

太原理工大学 线性代数 E 试卷 (A)

适用专业: 2023 级软件专业 考试日期: 2024.7. 时间: 120 分钟 共 2 页

一、选择题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

1、设矩阵 $A = \begin{pmatrix} x_1 & b_1 & c_1 \\ x_2 & b_2 & c_2 \\ x_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} y_1 & b_1 & c_1 \\ y_2 & b_2 & c_2 \\ y_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$ 且 $|A| = 2, |B| = -7$ 则 $|A+B|$ 等于 ()。

A、5 B、-5 C、-10 D、-20

2、已知 A, B, C 均为 n 阶矩阵, 并且 $AB = BC = CA = E$, E 是单位矩阵, 那么 $A^2 + B^2 + C^2 =$ ()。

A、 E B、 $2E$ C、 $3E$ D、 O

3、若齐次方程组 $Ax = 0$ 有无穷多解, 则非齐次方程组 $Ax = b$ ()。

A、必有无穷多解; B、必有唯一解; C、必无解; D、有解时必有无穷多解。

4、设 $\alpha_1 = (1, 1, -1), \alpha_2 = (-2, -1, 2)$ 向量 $\alpha = (2, \lambda, \mu)$ 与 α_1 及 α_2 都正交, 则 $\lambda =$ ()。

A、1 B、2 C、3 D、0

5、下列矩阵中不能相似于对角矩阵的是 ()

A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; B. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; C. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; D. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 。

二、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

6、如果 $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $P^{-1}A^{-1}P =$ _____。

7、设 3 阶方阵 A 的三个特征值分别为 2, 0, 1; $B = A + 2E$, 则行列式 $|B| =$ _____。

8、设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $|A^T A| =$ _____。

9、齐次线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ 只有零解, 则 λ 应满足的条件是_____。

10、二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$ 的秩等于_____。

三、计算题（本题共 5 小题、每小题 12 分，满分 60 分）

11、(12 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ ，求矩阵 A 的逆矩阵 A^{-1} 。

12、(12 分) 求线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 4x_4 = -1 \end{cases}$ 的通解。

13、(12 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ ，求 A 的特征值与特征向量，并求可逆矩阵 P ，使

得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵。

14、(12 分) 设 $\alpha_1 = (2, 1, 3, -1)$, $\alpha_2 = (-1, 1, -3, 1)$, $\alpha_3 = (4, 5, 3, -1)$, $\alpha_4 = (4, 5, -3, 1)$ ，求向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的一个最大无关组，并用最大无关组线性表示该向量中其它向量。

15、(12 分) 计算行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -7 & 6 \end{vmatrix}$ 。

四、证明题，满分 10 分

16、(10 分) 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，证明向量组 $\alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_2$ 线性无关。