Exercice1: (5 pts)

On considère l'équation différentielle suivante: (E) $y'' - 2y' + y = e^{2x}$.

1) Résoudre l'équation différentielle $y'' - 2y' + y = 0$.

2) Vérifier que la fonction $u : x \mapsto e^{2x}$ est une solution de l'équation différentielle (E) .

3) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) .

4) Déterminer la solution φ de l'équation différentielle (E) qui vérifie $\varphi(0) = 0$ et $\varphi'(0) = 2$.

Exercice2 : (4,5 pts)

Une urne contient cinq jetons portant les numéros 0 ; 0 ; 1 ; 2 et 2.

On tire successivement et sans remise trois jetons de cette urne. On suppose que tous les jetons sont indiscernables au toucher.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe la somme des numéros des trois jetons tirés.

1) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?

2) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

3) Calculer , E(X) , l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

Exercice 3 :(6 pts)

Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = 2(x^2 - 2x)\ln x - x^2 + 4x \ ; \quad x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) Montrer que f est continue à droite en 0 .

2) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

3)a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0.

b) Interpréter géométriquement le résultat obtenu.

4) Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0, +\infty[$.

5) Montrer que f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$.

Exercice4 : (4,5 pts)

Calculer les intégrales suivantes:

$$I = \int_0^{\ln 2} e^{2x}\,dx \quad ; \quad J = \int_0^{\pi} \sin^2 x\,dx \quad ; \quad K = \int_1^{e} x^2 \ln x.dx$$