

Solution

bike

我们记 $T_n = \overline{S_n}$ ，然后有：

$$\begin{aligned} S_n &= S_{n-1} T_{n-1} \\ T_n &= T_{n-1} S_{n-1} \end{aligned}$$

我们用 $f[u][p][0/1]$ 来表示“从 u 号点开始走，走一个 S_p （或 T_p 如果第三维为1）的路径后到达的点集”（即 f 是一个点集，可以压位实现）。类似的，用 $g[u][p][0/1]$ 来表示另一个点集，对于该点集的点，都存在一条从该点出发，走一个 S_p （同样，根据第三维是0还是1来决定是 S_p 还是 T_p ）的路径，能够到达 u 。这样我们就可以用 f 和 g 相互递推（ $f[u][p-1][0]$ 和 $g[v][p-1][1]$ 如果有交集，则说明从 u 到某个点走 S_{p-1} ，从那个点到 v 走 T_{p-1} ，即存在一条路从 u 到 v 路径是 S_p ）

递推完了后，我们用 $dp[u][p][2]$ 表示“从 u 开始走，第一步步长最多为 S_p （或 T_p 如果第三位为1），最远能走多长。这个可以用 f 来动归。

最后，枚举最长的第一步是多长，即可。

其中 f 和 g 可以手写压位（用 unsigned long long 手写），也可以用 bitset。

（建议参考标程代码阅读上面的题解）

contest

我们根据 Landau's 判别法，可以发现：

$$30n \geq \frac{(n-1)n}{2}$$

从而解出：

$$n \leq 61$$

显然，我们先枚举 n 有多大，然后做一次 dp 来判断是否存在方案。

我们本质上要做的事情是，判断是否存在一种方案，将原来的每个 a 多复制几次，最终达到有 n 个数，并且满足判别法所要求的条件。

我们用： $dp[i][j][s]$ 表示，我现在一共有 i 个数，且最后一个数是 a_j ，所有数的和是 s ，并且前 i 个数满足判别法，这种方案是否存在（即 dp 存的值是 boolean）。每次的转移有两种：

- 第 $i+1$ 个数还是选择 a_j 。
- 第 $i+1$ 个数选择 a_{j+1} 。

最后，如果 $dp[n][m][C_n^2]$ 为 True，则说明这个 n 是合法的。

考虑怎么输出方案，显然，我们需要记录 dp 状态的转移过程（即每个状态的前驱状态是什么），然后根据这个信息计算出每个数分别出现了多少次。假设我现在得出了每个人获胜的次数分别是：

$$d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$$

将他们从小到大排序，然后将 d_1 对应的人赢 $d_2, d_3, \dots, d_{d_1+1}$ 这些人，输给其他人，然后递归构造（我们考虑，我们的子问题的 d 是满足判别法的，故一定有方案，故这种构造一定可以构造出解）。

（同样，可以参考代码理解上面的内容）

diameter

这道题，假如我们一开始回答了 (u, v) 的询问，就把它的答案保存下来，下次回答的时候直接输出。

然后我们每次询问如果用 $O(\text{较小的连通块大小})$ 这个复杂度解决，那么我们就可以用 $O(q \frac{n}{\sqrt{q}})$ 的时间复杂度解决（最坏情况下，每次询问的都是不同的连通块对，并且每个连通块对的大小都相同，从而有上面的复杂度）。

考虑怎么用上面的“较小的连通块大小”的复杂度解决，对于两个连通块，首先预处理出每个点到所在连通块的最远点的距离（ d_u ），假如连接的是 u 和 v 两个点，则新的树的直径是（其中 D_1, D_2 是原来连通块的直径）：

$$\max(D_1, D_2, d_u + d_v + 1)$$

如果我们可以枚举 u ，那么哪些 v 对应的贡献是 $\max(D_1, D_2)$ ，哪些 v 对应的贡献是 $d_u + d_v + 1$ 就可以快速的算出来（中间可能需要一个二分，所以实际的复杂度应该是 $O(a \log(b))$ ，其中 a 是较小的连通块大小， b 是较大的。

即使多个log，复杂度也是可以接受的。

（注意，期望值显然是：

$$E = \frac{\sum_{u \in U, v \in V} \max(D_U, D_V, d_u + d_v + 1)}{\text{size}[U] \text{size}[V]}$$

）