 与 B$ ______.

- A. 合同目相似
- B. 合同但不相似
- C. 不合同但相似
- D. 不合同且不相似
- 10. 设 $A \neq 0$, $B \neq 0$ 为 n 阶方阵,满足 AB = 0,则必有 ______.
 - A. R(A) = 0

- B. R(B) = 0
- C. R(A) + R(B) = n D. $R(A) + R(B) \le n$
- 三、计算题(每小题10分,共30分)

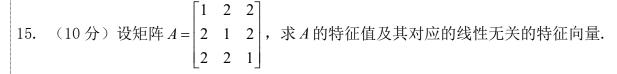
11. 已知向量组
$$\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1\\1\\1\\-1 \end{bmatrix}$$
, $\alpha_2 = \begin{bmatrix} 1\\2\\1\\1 \end{bmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{bmatrix} 3\\4\\3\\-1 \end{bmatrix}$, $\alpha_4 = \begin{bmatrix} 2\\2\\2\\1 \end{bmatrix}$, 求这一向量组的秩及一个

极大无关组.

- 12. 设有向量 $\alpha_1^T = (1,2,2), \quad \alpha_2^T = (-2,-1,2), \quad \alpha_3^T = (-2,2,-1), \quad \beta_1^T = (0,3,0), \quad \beta_2^T = (0,3,3),$ 把 β_1 , β_2 表示成向量组 α_1 , α_2 , α_3 的线性组合.
- 13. 解矩阵方程 AX = A + 2X,其中 $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

四、解答题

- (12 分)设非齐次线性方程组 $\begin{cases} (1+\lambda)x_1+x_2+x_3=0\\ x_1+(1+\lambda)x_2+x_3=3\\ x_1+x_2+(1+\lambda)x_3=\lambda \end{cases}$ 14.
 - (1) 有唯一解;(2) 无解;(3) 有无穷多解,并在有无穷多解时,求出通解.



- 16. (12 分)设三阶实对称矩阵 A 的特征值为 1, 2, 3,且 A 的属于特征值 1 与 2 的特征 向量分别是 $\alpha_1 = (-1,-1,1)^T, \alpha_2 = (1,-2,-1)^T$,
 - (1) 求A的属于3的特征向量 α_3 ;
 - (2) 求矩阵 A.
- 五、证明题(6分)
- 17. 设A是n阶矩阵,且 $A \neq 0$,试证:存在一个n阶非零矩阵B,使AB = 0的充要条件是|A| = 0.