

1 modeq

这道题就是一个普通的解方程，只是需要你输出两个特殊的解，我们如果有方程：

$$ax + by = c$$

我们首先用扩展欧几里得得到下面方程的解：

$$ax_0 + by_0 = d \ (d = (a, b))$$

如果 $d \nmid c$ ，则无解。如果 $d \mid c$ ，则有解，在方程两边同时乘以 $\frac{c}{d}$ ，得到：

$$a(x_0 \frac{c}{d}) + b(y_0 \frac{c}{d}) = c$$

所有解满足：

$$\begin{aligned} x &= x_0 \frac{c}{d} + t \frac{b}{d} \\ y &= y_0 \frac{c}{d} - t \frac{a}{d} \end{aligned}$$

其中 $t \in Z$ 。所以我们只需要将原方程得到的任一解的 x_0 对 $\frac{b}{d}$ 取模，或 y_0 对 $\frac{a}{d}$ 取模得到想要的解。

2 crt

中国剩余定理，因为 m 两两不互质，我们只能两两合并来做，首先把两个方程：

$$x \equiv a_1(m_1) \quad x \equiv a_2(m_2)$$

等价转换成解方程：

$$x = a_1 + m_1 t_1 = a_2 + m_2 t_2$$

其中 t_1, t_2 是未知数，我们只需要按照第一题一样的方式解方程，然后将 t_1 的解代入 $x = a_1 + m_1 t_1$ ，就能得到 x 的解，并且可以发现解的周期是 $[m_1, m_2]$ 。从而上面的两个方程等价于一个下面形式的方程：

$$x \equiv a_3([m_1, m_2])$$

其中 a_3 是解得的 x 的一个特解。我们这样一直做下去，就要么在一次合并中得出无解，要么就可以将方程组合成一个方程。

3 seq

很裸的一个线性递推，我们可以构造一个 $4 * 4$ 的矩阵用矩阵快速幂来加速转移，输出后 18 位只需要模 10^{18} 就行，因为模数很大，我们还需要为乘法操作写一个快速乘。

4 phica

由欧拉定理：

$$2^{f(n)} \equiv 2^{f(n) \bmod \varphi(107)} \pmod{107}$$

所以我们只要求出 $f(n) \bmod 106$ 即可，显然 $f(n)$ 是 Catalan 数列，所以：

$$f(n) = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1}$$

所以算出 100 以内的组合数就可以搞定了。