学院________系________专业班级________姓名________学号________

（密封线外不要写姓名、学号、班级、密封线内不准答题，违者按零分计）

密 封

考试方式：__闭卷__

太原理工大学__线性代数__试卷A

适用专业__2022级理、工、经管等相关专业__考试日期：__2023.7.7__ 时间：__120__分钟 共__2__页

一．单项选择题（每小题3分，共15分）

1.设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$均是3维向量，则必有____________.

A. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性无关； B. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性相关；

C. α_4可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示； D. α_4不能由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示.

2.已知非齐次线性方程组$Ax=b$中，A为方阵且$|A|=0$，则__________.

A. 方程组有无穷多解； B.方程组可能无解，也可能有无穷多解；

C. 方程组有唯一解； D. 方程组无解.

3.若n阶矩阵A与B相似，则____________.

A. A，B都与同一对角阵相似； B. A，B有相同的特征向量；

C. $A-\lambda E=B-\lambda E$； D. $|A|=|B|$.

4.设A为3阶方阵，其特征值分别为2, 1, 0，则$|A+2E|=$____________.

A. 0； B. 12； C. 24 ； D. 3.

5.若二次型$f(x)=x^T Ax$为正定的，则该二次型的矩阵A的特征值____________.

A.都大于0 ； B. 都大于等于0；

C.有大于0的，也有小于0的； D. 都小于0.

二．填空题（每小题3分，共15分）

6.若A为3阶方阵，且$|A^{-1}|=2$，则$|2A|=$ ____________.

7.设A为n阶矩阵，满足$A^2+3A+E=0$，则$A^{-1}=$____________.

8.设 $\alpha_1=(1,1,1), \alpha_2=(1,2,3), \alpha_3=(1,3,t)$线性相关，则$t=$______________.

9. 若n阶矩阵A的秩$r<n$，则$|A|=$ ______________.

10. 设$Ax=0$，A是4×5矩阵，秩$R(A)=2$，则此方程组的基础解系中含有________个向量.

三．计算下列各题（每小题 10 分，共 40 分）

11. 计算行列式$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

12. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 且 $A^2-AB=E$，其中 E 为三阶单位矩阵，求矩阵 B.

13. 已知向量$\alpha_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \alpha_2=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_3=\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$，求该向量组的秩及一个最大无关组，并把其余向量用最大无关组线性表示.

14. 求矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$的特征值与特征向量.

四. 计算下列各题（共 26 分）

15. （14 分）当λ为何值时，线性方程组$\begin{cases} -x_1+\lambda x_2+2x_3=1 \\ x_1-x_2+\lambda x_3=2 \\ 5x_1-5x_2-4x_3=1 \end{cases}$有唯一解，无解，有无穷多解，并在有无穷多解时求其通解.

16. （12 分）若二次型 $f=ax_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2+2x_1x_2$ 经正交变换后化成标准形为 $y_2{}^2+2y_3{}^2$，

（1）写出二次型对应的矩阵，并求 a 值；

（2）求出所用正交变换的矩阵.

五. 证明题（共 4 分）

17.（4 分）若 ξ_1,ξ_2 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系，并且 $\eta_1=\xi_1+\xi_2, \eta_2=\xi_1-\xi_2$, 证明：$\eta_1,\eta_2$ 也是 $Ax=0$ 的基础解系.