

# A. Satz um Satz (hüpft der Has)

1.1. Rechenregeln zur Norm . . . . .	7
1.2. Offene und abgeschlossene Mengen . . . . .	9
2.1. Konvergenz . . . . .	11
2.2. Häufungswerte und konvergente Folgen . . . . .	12
2.3. Überdeckungen . . . . .	12
3.1. Grenzwerte vektorwertiger Funktionen . . . . .	15
3.2. Stetigkeit vektorwertiger Funktionen . . . . .	16
3.3. Funktionen auf beschränkten und abgeschlossenen Intervallen . . . . .	17
3.4. Fortsetzungssatz von Tietze . . . . .	17
3.5. Lineare Funktionen und Untervektorräume von $\mathbb{R}^n$ . . . . .	17
3.6. Eigenschaften des Abstands zwischen Vektor und Menge . . . . .	18
4.1. Satz von Schwarz . . . . .	20
4.2. Folgerung . . . . .	21
5.1. Differenzierbarkeit und Stetigkeit . . . . .	24
5.2. Stetigkeit aller partiellen Ableitungen . . . . .	25
5.4. Kettenregel . . . . .	26
5.5. Injektivität und Dimensionsgleichheit . . . . .	27
6.1. Der Mittelwertsatz . . . . .	29
6.3. Bedingung für Lipschitzstetigkeit . . . . .	30
6.4. Linearität . . . . .	30
6.5. Richtungsableitungen . . . . .	31
6.6. Der Satz von Taylor . . . . .	32
7.1. Regeln zu definiten Matrizen und quadratischen Formen . . . . .	36
7.2. Störung von definiten Matrizen . . . . .	36
8.1. Nullstelle des Gradienten . . . . .	37

8.2. Definitheit und Extremwerte . . . . .	37
9.2. Stetigkeit der Umkehrfunktion . . . . .	39
9.3. Der Umkehrsatz . . . . .	39
10.1. Satz über implizit definierte Funktionen . . . . .	43
11.1. Multiplikationenregel von Lagrange . . . . .	45
12.1. Rektifizierbarkeit und Beschränkte Variation . . . . .	49
12.2. Summe von Wegen . . . . .	50
12.3. Eigenschaften der Weglängenfunktion . . . . .	50
12.4. Rechenregeln für Wegintegrale . . . . .	50
12.5. Eigenschaften stetig differenzierbarer Wege . . . . .	51
12.6. Rektivizierbarkeit von Wegsummen . . . . .	52
12.7. Eigenschaften der Parametertransformation . . . . .	53
13.1. Berechnung des Wegintegrals . . . . .	55
13.2. Rechnen mit Wegintegralen . . . . .	55
13.3. Rechnen mit Integralen bezgl. der Weglänge . . . . .	56
13.4. Stetige Differenzierbarekeit der Aneinanderhängung . . . . .	57
14.1. Hauptsatz der mehrdimensionalen Integralrechnung . . . . .	59
14.3. Wegunabhängigkeit, Existenz von Stammfunktionen . . . . .	60
14.4. Integrabilitätsbedingungen . . . . .	61
14.5. Kriterium zur Existenz von Stammfunktionen . . . . .	61
15.1. Disjunkte Quaderzerlegung und Treppenfunktionsraum . . . . .	63
15.2. Integral über Treppenfunktion (mit Definition) . . . . .	64
15.3. Satz von Fubini für Treppenfunktionen . . . . .	65
15.4. Eigenschaften des Integrals über Treppenfunktionen . . . . .	65
16.1. Rechenregeln der $L^1$ -Halbnorm . . . . .	68
16.2. $L^1$ -Halbnorm eines Quaders . . . . .	68
16.3. $L^1$ -Halbnorm einer Treppenfunktion . . . . .	69
16.4. Integration und Grenzwertbildung bei Treppenfunktionen . . . . .	70
16.5. Rechenregln für Lebesgueintegrale . . . . .	70

16.7. „Kleiner“ Satz von Beppo Levi . . . . .	71
16.8. Lebegueintegral und $L^1$ -Halbnorm . . . . .	72
16.9. Riemann- und Lebegueintegrale . . . . .	72
16.10 Konvergente Treppenfunktionsfolge . . . . .	73
16.11 Stetige und beschränkte Funktionen sind Lebegue-Integrierbar . . . . .	74
16.12 Stetige und beschränkte Funktionen sind Lebegue-Integrierbar . . . . .	74
16.13 “Kleiner” Satz von Fubini . . . . .	74
16.14 Aufteilung des Integrals in Doppelintegrale . . . . .	76
17.1. . . . .	79
17.2. . . . .	79
17.3. Prinzip von Cavalieri . . . . .	80
17.4. . . . .	80
17.5. . . . .	81
17.6. . . . .	81
17.7. . . . .	81
17.8. . . . .	82
17.9. . . . .	82
17.10. . . . .	83
17.11. . . . .	83
17.13. . . . .	84
18.1. Satz von Riesz-Fischer . . . . .	85
18.2. Satz von Beppo Levi . . . . .	85
18.3. . . . .	86
18.4. Uneigentliche Lebesgue- und Riemann-Integrale . . . . .	86
18.5. . . . .	87
18.6. Satz von Lebesgue (Majorisierte Konvergenz) . . . . .	87
18.7. . . . .	88
19.1. . . . .	91
19.3. . . . .	92

A. Satz um Satz (hüpft der Has)

20.1. Satz von Fubini . . . . .	93
20.2. Substitutionsregel . . . . .	93
21.1. . . . .	97
21.2. Vertauschbarkeit von Integration und Differentiation . . . . .	97
21.3. . . . .	98

# Stichwortverzeichnis

$L^1$

Cauchyfolge, 85

Halbnorm, 67

Konvergenz, 85

abgeschlossene Kugel, 9

abgeschlossene Menge, 9

Ableitung, 24

partielle, 19

Abschließung, 9

Abstand

zwischen Vektor und Menge, 18

zwischen zwei Vektoren, 7

Aneinanderhängung, 57

Anfangspunkt, 49

äquivalent, 53

Ausschöpfung, 85

Berührungspunkt, 9

Beschränktheit

einer Funktion, 17

einer Menge, 8

Bogen, 49

Bogenmas, 52

Bolzano-Weierstraß, 11

Cauchy-Kriterium, 11

Cauchy-Schwarzsche Ungleichung, 7

charakteristische Funktion, 63

Cramersche Regel, 39

CSU, 7

differenzierbar, 23

Differenzierbarkeit

partielle, 19

Eigenwerte, 36

einfach

bezüglich eines Faktors, 76

Einschränkung einer Funktion, 45

Endpunkt, 49

fast überall, 81

Figur, 82

Funktion

triviale Erweiterung, 72

Funktionalmatrix, 23

Gebiet, 29

glatt, 52

Gradient, 19

Grenzwert, 11

Häufungspunkt, 8

Hüllreihe, 67

Hesse-Matrix, 35

indefinit, 35

Inhalt

einer Hüllreihe, 67

Innenprodukt, 7

innerer Punkt, 8

Inneres einer Menge, 8

Integrabilitätsbedingungen, 61

Inverser Weg, 49

Jacobi-Matrix, 23

Konvergenz, 11

konvex, 29

Länge, 49

Länge, 7

Lebesgueintegrierbarkeit, 70

Lebesgueintegral, 70

über einer Menge, 72

Lebesguemaß, 79, 91

Limes, 11

lokales Extremum, 37

unter einer Nebenbedingung, 45

lokales Maximum, 37

lokales Minimum, 37

Matrix-Vektorprodukt, 8

messbar, 91, 92

Multiplikator, 45

negativ definit, 35  
Norm, 7  
Nullmenge, 80  
  
offene Kugel, 8  
  
Parameterdarstellung, 52  
Parameterintervall, 49  
Parametertransformation, 53  
Partielle Ableitung, 19  
Partielle Differenzierbarkeit, 19  
positiv definit, 35  
  
Quader, 63  
quadratische Form, 35  
quadrierbar, 79  
  
Rand, 9  
Randpunkt, 9  
Rektifizierbarkeit, 49  
Richtung, 30  
Richtungsableitung, 30  
Richtungsvektor, 30  
  
Skalarprodukt, 7  
Stammfunktion, 59  
Stationärer Punkt, 37  
sternförmig, 61  
Stetigkeit, 16  
    auf einem Intervall, 16  
    gleichmäßige, 16  
    Lipschitz-, 16  
stückweise glatt, 52  
stückweise stetig differenzierbar, 52  
Summe  
    von Wegen, 50  
  
Teilfolge, 11  
Treppenfunktion, 63  
  
Überdeckungssatz von Heine-Borel, 13  
Umgebung, 8  
Umordnung, 11  
  
vektorwertige Funktion, 15  
Verbindungsstrecke, 29  
Volumen, 63, 79  
  
Weg, 49  
    inverser, 49  
Wegintegral, 55  
Weglängenfunktion, 50  
wegunabhängig, 60  
Winkelmas, 52