Solution

idy002

August 16, 2017

1 modlog

1.1 10%

暴力，不用快速幂。

1.2 30%

暴力，用快速幂。

1.3 另外 30%

解

$$x^a \equiv b \pmod m$$

如果 b 为 0，那么只有 $x = 0$ 一个解。所以以下讨论都建立在 $b \neq 1$ 的基础上。首先找到 m 的一个元根 g，然后求 b 的离散对数 $ind_g b$，方程就变成了：

$$a ind_g x \equiv ind_g b \pmod{m-1}$$

这个方程的每个解对应于原方程的一个解。

具体来说，如果 $(a, m-1) \not| ind_g b$，那么原方程无解，否则有 $(a, m-1)$ 个解。

1.4 100%

假如我们解出了上面那个方程：

$$ind_g x \equiv r \pmod s$$

其中：

$$s = \frac{m-1}{(m-1, a)}$$

我们的 $(m-1, a)$ 个解就是：

$$g^r, g^{r+s}, g^{r+2s}, \ldots, g^{r+m-1-s}$$

如果公比是 1，即 $g^s = 1 \pmod m$，那么和就是 $(m-1, a)g^r$。

如果公比不是 1，那么由等比数列求和更是我们会发现答案为 $0 \pmod m$。

2 sumit

2.1 30%

枚举暴力。复杂度 $O(n^2)$。

2.2 另外 30%

我们推一推反演公式，发现结果如下：

$$ans = \sum_{d=1}^{min(n,m)} \mu(d)dF(\lfloor\frac{n}{d}\rfloor, \lfloor\frac{m}{d}\rfloor)$$

其中：

$$F(a,b) = b\sum_{i=1}^{b} i + a\sum_{i=1}^{a} i$$

显然 $F(a,b)$ 可以直接算，于是我们就暴力枚举 d 即可，复杂度 $O(n)$。

2.3 100%

上面对 $\mu(d)d$ 求一个前缀和，我们就可以一块一块地跳。$O(\sqrt{n})$

3 secret

3.1 20%

dfs 暴力枚举每个数。

3.2 60%

我们因为有：

$$a_i = \sum_{i|j} b_j$$

所以：

$$b_i = a_i - \sum i \mid j \text{且} j \neq i b_j$$

然后从后往前算，就可以了。因为中间有个调和级数，所以复杂度 $O(nlogn)$。

3.3 100%

由莫比乌斯反演的另一种形式，我们有：

$$b_i = \sum_{i|j} a_j \mu(\frac{j}{i})$$

讲这里的 i 代成 1 即可。复杂度 $O(n)$。