

# Geometrische Maßtheorie

PD. Dr. Daniel Hug

Wintersemester 2009/2010

Die Mitarbeiter von <http://mitschriebwiki.nomeata.de/>



# Inhaltsverzeichnis

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>1</b> | <b>Grundlagen: Maß und Integral</b>                                       | <b>7</b>   |
| 1.1      | Äußere Maße und Messbarkeit . . . . .                                     | 7          |
| 1.2      | Integration . . . . .   | 18         |
| <b>2</b> | <b>Äußere Maße auf metrischen Räumen</b>                                  | <b>33</b>  |
| 2.1      | Regularität und metrische äußere Maße . . . . .                           | 33         |
| 2.2      | Vitali-Relationen . . . . .   | 35         |
| 2.3      | Differentiation von Maßen . . . . .                                       | 42         |
| 2.4      | Hausdorffmaße und Hausdorffdimension . . . . .                            | 53         |
| 2.5      | Hausdorffmaße auf euklidischen Räumen . . . . .                           | 60         |
| <b>3</b> | <b>Lipschitzfunktionen und Rektifizierbarkeit</b>                         | <b>67</b>  |
| 3.1      | Fortsetzbarkeit und Differenzierbarkeit von Lipschitzfunktionen . . . . . | 67         |
| 3.2      | Die Flächenformel . . . . .   | 73         |
| 3.3      | Die Koflächenformel . . . . .   | 83         |
| 3.4      | Rektifizierbare Mengen . . . . .  | 92         |
| <b>4</b> | <b>Ströme</b>   | <b>103</b> |
| 4.1      | Differentialformen und äußere Ableitung . . . . .                         | 103        |
| 4.2      | Grundlagen und Beispiele . . . . .  | 114        |
| 4.3      | Ströme mit lokalendlicher Masse . . . . .                                 | 120        |
| 4.4      | Produkt, Push-forward und Homotopieformel . . . . .                       | 123        |
| 4.5      | Rektifizierbare Ströme . . . . .  | 129        |
| <b>5</b> | <b>Anhang: Geometrische Integrationstheorie</b>                           | <b>133</b> |
| 5.1      | Multilineare Algebra . . . . .  | 133        |
| 5.2      | Differentialformen . . . . .  | 141        |
| 5.3      | Integration von Differentialformen . . . . .                              | 151        |
| 5.4      | Differenzierbare Untermannigfaltigkeiten . . . . .                        | 160        |
| 5.5      | Der Satz von Stokes . . . . .   | 173        |



# Vorwort

## Über dieses Skriptum

Dies ist ein Mitschrieb der Vorlesung „Geometrische Maßtheorie“ von Herrn PD. Dr. Daniel Hug im Wintersemester 2009/2010 an der Universität Karlsruhe (TH). Die Mitschriften der Vorlesung werden mit ausdrücklicher Genehmigung von Herrn Hug hier veröffentlicht, Herr Hug ist für den Inhalt nicht verantwortlich.

## Wer

Beteiligt am Mitschrieb ist Joachim Breitner.

## Wo

Alle Kapitel inklusive L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Quellen können unter <http://mitschriebwiki.nomeata.de> abgerufen werden. Dort ist ein *Wiki* eingerichtet und von Joachim Breitner um die L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Funktionen erweitert. Das heißt, jeder kann Fehler nachbessern und sich an der Entwicklung beteiligen. Auf Wunsch ist auch ein Zugang über *Subversion* möglich.

