数Ⅰ

数と式

・単項式…項が1つの式 (例) $3,\ x,\ -5x^2$

係数…文字の前の数 (例) $-5x^2$ の -5

次数…文字が何回かけ算されているか (例) $5x$ は次数1, $-xy$ は次数2

練習 1 次の単項式の係数と次数をいえ。

(1) $6x^2$ (2) x (3) $-x^2y^2$ (4) $-3abc$

	(1)	(2)	(3)	(4)
係数	6	1	−1	−3
次数	2	1	4	3

練習 2 次の単項式で [ ] 内の文字に着目したとき，その係数と次数をいえ。

(1) $2ax^3$ $[x]$ (2) $3a^2bc^3$ $[a]$ (3) $-6ax^2y$ $[x$ と $y]$

	(1)	(2)	(3)
係数	$2a$	$3bc^3$	$-6a$
次数	3	2	3

・多項式…項が2つ以上の式 (例) $5x^2+4x-2x^2-3$

同類項…文字の部分が同じ項 (例) 上の例の $5x^2$ と $-2x^2$

次数…同類項を整理した多項式の最も次数の高い項の次数

また，次数が n の多項式を n 次式という.

(例) $4x^2-5x-6$ の次数は2，2次式

定数項…多項式の数字だけの項

練習 3 次の多項式の同類項をまとめよ。

(1) $4x^2+3x-1-2x^2-4x+6$

(2) $3a^2-2ab-4b^2-5a^2+2ab-8b^2$

(1) $2x^2-x+5$

(2) $-2a^2-12b^2$

練習 4 次の多項式は何次式か。

(1) x^3+4x^2-5　(2) $1+6a-8a^2-3a^4$

(1) 3次式　(2) 4次式

練習 5 多項式 $ax^3-x^2y+by^2+c$ は，次の文字に着目すると何次式か。また，そのときの定数項は何か。

(1) x　(2) y　(3) x と y

	(1)	(2)	(3)
式	3次式	2次式	3次式
定数項	by^2+c	ax^3+c	c

・降べきの順…文字に着目した項の次数の高い順

・昇べきの順…文字に着目した項の次数の低い順

練習 6 次の多項式を，x について降べきの順に整理せよ。

(1) $4a^2+ax+2x-3a$　　(2) $2x^2+5xy+3y^2-3x-5y-2$

(1) $ax+2x+4a^2-3a$

$=(a+2)x+(4a^2-3a)$

(2) $2x^2+5xy-3x+3y^2-5y-2$

$=2x^2+(5y-3)x+(3y^2-5y-2)$

- 多項式の加法と減法

$A+B$ … AとBの項をすべて足し，同類項をまとめる．

$A-B$ … Bの項の符号を全部変え，同類項をまとめる．

練習 7 次の多項式 A，B について，$A+B$ と $A-B$ を計算せよ。

(1) $A=2x^2+3x-1$，$B=4x^2-5x-6$

(2) $A=-3x^2-2x+4x^3+5$，$B=2x^3+7-3x^2$

(1) $A+B=(2x^2+3x-1)+(4x^2-5x-6)$

$=2x^2+3x-1+4x^2-5x-6$

$=6x^2-2x-7$

$A-B=(2x^2+3x-1)-(4x^2-5x-6)$

$=2x^2+3x-1-4x^2+5x+6$

$=-2x^2+8x+5$

(2) $A+B=(-3x^2-2x+4x^3+5)+(2x^3+7-3x^2)$

$=-3x^2-2x+4x^3+5+2x^3+7-3x^2$

$=6x^3-6x^2-2x+12$

$A-B=(-3x^2-2x+4x^3+5)-(2x^3+7-3x^2)$

$=-3x^2-2x+4x^3+5-2x^3-7+3x^2$

$=2x^3-2x-2$

練習 8 $A=x^2+4x-3$, $B=2x^2-x+4$ とする。次の式を計算せよ。

(1) $A+2B$　(2) $2A-3B$　(3) $A+B+2(A-B)$

(1) $A+2B=(x^2+4x-3)+2(2x^2-x+4)$

$=x^2+4x-3+4x^2-2x+8$

$=5x^2+2x+5$

(2) $2A-3B=2(x^2+4x-3)-3(2x^2-x+4)$

$=2x^2+8x-6-6x^2+3x-12$

$=-4x^2+11x-18$

(3) $A+B+2(A-B)=A+B+2A-2B$

$=3A-B=3(x^2+4x-3)-(2x^2-x+4)$

$=3x^2+12x-9-2x^2+x-4$

$=x^2+13x-13$

・単項式の乗法

a を n 個かけたものを a の n 乗といい，a^n と書く．n を指数という．

※ $a^1 = a$ である．$a, a^2, a^3, \cdots$ をまとめて a の累乗という．

一般に，次の **指数法則** が成り立つ。

指数法則

m，n は正の整数とする。

1 $a^m \times a^n = a^{m+n}$ **2** $(a^m)^n = a^{mn}$ **3** $(ab)^n = a^n b^n$

練習 9 次の式を計算せよ。

(1) $2a^3 \times 4a^2$ (2) $3x^2y \times (-2x^3y^2)$ (3) $(-3x^2y)^3$

(1) $8a^5$ (2) $-6x^5y^3$ (3) $-27x^6y^3$

・多項式の乗法

多項式の積は，次の分配法則を用いて計算する。

分配法則

$$A(B+C)=AB+AC \qquad (A+B)C=AC+BC$$

練習 10 次の式を展開せよ。

(1) $4x^2(2x^2-3x+5)$ (2) $(2x-1)(4x^2+3)$

(3) $(2x^2+x-3)(x-2)$ (4) $(2x^2+3)(x^2-4x-1)$

(1) $8x^4-12x^3+20x^2$ (2) $8x^3-4x^2+6x-3$

(3) $2x^3-4x^2+x^2-2x-3x+6$

$=2x^3-3x^2-5x+6$

(4) $2x^4-8x^3-2x^2+3x^2-12x-3$

$=2x^4-8x^3+x^2-12x-3$

練習 11 次の式を展開し，x について降べきの順に整理せよ。

(1) $(x^2+ax-1)(x+a)$ (2) $(ax+b)(cx+d)$

(1) $x^3+2ax^2+a^2x-x-a$

$=x^3+2ax^2+(a^2-1)x-a$

(2) $acx^2+adx+bcx+bd$

$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

展開の公式

1　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$,　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

2　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

3　$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$(ax+b)(cx+d)$ を展開すると，次の公式が得られる。

展開の公式

4　$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

練習 12　次の式を展開せよ。

(1) $(2x+5)^2$　(2) $(3x-2y)^2$　(3) $(5x+4y)(5x-4y)$

(4) $(x+1)(x+5)$　(5) $(x-3)(x+8)$　(6) $(x-y)(x-4y)$

(1) $4x^2+20x+25$　(2) $9x^2-12xy+4y^2$

(3) $25x^2-16y^2$　(4) x^2+6x+5

(5) $x^2+5x-24$　(6) $x^2-5xy+4y^2$

練習 13　次の式を展開せよ。

(1) $(2x+1)(4x+5)$　(2) $(x+4)(2x-3)$　(3) $(3x-7)(x+2)$

(4) $(2x-5)(2x-1)$　(5) $(x+3y)(2x-y)$　(6) $(3x-2a)(4x-3a)$

(1) $8x^2+14x+5$　(2) $2x^2+5x-12$

(3) $3x^2-x-14$　(4) $4x^2-12x+5$

(5) $2x^2+5xy-3y^2$　(6) $12x^2-17ax+6a^2$

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$

練習 14 次の式を展開せよ。

(1) $(a+b-c)^2$ (2) $(x+2y+3z)^2$

(1) $a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$

(2) $x^2+4y^2+9z^2+4xy+12yz+6zx$

練習 15 次の式を展開せよ。

(1) $(x^2+3x+2)(x^2-3x+2)$ (2) $(x-y-z)(x-y+z)$

(3) $(x+1)^2(x-1)^2$ (4) $(x^2+1)(x+1)(x-1)$

(1) $x^2+2=A$ とする

$(A+3x)(A-3x)$

$=A^2-9x^2$

$=(x^2+2)^2-9x^2$

$=x^4+4x^2+4-9x^2$

$=x^4-5x^2+4$

(2) $x-y=A$ とする

$(A-z)(A+z)$

$=A^2-z^2$

$=(x-y)^2-z^2$

$=x^2-2xy+y^2-z^2$

(3) $(x^2+2x+1)(x^2-2x+1)$

$x^2+1=A$ とする

$(A+2x)(A-2x)$

$=A^2-4x^2$

$=(x^2+1)^2-4x^2$

$=x^4+2x^2+1-4x^2$

$=x^4-2x^2+1$

(4) $(x^2+1)(x^2-1)$

$=x^4-1$

因数分解…多項式を積の単項式の形にする

共通因数…多項式の各項に共通してかけられている数（例）　$6x^2+9x$

$\underbrace{3x}\times 2x$　$\underbrace{3x}\times 3$

共通因数

練習 16　次の式を因数分解せよ。

(1)　$12x^3-8x^2y$　　(2)　$3a^2x+6ax^2+ax$

(1) $4x^2\times 3x-4x^2\times 2y$

$=4x^2(3x-2y)$

(2) $ax\times 3a+ax\times 6x+ax\times 1$

$=ax(3a+6x+1)$

練習 17　次の式を因数分解せよ。

(1)　$(a+b)c+d(a+b)$　　(2)　$(x-2y)a+(2y-x)b$

(1) $a+b=A$とする

$Ac+Ad$

$=A(c+d)$

$=(a+b)(c+d)$

(2) $(x-2y)a-(x-2y)b$

$x-2y=A$とする

$Aa-Ab$

$=A(a-b)$

$=(x-2y)(a-b)$

因数分解の公式

1 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

2 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

3 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

練習 18 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+10x+25$ (2) $x^2-12x+36$

(3) $x^2+6xy+9y^2$ (4) $4a^2-4ab+b^2$

(5) x^2-9y^2 (6) $16a^2-25b^2$

練習 19 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+8x+12$ (2) $x^2-13x+36$

(3) a^2+a-20 (4) $x^2+5xy+6y^2$

(5) $a^2-8ab+15b^2$ (6) $x^2-ax-12a^2$

(1) $(x+5)^2$

(2) $(x-6)^2$

(3) $(x+3y)^2$

(4) $(2a-b)^2$

(5) $(x+3y)(x-3y)$

(6) $(4a+5b)(4a-5b)$

(1) $(x+2)(x+6)$

(2) $(x-4)(x-9)$

(3) $(a+5)(a-4)$

(4) $(x+2y)(x+3y)$

(5) $(a-3b)(a-5b)$

(6) $(x-4a)(x+3a)$

たすき掛け

(例) $3x^2+14x+8$ の因数分解は以下の手順

① 次数が2の項の係数と定数項の数字がどんな数字の積になっているか考える.

(ア) (イ)

$$3x^2+14x+8$$

(1と3) $\quad$ (1と8, −1と−8 / 2と4, −2と−4)

② ①の(ア)(イ)のそれぞれの組み合わせを縦に並べ, X字にかけ算.

$$\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3 \\ & & + \\ 3 & 8 & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{cc|c} 1 & 4 & 12 \\ & & + \\ 3 & 2 & 2 \end{array}$$

③ ②の結果をたし算し, (ウ)になっているものを確認.

例は

$$\begin{array}{cc|c} 1 & 4 & 12 \\ & & + \\ 3 & 2 & 2 \\ & & \underline{14} \end{array}$$

であるので $(1x \quad 4)$ $(3x \quad 2)$ 2つの( )の積が答え

$$\therefore\ 3x^2+14x+8=(x+4)(3x+2)$$

練習 20 次の式を因数分解せよ。

(1) $3x^2+7x+2$ (2) $2x^2+9x+10$ (3) $2x^2-13x+6$

(1) $3x^2+7x+2$

(1と3) (1と2)

$$\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 6 \\ 3 & 1 & 1 \\ \hline & & 7 \end{array}$$

よって

$(1x \quad 2)$

$(3x \quad 1)$

$(x+2)(3x+1)$

(2) $2x^2+9x+10$

(1と2) (1と10, −1と−10 / 2と5, −2と−5)

$$\begin{array}{cc|c} 2 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \\ \hline & & 9 \end{array}$$

よって

$(2x \quad 5)$

$(1x \quad 2)$

$(2x+5)(x+2)$

(3) $2x^2-13x+6$

(1と2) (1と6, −1と−6 / 2と3, −2と−3)

$$\begin{array}{cc|c} 1 & -6 & -12 \\ 2 & -1 & -1 \\ \hline & & -13 \end{array}$$

よって

$(1x-6)$

$(2x-1)$

$(x-6)(2x-1)$

(4) $4y^2+5y-21$ (5) $3x^2+5xy-2y^2$ (6) $6x^2-7ax-3a^2$

(4) $4y^2+5y-21$

$\begin{pmatrix} 1と4 \\ 2と2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1と-21, -1と21 \\ 3と-7, -3と7 \end{pmatrix}$

$\boxed{\begin{matrix}1\\4\end{matrix}} \times \boxed{\begin{matrix}3\\-7\end{matrix}}$ $\begin{matrix}12\\+\\-7\\ \hline 5\end{matrix}$

よって

$(1y \quad 3)$
$(4y \quad -7)$

$(y+3)(4y-7)$

(5) $3x^2+5xy-2y^2$

$(1と3)$ $\begin{pmatrix} 1と-2 \\ -1と2 \end{pmatrix}$

$\boxed{\begin{matrix}1\\3\end{matrix}} \times \boxed{\begin{matrix}2\\-1\end{matrix}}$ $\begin{matrix}6\\+\\-1\\ \hline 5\end{matrix}$

よって

$(1x \quad 2y)$
$(3x \quad -1y)$

$(x+2y)(3x-y)$

(6) $6x^2-7ax-3a^2$

$\begin{pmatrix} 1と6 \\ 2と3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1と-3 \\ -1と3 \end{pmatrix}$

$\boxed{\begin{matrix}2\\3\end{matrix}} \times \boxed{\begin{matrix}-3\\1\end{matrix}}$ $\begin{matrix}-9\\+\\2\\ \hline -7\end{matrix}$

よって

$(2x \quad -3a)$
$(3x \quad 1a)$

$(2x-3a)(3x+a)$

練習 21 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x-y)^2-5(x-y)+6$　(2) $2(x+3y)^2-(x+3y)-1$

(3) $(x+y)^2-9$　(4) $x^2-(y-1)^2$

(5) x^4-8x^2-9　(6) x^4-16

(1) $x-y=A$ とする

A^2-5A+6

$=(A-2)(A-3)$

$=(x-y-2)(x-y-3)$

(2) $x+3y=A$ とする

$2A^2-A-1$

$=(2A+1)(A-1)$

$=\{2(x+3y)+1\}(x+3y-1)$

$=(2x+6y+1)(x+3y-1)$

(3) $(x+y)^2-9$

$x+y=A$ とする

A^2-9

$=(A+3)(A-3)$

$=(x+y+3)(x+y-3)$

(4) $x^2-(y-1)^2$

$y-1=A$ とする

x^2-A^2

$=(x+A)(x-A)$

$=\{x+(y-1)\}\{x-(y-1)\}$

$=(x+y-1)(x-y+1)$

(5) x^4-8x^2-9

$=(x^2-9)(x^2+1)$

$=(x+3)(x-3)(x^2+1)$

(6) x^4-16

$=(x^2-4)(x^2+4)$

$=(x+2)(x-2)(x^2+4)$

練習 22 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+xy-4x-y+3$　　(2) $x^2+ax-3a-9$

(教科書解法)

※ 次数の低い方の文字で整理

共通部分を文字でおいてくくり出す.

(1) $x^2-4x+3+xY-Y$

$=(x-1)(x-3)+Y(x-1)$

$x-1=A$とする

$A(x-3)+YA$

$=A(x-3+Y)$

$=(x-1)(x+Y-3)$

(2) $ax-3a+x^2-9$

$=a(x-3)+(x+3)(x-3)$

$x-3=A$とする

$aA+(x+3)A$

$=A(a+x+3)$

$=(x-3)(a+x+3)$

練習 22 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+xy-4x-y+3$　　(2) $x^2+ax-3a-9$

(別解)

※次数の高い方の文字で整理

定数項を因数分解

(1) $x^2+xy-4x-y+3$

$= x^2+(y-4)x\underbrace{-(y-3)}_{-1\times(y-3)}$

$= (x-1)\{x+(y-3)\}$

$= (x-1)(x+y-3)$

(2) $x^2+ax-3a-9$

$= x^2+ax\underbrace{-3(a+3)}_{-3\times(a+3)}$

$= (x-3)\{x+(a+3)\}$

$= (x-3)(x+a+3)$

応用例題 2

次の式を因数分解せよ。

$$2x^2+5xy+3y^2-3x-5y-2$$

①

$$=2x^2+5xy-3x+3y^2-5y-2$$

②

$$=2x^2+\underline{(5y-3)x}+(3y^2-5y-2)$$

③

$3y^2-5y-2$

1×3　　-1×2, -2×1

$(1y \quad -2)\ -6$

$(3y \quad 1)\ 1$

$$=2x^2+(5y-3)x+\underline{(3y+1)(y-2)}$$

1×2　　$(3y+1)\times(y-2)$

$(1x \quad y-2)\ 2y-4$

$(2x \quad 3y+1)\ 3y+1$

④

$$=(x+y-2)(2x+3y+1)$$

応例2, 練23を解く手順

① xに着目して降べきの順に並べかえ

② 同類項をまとめる.
　(xの項, x^2とxの項は別なので注意)

③ 定数項を因数分解.
　(着目した文字が含まれない項)

④ 式全体を因数分解

練習 23 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+3xy+2y^2-2x-3y+1$　　(2) $3x^2-5ax+2a^2-3x+a-6$

(1) $x^2+3xy-2x+2y^2-3y+1$

$= x^2+(3y-2)x+(2y-1)(y-1)$

$1x^2$

(1と1)

$2y-1$ と $y-1$

$-(2y-1)$ と $-(y-1)$

$$\begin{array}{c|c|c} 1 & 2y-1 & 2y-1 \\ 1 & y-1 & +\ y-1 \\ \hline & & 3y-2 \end{array}$$

よって $(1x \quad 2y-1)$
$(1x \quad y-1)$

$(x+2y-1)(x+y-1)$

(2) $3x^2-5ax+2a^2-3x+a-6$

$= 3x^2-5ax-3x+2a^2+a-6$

(1と2)　(1と−6　−1と6 / 2と−3　−2と3)

$= 3x^2+(-5a-3)x+(2a-3)(a+2)$

1と3

$2a-3$ と $a+2$

$-(2a-3)$ と $-(a+2)$

$$\begin{array}{c|c|c} 3 & -(2a-3) & -2a+3 \\ 1 & -(a+2) & +\ -3a-6 \\ \hline & & -5a-3 \end{array}$$

$\{3x-(2a-3)\}$
$\{1x-(a+2)\}$

$(3x-2a+3)(x-a-2)$

練習 24

次の式を因数分解せよ。

$$ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$$

$$ba^2-b^2a+b^2c-bc^2+c^2a-ca^2$$

展開

$$=ba^2-ca^2-b^2a+c^2a+b^2c-bc^2$$

aについて降べきの順に

$$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2$$

同類項をまとめる

$$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)$$

定数項を因数分解

$$=(b-c)a^2-(b-c)(b+c)a+(b-c)bc$$

aの係数を因数分解

$b-c=A$とする

共通部分を文字でおく

$$Aa^2-A(b+c)a+Abc$$

$$=A\{a^2-(b+c)a+bc\}$$

Aでくくる

$$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$$

Aにb−cをもどす

$$=(b-c)(a-b)(a-c)$$

{ }内を因数分解 $a^2\underbrace{-(b+c)}_{\text{たして}}a+\underbrace{bc}_{\text{かけて}}=(a-b)(a-c)$

たして $(-b)+(-c)$ かけて $(-b)\times(-c)$

展開の公式

5

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

練習 1 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)^3$ (2) $(x-1)^3$

(3) $(3a+b)^3$ (4) $(2x-3y)^3$

(1) $x^3+6x^2+12x+8$ (2) x^3-3x^2+3x-1

(3) $27a^3+27a^2b+9ab^2+b^3$ (4) $8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

展開の公式

6
$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

因数分解の公式

5
$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

練習 3 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)(x^2-2x+4)$ (2) $(x-3)(x^2+3x+9)$

(3) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$ (4) $(2x-3a)(4x^2+6ax+9a^2)$

(1) x^3+8 (2) x^3-27

(3) x^3+27y^3 (4) $8x^3-27a^3$

練習 4 次の式を因数分解せよ。

(1) x^3-1 (2) x^3+27a^3 (3) x^3-64 (4) $125x^3-8y^3$

(1) $(x-1)(x^2+x+1)$

(2) $(x+3a)(x^2-3ax+a^2)$

(3) $(x-4)(x^2+4x+16)$

(4) $(5x-2y)(25x^2+10xy+4y^2)$

- # 実数

- 有理数
  - 整数
    - 自然数
    - 0
    - 負の整数
  - 有限小数　(例) 0.6
  - 循環小数　(例) 0.33…　0.123123…
- 無理数 ― 循環しない無限小数　(例) π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

※ 有限小数と循環小数は必ず分数の形で表せる.

$$\frac{\text{整数}}{\text{整数}(\neq 0)}$$ の形で表される数は有理数

※ 循環小数は次のように書くこともある.

(例) $0.666\cdots = 0.\dot{6}$　$0.123123\cdots = 0.\dot{1}2\dot{3}$　(循環する両端の数の上に点)

循環小数を次のように書き表すことがある。

$0.666\cdots\cdots = 0.\dot{6}$ $\quad$ $0.3181818\cdots\cdots = 0.3\dot{1}\dot{8}$

$1.234234234\cdots\cdots = 1.\dot{2}3\dot{4}$ $\quad$ $1.234123412341\cdots\cdots = 1.\dot{2}34\dot{1}$

練習 25 次の分数を小数で表せ。ただし，循環小数は上のような表し方で書け。

(1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{8}{9}$ (3) $\frac{10}{27}$ (4) $\frac{25}{22}$

(1) $\frac{1}{8} = 0.125$

(2) $\frac{8}{9} = 0.88\cdots = 0.\dot{8}$

(3) $\frac{10}{27} = 0.370370\cdots\ 0.\dot{3}7\dot{0}$

(4) $\frac{25}{22} = 1.13636\cdots = 1.1\dot{3}\dot{6}$

練習 26 次の循環小数を分数で表せ。

(1) $0.\dot{1}$ (2) $0.\dot{2}\dot{7}$ (3) $0.\dot{6}4\dot{8}$ (4) $0.2\dot{5}\dot{4}$

(1) $x=0.111\cdots$ とする.

$$\begin{array}{rl} x &= 0.111\cdots \\ -)\ 10x &= 1.111\cdots \\ \hline -9x &= -1 \end{array}$$

$$x=\frac{1}{9}$$

(2) $x=0.2727\cdots$ とする

$$\begin{array}{rl} x &= 0.2727\cdots \\ -)\ 100x &= 27.2727\cdots \\ \hline -99x &= -27 \end{array}$$

$$x=\frac{27}{99}=\frac{3}{11}$$

(3) $x=0.648648\cdots$ とする

$$\begin{array}{rl} x &= 0.648648\cdots \\ -)\ 1000x &= 648.648648\cdots \\ \hline -999x &= -648 \end{array}$$

$$x=\frac{648}{999}=\frac{24}{37}$$

(4) $x=0.25454\cdots$

$$\begin{array}{rl} 10x &= 2.5454\cdots \\ -)\ 1000x &= 254.5454\cdots \\ \hline -990x &= -252 \end{array}$$

$$x=\frac{252}{990}=\frac{14}{55}$$

・数の範囲と四則計算

2つの有理数の和，差，積，商は常に有理数である。

2つの 実数 の和，差，積，商は常に 実数 である。

(例)

2つの数 a, b の四則計算の結果について考える。

(i) a, b が自然数のとき

$a+b$ と ab (和と積) については常に自然数

$a-b$ と $\frac{a}{b}$ (差と商) については常に自然数とは限らない。

(ii) a, b が整数のとき

$a+b$ と $a-b$ と ab (和と差と積) については常に整数

$\frac{a}{b}$ (商) については常に整数とは限らない。

練習 27 下の表は数の範囲と四則計算についてまとめたものである。

表の空らんに○か×のうち適切なものを入れよ。また，×の場合は，結果がその範囲にない計算の例を1つあげよ。

数の範囲	加法	減法	乗法	除法
自然数	○	× (3−5)	○	× (3÷5)
整数	○	○	○	× (3÷5)
有理数	○	○	○	○
実数	○	○	○	○

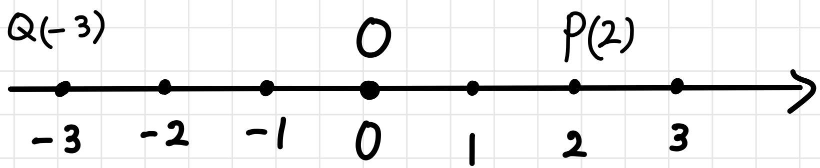
■表の説明■

○は計算がその範囲で常にできる場合

×は計算がその範囲で常にできるとは限らない場合

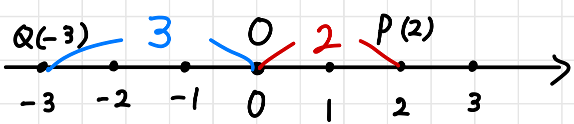
・数直線… 直線上に基準の点O，単位長さと正の向きを定めたときの点Oに0，直線上の点に実数を対応させた直線．
点Oを原点という．

・座標… 数直線上で実数aが対応している点のこと．
その点をPとすると P(a)と書く．



大きさを表すので
マイナスはない

・絶対値… 数直線上の原点O(0)と点P(a)とのキョリ．$|a|$と書く．



Pについて $|2| = 2$
Qについて $|-3| = 3$

練習 28 次の値を求めよ。

(1) $|3|$　(2) $|-4|$　(3) $|-\sqrt{2}|$

(1) 3　(2) 4　(3) $\sqrt{2}$

実数 a の絶対値について, $a \geqq 0$ のとき

$|a| = a$ (絶対値の中がプラス ⇒ 絶対値記号を外す)

$|-a| = a$ (絶対値の中がマイナス ⇒ 符号を変えて絶対値記号を外す)

練習 29 次の値を求めよ。

(1) $|-2+3|$　(2) $|1-5|$　(3) $|3-\pi|$

(1) $|1| = 1$　(2) $|-4| = 4$

(3) $\pi \fallingdotseq 3.14\cdots$ より

$3-\pi < 0$

$\therefore |3-\pi| = -3+\pi$

数直線上の2点 A(a), B(b) の2点間のキョリ AB は

$AB = |b-a|$

練習 1 次の2点間の距離を求めよ。

(1) A(2), B(5)　(2) A(3), B(−1)　(3) A(−2), B(−6)

(1) $AB = |5-2| = |3| = 3$

(2) $AB = |-1-3| = |-4| = 4$

(3) $AB = |-6-(-2)| = |-4| = 4$

・平方根…2乗したらaになる数．正の数の平方根は2つある．
負の数の平方根はない．

正の数aの平方根は$\pm\sqrt{a}$

練習 30 次の問いに答えよ。

(1) 6の平方根は何か。

(2) $\sqrt{16}$，$-\sqrt{\frac{9}{25}}$ の値を，それぞれ求めよ。

(1) $\pm\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{16}=4$　$-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$

$a>0$, $b>0$ のとき

1 $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$　　**2** $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

練習 31 次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt{2}\sqrt{3}$　(2) $\sqrt{2}\sqrt{8}$　(3) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$　(4) $\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$

(1) $\sqrt{6}$　(2) $\sqrt{16}=4$

(3) $\sqrt{2}$　(4) $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

練習 32 次の式を計算せよ。

(1) $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{3}$　(2) $\sqrt{2}+\sqrt{32}-\sqrt{72}$

(1) $4\sqrt{3}$　(2) $\sqrt{2}+4\sqrt{2}-6\sqrt{2}$

$=-\sqrt{2}$

練習 33 次の式を計算せよ。

(1) $(4\sqrt{2}+3\sqrt{5})(2\sqrt{2}-\sqrt{5})$　(2) $(2\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

(3) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$　(4) $(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$

(1) $16-4\sqrt{10}+6\sqrt{10}-15$

$= 1+2\sqrt{10}$

(2) $12-4\sqrt{6}+2$

$= 14-4\sqrt{6}$

(3) $3-2=1$

(4) $9-5=4$

次のように，分母に根号を含む式を変形して，分母に根号を含まない式にすることを，分母を **有理化** するという。

$$\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

◀ 分母と分子に $\sqrt{2}$ を掛ける。

練習 34 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　(2) $\dfrac{4}{\sqrt{2}}$　(3) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$　(4) $\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$

(1) $\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　(2) $\dfrac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

(3) $\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　(4) $\dfrac{1\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{10}$

分母が多項式の有理化

・$\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \dfrac{1\times(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\times(\sqrt{a}-\sqrt{b})}$

・$\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \dfrac{1\times(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\times(\sqrt{a}+\sqrt{b})}$

練習 35 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ (2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ (3) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}+2}$ (4) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

(1) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

(2) $\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{5-3} = \dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}$

(3) $\dfrac{2\sqrt{3}(\sqrt{6}-2)}{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)} = \dfrac{2\sqrt{18}-4\sqrt{3}}{6-4} = \dfrac{6\sqrt{2}-4\sqrt{3}}{2}$

$= 3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

(4) $\dfrac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \dfrac{3+2\sqrt{3}+1}{3-1} = \dfrac{4+2\sqrt{3}}{2}$

$= 2+\sqrt{3}$

・ x と y を有理化してから計算する.

・ x^2+y^2 は $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ を利用する.

練習 36 $x=\dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$, $y=\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ のとき, 次の式の値を求めよ。

(1) $x+y$, xy (2) x^2+y^2

$$x=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2},\quad y=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$$

(1) $$x+y=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}=\sqrt{7}$$

$$xy=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}\times\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}=\frac{1}{2}$$

(2) $$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$$
$$=(\sqrt{7})^2-2\cdot\frac{1}{2}$$
$$=7-1=6$$

練習 37 $x=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $y=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $x+y$, xy (2) x^2+y^2 (3) x^2y+xy^2

$$x=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1,\quad y=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$$

(1) $x+y=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{2}+1)$

$=2\sqrt{2}$

$xy=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=1$

(2) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=(2\sqrt{2})^2-2\times 1$

$=8-2$

$=6$

(3) $x^2y+xy^2=xy(x+y)$

$=1\cdot 2\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$

2 重根号

$a>0,\ b>0$ とする。

$$\sqrt{\underline{(a+b)}+2\sqrt{\underline{ab}}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

足し算　　かけ算

$a>b$ のとき　$\sqrt{\underline{(a+b)}-2\sqrt{\underline{ab}}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$

足し算　　かけ算

練習 1　次の式の 2 重根号をはずして簡単にせよ。

(1) $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$　　(2) $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$　　(3) $\sqrt{2-\sqrt{3}}$

(1) $\sqrt{(5+2)+2\sqrt{5\times2}}$

$=\sqrt{5}+\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{12-2\sqrt{27}}$

$=\sqrt{(9+3)-2\sqrt{9\times3}}$

$=\sqrt{9}-\sqrt{3}$

$=3-\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{\dfrac{4-2\sqrt{3}}{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{(3+1)-2\sqrt{3\times1}}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

・不等式 …数量の間の大小関係を不等号を用いて表した式

不等号	使い方の例	意　　味
$<$	$A<B$	A は B より小さい
$>$	$A>B$	A は B より大きい
$\leqq$	$A \leqq B$	A は B 以下
$\geqq$	$A \geqq B$	A は B 以上

練習 38　次の数量の大小関係を不等式で表せ。

(1)　ある数 x の 2 倍に 3 を足した数は 5 以上である。

(2)　2 つの数 a，b の和は負で，-2 より大きい。

(3)　1 個 150 円の菓子を x 個買って 120 円の箱に詰めてもらったところ，代金を支払うには 1000 円では足りなかった。

(1)　$2x+3 \geqq 5$

(2)　$-2 < a+b < 0$

(3)　$150x+120 > 1000$

不等式の性質

1 $A<B$ ならば　$A+C<B+C,\ A-C<B-C$

2 $A<B,\ C>0$ ならば　$AC<BC,\ \dfrac{A}{C}<\dfrac{B}{C}$

3 $A<B,\ C<0$ ならば　$AC>BC,\ \dfrac{A}{C}>\dfrac{B}{C}$

不等式では，
両辺に同じ負の数を掛けたり，
両辺を同じ負の数で割ったりすると，
両辺の大小関係が入れかわる。

$A<B$
負の数-2を掛けると不等号の向きが変わる
$-2A>-2B$

練習 40 $a<b$ のとき，次の□に適する不等号＞または＜を入れよ。

(1) $3a\square 3b$　(2) $-3a\square -3b$

(3) $\dfrac{a}{2}\square\dfrac{b}{2}$　(4) $\dfrac{a}{-2}\square\dfrac{b}{-2}$

(1) $3a<3b$　(2) $-3a>-3b$

(3) $\dfrac{a}{2}<\dfrac{b}{2}$　(4) $\dfrac{a}{-2}>\dfrac{b}{-2}$

練習 41 $a<b$ のとき，次の□に適する不等号＞または＜を入れよ。

(1) $4a+1\square 4b+1$　(2) $1-a\square 1-b$

(3) $\dfrac{a}{2}-3\square\dfrac{b}{2}-3$　(4) $-\dfrac{a}{5}+2\square -\dfrac{b}{5}+2$

(1) $4a+1<4b+1$　(2) $1-a>1-b$

(3) $\dfrac{a}{2}-3<\dfrac{b}{2}-3$　(4) $-\dfrac{a}{5}+2>-\dfrac{b}{5}+2$

・1次不等式

1次不等式の解き方

不等式を $ax > b$, $ax \leqq b$ などの形に整理する。

整理された不等式の両辺を x の係数 a で割る。

練習 42 次の1次不等式を解け。

(1) $5x-2<2x+4$ (2) $6x-3 \geqq 8x+7$

(3) $2(4x-1) \geqq 5x-11$ (4) $3(3-2x)<4-3x$

練習 43 次の1次不等式を解け。

(1) $\frac{1}{2}x-1 \leqq \frac{2}{7}x+\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}x+1<\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$

練習42

(1)

$5x-2x<4+2$

$3x<6$

$x<2$

(2)

$6x-8x \geqq 7+3$

$-2x \geqq 10$

$x \leqq -5$

(3)

$8x-2 \geqq 5x-11$

$8x-5x \geqq -11+2$

$3x \geqq -9$

$x \geqq -3$

(4)

$9-6x<4-3x$

$-6x+3x<4-9$

$-3x<-5$

$x>\frac{5}{3}$

練習43

(1) 両辺14倍すると

$7x-14 \leqq 4x+7$

$7x-4x \leqq 7+14$

$3x \leqq 21$

$x \leqq 7$

(2) 両辺12倍すると

$4x+12<9x-6$

$4x-9x<-6-12$

$-5x<-18$

$x>\frac{18}{5}$

・ 連立不等式 … 与えられた不等式の共通範囲を求める.

練習 44 次の連立不等式を解け。

(1) $\begin{cases} 6x-9<2x-1 \cdots ① \\ 3x+7 \leqq 4(2x+3) \cdots ② \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x+1 \geqq 7x-5 \cdots ① \\ -x+6<3(1-2x) \cdots ② \end{cases}$

(1) ①を解くと

$4x<8$

$x<2 \cdots (ア)$

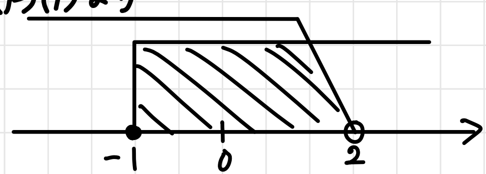
②を解くと

$3x+7 \leqq 8x+12$

$-5x \leqq 5$

$x \geqq -1 \cdots (イ)$

(ア)(イ)より



$-1 \leqq x<2$

(2) ①を解くと

$-4x \geqq -6$

$x \leqq \dfrac{3}{2} \cdots (ア)$

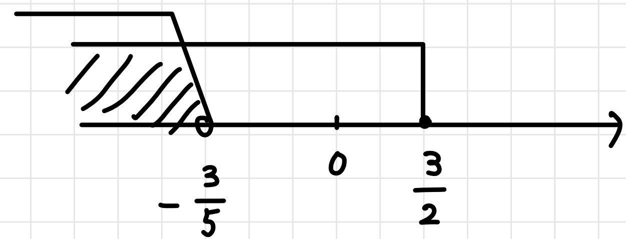
②を解くと

$-x+6<3-6x$

$5x<-3$

$x<-\dfrac{3}{5} \cdots (イ)$

(ア)(イ)より



$x<-\dfrac{3}{5}$

練習 45 次の不等式を解け。

$$3x < x+12 < 2x+8$$

$$\begin{cases} 3x < x+12 \cdots ① \\ x+12 < 2x+8 \cdots ② \end{cases}$$

①を解くと

$$2x < 12$$

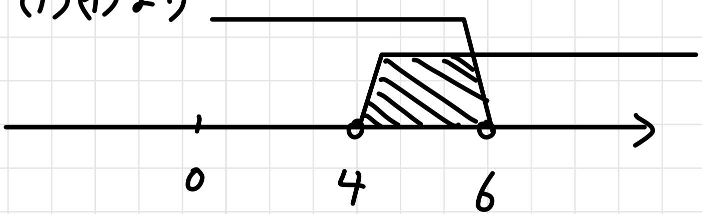
$$x < 6 \cdots (ア)$$

②を解くと

$$-x < -4$$

$$x > 4 \cdots (イ)$$

(ア)(イ)より



$$\underline{4 < x < 6}$$

練習 46 次の不等式を満たす最小の自然数 n を求めよ。

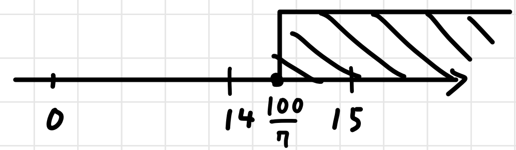
$$600+25(n-20) \leqq 32n$$

$$600+25n-500 \leqq 32n$$

$$25n-32n \leqq 500-600$$

$$-7n \leqq -100$$

$$n \geqq \frac{100}{7} = 14.2\cdots$$



よって、求める最小の自然数 n は

$$\underline{n = 15}$$

練習 47 次の不等式を満たす最大の自然数 n を求めよ。

$$4+\frac{1}{5}(n-4)>\frac{1}{2}n$$

両辺10倍すると

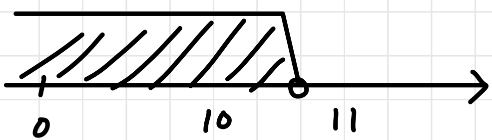
$$40+2(n-4)>5n$$

$$40+2n-8>5n$$

$$2n-5n>8-40$$

$$-3n>-32$$

$$n<\frac{32}{3}=10.6\cdots$$



よって，求める最大の自然数 n は

$$n=10$$

練習 48 1個120円の菓子Aと1個80円の菓子Bを合わせて30個買い，100円の箱に詰めてもらう。菓子代と箱代の合計金額を3000円以下にするとき，菓子Aは最大で何個買えるか。

菓子Aの個数を x コとする

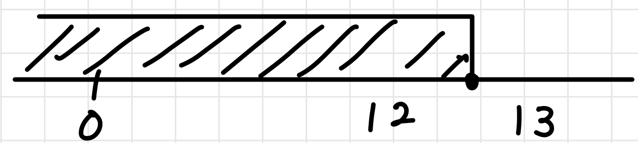
$$120x+80(30-x)+100\leqq 3000$$

$$120x+2400-80x+100\leqq 3000$$

$$120x-80x\leqq 3000-2400-100$$

$$40x\leqq 500$$

$$x\leqq\frac{25}{2}=12.5$$



菓子Aは最大で12個買える.

練習 49

案内状を作ることになったので制作費を調べた。A 店では，100 部までは 5000 円，100 部を超える分は 1 部につき 40 円である。また，B 店では，100 部までは 4500 円，100 部を超える分は 1 部につき 43 円である。B 店で作るより A 店で作る方が安くなるのは，何部以上作るときか。

案内状の部数を x 部とする.

A店は $5000+40(x-100)$

B店は $4500+43(x-100)$

A店の方が安くなればよいので

$$5000+40(x-100) < 4500+43(x-100)$$

$$5000+40x-4000 < 4500+43x-4300$$

$$40x+1000 < 43x+200$$

$$40x-43x < 200-1000$$

$$-3x < -800$$

$$x > \frac{800}{3} = 266.6\cdots$$

267部以上

・ 絶対値を含む方程式・不等式

c が正の定数のとき　方程式 $|x|=c$ の解は　$x=\pm c$

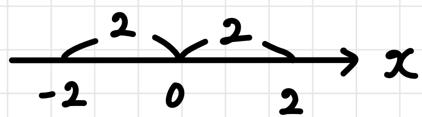
不等式 $|x|<c$ の解は　$-c<x<c$

不等式 $|x|>c$ の解は　$x<-c,\ c<x$

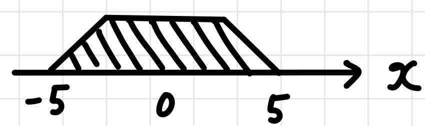
練習 50　次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x|=2$　(2) $|x|<5$　(3) $|x|\geqq 4$

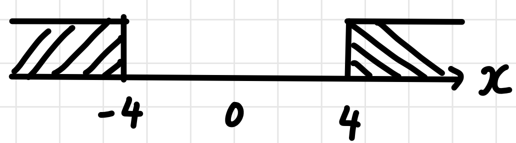
(1) $x=\pm 2$



(2) $-5<x<5$



(3) $x\leqq -4,\ 4\leqq x$



練習 51 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x+4|=2$　(2) $|x+1|<1$　(3) $|x-2|\geqq 1$

(4) $|2x-3|=1$　(5) $|3x-2|\leqq 4$　(6) $|2x+5|>2$

(1)

$x+4=\pm 2$

$x=-4\pm 2$

$\underline{x=-6,-2}$

(2)

$-1<x+1<1$

$\underline{-2<x<0}$

(3)

$x-2\leqq -1$　$x-2\geqq 1$

$x\leqq 1$　$x\geqq 3$

$\underline{x\leqq 1,\ x\geqq 3}$

(4)

$2x-3=\pm 1$

$2x=3\pm 1$

$2x=4$　$2x=2$

$x=2$　$x=1$

$\underline{x=1,2}$

(5)

$-4\leqq 3x-2\leqq 4$

$-2\leqq 3x\leqq 6$

$\underline{-\frac{2}{3}\leqq x\leqq 2}$

(6)

$2x+5<-2$　$2x+5>2$

$2x<-7$　$2x>-3$

$x<-\frac{7}{2}$　$x>-\frac{3}{2}$

$\underline{x<-\frac{7}{2},\ x>-\frac{3}{2}}$

・絶対値と場合分け

絶対値の定義より

・ $A \geqq 0$ のとき $|A| = A$

・ $A < 0$ のとき $|A| = -A$

練習 1 例1にならって，次の式の絶対値記号をはずせ。

(1) $|x-3|$　(2) $|x+2|$　(3) $|2x-3|$

(1) $x-3 \geqq 0$ のとき

つまり $x \geqq 3$ のとき

$|x-3| = x-3$

$x-3 < 0$ のとき

つまり $x < 3$ のとき

$|x-3| = -(x-3)$

$= -x+3$

(2) $x+2 \geqq 0$ のとき

つまり $x \geqq -2$ のとき

$|x+2| = x+2$

$x+2 < 0$ のとき

つまり $x < -2$ のとき

$|x+2| = -(x+2)$

$= -x-2$

(3) $2x-3 \geqq 0$ のとき

つまり $x \geqq \frac{3}{2}$ のとき

$|2x-3| = 2x-3$

$2x-3 < 0$ のとき

つまり $x < \frac{3}{2}$ のとき

$|2x-3| = -(2x-3)$

$= -2x+3$

練習 2 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x-3|=2x$ (2) $|x-4| \leqq 2x+1$

(1)

(ア) $x-3 \geqq 0$のとき,つまり$x \geqq 3$のとき

$$x-3=2x$$
$$-x=3$$
$$x=-3$$

これは$x \geqq 3$より不適

(イ) $x-3<0$のとき,つまり$x<3$のとき

$$-(x-3)=2x$$
$$-x+3=2x$$
$$-3x=-3$$
$$x=1$$

これは$x<3$を満たす

よって $\underline{x=1}$

練習 2 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x-3|=2x$　　(2) $|x-4|\leqq 2x+1$

(2)

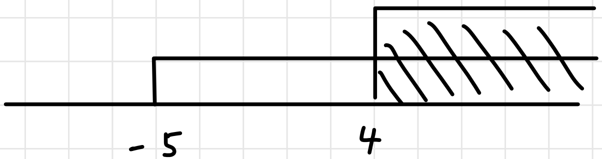
(ア) $x-4\geqq 0$ のとき，つまり $x\geqq 4$ のとき

$$x-4\leqq 2x+1$$

$$-x\leqq 5$$

$$x\geqq -5$$

これと $x\geqq 4$ を合わせて



$x\geqq 4$ …①

(イ) $x-4<0$ のとき，つまり $x<4$ のとき

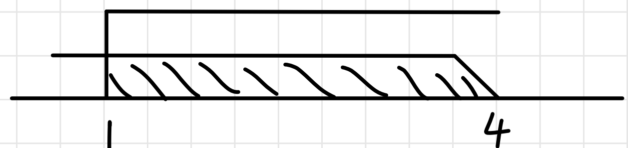
$$-(x-4)\leqq 2x+1$$

$$-x+4\leqq 2x+1$$

$$-3x\leqq -3$$

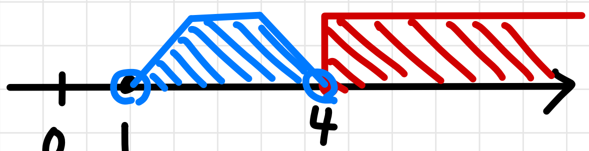
$$x\geqq 1$$

これと $x<4$ を合わせて



$1\leqq x<4$ …②

①②の共通範囲は



$x\geqq 1$

(3) $|x+1|>5x$

(ア) $x+1 \geqq 0$ のとき，つまり $x \geqq -1$ のとき

$$x+1>5x$$
$$-4x>-1$$
$$x<\frac{1}{4}$$

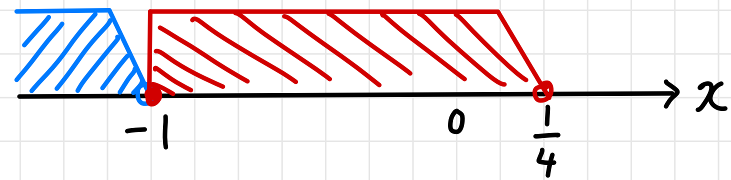
これと $x \geqq -1$ を合わせて $-1 \leqq x < \frac{1}{4}$ …①

(イ) $x+1<0$ のとき，つまり $x<-1$ のとき

$$-(x+1)>5x$$
$$-x-1>5x$$
$$-6x>1$$
$$x<-\frac{1}{6}$$

これと $x<-1$ を合わせて $x<-1$ …②

①②の共通範囲を求めて



$$x<\frac{1}{4}$$