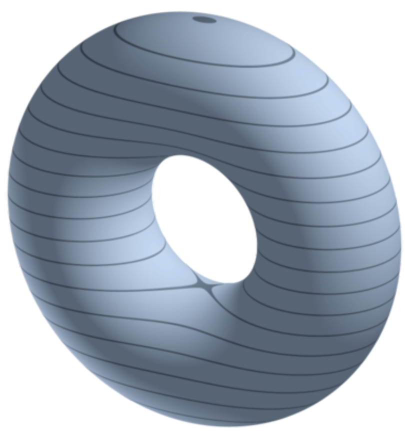
David Chataur- M2-302
david.chataur@math.univ-lille1.fr

MÉMOIRE DE M2: THÉORIE DE MORSE, DIFFÉRENTIELLE ET DISCRÈTE

Il sagit d'un mémoire en topologie algébrique et différentielle.

L'objectif est d'étudier les bases de la théorie de Morse. Cette théorie est l'un des outils de base de la topologie algébrique. Il s'agit de reconstruire une variété différentielle M à partir de la donnée d'une fonction réelle $f : M \to \mathbb{R}$ et de l'étude de ses points critiques.

L'idée de base de la théorie est simple, il s'agit de "découper" cette variété en hypersurfaces de niveau (les $f^{-1}(a)$) et de coder combinatoirement ce découpage à partir des points critiques de la fonction. Comme le montre l'exemple de la fonction hauteur sur le tore:



Cette théorie introduite dans le cadre différentiel a son pendant discret adapté aux espaces cellulaires. Ces deux théories permettent de calculer effectivement les invariants homologiques de la topologie algébrique. Toutes deux permettent de réaliser un complexe qui calcule l'homologie singulière.

On pourra selon son goût choisir soit la version discrète ou la version différentiable, voire comparer les deux théories. On pourra sintéresser à l'application de cette théorie en géométrie et topologie (géodésiques, périodicité de Bott).

Références

Robin Forman (2002) A User's Guide to Discrete Morse Theory, Séminaire Lotharingien de Combinatoire 48

John Milnor, Morse Theory, Princeton University Press, 1963.