316268753
עמוד 9

שאלה 8

יוצרים רשת אקראית בעזרת Watts-Strogatz
עם הפרמטרים $p=0.8$, $N=8$, $K=4-1$.
כלומר יש לנו 8 קודקודים, נסדר אותם במעגל
ונחבר כל קודקוד ל-$\frac{K}{2}=2$ השכנים שמימינו ומשמאלו.
בשלב השני נעבור על כל קשת שבגרף ונייצר אותה מחדש רנדומלית
בסיכוי של $p=0.8$ (לא הקודמת מסריטה מהגרף).

(א) חשבו כמה קשתות בגרף יהיה **12.8** קשתות
כי בשלב הראשון יש לנו גרף עם 8 צמתים ו-4 קשתות
לכל צומת, כלומר $|E| = \frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{8}\deg(i) = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4 = 16$
קשתות בסה"כ. ובשלב השני מייצרים **כל** אחת **בסיכוי** של p
כלומר יהיו בממוצע $16\cdot p$ קשתות בגרף, כלומר **12.8**.

(ב) כעת ידוע כי $p=1$, ולכן בשלב השני **כל** קשת מיוצר
מחדש בצורה רנדומלית ונקבל גרף רנדומלי לחלוטין כמו
במקרה של Erdos-Renyi. כלומר אותה כמות קשתות בחלוקת בגרף
שהיו $|E|=16$ כמו שיש לנו עשוי גם אחרי השלב השני, ולכן
בממוצע (וכפולו ודאי) יהיו בגרף 16 קשתות עם $p=1$.

(ג) כעת ידוע כי $p=0$, **ולכן** בשלב השני אף קשת לא נבחרת
להיווצר מחדש, כלומר כל הקשתות יוסרו מהגרף ולא הוספה
של קשתות שנוצרו מחדש ונקבל רשת של 8 קודקודים **מבודדים**.
במצב זה ה-clustering coefficient של הגרף יהיה **אפס**
כי עבור כל קודקוד i מתקיים כי $C(i)=0$, ולכן $CC=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{8}C(i)=0$
בגלל כל השכנים של כל קודקוד לא מחוברים זה לזה
ולכן לפי $C(i)=\frac{\#\text{connected neighbors}}{\frac{k_i(k_i-1)}{2}}$.