

太原理工大学 线性代数 E 试卷 (A)

适用专业: 2020 级软件专业 考试日期: 2021.7.7 时间: 120 分钟 共 4 页

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					

一、本题共 15 小题, 1-10 题为选择题, 每小题 2 分 11-15 题为填空题, 每小题 3 分, 共 35 分。

1、设 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & a \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, 若 $|AB| = 8$, 则 $a =$ ()。

A、 $\frac{4}{3}$; B、 $\frac{16}{3}$; C、 $\frac{8}{3}$; D、0。

2、设 A 是方阵, 则下列结论**错误**的是 ()。

A、 A 与 A^T 的行列式的值相等; B、 A 与 A^T 的秩相等;
C、 A 与 A^T 特征值相同; D、 A 与 A^T 特征向量相同。

3、3 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 中任意三个向量都线性无关, 则向量组中 ()。

A、每一个向量都能由其余三个向量线性表示;
B、只有一个向量能由其余三个向量线性表示;
C、只有一个向量不能由其余三个向量线性表示;
D、每一个向量都不能由其余三个向量线性表示。

4、已知齐次线性方程组 $\begin{cases} \lambda x + y + z = 0 \\ \lambda x + 3y - z = 0 \\ -y + \lambda z = 0 \end{cases}$ 仅有零解, 则 ()。

A、 $\lambda \neq 0$ 且 $\lambda \neq 1$; B、 $\lambda = 0$ 或 $\lambda = 1$;
C、 $\lambda \neq 0$ 且 $\lambda \neq -1$; D、 $\lambda = 0$ 或 $\lambda = -1$ 。

5、已知 A 为 n 阶可逆矩阵, A^{-1} 是 A 的逆矩阵, 则 $\|A^{-1}\|A\| =$ ()

- A、 1; B、 $|A|^{1-n}$; C、 $(-1)^n$; D、 $|A|^{n-1}$ 。

6、若矩阵 $A_{3 \times 3}$ 的特征值为 1, -2, 3, 则下列矩阵可逆的是 ()

- A、 $A - E$; B、 $A + 2E$; C、 $A - 2E$; D、 $A - 3E$ 。

7、设 A 为 4×3 矩阵, η_1, η_2, η_3 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的 3 个线性无关的解, k_1, k_2 为任意常数, 则 $Ax = b$ 的通解为

- A、 $\frac{\eta_2 + \eta_3}{2} + k_1(\eta_2 - \eta_1)$; B、 $\frac{\eta_2 - \eta_3}{2} + k_1(\eta_2 - \eta_1)$;
C、 $\frac{\eta_2 + \eta_3}{2} + k_1(\eta_2 - \eta_1) + k_2(\eta_3 - \eta_1)$; D、 $\frac{\eta_2 - \eta_3}{2} + k_1(\eta_2 - \eta_1) + k_2(\eta_3 - \eta_1)$ 。

8、设 n 阶方阵 A, B 满足 $AB = 0, B \neq 0$, 则必有 ()。

- A、 $A = 0$; B、 A 为可逆方阵; C、 $|B| \neq 0$; D、 $|A| = 0$ 。

9、若 A 为 n 阶实对称矩阵, 且二次型 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x^T Ax$ 正定, 则下列结论不正确的是 ()。

- A、 A 的特征值全为正; B、 A 的一切顺序主子式全为正;
C、 A 的主对角线上的元素全为正; D、 对一切 n 维列向量 x , $x^T Ax$ 全为正。

10、设 $\alpha = (1, 2, k)$ 可由 $(1, 1, 1)$, $(1, -1, 2)$, $(-1, 1, -2)$ 线性表示, 则 $k =$ ()。

- A、 1; B、 $\frac{1}{2}$; C、 $\frac{1}{3}$; D、 $\frac{1}{4}$ 。

11、设 3 阶矩阵 A 的特征值为 1, 1, 2, 则 $|4A^{-1} - E| =$ _____。

12、已知 A 的伴随矩阵 $A^* = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $A =$ _____。

13、 已知 $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$, 则代数余子式 $A_{23} =$ _____。

14、 若 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$ 的秩为 2, 则常数 $k =$ _____。

15、 设四阶方阵 $A = (\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4)$, 且 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, $\alpha_4 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$, $\beta = \alpha_1 + 2\alpha_2 - 3\alpha_3 + 4\alpha_4$, 则线性方程组 $Ax = \beta$ 的通解为_____。

二、本题共 2 小题, 满分 24 分。

16. (12 分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} 。

17. (12 分) 求线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -1 \end{cases}$ 的通解。

三、本题共 2 小题, 满分 24 分。

18. (12 分) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, 求可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵。

19. (12 分) 讨论参数 t 的取值, 求向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ t \\ 0 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ 的秩和一个最大线性无关组。

四、本题共 2 小题，满分 17 分。

20. (12 分) 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$ 。

21. (5 分) 若 A 是 n 阶矩阵，且满足 $AA^T = E$, $|A| = -1$, 试证 $A + E$ 不可逆。