ソフトウェア総合演習 I

道路建設計画支援システム　フェーズ 1

小課題１　交差地点の検出

与えられた２本の道（線分）に対して、交差地点を検出し出力する．ただし、ある道が別の道の端点のみで接する場合、その地点は交差地点とはみなさない．

制約

3≦N≦4，M=2，0≦x,y≦1000，P=0，Q=0．

出力

交差地点の座標を出力する．ただし、交差地点が無い場合は NA と出力する．

小数点以下は５桁出力するが、省略できる場合は省略しても良い（例えば 1.00000 は 1 と表示しても良い）．

入出力例

入力例１	出力例１
4 2 0 0 0 0 5 5 2 5 7 1 1 2 3 4	3.66667 3.66667

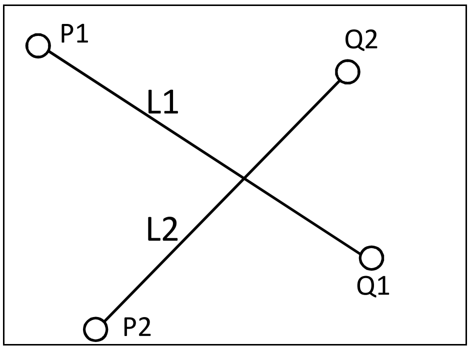
入力例２	出力例２
4 2 0 0 0 0 5 5 2 5 7 1 1 3 2 4	NA

入力例３	出力例３
4 2 0 0 5 5 9 5 4 7 7 1 1 2 3 4	NA

考察例

最初の小課題なので、比較的詳細に考察例を記述する．今回または以降の小課題での考察の参考にしてよいが、同じ方法を使う必要はない．

交差地点の位置はパラメータを使った線分同士の交差判定でもとめることができる．右図のように点 P1 と Q1 から成る線分 L1 と，点 P2 と Q2 から成る L2 が交差するか考える．P1 の座標を(x_{P1}, y_{P1})，Q1 の座標を(x_{Q1}, y_{Q1})とする．



線分 L1 上にある点は、パラメータ s (0≦s≦1)を使って以下のように書ける

$$x = x_{P1} + (x_{Q1} - x_{P1})s \tag{1}$$
$$y = y_{P1} + (y_{Q1} - y_{P1})s \tag{2}$$

同様に，P2 の座標を(x_{P2}, y_{P2})，Q2 の座標を(x_{Q2}, y_{Q2})とすると，線分 L2 上にある点はパラメータ t (0≦t≦1)を使って以下のように書ける

$$x = x_{P2} + (x_{Q2} - x_{P2})t \tag{3}$$
$$y = y_{P2} + (y_{Q2} - y_{P2})t \tag{4}$$

パラメータ s と t についての連立方程式を立てる． 式(1)=式(3)と式(2)=式(4)から

$$(x_{Q1} - x_{P1})s - (x_{Q2} - x_{P2})t = x_{P2} - x_{P1}$$
$$(y_{Q1} - y_{P1})s - (y_{Q2} - y_{P2})t = y_{P2} - y_{P1}$$

より

$$\begin{bmatrix} x_{Q1} - x_{P1} & -(x_{Q2} - x_{P2}) \\ y_{Q1} - y_{P1} & -(y_{Q2} - y_{P2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s \\ t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{P2} - x_{P1} \\ y_{P2} - y_{P1} \end{Bmatrix}$$

この連立方程式を解けば s と t が求まる．ただし、左辺の係数行列の行列式が 0 の場合解が求まらないのでその場合は交差が無いと考えることが出来る．つまり、左辺の係数行列を[A]とおけば

$$[A] = \begin{bmatrix} x_{Q1} - x_{P1} & -(x_{Q2} - x_{P2}) \\ y_{Q1} - y_{P1} & -(y_{Q2} - y_{P2}) \end{bmatrix}$$

であり、 行列式は

$$|A| = (x_{Q1} - x_{P1})(y_{P2} - y_{Q2}) + (x_{Q2} - x_{P2})(y_{Q1} - y_{P1}) \tag{5}$$

このとき、s と t は以下のように求められる

$$\begin{Bmatrix} s \\ t \end{Bmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} y_{P2} - y_{Q2} & x_{Q2} - x_{P2} \\ y_{P1} - y_{Q1} & x_{Q1} - x_{P1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{P2} - x_{P1} \\ y_{P2} - y_{P1} \end{Bmatrix} \tag{6}$$

交差地点の x 座標は式(1)に s を代入するか、式(3)に t を代入すれば求まり、y 座標は式(2)に s を代入するか、式(4)に t を代入すれば求まる.

以上の交差判定アルゴリズムをまとめると以下のようになる.

Step 1.	If 式(5) = 0 Else	交差無し Step 2 へ
Step 2.	式(6)から s, t を求める	Step 3 へ
Step 3.	If 0≦s≦1 かつ 0≦t≦1 Else	交差有り Step 4 へ 交差無し
Step 4.	交差地点の x,y 座標を求める. 式(1)か式(3)に s を代入して x 座標を求める 式(2)か式(4)に t を代入して y 座標を求める	

Step 1 で式(5)の値を double 型などで計算した値が 0 かどうかチェックする場合, 0 の値にある程度の幅を持たせてチェックする必要がある. つまり, ごく小さな値 EPS を定義し, -EPS≦式(5) ≦EPS の条件を満たす場合は 0 であると判定しなければならない. このとき、EPS の値は 10^{-7} から 10^{-8} 程度に取られることが多い.

（”≦”の条件は端点で線が他の線に触れる場合も交差とみなすことに注意せよ）

小課題２　交差地点の列挙

与えられた道データに対して、すべての交差地点を検出し、指定された順番に出力する.

制約

2≦N≦200，1≦M≦100，0≦x,y≦1000，P=0，Q=0.

出力

すべての交差地点に番号を割り当て、その番号順に交差地点の座標を出力する.

交差地点の番号は 1 から始まり、x 座標の小さいものから順番に割り当てていく. x 座標が同じ交差地点があった場合、 y 座標がより小さい交差地点から先に番号を付ける.

入出力例

入力例	出力例
6 5 0 0 0 0 2 5 4 7 5 5 7 1 9 5 1 4 1 6 2 5 3 5 4 6	3.66667 3.66667 4.86885 2.70492 5.86957 3.26087

小課題３　最短経路の距離

これまでに実装した機能に加えて、与えられた始点と終点の最短経路の距離を求める.始点と終点には地点または交差地点の番号が与えられる.

s_i や d_i に交差地点番号が与えられる場合、文字 C が番号の前に付けられる．例えば、s_i=1 d_i=C1 であれば、i 番目の最短経路問い合わせは、始点が地点番号 1 であり、終点が交差地点番号 1 の間に対するものである.

また、与えられた地点で道同士が交差している場合、その地点に接しているどの道へも行くことが出来ることに注意せよ.

制約

$2 \leqq N \leqq 1000$, $1 \leqq M \leqq 500$, $0 \leqq x,y \leqq 10^4$, $P=0$, $0 \leqq Q \leqq 100$.

出力

各始点と終点のペアに対して、最短経路の距離を出力する．　ただし、存在しない地点に対する最短距離の問い合わせが来た場合や到達できない場合は NA と出力する.

入出力例

入力例	出力例
6 5 0 5 0 0 2 5 4 7 5 5 7 1 9 5 1 4 1 6 2 5 3 5 4 6 1 4 1 5 6 1 C1 6 1 C1000 1 1 C1 C3 1	7.07107 6.10882 5.88562 NA 2.68432

指針

すべての地点と交差地点を節点、道を辺、距離を辺の重みとした重み付きグラフを作る.
そうすればグラフ上の最短距離を求める問題にできそう.

小課題４　最短経路

これまでに実装した機能に加えて、与えられた始点と終点の最短経路の経由地点を求める．始点と終点には地点または交差地点の番号が与えられる．交差地点番号も経由地点に含まれることに注意せよ．

制約

$2 \leqq N \leqq 1000$, $1 \leqq M \leqq 500$, $0 \leqq x,y \leqq 10^4$, $P=0$, $0 \leqq Q \leqq 100$.

出力

各始点と終点のペアに対して、最短経路を出力する．最初に最短経路の距離を出力し、改行してから始点と終点を含めたすべての経由地点の地点番号または交差地点番号を空白区切りで出力する．ただし、存在しない地点に対する最短距離の問い合わせが来た場合や到達できない場合は NA と出力する．同じ距離の最短経路が複数あれば、経由地点を並べたものを文字列と考えたときに辞書順で小さい方をより短い経路とみなす．

入出力例

入力例	出力例
6 5 0 5 0 0 2 5 4 7 5 5 7 1 9 5 1 4 1 6 2 5 3 5 4 6 1 4 1 5 6 1 C1 6 1 C1000 1 1 C1 C3 1	7.07107 1 C1 4 6.10882 5 C3 6 5.88562 C1 4 6 NA 2.68432 C1 C2 C3