题解

January 20, 2018

1 chess

将棋盘二分染色后将会互相攻击的位置连边，最后就是求二分图的最大独立集，以及方案构造。

最大独立集大小 = 点数 - 最大匹配数

如果设 S 是最大独立集，T 是点的最小支配集，可以证明 S 和 T 刚好互补。

构造过程：

1. 先把所有未匹配点加入 S；

2. 如果 u 在 S 中，那么所有和 u 相连的点都在 T 中；

3. 如果 u 在 T 中，那么 u 的匹配点在 S 中；

4. 最后，如果还有点没在两个集合任意一个中，那么一定是左边的点和右边的点个数相同，且互为匹配点，把一边加入 S，一边加入 T 即可。

2 tower

首先假设知道了最后的排列顺序，我们可以先把这些塔尽量挤在一起，最后再插空。设最小总长度为 x，那么插空的方案数就是 $C(L-x+n,n)$。现在要求出 $F[x]$ 表示合法的排列数。我们可以从高到低确定每个塔的位置，设 $F[i][k][x]$ 表示确定到第 i 座塔，还有 k 个区间没有固定端点，最小长度为 x，那么转移相当于将 i 插入一个未确定区间中，分左右区间是否确定来转移即可。求出 F 的复杂度为 $O(n^4)$。最后需要求组合数，因为 $n <= 100, C(i,j) = C(i-1,j-1)+C(i-1,j)$，我们可以用矩阵快速幂先求出 $C(L-n^2+n,n)$，然后递推求出剩下的，这里复杂度为 $O(n^3 logL)$，总复杂度就是 $O(n^4)$。

3 stream

首先最大流就是最小割，对于 $M = N - 1$ 的树，很显然只需要割掉两点间最短的边;N, M 很小时可以直接建图暴力。

这样就拿到了前 30% 的部分分。

观察发现，我们或是断掉两点间所有简单路径都包含的任何一条边、或是断掉不同在两者间任意简单路径上但在一个环内的两条边。

我们考虑用线段树和树链剖分来解决。

将每个环断成链后接起来用一棵线段树来维护，再将环缩点。在得到的树中，把某一树点 u 的权值，设为以 u 的最顶端结点为 S、u 的父树点的最顶端结点为 T 的最小割 (在刚刚建出的线段树中查询)。

继而我们做树链剖分，对于一次询问 (S, T)，我们求出其 LCA，分别考虑两条深度递减的路径，并特判 (然后直接在线段树中查询) 一些特殊的情况，然后

重链直接在树链剖分结构内查询、轻边在一开始的线段树内查询, 取最小值即可; 对于修改, 若修改的是非环边, 直接在树剖结构内单点修改, 否则我们先在一开始建出的线段树中修改, 再修改树剖结构内该环对应的树点的重儿子的权值。

一道简单的静态仙人掌 (一点不在多个环内)...... 复杂度 $O(M + Qlog2N)$。