

# 数工

---

数と式

---

---

---



・ 単項式 … 項が1つの式 (例) 3,  $x$ ,  $-5x^2$

係数 … 文字の前の数字 (例)  $-5x^2$  の  $-5$

次数 … 文字がかけられている個数 (例)  $5x$  は次数1,  $-xy$  は次数2

練習 次の単項式の係数と次数をいえ。

- 1 (1)  $6x^2$  (2)  $x$  (3)  $-x^2y^2$  (4)  $-3abc$

	(1)	(2)	(3)	(4)
係数	6	1	-1	-3
次数	2	1	4	3

練習 次の単項式で [ ] 内の文字に着目したとき、その係数と次数をいえ。

- 2 (1)  $2ax^3$  [x] (2)  $3a^2bc^3$  [a] (3)  $-6ax^2y$  [xとy]

	(1)	(2)	(3)
係数	$2a$	$3b^3c$	$-6a$
次数	3	2	3

・ 多項式 ... 項が2つ以上の式 (例)  $5x^2 + 4x - 2x^2 + 1$

同类項 ... 文字の部分が同じ項 (例) 上の例の  $5x^2$  と  $-2x^2$

次数 ... 同類項を整理した多項式の最も次数の高い項の次数

また、次数が1の多項式を一次式という。

(例)  $4x^2 - 5x - 6$  の次数は2、2次式

定数項 ... 多項式における数字だけの項

練習 3 次の多項式の同類項をまとめよ。

- (1)  $4x^2 + 3x - 1 - 2x^2 - 4x + 6$   
(2)  $3a^2 - 2ab - 4b^2 - 5a^2 + 2ab - 8b^2$

(1)  $2x^2 - x + 5$

(2)  $-2a^2 - 12b^2$

練習 4 次の多項式は何次式か。

- (1)  $x^3 + 4x^2 - 5$       (2)  $1 + 6a - 8a^2 - 3a^4$

(1) 3次式 (2) 4次式

練習 5 多項式  $ax^3 - x^2y + by^2 + c$  は、次の文字に着目すると何次式か。

- (1)  $x$       (2)  $y$       (3)  $x$  と  $y$

	(1)	(2)	(3)
式	3次式	2次式	3次式
定数項	$b^2y + c$	$a^3x + c$	$c$

- 降べきの順 … 文字に着目した項の次数の高い順
  - 昇べきの順 … 文字に着目した項の次数の低い順
- 

練習

6

次の多項式を、 $x$ について降べきの順に整理せよ。

$$(1) \quad 4a^2 + ax + 2x - 3a$$

$$(2) \quad 2x^2 + 5xy + 3y^2 - 3x - 5y - 2$$

$$(1) \quad ax + 2x + 4a^2 - 3a$$

$$(2) \quad 2x^2 + 5xy - 3x + 3y^2 - 5y - 2$$

$$= (a+2)x + (4a^2 - 3a)$$

$$= 2x^2 + (5y-3)x + (3y^2 - 5y - 2)$$

## • 多項式の加法と減法

$A + B$  ...  $A$ と $B$ の項をすべて足し、同類項をまとめる。

$A - B$  ...  $B$ の項の符号を全部変え、同類項をまとめる。

練習

7

次の多項式 $A$ ,  $B$ について、 $A+B$ と $A-B$ を計算せよ。

(1)  $A = 2x^2 + 3x - 1$ ,  $B = 4x^2 - 5x - 6$

(2)  $A = -3x^2 - 2x + 4x^3 + 5$ ,  $B = 2x^3 + 7 - 3x^2$

$$\begin{aligned}(1) \quad A+B &= (2x^2 + 3x - 1) + (4x^2 - 5x - 6) \\&= 2x^2 + 3x - 1 + 4x^2 - 5x - 6 \\&= 6x^2 - 2x - 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A - B &= (2x^2 + 3x - 1) - (4x^2 - 5x - 6) \\&= 2x^2 + 3x - 1 - 4x^2 + 5x + 6 \\&= -2x^2 + 8x + 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad A+B &= (-3x^2 - 2x + 4x^3 + 5) + (2x^3 + 7 - 3x^2) \\&= -3x^2 - 2x + 4x^3 + 5 + 2x^3 + 7 - 3x^2 \\&= 6x^3 - 6x^2 - 2x + 12\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A - B &= (-3x^2 - 2x + 4x^3 + 5) - (2x^3 + 7 - 3x^2) \\&= -3x^2 - 2x + 4x^3 + 5 - 2x^3 - 7 + 3x^2 \\&= 2x^3 - 2x - 2\end{aligned}$$

$A = x^2 + 4x - 3, B = 2x^2 - x + 4$  とする。次の式を計算せよ。

(1)  $A + 2B$

(2)  $2A - 3B$

(3)  $A + B + 2(A - B)$

$$\begin{aligned}(1) A + 2B &= (x^2 + 4x - 3) + 2(2x^2 - x + 4) = x^2 + 4x - 3 + 4x^2 - 2x + 8 \\&= \underline{\underline{5x^2 + 2x + 5}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 2A - 3B &= 2(x^2 + 4x - 3) - 3(2x^2 - x + 4) = 2x^2 + 8x - 6 - 6x^2 + 3x - 12 \\&= \underline{\underline{-4x^2 + 11x - 18}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) A + B + 2(A - B) &= 3A - B = 3(x^2 + 4x - 3) - (2x^2 - x + 4) \\&= 3x^2 + 12x - 9 - 2x^2 + x - 4 \\&= \underline{\underline{x^2 + 13x - 13}}\end{aligned}$$

## ・ 単項式の乗法

$a$ を $n$ 個かけたものを $a$ の $n$ 乗といい、 $a^n$ とかく。 $n$ を指数という。

$\because a^1 = a$ である。 $a \cdot a^2 \cdot a^3 \cdots$ をまとめて $a$ の累乗という。

### 指数法則

$m, n$ は正の整数とする。

$$1 \quad a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2 \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3 \quad (ab)^n = a^n b^n$$

練習  
9

次の式を計算せよ。

$$(1) \quad 2a^3 \times 4a^2 \quad (2) \quad 3x^2y \times (-2x^3y^2) \quad (3) \quad (-3x^2y)^3$$

$$(1) \quad 8a^5 \quad (2) \quad -6x^5y^3 \quad (3) \quad -27x^6y^3$$

# ・ 多項式の乗法

## 分配法則

$$A(B+C) = AB+AC \quad (A+B)C = AC+BC$$

練習

10

次の式を展開せよ。

$$(1) 4x^2(2x^2 - 3x + 5)$$

$$(2) (2x-1)(4x^2+3)$$

$$(3) (2x^2+x-3)(x-2)$$

$$(4) (2x^2+3)(x^2-4x-1)$$

$$(1) 8x^4 - 12x^3 + 20x^2$$

$$(2) 8x^3 - 4x^2 + 6x - 3$$

$$(3) 2x^3 - 4x^2 + x^2 - 2x - 3x + 6$$

$$= 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6$$

$$(4) 2x^4 - 8x^3 - 2x^2 + 3x^2 - 12x - 3$$

$$= 2x^4 - 8x^3 + x^2 - 12x - 3$$

練習

11

次の式を展開し、 $x$ について降べきの順に整理せよ。

$$(1) (x^2 + ax - 1)(x + a)$$

$$(2) (ax + b)(cx + d)$$

$$(1) x^3 + ax^2 + ax^2 + a^2x - x - a$$

$$= x^3 + 2ax^2 + (a^2 - 1)x - a$$

$$(2) acx^2 + adx + bcx + bd$$

$$= acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

## 展開の公式

1  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

3  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

## 展開の公式

4  $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

練習

12

次の式を展開せよ。

- (1)  $(2x+5)^2$  (2)  $(3x-2y)^2$  (3)  $(5x+4y)(5x-4y)$   
(4)  $(x+1)(x+5)$  (5)  $(x-3)(x+8)$  (6)  $(x-y)(x-4y)$

(1)  $4x^2 + 20x + 25$  (2)  $9x^2 - 12xy + 4y^2$

(3)  $25x^2 - 16y^2$  (4)  $x^2 + 6x + 5$

(5)  $x^2 + 5x - 24$  (6)  $x^2 - 5xy + 4y^2$

練習

13

次の式を展開せよ。

- (1)  $(2x+1)(4x+5)$  (2)  $(x+4)(2x-3)$  (3)  $(3x-7)(x+2)$   
(4)  $(2x-5)(2x-1)$  (5)  $(x+3y)(2x-y)$  (6)  $(3x-2a)(4x-3a)$

(1)  $8x^2 + 14x + 5$  (2)  $2x^2 + 5x - 12$

(3)  $3x^2 - x - 14$  (4)  $4x^2 - 12x + 5$

(5)  $2x^2 + 5xy - 3y^2$  (6)  $12x^2 - 17ax + 6a^2$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

練習

14

次の式を展開せよ。

(1)  $(a+b-c)^2$

(2)  $(x+2y+3z)^2$

(1)  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

(2)  $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 12yz + 6zx$

練習

15

(1)  $(x^2 + 3x + 2)(x^2 - 3x + 2)$

(2)  $(x-y-z)(x-y+z)$

(3)  $(x+1)^2(x-1)^2$

(4)  $(x^2 + 1)(x+1)(x-1)$

(1)  $x^2 + 2 = A$  とする

(2)  $x-y = A$  とする.

(3)  $(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

(4)  $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$

$(A+3x)(A-3x)$

$(A-z)(A+z)$

$x^2 + 1 = A$  とする

$= x^4 - 1$

$= A^2 - 9x^2$

$= A^2 - z^2$

$(A+2x)(A-2x)$

$(x^2 + 2)^2 - 9x^2$

$(x-y)^2 - z^2$

$= A^2 - 4x^2$

$= x^4 + 4x^2 + 4 - 9x^2$

$= x^2 - 2xy + y^2 - z^2$

$(x^2 + 1)^2 - 4x^2$

$= x^4 - 5x^2 + 4$

$= x^4 + 2x^2 + 1 - 4x^2$

$= x^4 - 2x^2 + 1$

因数分解…多項式を積の単項式の形にする

共通因数…多項式の各項に共通してかけられている数(例)  $6x^2 + 9x$

$3x$   $\times$   $2x$      $3x$   $\times$   $3$   
共通因数

練習

16

次の式を因数分解せよ。

(1)  $12x^3 - 8x^2y$

(2)  $3a^2x + 6ax^2 + ax$

(1)  $4x^2(3x - 2y)$

(2)  $ax(3a + 6x + 1)$

練習

17

次の式を因数分解せよ。

(1)  $(a+b)c + d(a+b)$

(2)  $(x-2y)a + (2y-x)b$

(1)  $a+b = A$  とする    (2)  $(x-2y)a - (x-2y)b$

$$\begin{aligned} & Ac + Ad \\ &= A(c+d) \end{aligned}$$

$$(a+b)(c+d) = A(a-b)$$

$$(x-2y)(a-b)$$

## 因数分解の公式

1  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2, \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

2  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

3  $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

練習

18

次の式を因数分解せよ。

(1)  $x^2 + 10x + 25$

(3)  $x^2 + 6xy + 9y^2$

(5)  $x^2 - 9y^2$

(2)  $x^2 - 12x + 36$

(4)  $4a^2 - 4ab + b^2$

(6)  $16a^2 - 25b^2$

(1)  $(x+5)^2$

(2)  $(x-6)^2$

(3)  $(x+3y)^2$

(4)  $(2a-b)^2$

(5)  $(x+3y)(x-3y)$

(6)  $(4a+5b)(4a-5b)$

練習

19

次の式を因数分解せよ。

(1)  $x^2 + 8x + 12$

(3)  $a^2 + a - 20$

(5)  $a^2 - 8ab + 15b^2$

(2)  $x^2 - 13x + 36$

(4)  $x^2 + 5xy + 6y^2$

(6)  $x^2 - ax - 12a^2$

(1)  $(x+2)(x+6)$

(2)  $(x-4)(x-9)$

(3)  $(a+5)(a-4)$

(4)  $(x+2y)(x+3y)$

(5)  $(a-3b)(a-5b)$

(6)  $(x-4a)(x+3a)$

# たすき掛け

(例)  $3x^2 + 14x + 8$  の因数分解は以下の手順

① 次数が2の項の係数と定数項の数字 がどんな数字の積になっているか考える.

(ア)

(イ)

$$\underline{3}x^2 + \underline{14}x + \underline{8}$$

$$(1 \times 3)$$

$$\begin{pmatrix} 1 \times 8, -1 \times -8 \\ 2 \times 4, -2 \times -4 \end{pmatrix}$$

② ①の(ア)(イ)のそれぞれの組み合わせを従に並べ、X字にかけ算.

$$\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 8 \\ \hline \end{array}$$

3

+

8

$$\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

12

+

2

③ ②の結果をたし算し、(ウ)になつているものを石窓記入.

例は

$$\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

12

+

2

14

であるので  $(1x 4)$   $\times$   $(3x 2)$  の積が答え

$$\therefore 3x^2 + 14x + 8 = \underline{\underline{(3x+2)(x+4)}}$$

次の式を因数分解せよ。

(1)  $3x^2 + 7x + 2$

(2)  $2x^2 + 9x + 10$

(3)  $2x^2 - 13x + 6$

(4)  $4y^2 + 5y - 21$

(5)  $3x^2 + 5xy - 2y^2$

(6)  $6x^2 - 7ax - 3a^2$

(1)  $3x^2 + 7x + 2$

(1×3)  $(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{array})$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \end{array} \times \begin{array}{r} 2 \\ 1 \end{array} = \begin{array}{r} 6 \\ + \\ 1 \\ \hline 7 \end{array}$$

(2)  $2x^2 + 9x + 10$

(1×2)  $(\begin{array}{cc} 1 & 10 \\ 2 & -5 \end{array})$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \end{array} \times \begin{array}{r} 5 \\ 2 \end{array} = \begin{array}{r} 5 \\ + \\ 4 \\ \hline 9 \end{array}$$

(3)  $2x^2 - 13x + 6$

(1×2)  $(\begin{array}{cc} 1 & 6 \\ 2 & -3 \end{array})$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \end{array} \times \begin{array}{r} -6 \\ -1 \end{array} = \begin{array}{r} -12 \\ + \\ -1 \\ \hline -13 \end{array}$$

 $x, z$ 

$(1x \quad 2)$

$(3x \quad 1)$

$\frac{(x+2)(3x+1)}{\longrightarrow}$

 $x, z$ 

$(2x \quad 5)$

$(1x \quad 2)$

$\frac{(2x+5)(x+2)}{\longrightarrow}$

 $x, z$ 

$(1x - 6)$

$(2x - 1)$

$\frac{(x-6)(2x-1)}{\longrightarrow}$

次の式を因数分解せよ。

(1)  $3x^2 + 7x + 2$

(2)  $2x^2 + 9x + 10$

(3)  $2x^2 - 13x + 6$

(4)  $4y^2 + 5y - 21$

(5)  $3x^2 + 5xy - 2y^2$

(6)  $6x^2 - 7ax - 3a^2$

(4)  $\underline{4y^2 + 5y - 21}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -21 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 21 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$$

(5)  $\underline{3x^2 + 5xy - 2y^2}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(6)  $\underline{6x^2 - 7ax - 3a^2}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline 1 \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline -7 \\ \hline 3 \end{array} = 1 \times (-7) = -7$$

+  
12  
5

$$\begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline 1 \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline -1 \\ \hline 2 \end{array} = 1 \times (-1) = -1$$

+  
6  
5

$$\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 3 \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline -3 \\ \hline 1 \end{array} = 3 \times (-3) = -9$$

+  
2  
-7

よ、こ

$(4y - 7)$

$(1y + 3)$

よ、こ

$(3x - 1y)$

$(1x + 2y)$

よ、こ

$(2x - 3a)$

$(3x + 1a)$

$\underline{(4y - 7)(y + 3)}$

$\underline{(3x - y)(x + 2y)}$

$\underline{(2x - 3a)(3x + 1a)}$

次の式を因数分解せよ。

(1)  $(x-y)^2 - 5(x-y) + 6$

(2)  $2(x+3y)^2 - (x+3y) - 1$

(3)  $(x+y)^2 - 9$

(4)  $x^2 - (y-1)^2$

(5)  $x^4 - 8x^2 - 9$

(6)  $x^4 - 16$

(1)  $x-y = A \text{ とする}$

$A^2 - 5A + 6$

$= (A-2)(A-3)$

$(x-y-2)(x-y-3)$

(2)  $x+3y = A \text{ とする.}$

$2A^2 - A - 1$

$= (2A+1)(A-1)$

$\{(2(x+3y)+1\}(x+3y-1)$

(3)  $x+y = A \text{ とする}$

$A^2 - 9$

$= (A+3)(A-3)$

$(x+y+3)(x+y-3)$

(4)  $y-1 = A \text{ とする}$

$x^2 - A^2$

$= (x+A)(x-A)$

$\{x+(y-1)\}\{x-(y-1)\}$

$= (x+y-1)(x-y+1)$

(5)  $x^2 = A \text{ とする}$

$A^2 - 8A - 9$

$= (A-9)(A+1)$

$(x^2-9)(x^2+1)$

$= (x+3)(x-3)(x^2+1)$

(6)  $x^2 = A \text{ とする.}$

$A^2 - 16$

$= (A-4)(A+4)$

$(x^2-4)(x^2+4)$

$= (x+2)(x-2)(x^2+4)$

次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad x^2 + xy - 4x - y + 3$$

$$(2) \quad x^2 + ax - 3a - 9$$

(教科書解法)

・x・次数の低い方の文字で整理  
共通部分を文字で書いてくくり出す。

$$(1) \quad x^2 + xy - 4x - y + 3$$

$$= x^2 - 4x + 3 + xy - y$$

$$= (x-1)(x-3) + (x-1)y$$

$$x-1 = A \text{ とする}$$

$$A(x-3) + Ay$$

$$= A(x-3+y)$$

$$(x-1)(x+y-3)$$

$$(2) \quad x^2 + ax - 3a - 9$$

$$= ax - 3a + x^2 - 9$$

$$= (x-3)a + (x-3)(x+3)$$

$$x-3 = A \text{ とする}$$

$$Aa + A(x+3)$$

$$= A(a+x+3)$$

$$(x-3)(a+x+3)$$

次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad x^2 + xy - 4x - y + 3$$

$$(2) \quad x^2 + ax - 3a - 9$$

(別解)

・x 次数の高い方の文字で整理

定数項を因数分解

$$(1) \quad x^2 + xy - 4x - y + 3$$

$$= x^2 + (y-4)x \underbrace{-(y-3)}_{-1 \times (y-3)}$$

$$= (x-1) \{ x + (y-3) \}$$

$$= (x-1)(x+y-3)$$

$$(2) \quad x^2 + ax - 3a - 9$$

$$= x^2 + ax - 3(a+3)$$

$$\overline{-3 \times (a+3)}$$

$$= (x-3) \{ x + (a+3) \}$$

$$= (x-3)(x+a+3)$$

次の式を因数分解せよ。

$$2x^2 + 5xy + 3y^2 - 3x - 5y - 2$$

$$= 2x^2 + 5xy - 3x + 3y^2 - 5y - 2 \quad \text{①}$$

$$= 2x^2 + \underline{(5y-3)x} + \underline{(3y^2-5y-2)} \quad \text{②}$$

たすき掛け

③

$$= 2x^2 + (5y-3)x + \frac{(3y+1)(y-2)}{(3y+1) \times (y-2)}$$

$\begin{matrix} 1x \\ | \times 2 \end{matrix}$ 
 $\begin{matrix} y-2 \\ (1x \quad y-2) \quad 2y-4 \end{matrix}$   
 ~~$\begin{matrix} 2x \\ (2x \quad 3y+1) \quad 3y+1 \end{matrix}$~~

## 応用例題2、糸東23を解く手順

①  $x$ に着目して降べきの順に並べ替え

② 同類項をまとめろ。

( $x$ の項、 $x^2$ と $x$ の項は別なので注意。)

③ 定数項を因数分解。

(着目した文字が含まれない項)

④ 式全体を因数分解

④

$$= (x+y-2)(2x+3y+1) \quad \text{⑤}$$

次の式を因数分解せよ。

(1)  $x^2 + 3xy + 2y^2 - 2x - 3y + 1$  (2)  $3x^2 - 5ax + 2a^2 - 3x + a - 6$

(1)  $x^2 + 3xy - 2x + 2y^2 - 3y + 1$

$= x^2 + (3y-2)x + (2y^2 - 3y + 1)$

$= \cancel{x}^2 + \underline{(3y-2)x} + \underline{(2y^2 - 3y + 1)}$

$$\begin{array}{r}
 | \quad \times \\
 | \quad | \\
 1 \quad 2y-1 \\
 | \quad | \\
 1 \quad y-1 \\
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 2y-1 \\
 + \\
 y-1 \\
 \hline
 3y-2
 \end{array}$$

よって

$(|x \quad 2y-1|)$

$(|x \quad y-1|)$

$\underline{(\chi + 2y - 1)(\chi + y - 1)}$

(2)  $3x^2 - 5ax - 3x + 2a^2 + a - 6$

$= \underline{3x^2 - (5a+3)x} + \underline{(2a-3)(a+2)}$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad -(a+2) \quad -3a-6 \\
 3 \quad -(2a-3) \quad + \\
 \hline
 -5a-3
 \end{array}$$

よって

$\{|x - (a+2)|\}$

$\{|3x - (2a-3)|\}$

$\underline{(\chi - a - 2)(3\chi - 2a + 3)}$

次の式を因数分解せよ。

$$ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$$

$$ba^2 - b^2a + bc(b-c) + c^2a - ca^2$$

$$= ba^2 - ca^2 - b^2a + c^2a + bc(b-c)$$

$$= (b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c)$$

$$= (b-c)a^2 - (b-c)(b+c)a + bc(b-c)$$

$$b-c = A \text{ とす。}$$

$$Aa^2 - A(b+c)a + Abc$$

$$= A \{ a^2 - (b+c)a + bc \}$$

$$= A(a-b)(a-c)$$

$$(b-c)(a-b)(a-c)$$

## 展開の公式

5

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

練習

1

(1)  $(x+2)^3$

(2)  $(x-1)^3$

(3)  $(3a+b)^3$

(4)  $(2x-3y)^3$

(1)  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

(2)  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

(3)  $27a^3 + 27a^2b + 9ab^2 + b^3$

(4)  $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

## 展開の公式

**6**

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

練習  
2

展開の公式**6**が成り立つことを、左辺を展開して確かめよ。

$$\begin{aligned}(a+b)(a^2-ab+b^2) &= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + b^3\end{aligned}$$

練習  
3

次の式を展開せよ。

(1)  $(x+2)(x^2-2x+4)$

(2)  $(x-3)(x^2+3x+9)$

(3)  $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$

(4)  $(2x-3a)(4x^2+6ax+9a^2)$

(1)  $x^3 + 8$

(2)  $x^3 - 27$

(3)  $x^3 + 27y^3$

(4)  $8x^3 - 27a^3$

$$\begin{aligned}(a-b)(a^2+ab+b^2) &= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - b^3\end{aligned}$$

## 因数分解の公式

5

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

練習

4

次の式を因数分解せよ。

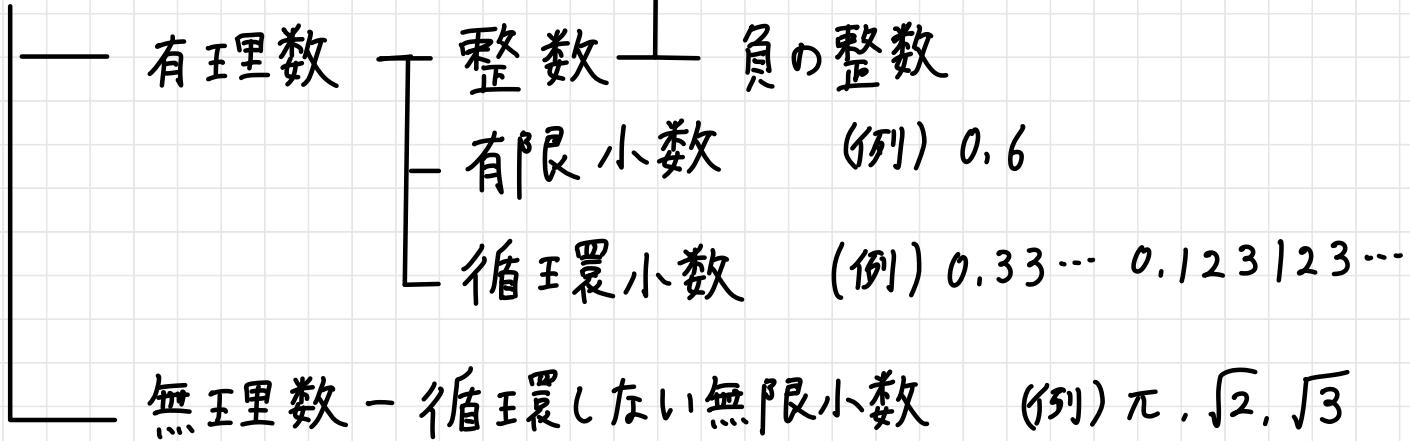
- (1)  $x^3 - 1$       (2)  $x^3 + 27a^3$       (3)  $x^3 - 64$       (4)  $125x^3 - 8y^3$

(1)  $(x-1)(x^2 + x + 1)$

(2)  $(x + 3a)(x^2 - 3ax + 9a^2)$

(3)  $(x-4)(x^2 + 4x + 16)$       (4)  $(5x-2y)(25x^2 + 10xy + 4y^2)$

# 実数



※ 有限小数と循環小数は必ず分数の形で表せる。

$\frac{\text{整数}}{\text{整数} (\neq 0)}$  の形で表される数は有理数

※ 循環小数は次のように書くこともある。

(15')  $0.666\cdots = 0.\dot{6}$   $0.123123\cdots = 0.\dot{1}2\dot{3}$  (循環する両端の数の上に点)

循環小数を次のように書き表すことがある。

$$0.666\cdots = 0.\dot{6}$$

$$0.3181818\cdots = 0.3\dot{1}\dot{8}$$

$$1.234234234\cdots = 1.\dot{2}3\dot{4}$$

$$1.234123412341\cdots = 1.\dot{2}34\dot{1}$$

練習

25

(1)  $\frac{1}{8}$

(2)  $\frac{8}{9}$

(3)  $\frac{10}{27}$

(4)  $\frac{25}{22}$

$$(1) \frac{1}{8} = 0.125$$

$$(2) \frac{8}{9} = 0.88\cdots = 0.\overset{\bullet}{8}$$

$$(3) \frac{10}{27} = 0.370370\cdots = 0.\overset{\bullet}{3}\overset{\bullet}{7}\overset{\bullet}{0}$$

$$(4) \frac{25}{22} = 1.13636\cdots = 1.1\overset{\bullet}{3}\overset{\bullet}{6}$$

次の循環小数を分数で表せ。

(1)  $0.\dot{1}$

(2)  $0.\dot{2}\dot{7}$

(3)  $0.\dot{6}4\dot{8}$

(4)  $0.2\dot{5}\dot{4}$

(1)  $x = 0.111\dots$  とする

$$x = 0.111\dots$$

$$\begin{array}{r} - ) 10x = 1.111\dots \\ \hline - 9x = - 1 \end{array}$$

$$x = \frac{1}{9}$$

(2)  $x = 0.2727\dots$  とする

$$x = 0.2727\dots$$

$$\begin{array}{r} - ) 100x = 27.2727\dots \\ \hline - 99x = - 27 \end{array}$$

$$x = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$$

(3)  $x = 0.648648\dots$  とする

$$x = 0.648648\dots$$

$$\begin{array}{r} - ) 1000x = 648.648648\dots \\ \hline - 999x = - 648 \end{array}$$

$$x = \frac{648}{999} = \frac{24}{37}$$

(4)  $x = 0.25454\dots$

$$10x = 2.5454\dots$$

$$\begin{array}{r} - ) 1000x = 254.5454\dots \\ \hline - 990x = - 252 \end{array}$$

$$x = \frac{252}{990} = \frac{14}{55}$$

# ・数の範囲と四則計算

## (例)

2つの数  $a, b$  の四則計算の結果について考える。

(i)  $a, b$  が自然数のとき

$a+b$  と  $ab$  (和と積) については常に自然数

$a-b$  と  $\frac{a}{b}$  (差と商) については常に自然数とは限らない。

(ii)  $a, b$  が整数のとき

$a+b$  と  $a-b$  と  $ab$  (和と差と積) については常に整数

$\frac{a}{b}$  (商) については常に整数とは限らない。

下の表は数の範囲と四則計算についてまとめたものである。

表の空らんに○か×のうち適切なものを入れよ。また、×の場合は、

結果がその範囲にない計算の例を1つあげよ。

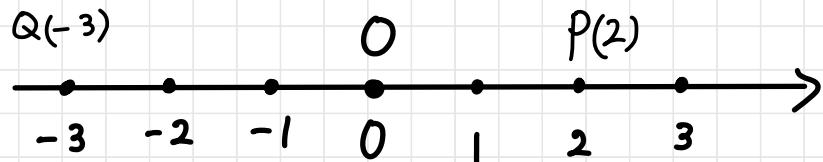
数の範囲	加法	減法	乗法	除法
自然数	○	×	○	×
整数	○	○	○	×
有理数	○	○	○	○
実数	○	○	○	○

### ■表の説明■

○は計算がその範囲で常にできる場合

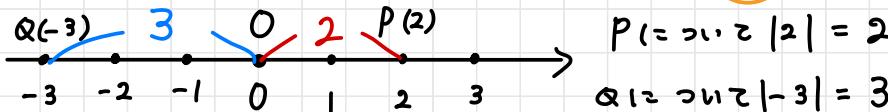
×は計算がその範囲で常にできるとは限らない場合

- ・ **数直線** … 直線上に基準の点  $O$ , 単位長さと正の向きを定めたときの点  $O$  に  $0$ , 直線上の点に実数を対応させた直線.  
点  $O$  を原点という.
- ・ **座標** … 数直線上で実数  $a$  が対応している点のこと.  
その点を  $P$  とすると  $P(a)$  と書く.



大きさを表すので  
マイナスはない

- ・ **絶対値** … 数直線上の原点  $O(0)$  と点  $P(a)$  との距離.  $|a|$  と書く.



$$P = \dots \text{ で } |2| = 2$$

$$Q \text{ について } |-3| = 3$$

次の値を求めよ。

28

$$(1) |3|$$

$$(2) |-4|$$

$$(3) |-\sqrt{2}|$$

$$(1) 3$$

$$(2) 4$$

$$(3) \sqrt{2}$$

実数  $a$  の絶対値について  $a \geq 0$  のとき

$$|a| = a \text{ (絶対値の中がプラス → 絶対値記号をそのまま外す)}$$

$$|-a| = a \text{ (絶対値の中がマイナス → 符号を変えて絶対値記号を外す)}$$

練習

29

次の値を求めよ。

(1)  $|-2+3|$

(2)  $|1-5|$

(3)  $|3-\pi|$

(1)  $|1| = |$

(2)  $|-4| = 4$

(3)  $\pi = 3.14\cdots$  五一

$3 - \pi < 0$

$|3 - \pi| = -3 + \pi$

数直線上の 2 点  $A(a), B(b)$  の 2 点間の距離  $AB$  は

$$AB = |b - a|$$

練習 次の 2 点間の距離を求めよ。

1

(1)  $A(2), B(5)$       (2)  $A(3), B(-1)$       (3)  $A(-2), B(-6)$

(1)  $AB = |5 - 2| = |3| = 3$

(2)  $AB = |-1 - 3| = |-4| = 4$

(3)  $AB = |-6 - (-2)| = |-4| = 4$

・ 平方根… 2乗したら  $\alpha$  になる数。正の数の平方根は2つある。  
負の数の平方根はない。

正の数  $\alpha$  の平方根は  $\pm\sqrt{\alpha}$

練習  
30

次の問いに答えよ。

(1) 6の平方根は何か。

(2)  $\sqrt{16}$ ,  $-\sqrt{\frac{9}{25}}$  の値を、それぞれ求めよ。

(1)  $\pm\sqrt{6}$

(2)  $\sqrt{16} = 4$

$$-\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$$

練習  
31

次の式を計算せよ。

(1)  $\sqrt{2}\sqrt{3}$

(2)  $\sqrt{2}\sqrt{8}$

(3)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

(4)  $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$

(1)  $\sqrt{6}$

(2)  $\sqrt{16} = 4$

(3)  $\sqrt{2}$

(4)  $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

練習  
32

次の式を計算せよ。

(1)  $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$

(2)  $\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{72}$

(1)  $4\sqrt{3}$

(2)  $\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

次の式を計算せよ。

(1)  $(4\sqrt{2} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{2} - \sqrt{5})$

(2)  $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

(3)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

(4)  $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})$

(1)  $16 - 4\sqrt{10} + 6\sqrt{10} - 15$

$= 1 + 2\sqrt{10}$

(2)  $12 - 4\sqrt{6} + 2$

$= 14 - 4\sqrt{6}$

(3)  $3 - 2 = 1$

(4)  $9 - 5 = 4$

次のように、分母に根号を含む式を変形して、分母に根号を含まない式にすることを、分母を**有理化**するという。

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

分母と分子に  
 $\sqrt{2}$ を掛ける。

練習の分母を有理化せよ。

(1)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(2)  $\frac{4}{\sqrt{2}}$

(3)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(4)  $\frac{1}{2\sqrt{5}}$

(1)  $\frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

(2)  $\frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

(3)  $\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

(4)  $\frac{1 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$

# 分母が多項式の有理化

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{1 \times (\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \times (\sqrt{a} - \sqrt{b})}$$
$$\cdot \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{1 \times (\sqrt{a} + \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \times (\sqrt{a} + \sqrt{b})}$$

練習  
35

次の式の分母を有理化せよ。

$$(1) \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$(2) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

$$(3) \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6} + 2}$$

$$(4) \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$(1) \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$(2) \frac{\sqrt{2} \times (\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2}$$

$$(3) \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{6} - 2)}{(\sqrt{6} + 2)(\sqrt{6} - 2)} = \frac{2\sqrt{18} - 4\sqrt{3}}{2}$$

$$(4) \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{3 + 2\sqrt{3} + 1}{2}$$

$$= \frac{6\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$= 2 + \sqrt{3}$$

・  $x$ と $y$ を有理化してから計算する。

・  $x^2 + y^2$ は  $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ を利用して計算する

練習  
36  $x = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$ ,  $y = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$  のとき、次の式の値を求めよ。

(1)  $x+y, xy$

(2)  $x^2 + y^2$

$$x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2} \quad y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2}$$

(1)  $x+y = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2} = \sqrt{7}$

$$xy = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(2)  $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

$$= (\sqrt{7})^2 - 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= 6$$

$x = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$ ,  $y = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$  のとき, 次の式の値を求めよ。

(1)  $x + y, xy$

(2)  $x^2 + y^2$

(3)  $x^2y + xy^2$

$$x = \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{2} - 1, \quad y = \frac{\sqrt{2} + 1}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \sqrt{2} + 1$$

(1)

$$x + y = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2} + 1) = 2\sqrt{2}$$

$$xy = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 1$$

(2)

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

$$\begin{aligned} &= (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

(3)

$$x^2y + xy^2$$

$$\begin{aligned} &= xy(x+y) \\ &= 1 \times 2\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

## 2重根号

$a > 0, b > 0$  とする。

$$\sqrt{\frac{(a+b)+2\sqrt{ab}}{a+b}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

たし算     かけ算

$$\sqrt{\frac{(a+b)-2\sqrt{ab}}{a+b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

たし算     かけ算

練習 次の式の2重根号をはずして簡単にせよ。

1

$$(1) \sqrt{7+2\sqrt{10}}$$

$$(2) \sqrt{12-6\sqrt{3}}$$

$$(3) \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

$$(1) \sqrt{(5+2)+2\sqrt{5\times 2}} \\ = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$(2) \sqrt{12-2\sqrt{27}} \\ = \sqrt{(9+3)-2\sqrt{9\times 3}} \\ = \sqrt{9}-\sqrt{3} \\ = 3-\sqrt{3}$$

$$(3) \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(3+1)-2\sqrt{3\times 1}}}{\sqrt{2}} \\ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} \\ = \frac{(\sqrt{3}-1)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} \\ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$$

# ・ 不等式 … 数量の間の大小関係を不等号を用いて表した式

不等号	使い方の例	意味
<	$A < B$	$A$ は $B$ より小さい
>	$A > B$	$A$ は $B$ より大きい
$\leq$	$A \leq B$	$A$ は $B$ 以下
$\geq$	$A \geq B$	$A$ は $B$ 以上

練習  
38

次の数量の大小関係を不等式で表せ。

- (1) ある数  $x$  の 2 倍に 3 を足した数は 5 以上である。
- (2) 2 つの数  $a$ ,  $b$  の和は負で,  $-2$  より大きい。
- (3) 1 個 150 円の菓子を  $x$  個買って 120 円の箱に詰めてもらったところ, 代金を支払うには 1000 円では足りなかった。

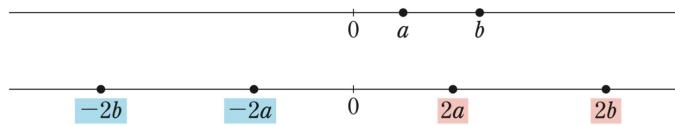
$$(1) 2x + 3 \geq 5$$

$$(2) -2 < a+b < 0$$

$$(3) 150x + 120 > 1000$$

$a > 0, b > 0$  とする。

$a < b$  のとき,  $2a$  と  $2b$ ,  $-2a$  と  $-2b$  の数直線上の位置関係は, 下の図のようになる。



図から, 次のことがいえる。

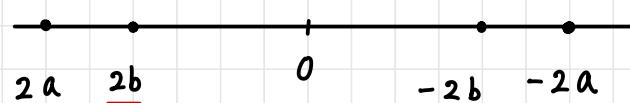
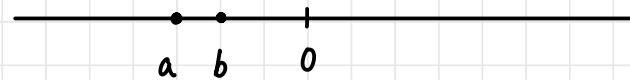
「 $a < b$  のとき  $2a < 2b, -2a > -2b$ 」 …… ① 終

練習  
39

次の各場合にも, 例 25 の①が成り立つことを数直線を用いて確かめよ。

(1)  $a < 0, b < 0$ (2)  $a < 0, b > 0$ 

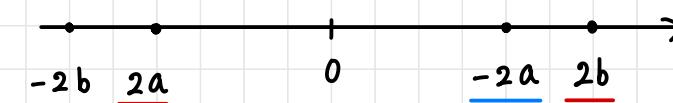
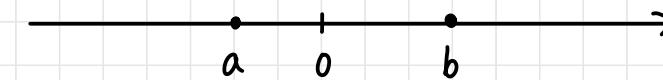
(1)



上の数直線より

$a < 0, b < 0$  のとき  $2a < 2b, -2a > -2b$

(2)



上の数直線より

$a < 0, b > 0$  のとき  $2a < 2b, -2a > -2b$

## 不等式の性質

1  $A < B$  ならば  $A + C < B + C, A - C < B - C$

2  $A < B, C > 0$  ならば  $AC < BC, \frac{A}{C} < \frac{B}{C}$

3  $A < B, C < 0$  ならば  $AC > BC, \frac{A}{C} > \frac{B}{C}$

不等式では、

両辺に同じ負の数を掛けたり、

両辺を同じ負の数で割ったりすると、

両辺の大小関係が入れかわる。<sup>\*</sup>

$$A < B$$



負の数  $-2$  を掛けると  
不等号の向きが変わる

$$-2A > -2B$$

練習 40  $a < b$  のとき、次の□に適する不等号>または<を入れよ。

(1)  $3a \square 3b$

(2)  $-3a \square -3b$

(3)  $\frac{a}{2} \square \frac{b}{2}$

(4)  $\frac{a}{-2} \square \frac{b}{-2}$

練習 41  $a < b$  のとき、次の□に適する不等号>または<を入れよ。

(1)  $4a+1 \square 4b+1$

(2)  $1-a \square 1-b$

(3)  $\frac{a}{2}-3 \square \frac{b}{2}-3$

(4)  $-\frac{a}{5}+2 \square -\frac{b}{5}+2$

(1)  $3a < 3b$

(2)  $-3a > -3b$

(1)  $4a+1 < 4b+1$

(2)  $1-a > 1-b$

(3)  $\frac{a}{2} < \frac{b}{2}$

(4)  $\frac{a}{-2} > \frac{b}{-2}$

(3)  $\frac{a}{2}-3 < \frac{b}{2}-3$

(4)  $-\frac{a}{5}+2 > -\frac{b}{5}+2$

# ・ 1 次 不 等 式

## 1 次 不 等 式 の 解き方

不等式を  $ax > b$ ,  $ax \leq b$  などの形に整理する。

整理された不等式の両辺を  $x$  の係数  $a$  で割る。

練習  
42

次の 1 次 不 等 式 を 解け。

(1)  $5x - 2 < 2x + 4$

(2)  $6x - 3 \geq 8x + 7$

(3)  $2(4x - 1) \geq 5x - 11$

(4)  $3(3 - 2x) < 4 - 3x$

(1)  $5x - 2x < 4 + 2$

$3x < 6$

$x < 2$

(2)  $6x - 8x \geq 7 + 3$

$-2x \geq 10$

$x \leq -5$

(3)  $8x - 2 \geq 5x - 11$

$8x - 5x \geq -11 + 2$

$3x \geq -9$

$x \geq -3$

(4)  $9 - 6x < 4 - 3x$

$-6x + 3x < 4 - 9$

$-3x < -5$

$x > \frac{5}{3}$

練習  
43 次の 1 次 不 等 式 を 解け。

(1)  $\frac{1}{2}x - 1 \leq \frac{2}{7}x + \frac{1}{2}$

(2)  $\frac{1}{3}x + 1 < \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

(1) 両辺を 14 倍すると

$7x - 14 \leq 4x + 7$

$7x - 4x \leq 7 + 14$

$3x \leq 21$

$x \leq 7$

(2) 両辺 12 倍すると

$4x + 12 < 9x - 6$

$4x - 9x < -6 - 12$

$-5x < -18$

$x > \frac{18}{5}$

# ・連立不等式 … 与えられた不等式の共通範囲を求める。

練習 次の連立不等式を解け。

44

$$(1) \begin{cases} 6x - 9 < 2x - 1 \cdots ① \\ 3x + 7 \leq 4(2x + 3) \cdots ② \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x + 1 \geq 7x - 5 \cdots ① \\ -x + 6 < 3(1 - 2x) \cdots ② \end{cases}$$

(1) ①を解く

$$6x - 2x < -1 + 9$$

$$4x < 8$$

$$x < 2 \cdots (7)$$

②を解く

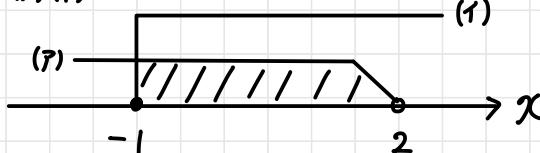
$$3x + 7 \leq 8x + 12$$

$$3x - 8x \leq 12 - 7$$

$$-5x \leq 5$$

$$x \geq -1 \cdots (1)$$

(7)(1)より



$$-1 \leq x < 2$$

(2) ①を解く

$$3x - 7x \geq -5 - 1$$

$$-4x \geq -6$$

$$x \leq \frac{3}{2} \cdots (7)$$

②を解く

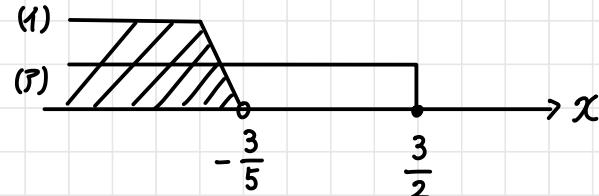
$$-x + 6 < 3 - 6x$$

$$-x + 6x < 3 - 6$$

$$5x < -3$$

$$x < -\frac{3}{5} \cdots (1)$$

(7)(1)より



$$x < -\frac{3}{5}$$

練習  
45

次の不等式を解け。

$$3x < x + 12 < 2x + 8$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x < x + 12 \cdots ① \\ x + 12 < 2x + 8 \cdots ② \end{array} \right\}$$

①を解く

$$2x < 12$$

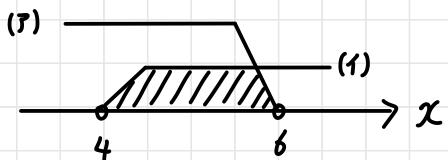
$$x < 6 \cdots (J)$$

②を解く

$$-x < -4$$

$$x > 4 \cdots (I)$$

(J)(I) より



$$4 < x < 6$$

練習  
46次の不等式を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ。

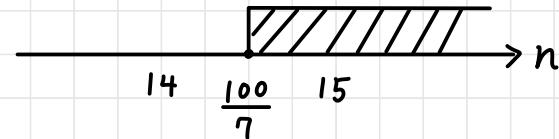
$$600 + 25(n - 20) \leq 32n$$

$$600 + 25n - 500 \leq 32n$$

$$25n - 32n \leq 500 - 600$$

$$-7n \leq -100$$

$$n \geq \frac{100}{7} = 14.2 \cdots$$

求める最小の自然数  $n$  は

$$\underline{\underline{n = 15}}$$

次の不等式を満たす最大の自然数  $n$  を求めよ。

$$4 + \frac{1}{5}(n-4) > \frac{1}{2}n$$

両辺10倍すると

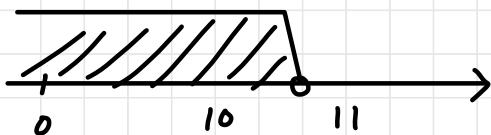
$$40 + 2(n-4) > 5n$$

$$40 + 2n - 8 > 5n$$

$$2n - 5n > 8 - 40$$

$$-3n > -32$$

$$n < \frac{32}{3} = 10.6\cdots$$



よって、求める最大の自然数  $n$  は

$$\underline{\underline{n = 10}}$$

1個 120 円の菓子 A と 1 個 80 円の菓子 B を合わせて 30 個買い、100 円の箱に詰めてもらう。菓子代と箱代の合計金額を 3000 円以下にするとき、菓子 A は最大で何個買えるか。

菓子 A の個数を  $x$  コとする

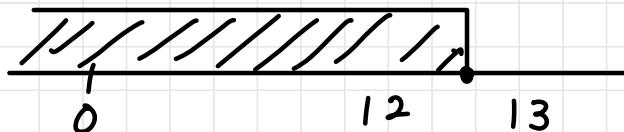
$$120x + 80(30-x) + 100 \leq 3000$$

$$120x + 2400 - 80x + 100 \leq 3000$$

$$120x - 80x \leq 3000 - 2400 - 100$$

$$40x \leq 500$$

$$x \leq \frac{25}{2} = 12.5$$



菓子 A は最大で 12 個 買える



案内状を作ることになったので制作費を調べた。A 店では、100 部までは 5000 円、100 部を超える分は 1 部につき 40 円である。また、B 店では、100 部までは 4500 円、100 部を超える分は 1 部につき 43 円である。B 店で作るより A 店で作る方が安くなるのは、何部以上作るときか。

案内状の部数を  $x$  部とする。 A 店の方が安くなればよいので

$$\text{A 店} \text{ は } 5000 + 40(x - 100)$$

$$\text{B 店} \text{ は } 4500 + 43(x - 100)$$

$$5000 + 40(x - 100) < 4500 + 43(x - 100)$$

$$5000 + 40x - 4000 < 4500 + 43x - 4300$$

$$40x + 1000 < 43x + 200$$

$$40x - 43x < 200 - 1000$$

$$-3x < -800$$

$$x > \frac{800}{3} = 266,6\cdots$$

267 部以上

## ・ 絶対値を含む方程式・不等式

$c$ が正の定数のとき	方程式 $ x  = c$ の解は	$x = \pm c$
	不等式 $ x  < c$ の解は	$-c < x < c$
	不等式 $ x  > c$ の解は	$x < -c, c < x$

練習

50

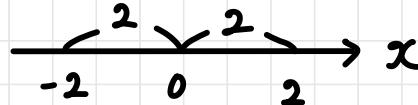
次の方程式、不等式を解け。

(1)  $|x| = 2$

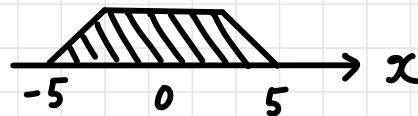
(2)  $|x| < 5$

(3)  $|x| \geq 4$

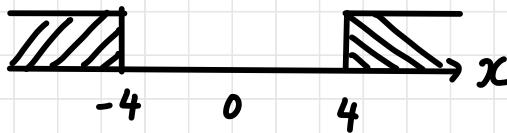
(1)  $x = \pm 2$



(2)  $-5 < x < 5$



(3)  $x \leq -4, 4 \leq x$



次の方程式、不等式を解け。

(1)  $|x+4|=2$

(2)  $|x+1|<1$

(3)  $|x-2|\geq 1$

(4)  $|2x-3|=1$

(5)  $|3x-2|\leq 4$

(6)  $|2x+5|>2$

(1)

$x+4=\pm 2$

$x=-4\pm 2$

$\underline{x = -6, -2}$

(2)

$-1 < x+1 < 1$

$-2 < x < 0$

(3)

$x-2 \leq -1 \quad x-2 \geq 1$

$x \leq 1 \quad x \geq 3$

$x \leq 1 \quad , \quad x \geq 3$   
 $\underline{\hspace{10cm}}$

(4)

$2x-3=\pm 1$

$2x=3\pm 1$

$2x=4 \quad 2x=2$

$x=2 \quad x=1$

$\underline{x = 1, 2}$

(5)

$-4 \leq 3x-2 \leq 4$

$-2 \leq 3x \leq 6$

$-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$   
 $\underline{\hspace{10cm}}$

(6)

$2x+5 < -2$

$2x < -7$

$x < -\frac{7}{2}$

$x < -\frac{7}{2}, \quad x > -\frac{3}{2}$   
 $\underline{\hspace{10cm}}$

$2x+5 > 2$

$2x > -3$

$x > -\frac{3}{2}$

# ・ 絶対値と場合分け

絶対値の定義より

- ・  $A \geq 0$  のとき  $|A| = A$
- ・  $A < 0$  のとき  $|A| = -A$

練習 例 1 にならって、次の式の絶対値記号をはずせ。

1

(1)  $|x-3|$

(2)  $|x+2|$

(3)  $|2x-3|$

(1)

$$x-3 \geq 0 \text{ のとき}$$

つまり  $x \geq 3$  のとき

$$|x-3| = x-3$$

(2)  $x+2 \geq 0$  のとき

つまり  $x \geq -2$  のとき

$$|x+2| = x+2$$

(3)  $2x-3 \geq 0$  のとき

つまり  $x \geq \frac{3}{2}$  のとき

$$|2x-3| = 2x-3$$

$x-3 < 0$  のとき

つまり  $x < 3$  のとき

$$|x-3| = -(x-3)$$

$$= -x+3$$

$x+2 < 0$  のとき

つまり  $x < -2$  のとき

$$|x+2| = -(x+2)$$

$$= -x-2$$

$2x-3 < 0$  のとき

つまり  $x < \frac{3}{2}$  のとき

$$|2x-3| = -(2x-3)$$

$$= -2x+3$$

次の方程式、不等式を解け。

$$(1) |x - 3| = 2x \quad (2) |x - 4| \leq 2x + 1 \quad (3) |x + 1| > 5x$$

(1)

(P)  $x - 3 \geq 0$  のとき、つまり  $x \geq 3$  のとき

$$x - 3 = 2x$$

$$-x = 3$$

$$x = -3$$

これは  $x \geq 3$  より不適

(1)  $x - 3 < 0$  のとき、つまり  $x < 3$  のとき

$$-(x - 3) = 2x$$

$$-x + 3 = 2x$$

$$-3x = -3$$

$$x = 1$$

これは  $x < 3$  を満たす

よって  $\underline{x = 1}$

次の方程式、不等式を解け。

$$(1) |x - 3| = 2x$$

$$(2) |x - 4| \leq 2x + 1$$

$$(3) |x + 1| > 5x$$

(2)

$x - 4 \geq 0$  のとき、つまり  $x \geq 4$  のとき

$$x - 4 \leq 2x + 1$$

$$x - 2x \leq 1 + 4$$

$$-x \leq 5$$

$$x \geq -5$$

これと  $x \geq 4$  より  $x \geq 4 \cdots (P)$

$x - 4 < 0$  のとき、つまり  $x < 4$  のとき

$$-(x - 4) \leq 2x + 1$$

$$-x + 4 \leq 2x + 1$$

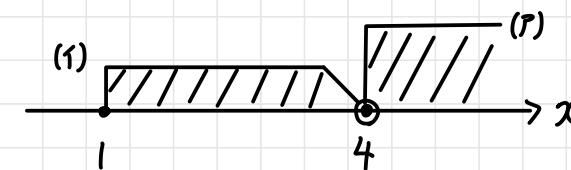
$$-x - 2x \leq 1 - 4$$

$$-3x \leq -3$$

$$x \geq 1$$

これと  $x < 4$  より  $1 \leq x < 4 \cdots (I)$

(P)(I) より



$$1 \leq x$$

次の方程式、不等式を解け。

$$(1) |x - 3| = 2x \quad (2) |x - 4| \leq 2x + 1 \quad (3) |x + 1| > 5x$$

(3)  $x + 1 \geq 0$  のとき、つまり  $x \geq -1$  のとき

$$x + 1 > 5x$$

$$-4x > -1$$

$$x < \frac{1}{4}$$

これと  $x \geq -1$  より  $-1 \leq x < \frac{1}{4}$  ... (7)

$x + 1 < 0$  のとき、つまり  $x < -1$  のとき

$$-(x + 1) > 5x$$

$$-x - 1 > 5x$$

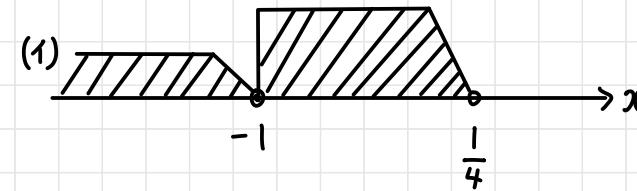
$$-x - 5x > 1$$

$$-6x > 1$$

$$x < -\frac{1}{6}$$

これと  $x < -1$  より  $x < -1$  ... (4)

(7)(4) も



$$\underline{x < \frac{1}{4}}$$