316268853
עמוד 8

שאלה 7

(א) הכיתה N סטודנטים ולכל ~~[illegible]~~ זוג סטודנטים יש בדיוק 5 חברים משותפים. הוכיחו כי כמות זוגות סטודנטים שמכירים זה את זה שמתחלקת ב-3.

נמדל את השאלה בגרף כך ~~ש~~ סטודנט הינו צומת ויש קשת בין 2 צומתים אם הסטודנטים מכירים זה את זה. כלומר השאלה שקולה להוכיח כי כמות הקשתות (הכרויות) בגרף מתחלקת ב-3.

ידוע לנו כי $\sum_{i=1}^{N} deg(i) = 2\cdot|E|$ כלומר $|E| = \frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{N} deg(i)$.

כמו כן לכל זוג ~~[illegible]~~ צמתים יש בדיוק 5 שכנים משותפים כלומר מתקיים לכל צמתים $|N(u)\cap N(v)|=5$.

ולכן לפי נוסחה מוכרת $deg(u)+deg(v) = |N(u)\cup N(v)| + 5$

ולפי נוקאוט ...

(ב) לא הבנתי ...

(ב) נשים לב שמדובר על גרף מכוון מ-A ל-B בגודל 3X5 קודקודים, ולכן יש בו $2\cdot5+3\cdot4$ קשתות כלומר 22 קשתות. ~~נשים לב כי יש כמות זוגות שניהם ל-B~~

~~(כלומר אין כפולות) יש בדיוק 2 קשתות יוצאות~~

נספור את המסלולים מ-A ל-B ע"י brute force כך שמ-A נפרוס ימינה ונלך ישר כמה שנוכל מהלו לחצור על עמודות ואם נחצור אז נעלה אחד למעלה. נקבל כי יש בדיוק 15 מסלולים שונים, וזה מתאים עם כך שיש בדיוק $3\cdot5=15$ קודקודים "ברשת".