题目选讲

丁尧尧

August 19, 2018

Problem

没有兄弟的舞会 给你一棵 n 个点有根树,每个点有个权值,如果两个点有相同的父亲,则他们是兄弟。你现在需要找一个点集,其中最多有一对点是兄弟关系,问这个点集的权值和是多少? $1 < n < 10^5$.

2/5

Problem

没有兄弟的舞会 给你一棵 n 个点有根树,每个点有个权值,如果两个点有相同的父亲,则他们是兄弟。你现在需要找一个点集,其中最多有一对点是兄弟关系,问这个点集的权值和是多少? $1 < n < 10^5$.

Solution

贪心或树型 DP

Problem (序列期望)

令 X_1, X_2, \ldots, X_n 是整数随机变量, 其中 X_i 是从 $[l_i, r_i]$ 中随机选择的 一个整数, 令

$$h = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \tag{1}$$

$$Y = \prod_{i=1}^{n} (h+1-X_i)$$
 (2)

问模 $10^9 + 7$ 意义下 $\mathbb{E}[Y]$.

 $1 \le n \le 100, 1 \le l_i \le r_i \le 10^4.$

3/5

Problem (序列期望)

令 X_1, X_2, \ldots, X_n 是整数随机变量, 其中 X_i 是从 $[l_i, r_i]$ 中随机选择的一个整数, 令

$$h = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \tag{1}$$

$$Y = \prod_{i=1}^{n} (h+1-X_i)$$
 (2)

问模 $10^9 + 7$ 意义下 $\mathbb{E}[Y]$.

$$1 \le n \le 100, 1 \le l_i \le r_i \le 10^4.$$

Solution

枚举 h

◆□▶ ◆□▶ ◆ ≧ ▶ ◆ ≧ ・ 夕 Q (*)

Problem (带劲的 and 和)

给你一个 n 个点 m 条边的无向图,每个点有一个非负权值,点 i 的权值用 v_i 表示,令

$$f(i,j) = \mathbb{1}_{i \text{ 和 } j \text{ 连通}}$$

求:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} f(i,j) \times \max(v_i, v_j) \times (v_i \& v_j)$$

 $1 \le n \le 10^5$

Problem (带劲的 and 和)

给你一个 n 个点 m 条边的无向图,每个点有一个非负权值,点 i 的权值用 v_i 表示,令

求:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} f(i,j) \times \max(v_i, v_j) \times (v_i \& v_j)$$

$$1 \le n \le 10^5$$

Solution

先求连通块,对于同一个连通块的所有权值从小到达排序,然后从前往后算,其中 $v_i \& v_j$ 需要记录每一位出现多少次。

4 □ ト 4 □ ト 4 亘 ト 4 亘 ・ 夕 Q ○

August 19, 2018

4/5

2018 Multi-University Training Contest 8

Problem (Character Encoding)

求

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = k \quad (0 \le x_i < n)$$

的方案数 $(模 10^9 + 7)$ 。

 $1 \le m, k, n \le 10^5$.

2018 Multi-University Training Contest 8

Problem (Character Encoding)

求

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = k \quad (0 \le x_i < n)$$

的方案数 (模 109+7)。

 $1 \leq m, k, n \leq 10^5.$

Solution

容斥

$$d_{t+1} = \sum_{i=1}^{n} \rho_{\mathrm{LCA}(x,i)} d_t(x).$$

6/5