


数 I

データの分析



- ・ 度数分布表 ... データのちらばりをまとめた表
 - 階級 ... 度数分布表において区切られた区間
 - 階級の幅 ... 区間の幅
 - 度数 ... 各階級に含まれる値の個数
 - 階級値 ... 各階級のまん中の値

次のデータは、東京の2018年4月の日ごとの最高気温である。

21.9 24.5 23.4 26.2 15.3 22.4 21.8 16.8 19.9 19.1
 21.9 25.9 20.9 18.8 22.1 20.0 15.0 16.0 22.2 26.4
 26.0 28.3 18.7 21.3 22.5 25.0 22.0 26.1 25.6 25.7

(気象庁ホームページより作成、単位は℃)

最高気温の度数分布表

階級 (℃)	度数 (日)
15 以上 18 未満	4
18 ~ 21	6
21 ~ 24	10
24 ~ 27	9
27 ~ 30	1
計	30

練習 1

前ページの度数分布表について、次の問いに答えよ。

- (1) 度数が9である階級の階級値を求めよ。
- (2) 最高気温が21℃以上の日は何日あるか。
- (3) 最高気温が低い方から数えて12番目の日が含まれる階級をいえ。

(1) 度数が9の階級は24℃以上27℃未満なので

$$\frac{24 + 27}{2} = 25.5$$

$$\underline{25.5℃}$$

(2) 最高気温が21℃以上の日は

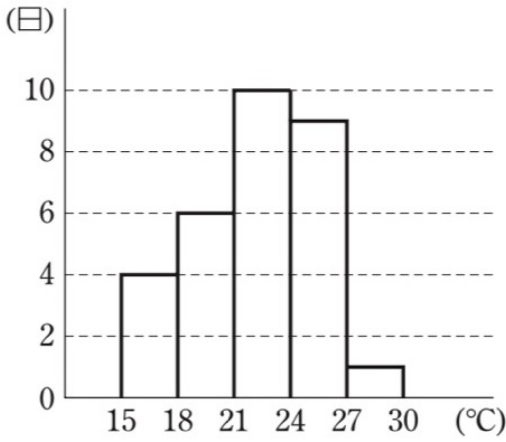
$$10 + 9 + 1 = 20$$

$$\underline{20日}$$

(3) 階級の低い順から度数を数え、12に達するのは

$$\underline{21度以上24度未満}$$

・ ヒストグラム … 度数分布表を柱状に表したもの



前項の度数分布表をもとに
作成したヒストグラム

練習 2 次のデータは、ある高校の1年生女子20人の、ハンドボール投げの記録である。

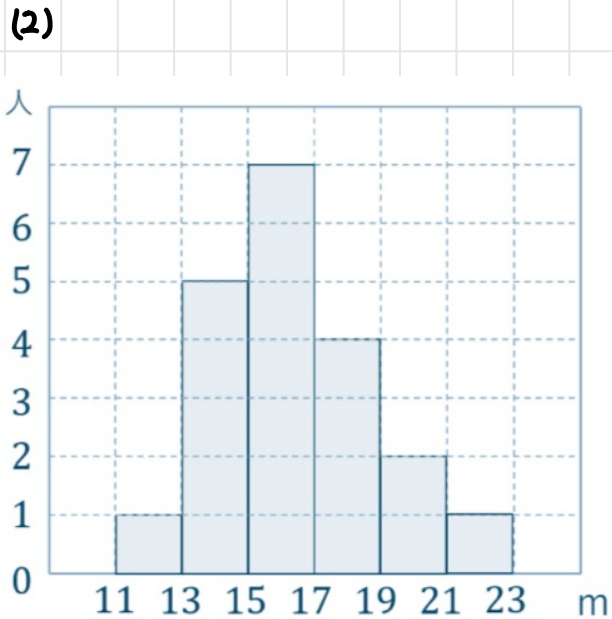
16 13 14 13 14 11 14 17 16 15
18 16 17 15 17 16 21 16 20 19

(単位は m)

- (1) 11 m 以上 13 m 未満を階級の1つとして、どの階級の幅も 2 m である度数分布表を作れ。
- (2) (1)で作った度数分布表をもとにして、ヒストグラムをかけ。

(1)

階級(m) 以上 ~ 未満	度数
11 ~ 13	1
13 ~ 15	5
15 ~ 17	7
17 ~ 19	4
19 ~ 21	2
21 ~ 23	1
計	20



・平均値…一般に変量 x について大きさ n のデータの総和を n で割った値。 \bar{x} で表す。

平均値

変量 x のデータの値が x_1, x_2, \dots, x_n であるとき、このデータ

の平均値 \bar{x} は
$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

練習 3 次のデータは、ある生徒のある 1 週間における 1 日あたりの睡眠時間である。このデータの平均値を求めよ。

400, 410, 420, 390, 430, 450, 440 (分)

$$\frac{400 + 410 + 420 + 390 + 430 + 450 + 440}{7} = 420$$

$$\underline{420 \text{ 分}}$$

・ 最頻値 (モード) ... データにおいて最も個数が多い値.

度数分布表においては度数の最も大きい階級の階級値を用いる.

練習
4

168 ページの度数分布表において、最頻値を求めよ。

最高気温の度数分布表

階級 (°C)	度数 (日)
15 以上 18 未満	4
18 ~ 21	6
21 ~ 24	10
24 ~ 27	9
27 ~ 30	1
計	30

左の度数分布表において度数の最も大きい値の階級は 21°C 以上 24°C 未満

よってその階級値は

$$\frac{21 + 24}{2} = 22.5$$

$$\underline{22.5^{\circ}\text{C}}$$

・ 中央値(メジアン) ... データを値の大きさ順に並べたとき中央の位置にくる値

データの大きさが偶数のときは中央の2つの値の平均値とする。

練習
5

次のデータは、8人の生徒の右手の握力を測った結果である。その中央値を求めよ。

38, 56, 43, 41, 35, 49, 51, 31 (kg)

データを大きさの順に並べると

56, 51, 49, 43, 41, 38, 35, 31

~~56~~, ~~51~~, ~~49~~, 43, 41, ~~38~~, ~~35~~, ~~31~~

この平均値を求める。

$$\frac{43 + 41}{2} = 42$$

42 kg

- ・ **範囲** ... データのちらばりの度合いを表す値.

範囲が大きいほど データのちらばりの度合いが大きい

練習
6

次のデータは、例 4 と同じ年の B 市における月ごとの降水日数である。

このデータの範囲を求めよ。また、データの散らばりの度合いが大きいのは A 市、B 市のどちらと考えられるか。得られたデータの範囲によって比較せよ。

19, 16, 12, 11, 6, 8, 21, 13, 10, 14, 18, 22 (日)

このデータの範囲は

$$22 - 6 = 16 \text{ (日)}$$

A 市の範囲が 10 日に対して B 市の範囲が 16 日なので B 市の方がちらばりの度合いが大きい

例
4

データの範囲

次のデータは、ある年の A 市における月ごとの降水日数である。

7, 4, 9, 7, 10, 13, 14, 7, 4, 12, 13, 5 (日)

このデータの範囲は $14 - 4 = 10$ (日)

終

・四分位数…データを大きさの川頁に並べたとき、4等分する位置にくる1直.

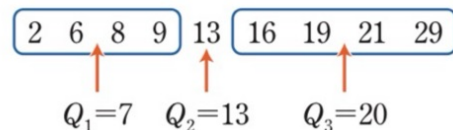
小さい方から第1四分位数 Q_1 , 第2四分位数 Q_2 , 第3四分位数 Q_3 という.

Q_1 … 下位のデータの中央値

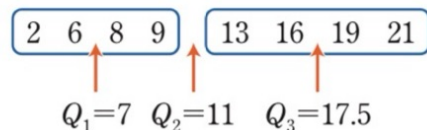
Q_2 … データ全体の中央値

Q_3 … 上位のデータの中央値

データの大きさが9のとき



データの大きさが8のとき



・四分位範囲…第3四分位数 Q_3 - 第1四分位数 Q_1 の値

・四分位偏差…四分位範囲を2で割った値

練習
7

次のデータ A, B のそれぞれについて、四分位範囲を求めよ。また、データの散らばりの度合いが大きいのは A, B のどちらと考えられるか。得られた四分位範囲によって比較せよ。

A 21, 29, 32, 36, 38, 40, 49, 53, 55, 68, 80

\uparrow \uparrow \uparrow
 Q_1 Q_2 Q_3

$$Q_3 - Q_1 = 55 - 32 = 23$$

B 25, 31, 39, 42, 45, 46, 50, 53, 54, 65, 80

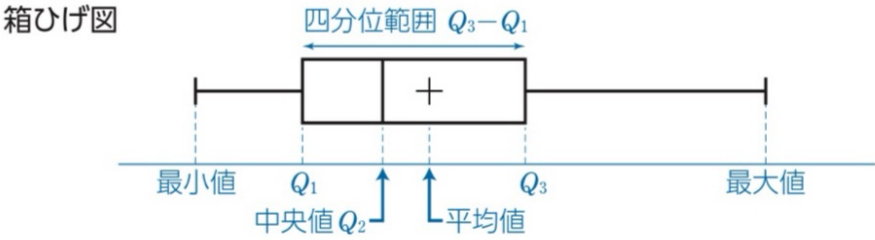
\uparrow \uparrow \uparrow
 Q_1 Q_2 Q_3

$$Q_3 - Q_1 = 54 - 39 = 15$$

四分位範囲が A の方が大きいのでデータの散らばりの度合いが大きいのは A

・箱ひげ図…データの分布を見るための図。

最小値, 第1四分位数, 第2四分位数(中央値), 第3四分位数, 最大値を表現した図



箱ひげ図は複数のデータの分布を比較するときに便利な図である。

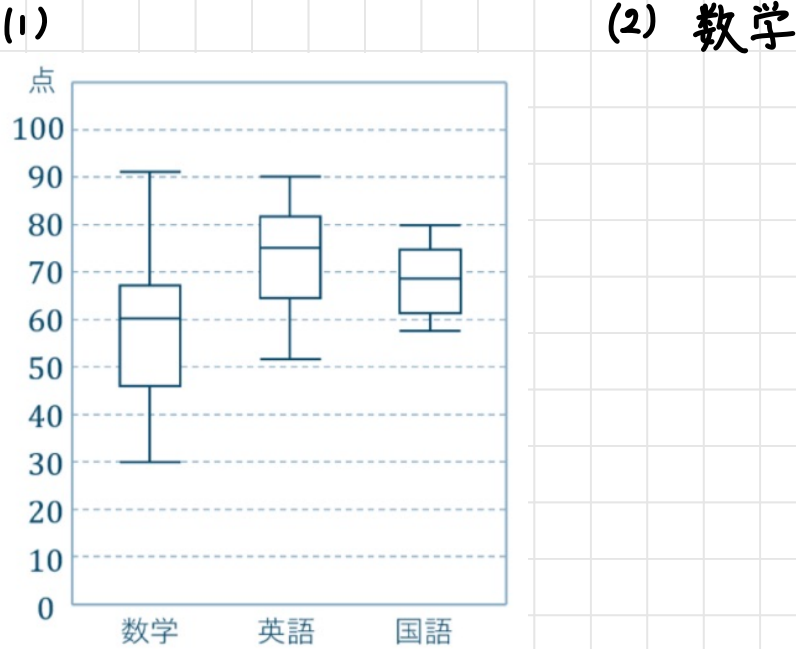
練習 8 次のデータは、10 人の生徒に 100 点満点の数学、英語、国語のテストを行った結果である。単位は点である。

数学 68, 35, 86, 63, 30, 91, 50, 63, 46, 58

英語 75, 65, 90, 78, 52, 88, 70, 75, 59, 82

国語 63, 60, 73, 75, 58, 79, 68, 70, 66, 80

- (1) これらのデータの箱ひげ図を並べてかけ。
- (2) データの散らばりの度合いが最も大きいのは、数学、英語、国語のうちどれと考えられるか。(1)で得られた箱ひげ図を用いて比較せよ。

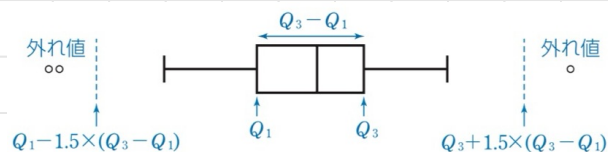


・外れ値 ... データの中の他の値から極端にはなれた値.

(第1四分位数 - $1.5 \times$ 四分位範囲) 以下の値

(第3四分位数 + $1.5 \times$ 四分位範囲) 以上の値

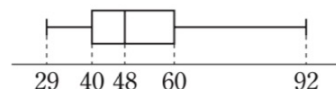
箱ひげ図には次のようにかく.



練習
9

右の図はあるデータの箱ひげ図である。

このデータの最大値 92, 最小値 29 は外れ値であるかを, 四分位範囲を利用して調べよ。



四分位範囲は $60 - 40 = 20$

29が $Q_1 - 1.5 \times 20$ 以下であれば 29 は外れ値である。

$40 - 1.5 \times 20 = 40 - 30 = 10$ なので 29 は外れ値でない

92が $Q_3 + 1.5 \times 20$ 以上であれば 92 は外れ値である。

$60 + 1.5 \times 20 = 60 + 30 = 90$ なので 92 は外れ値である。

よて

最大値 92 は外れ値

最小値 29 は外れ値でない

- ・ 偏差 … 変量 x のデータの値を x_1, x_2, \dots, x_n 平均値を \bar{x} とするときの $x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x}$ のこと
- ・ 分散 … 偏差の2乗の平均. s^2 で表す.
- ・ 標準偏差 … 分散の正の平方根. s で表す.

分散と標準偏差

変量 x のデータの値が x_1, x_2, \dots, x_n で, その平均値が \bar{x} のとき

$$\text{分散} \quad s^2 = \frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \}$$

$$\text{標準偏差} \quad s = \sqrt{\text{分散}}$$

練習
10

次のデータは, 10 人の生徒に計算テストを行った結果である。このデータの分散, 標準偏差を求めよ。

6, 10, 7, 7, 5, 4, 9, 10, 5, 7 (点)

合計点は 70

平均点は 7 点

$$\begin{aligned} \text{分散} \quad s^2 &= \frac{1}{10} \{ (6-7)^2 + (10-7)^2 + (7-7)^2 + (7-7)^2 + (5-7)^2 + (4-7)^2 + (9-7)^2 + (10-7)^2 + (5-7)^2 + (7-7)^2 \} \\ &= \frac{1}{10} \cdot 40 = 4 \end{aligned}$$

$$\text{標準偏差} \quad s = \sqrt{4} = 2$$

$$\begin{array}{rcl} \text{分散} & & 4 \\ \text{標準偏差} & & 2 \\ \hline & & \end{array}$$

分散の求め方(2)

$$(x \text{ のデータの分散}) = (x^2 \text{ のデータの平均値}) - (x \text{ のデータの平均値})^2$$

..... ①

練習
11

次のデータについて、分散、標準偏差を求めよ。

5, 3, 6, 8, 5, 8, 5, 4, 6, 5

合計 55 平均 5.5

x^2 のデータ 25, 9, 36, 64, 25, 64, 25, 16, 36, 25 合計 325 平均 32.5

$$\text{分散 } S^2 = (x^2 \text{ のデータの平均値}) - (x \text{ のデータの平均値})^2 = 32.5 - (5.5)^2 = 32.5 - 30.25 = 2.25$$

$$\text{標準偏差 } S = \sqrt{2.25} = 1.5$$

分散 2.25

標準偏差 1.5

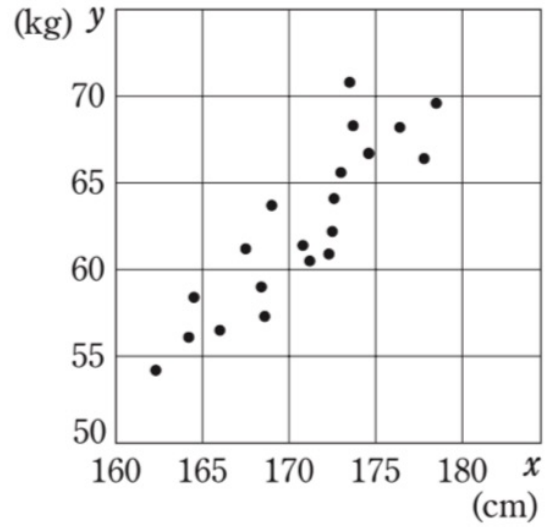
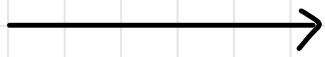
・ 散布図 … 2つの変量からなるデータを点として平面上に図示したもの

(x の単位は cm, y の単位は kg)

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
x	168.4	164.5	171.2	173.0	162.3	170.8	172.5	164.2	169.0	168.6
y	59.0	58.4	60.5	65.6	54.2	61.4	62.2	56.1	63.7	57.3

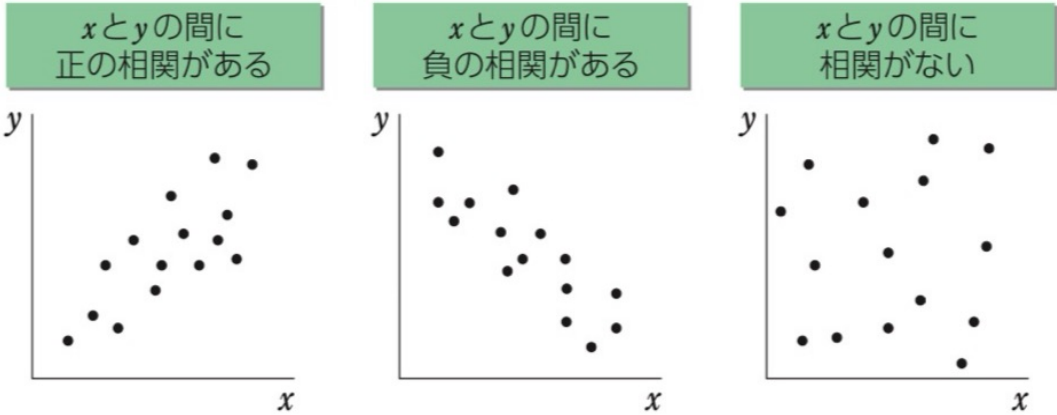
	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮	⑯	⑰	⑱	⑲	⑳
x	172.6	166.0	173.7	176.4	178.5	167.5	177.8	174.6	172.3	173.5
y	64.1	56.5	68.3	68.2	69.6	61.2	66.4	66.7	60.9	70.8

散布図にすると



- ・ 正の相関 … 2つの変量からなるデータにおいて、一方が増えれば他方も増える傾向
- ・ 負の相関 … 2つの変量からなるデータにおいて、一方が増えれば他方が減る傾向

(どちらの傾向も見られない場合
相関なし)



練習12

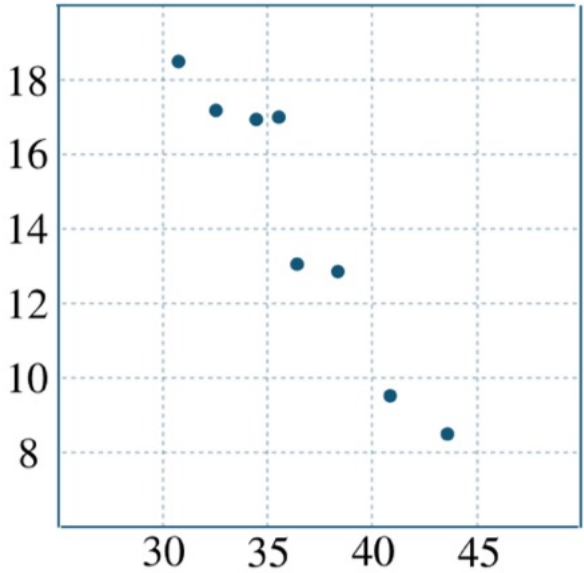
下の表は、各地点の緯度 x (度) と 2018 年 4 月の平均気温 y ($^{\circ}\text{C}$) を調べた結果である。

地点	札幌	青森	仙台	東京	長野	大阪	高知	鹿児島
x	43.1	40.8	38.3	35.7	36.7	34.7	33.6	31.6
y	8.2	9.6	12.5	17.0	13.1	16.9	17.3	18.5

(気象庁ホームページより作成)

- (1) 2つの変量 x , y の散布図をかけ。
- (2) x と y の間には、正、負どちらの相関があると考えられるか。

(1)



(2)

負の相関がある.

- ・ 相関係数 ... x, y の共分散を x の標準偏差と y の標準偏差の積で割った値 r で表す.

$$r = \frac{x \text{ と } y \text{ の共分散}}{(x \text{ の標準偏差}) \times (y \text{ の標準偏差})}$$

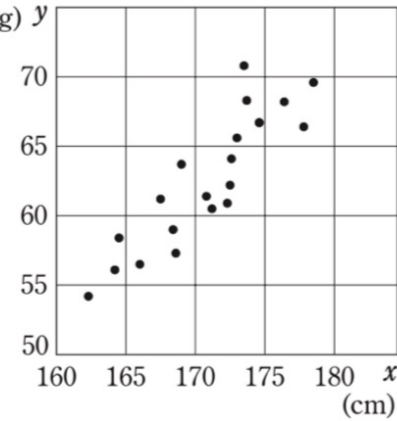
ここで r は $-1 \leq r \leq 1$ であり、正の相関が強いほど r は 1 に近づく。
負の相関が強いほど r は -1 に近づく。
相関がないときは r は 0 に近い値となる。

- ・ 共分散 ... x, y の偏差の積の平均 $\rightarrow \frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + (x_3 - \bar{x})(y_3 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y}) \}$

(x の単位は cm, y の単位は kg)

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
x	168.4	164.5	171.2	173.0	162.3	170.8	172.5	164.2	169.0	168.6
y	59.0	58.4	60.5	65.6	54.2	61.4	62.2	56.1	63.7	57.3

	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮	⑯	⑰	⑱	⑲	⑳
x	172.6	166.0	173.7	176.4	178.5	167.5	177.8	174.6	172.3	173.5
y	64.1	56.5	68.3	68.2	69.6	61.2	66.4	66.7	60.9	70.8



練習 13 185 ページのデータについて, x の標準偏差は 4.40, y の標準偏差は 4.71, x と y の共分散は 18.22 である。これらの数値を用いて, x と y の相関係数を計算せよ。ただし, 小数第 3 位を四捨五入せよ。

$$r = \frac{x \text{ と } y \text{ の共分散}}{(x \text{ の標準偏差}) \times (y \text{ の標準偏差})} = \frac{18.22}{4.40 \times 4.71} = 0.88$$

0.88

練習 14 下の表は、6 人の生徒に 10 点満点の 2 種類のテスト A, B を行った結果である。A, B の得点の相関係数を求めよ。また、これらの間にはどのような相関があると考えられるか。

	①	②	③	④	⑤	⑥
テスト A	5	7	5	4	3	6
テスト B	4	1	3	5	9	2

(単位は点)

テスト A の得点を x , テスト B の得点を y とする。

$$\bar{x} = \frac{1}{6} \times (5 + 7 + 5 + 4 + 3 + 6) = 5 \quad , \quad \bar{y} = \frac{1}{6} \times (4 + 1 + 3 + 5 + 9 + 2) = 4$$

x	y	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$
5	4	0	0	0	0	0
7	1	2	-3	-6	4	9
5	3	0	-1	0	0	1
4	5	-1	1	-1	1	1
3	9	-2	5	-10	4	25
6	2	1	-2	-2	1	4
				<u>-19</u>	<u>10</u>	<u>40</u>

相関係数 r は

$$r = \frac{-19}{\sqrt{10} \times \sqrt{40}} = -\frac{19}{20} = -0.95$$

$r = -0.95$ なので、強い負の相関がある。