

Solution

Solution

facsum

20%

50%

100%

group

30%

100%

ccount

20%

40%

100%

facsum

20%

先预处理出来 $\varphi(n)$ 和 $\sigma_0(n)$ （可以暴力枚举约数来计算），然后再暴力枚举约数算 $f(n)$ ，最后求和。

复杂度 $O(n\sqrt{n})$ 。

50%

法一：先线性筛把 $\varphi(n)$ 和 $\sigma_0(n)$ 筛出来，然后我们可以先枚举 d ，然后枚举 d 的倍数，然后算对各个 f 的贡献。复杂度 $O(n\log(n))$ 。

法二：我们发现这个函数是个积性函数，我们考虑：

$$f(p^k) = p^{km}(k+1-pk)$$

然后，我们在线性筛的过程中，维护一下每个数的最小质因子 $\min p(i)$ ，该最小质因子对应的指数 $\min p k(i)$ ，以及将该最小质因子 p^k 那项去掉后剩下的部分 $other(i)$ 。这样我们就可以用积性函数的性质得到：

$$f(p^k c) = f(p^k) f(c)$$

对于 $c=1$ 的情况，我们用上面那个公式暴力算就行了。复杂度上界是： $O(n\log(n))$ 。

100%

对于每个质数我们先处理出来 p^m 是多少，然后算 $other(i) \neq 1$ 的情况和上面法二一样，对于 $i = p^k$ 这种项，我们考虑：

$$\frac{f(p^k)}{f(p^{k-1})} = p^m \frac{k+1-pk}{k-pk+p}$$

先线性处理出 $[1, n]$ 所有数的逆元，然后就可以 $O(1)$ 从 $f(p^{k-1})$ 转移到 $f(p^k)$ 。（但有个小case，就是当 $p=k=2$ 时，分母为0，不能用上面转移，直接暴力算就行了，就只有这一项不满足）。总复杂度 $O(n)$ 。

TIPS:关于线性求逆：

法一：先算出 $1!, 2!, \dots, n!$ 模意义下的值，然后求一次 $n!$ 的逆元，通过它依次算出 $(n-1)!, (n-2)!, \dots, 2!, 1!$ 的逆元，然后再算出每个数的逆元。

法二，考虑： $a \% b = a - (a/b) * b$ （这里的 $\%, /, *$ 都是c++中的含义）。然后列成同余式子：

$$a \% b \equiv -(a/b)b \pmod{a}$$

同时乘以 $(a \% b)^{-1}b^{-1}$ ，得到：

$$b^{-1} \equiv -(a/b)(a \% b)^{-1} \pmod{a}$$

即： $inverse[b] = -inverse[mod \% b] * (mod/b)$ 。

group

30%

直接暴力算数列，直到遇到一个出现过的数，这样后面出现的数前面一定都出现过了，所以直接看当前出现的数有多少个不同即可。

复杂度： $O(T \text{mod})$ 。

100%

因为 $\gcd(a, \text{mod}) = 1$ ，所以本质上那个数列是一个"环"，即是某一段数一直重复。

因为 $a^{\varphi(n)} \equiv 1$ ，所以该最小循环节一定是 $\varphi(n)$ 的约数（我们证明过的）。

所以我们可以直接枚举所有 $\varphi(n)$ 的约数，然后暴力check是否有 $a^d \equiv 1$ 。

复杂度： $O(T\sqrt{m} \log(m))$

ccount

20%

把组合数的表打出来，暴力check。

40%

考虑：

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

我们本质就是看分子分母中 5^k 中 k 是否相等，相等则不是5的倍数，否则就是。

然后我们有： $f(n) = f(n/5) + n/5$ ，其中 $f(n)$ 表示 $n!$ 中 5^k 中的 k 。

100%

根据lucas定理，可以在5进制下，做数位dp。