

太原理工大学 线性代数 试题 (A)

适用专业: 2021 级工科各专业 考试日期: 2022.9 时间: 120 分钟 共 2 页

一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)。

- 1、二次型 $f = x_1^2 + x_2^2 - tx_1x_2 + 4x_3^2$ 是正定的, 则 t 的取值范围是_____。
- 2、 A 为三阶矩阵, $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|(3A)^{-1} - 2A^*| =$ _____。
- 3、设 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 2, 3)^T$, $\alpha_3 = (1, 3, k)^T$ 线性相关, 则 $k =$ _____。
- 4、已知 $\alpha = (1, 3, 2, 4)^T$ 与 $\beta = (k, -1, -3, 2k)^T$ 正交, 则 $k =$ _____。
- 5、设三阶矩阵 A 的行列式 $|A| = 8$, 且有 2 个特征值 -1 和 4, 则第三个特征值为_____。

二、单项选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)。

- 6、设 A 为 $n \times n$ 矩阵, $r(n) = r < n$, 那么 A 中 ()
 - A. 任意 r 个列向量线性无关;
 - B. 必有某 r 个列向量线性无关;
 - C. 任意 r 个列向量均构成极大无关组;
 - D. 任意 r 个列向量线性相关。
- 7、下面结论不正确的是 ()
 - A. 相似矩阵必有相同的特征值;
 - B. 相似矩阵有相同的行列式;
 - C. 相似矩阵的秩不一定相等;
 - D. 实对称矩阵属于不同特征值的特征向量正交。
- 8、设 A 为 n 阶矩阵, 且 $|A| = 0$, 则 A ()
 - A. 必有两个列向量对应分量成比例;
 - B. 必有一个向量为零向量;
 - C. 必有一个向量是其余向量的线性组合;
 - D. 任一向量是其余向量线性组合。
- 9、设 A 为 n 阶矩阵, 经过若干次初等变换得到矩阵 B , 则必有 ()
 - A. $|A| = |B|$;
 - B. $|A| \neq |B|$;
 - C. 若 $|A| \geq 0$, 则 $|B| \geq 0$;
 - D. 若 $|A| = 0$, 则 $|B| = 0$ 。
- 10、若 η^* 是方程 $Ax = b$ 的解, ξ 是方程 $Ax = 0$ 的解, 则 () 是方程 $Ax = b$ 的解
 - A. $\eta^* + k\xi$;
 - B. $k\eta^* + k\xi$;
 - C. $k\eta^* - k\xi$;
 - D. $k\eta^* + \xi$ 。

三、计算题 (每小题 10 分, 共 40 分)。

11、设 $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，求 $(A - 2E)^{-1}$ 。

12、已知 $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 2 & a & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix}$ 相似，求 a, b 的值。

(密封线外不要写姓名、学号、班级、密封线内不准答题，违者按零分计)

.....密.....封.....线.....

13、设 $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\alpha_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ -7 \\ -7 \end{bmatrix}$.

(1) 求向量组的秩及一个极大无关组；(2) 将其余向量用该极大无关组线性表示。

14、计算行列式

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}.$$

四、计算下列各题（每小题 15 分，共 30 分）。

(密封线外不要写姓名、学号、班级、密封线内不准答题，违者按零分计)

.....密.....封.....线.....

15、线性方程组
$$\begin{cases} (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 = \lambda \end{cases}$$
，满足什么条件时，(1) 有唯一性；(2) 无解；(3) 无穷

多解，并求出其通解。

16、设二次型 $f = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$ ，写出二次型的矩阵，并用正交变换法化二次型

为标准形。