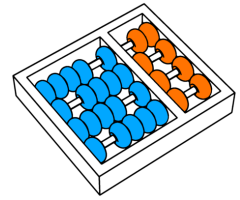


Introdução ao Processamento Digital de Imagem
MC920 / MO443

Prof. Hélio Pedrini

Instituto de Computação

UNICAMP

http://www.ic.unicamp.br/~helio

1º Semestre de 2023

Roteiro

1. Compressão
   - Redundância de Dados
   - Elementos de Teoria da Informação
   - Métodos de Compressão
   - Compressão sem Perdas
   - Compressão com Perdas
   - Padronização de Compressão de Imagens

Compressão de Imagens

- As técnicas de compressão de imagens surgiram devido à necessidade de se reduzir o espaço requerido para o armazenamento e o tempo necessário para a transmissão de imagens.
- Tipicamente, imagens ocupam grandes quantidades de memória.

Exemplo:

Uma imagem colorida com dimensões de 1024×1024 pixels, cada pixel representado por 24 bits, requer 3 Mbytes para seu armazenamento sem compressão.

- Dessa forma, o armazenamento de um elevado número de imagens digitais pode acarretar em alto custo computacional, tais como em aplicações que manipulam imagens médicas, imagens de satélites e bases de vídeo.

Compressão de Imagens

- A transmissão de imagens digitais demanda requisitos elevados em termos de armazenamento e largura de banda dos canais de comunicação.

Exemplo:

Um vídeo com duração de 1 minuto formado por imagens de 512×512 pixels, exibidas a uma taxa de 30 imagens por segundo, cada pixel representado por 24 bits, requer aproximadamente 1.4 Gbytes para seu armazenamento.

- O uso de técnicas de compressão pode proporcionar grande economia em aplicações que demandam alto desempenho em tempo real, tais como em videoconferência, televisão digital, telemedicina e comunicação militar via satélite.

Compressão de Imagens

- As técnicas de compressão de imagens normalmente são classificadas em duas categorias:
  - *compressão sem perda:* a imagem resultante após o processo de descompactação é exatamente igual à imagem original. Esse tipo de compressão é utilizado em aplicações em que os dados são de difícil aquisição ou contêm informação que não deve ser alterada pelo processo de compressão, como em diagnóstico médico por imagens.
  - *compressão com perda:* nem toda a informação é recuperada após a descompactação da imagem. Aplicações típicas incluem a videoconferência e televisão digital, em que a perda de certas informações pode ser tolerada pelo receptor.
- As técnicas de compressão de imagens são baseadas na redução de redundâncias que existem na representação dos dados.
- Há diversas maneiras de descrever a redundância em imagens digitais.

Redundância de Dados

- A *redundância de dados* é um conceito fundamental em compressão de imagens.
- *Informação* é a porção dos dados que deve ser preservada tal que a interpretação de seu significado ou propósito possa ser realizada corretamente.
- A informação contida em um conjunto de dados normalmente é medida em bits para propósitos de armazenamento ou em bits por segundo para propósitos de transmissão em um canal de comunicação.
- A redundância de dados é uma entidade matematicamente quantificável: se n_1 e n_2 denotam o número de unidades de transporte de informação (bits, por exemplo) em dois conjuntos de dados que representam a mesma informação, a taxa de compressão pode ser expressa por

$$C_R = \frac{n_1}{n_2} \tag{1}$$

Redundância de Dados

- A redundância de dados relativa R_D do primeiro conjunto de dados (aquele caracterizado por n_1) pode ser definida como

$$R_D = 1 - \frac{1}{C_R} \tag{2}$$

- Uma taxa de compressão de 10 (ou 10:1), por exemplo, significa que o primeiro conjunto de dados possui 10 unidades de transporte de informação para cada unidade no segundo conjunto ou, de forma similar, 90% dos dados no primeiro conjunto são redundantes, uma vez que o segundo conjunto transporta o mesmo volume de informações com apenas 10% dos dados utilizados no primeiro.
- As redundâncias de dados que podem ser identificadas e exploradas em compressão de imagens são, em geral, classificadas em três categorias:
  - redundância de codificação.
  - redundância interpixel.
  - redundância psicovisual.

Redundância de Codificação

- Seja f uma imagem com L níveis de cinza. Cada um dos níveis de cinza i $(i = 0, 1, ..., L-1)$ ocorre com probabilidade p_i, tal que

$$p_i = \frac{n_i}{n} \tag{3}$$

em que n_i é o número de pixels de intensidade i e n é o número total de pixels na imagem.

- O número médio de bits necessários para codificar cada pixel em uma imagem é dado pelo somatório do produto do número de bits $l(i)$ utilizados para representar cada nível de cinza i e a probabilidade com que o nível de cinza ocorre na imagem, ou seja

$$\overline{L} = \sum_{i=0}^{L-1} l(i)\, p_i \tag{4}$$

- Assim, o número total de bits necessários para codificar uma imagem com dimensões $n = M \times N$ pixels é dada por $MN\overline{L}$.
- Um código é denominado *ótimo* se seu comprimento mínimo é igual a $\overline{L}$.

Redundância de Codificação

Exemplo:

Seja uma imagem com sete níveis de cinza distintos, conforme a distribuição de probabilidade mostrada na tabela a seguir.

Nível de cinza (i)	0	1	2	3	4	5	6
Probabilidade $P(i)$	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64	1/128

Tabela: Distribuição dos níveis de cinza em uma imagem monocromática.

Como há sete níveis distintos, seriam necessários 3 bits para representar cada nível de cinza. Entretanto, caso fosse utilizada a representação da tabela a seguir

Nível de cinza (i)	0	1	2	3	4	5	6
Código	0	10	110	1110	11110	111110	1111110

Tabela: Codificação dos níveis de cinza.

Redundância de Codificação

Exemplo:

seriam necessários

$$\overline{L} = \sum_{i=0}^{6} l(i)\, p_i = 1(1/2) + 2(1/4) + 3(1/8) + 4(1/16) + 5(1/32) +$$

$$= 6(1/64) + 7(1/128) \approx 1.93 \text{ bits}$$

A partir da equação 1, tem-se que a taxa de compressão resultante C_R é igual a 3/1.93 ou 1.55. Assim, o nível de redundância, determinado pela equação 2, é dado por

$$R_D = 1 - \frac{1}{1.55} \approx 0.35$$

Redundância de Codificação

- A maneira de codificar os níveis de cinza da imagem pode gerar grandes diferenças na quantidade de informação requerida para representar a imagem.
- Se os códigos utilizados para representar os níveis de cinza tiverem um número de símbolos (ou seja, bits) maior que o valor absolutamente necessário, a imagem apresentará *redundância de codificação*.
- Para ilustrar o conceito de redundância de codificação, seja uma imagem de dimensões 320×320 pixels com apenas quatro níveis de cinza, os quais podem ser representados por quatro símbolos diferentes, A, B, C e D.

Redundância de Codificação

- O nível de cinza A aparece em $3/4$ da imagem, o nível B aparece em $1/8$ e cada um dos níveis C e D aparece em $1/16$ da imagem.
- Como há quatro níveis de cinza, torna-se natural utilizar apenas dois bits para representar cada pixel, ou seja, o número total de bits utilizados neste caso é igual a 204800 bits, conforme tabela a seguir.

Nível de cinza	Codificação	Número de pixels	Número de bits
A	00	76800	153600
B	01	12800	25600
C	10	6400	12800
D	11	6400	12800
			Total: 204800

- Entretanto, como alguns níveis de cinza são mais frequentes que outros na imagem apresentada neste exemplo, cada nível de cinza possui uma probabilidade diferente de ocorrer, tal que representar cada pixel com dois bits pode não ser a melhor escolha.

Redundância de Codificação

- Uma outra codificação possível seria utilizar menos bits para os níveis de cinza mais frequentes (consequentemente, mais bits seriam utilizados para os níveis de cinza menos frequentes), de modo a tentar reduzir o número de bits utilizados para representar toda a imagem.
- A tabela a seguir mostra um exemplo de possível codificação.

Nível de cinza	Codificação	Número de pixels	Número de bits
A	0	76800	76800
B	10	12800	25600
C	110	6400	19200
D	111	6400	19200
			Total: 140800

- Na representação por códigos de comprimento variável, mesmo utilizando um número maior de bits para alguns níveis de cinza, a mesma imagem ocupa somente 68.75% do seu tamanho inicial, ou seja, foi obtida uma compactação um pouco acima de 10:7.

Redundância de Codificação

- Outra forma de explorar a redundância de codificação seria procurar, em todo o código, agrupamentos de símbolos que se repetem e, então, atribuir a eles um único símbolo novo.
- Em geral, a redundância de codificação está presente quando os códigos atribuídos a um conjunto de eventos (tal como os níveis de cinza da imagem) não foram escolhidos de forma a explorar as probabilidades dos eventos.

Redundância Interpixel

- Enquanto a redundância de codificação explora a proporção desbalanceada de cada símbolo, a *redundância interpixel* explora a característica de que pixels vizinhos em uma imagem normalmente possuem alguma relação ou similaridade.
- Tipicamente, a maioria dos pixels possui valores não muito diferentes de seus vizinhos. Então, como o valor de cada pixel é razoavelmente previsível a partir dos valores dos seus vizinhos, a informação que cada pixel carrega é relativamente pequena.
- Muito da contribuição visual de um único pixel para uma imagem é redundante, pois ela poderia ser prevista com base nos valores dos pixels adjacentes.
- Para aproveitar essa característica, a representação da imagem por uma matriz bidimensional de pixels, utilizada para visualização e interpretação humana, já não é mais um modelo eficiente.

Redundância Interpixel

- Torna-se necessário transformar a matriz de pixels em um formato mais adequado, evitando que as mesmas informações sejam associadas a cada pixel e seus vizinhos.
- Uma possível representação seria armazenar apenas a diferença entre pixels adjacentes.
- Devido à tendência de pixels vizinhos possuírem valores próximos, essa diferença entre eles geraria, em sua maioria, valores pequenos.
- Esse fato aliado a algum método de redução da redundância de codificação, tal como a utilização de códigos de comprimento variável, reduziria ainda mais o número de bits necessários para armazenar uma imagem.
- Um outro exemplo de representação que explora a redundância interpixel é a *codificação por comprimento de corrida*, que explora o fato de que algumas imagens possuem regiões com muitos pixels vizinhos idênticos.

Redundância Interpixel

- Conforme pode ser observado na figura a seguir, um grande número de pixels consecutivos pode possuir o mesmo valor, preto (0) ou branco (1).

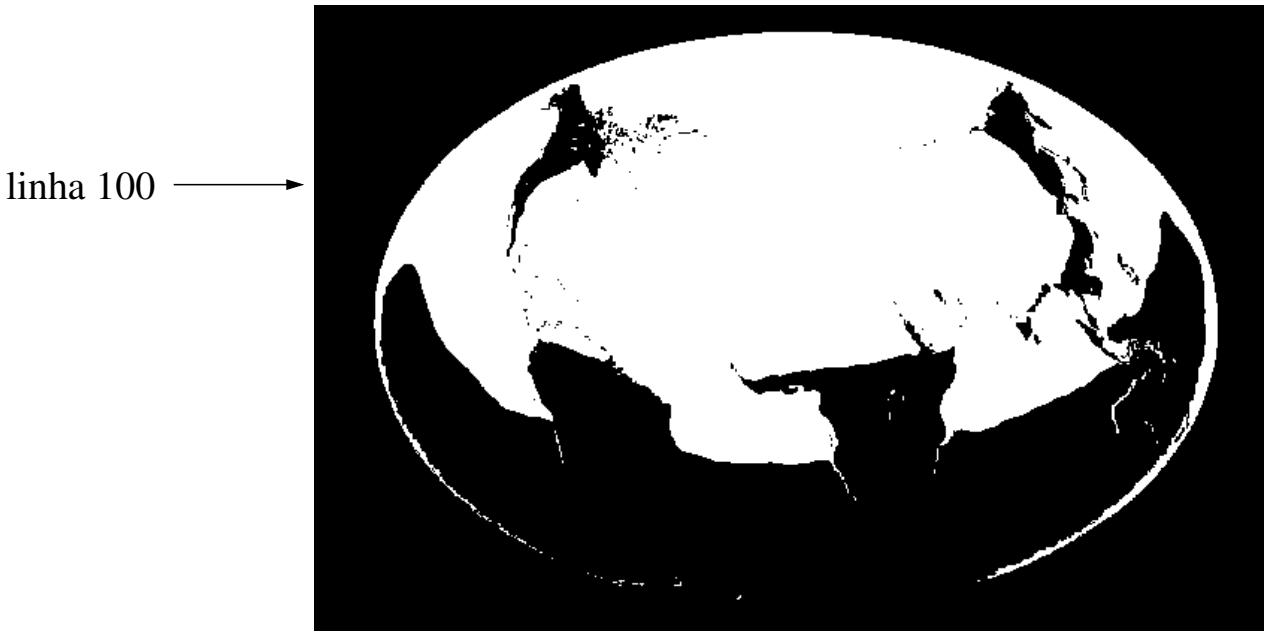


Figura: Imagem binária e suas linhas.

Redundância Interpixel

- A codificação por comprimento de corrida percorre cada linha da imagem e, em vez de armazenar o valor preto (0) ou branco (1) para cada pixel, armazena apenas a intensidade ou cor e o número de pixels iguais para cada grupo de pixels idênticos.
- Assumindo uma imagem com 320 pixels de largura e 280 pixels de altura, as primeiras linhas, que possuem apenas pixels pretos, seriam representadas por $(0, 320)$ em que 0 é a cor preta e 320 é o número de pixels com esta cor.

Redundância Interpixel

- A codificação por comprimento de corrida para a linha 100, destacada na figura anterior, corresponderia à sequência dada por

$$(0,42)(1,39)(0,11)(1,5)(0,8)(1,113)(0,7)(1,43)(0,52)$$

portanto, mais compacta que a codificação que armazenaria um símbolo para cada um dos 320 pixels desta linha, dada por

00000000000000000000000000000000000000001111111111111111111111
11111111111111110000000000011111000000011111111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111111100000001111111111111111111111111111111
11111111111000000000000000000000000000000000000000000000000000

Redundância Psicovisual

- Outra característica importante que pode ser explorada na compressão de imagens é a imprecisão do sistema visual humano em perceber certos detalhes em uma imagem.
- Uma pequena diferença de intensidade luminosa entre duas áreas distintas de uma imagem, por exemplo, pode não ser percebida pelo olho humano.
- Essas imprecisões resultam no fato de que o sistema visual humano não responde com a mesma sensibilidade a todas as informações visuais.
- Algumas informações, denominadas *psicovisualmente redundantes*, possuem menor importância relativa do que outras no processamento visual e podem ser eliminadas sem prejudicar significativamente a percepção da imagem.
- Essa redundância difere das demais por permitir que dados presentes na imagem possam ser eliminados de forma irreversível.
- Consequentemente, a imagem resultante não é igual à imagem original.

Redundância Psicovisual

- Exemplo de compactação baseada na redundância psicovisual, em que os tons de cinza de uma imagem monocromática são quantizados em quatro níveis diferentes de profundidade.

(a) $L = 256$

(b) $L = 128$

(c) $L = 64$

(d) $L = 32$

Elementos de Teoria da Informação

- A teoria da informação possibilita a determinação da quantidade mínima de dados necessária para representar uma imagem sem perda de informação.
- A geração de informação pode ser modelada como um processo probabilístico, no qual um evento aleatório E que ocorre com probabilidade $P(E)$ contém

$$I(E) = \log_b \frac{1}{P(E)} = -\log_b P(E) \tag{5}$$

  unidades de informação.
- A quantidade $I(E)$, conhecida como *auto-informação* atribuída ao evento E, é inversamente proporcional à probabilidade de ocorrência de E. Se $P(E) = 1$, ou seja, o evento sempre ocorre, então $I(E) = 0$ e, portanto, nenhuma informação é a ele atribuída.

Elementos de Teoria da Informação

- Isso quer dizer que, pelo fato de não existir nenhuma incerteza associada ao evento, nenhuma informação precisaria ser transferida para comunicar que o evento ocorreu.
- Entretanto, se $P(E) = 0.99$, a comunicação de que E ocorreu transfere uma pequena quantidade de informação.
- Por outro lado, a comunicação de que E não ocorreu requer mais informação, pois esse resultado é menos provável.
- A base do logaritmo na equação 5 determina a unidade utilizada para medir a informação. Se a base b for utilizada, a medida conterá b unidades. Caso a base 2 seja selecionada, a unidade resultante de informação é chamada de *bit*.
- Pode-se notar que, se $P(E) = 1/2$, então $I(E) = -\log_2 1/2$, isto é, 1 bit.
- Assim, 1 bit corresponde à quantidade de informação transferida quando um dos dois eventos possíveis, igualmente prováveis, ocorre. Um exemplo simples de tal situação é a comunicação do resultado do lançamento de uma moeda.

Elementos de Teoria da Informação

- Quando a informação $I(E)$ é transferida entre uma fonte de informação e um usuário da informação, diz-se que a fonte está conectada ao usuário por um meio físico chamado de *canal de informação*.
- O canal pode ser uma linha telefônica, um cabo entre computadores ou um caminho de propagação de ondas eletromagnéticas.
- A figura a seguir mostra um diagrama simples para um sistema de informações discreto.

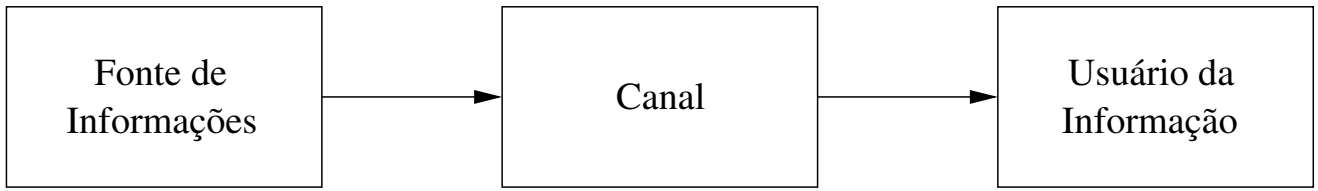


Figura: Sistema de informações.

Elementos de Teoria da Informação

- A informação média por saída da fonte, denotada $H(\mathrm{v})$, é definida como

$$H(\mathrm{v}) = -\sum_{i=1}^{K} P(s_i)\ \log P(s_i) \tag{6}$$

  e é denominada *incerteza* ou *entropia* da fonte, em que v representa o conjunto de todas as probabilidades dos símbolos da fonte.
- Ela define a quantidade média de informação obtida pela observação de uma única saída da fonte.
- Conforme a sua magnitude aumenta, mais incerteza e, portanto, mais informação estará associada com a fonte.
- Se os símbolos-fontes são igualmente prováveis, a entropia ou incerteza é maximizada e a fonte fornece a maior informação média possível por símbolo-fonte.

Exemplo:

Seja a imagem de 6×6 pixels, com cinco níveis de cinza distintos, apresentada na figura a seguir.

93	82	82	77	82	98
77	65	93	98	98	82
82	93	98	77	82	77
82	93	98	77	65	65
93	65	65	98	77	82
77	82	98	65	77	77

Figura: Imagem com cinco níveis de cinza distintos.

Elementos de Teoria da Informação

Exemplo:

Portanto, a distribuição dos níveis de cinza na imagem é dada pelas probabilidades mostradas na tabela a seguir.

Nível de cinza (i)	0	1	2	3	4
n_i	6	9	9	5	7
$p(i)$	0.17	0.25	0.25	0.14	0.19

Tabela: Probabilidades de ocorrência dos níveis de cinza na imagem.

Assim, a entropia da imagem f é dada por

$$H = -\sum_{i=0}^{4} p_i \log_2 p_i = -(0.17 \log_2 0.17 + 0.25 \log_2 0.25 + 0.25 \log_2 0.25 + 0.14 \log_2 0.14 + 0.19 \log_2 0.19) \approx 2.29$$

Elementos de Teoria da Informação

- Os conceitos anteriores são baseados no modelo mostrado no sistema de informações discreto, que contém uma fonte de informações, canal e usuário.
- Um sistema de comunicação será agora adicionado ao modelo, tal que novos conceitos poderão ser apresentados sobre codificação ou representação da informação.
- O sistema de comunicação, inserido entre a fonte e o usuário, consiste em um codificador e um decodificador, conforme mostrado a seguir.

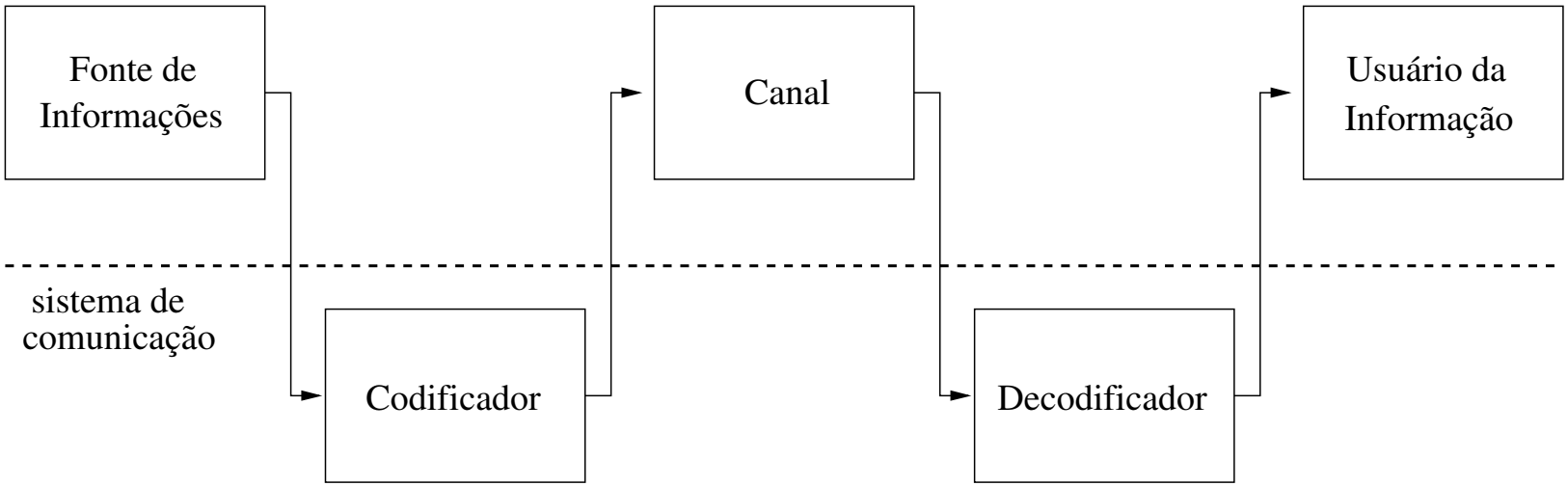


Figura: Sistema de comunicação.

Elementos de Teoria da Informação

- A *eficiência* η da codificação pode ser definida como

$$\eta = \frac{H(\mathrm{v})}{\overline{L}} \tag{7}$$

Métodos de Compressão de Imagens

- Métodos de *compressão sem perdas* permitem a codificação e decodificação de imagens livres de erros.
  - Em muitas aplicações, a imagem após sua decodificação deve permanecer exatamente igual à imagem original, ou seja, não deve ocorrer perda de dados durante o processo de compressão.
  - Em aplicações médicas, por exemplo, a perda de informação pode comprometer a precisão de um diagnóstico.
- Métodos de *compressão com perdas* procuram elevar a taxa de compactação por meio da exclusão de parte da informação contida na imagem.
  - Conforme discutido anteriormente, as codificações que exploram as redundâncias psicovisuais eliminam dados presentes nas imagens sem comprometer significativamente a qualidade das imagens.

Compressão sem Perdas

- Há várias aplicações que requerem elevada quantidade de espaço de armazenamento em sua forma natural, por exemplo, o processamento e a análise de um número elevado de imagens de satélites, imagens médicas ou documentos digitalizados.
- Em muitas situações, uma pequena variação na intensidade de pixels, mesmo que imperceptíveis ao sistema visual humano, pode resultar em uma diferença significativa nos resultados da análise das imagens.
- Nesses casos, compressões são necessárias para reduzir o espaço de armazenamento, entretanto, perdas ou erros não podem ser admitidos durante o processo de codificação e decodificação das imagens.
- Os métodos de compressão sem perdas exploram principalmente a redundância de codificação e a redundância interpixel.

Codificação de Huffman

- A *codificação de Huffman* (1952) explora apenas a redundância de codificação para compactar imagens.
- Conforme descrito anteriormente, cada símbolo (que representa, por exemplo, um nível de cinza) pode ser substituído por um código de comprimento variável, de forma que os símbolos que ocorrem mais frequentemente na imagem recebem códigos menores que os códigos dos símbolos menos frequentes.
- Para que cada símbolo seja identificado corretamente no processo de decodificação, nenhum código pode ser prefixo de outro código de comprimento maior.
  - Códigos que satisfazem essa propriedade são conhecidos como *códigos livres de prefixo*.

Codificação de Huffman

- O primeiro passo para a geração dos códigos de comprimento variável utiliza um processo chamado de *redução de fontes*, que ordena decrescentemente as probabilidades com que cada símbolo ocorre na imagem e agrupa os dois símbolos com menor probabilidade em um novo símbolo.
- Essa operação é repetida até que restem apenas dois símbolos.
- A tabela a seguir ilustra a codificação de Huffman para um conjunto de seis símbolos, S_1 a S_6.

Tabela: Etapa de redução de fonte na codificação de Huffman.

Fontes Originais		Redução de Fontes			
Símbolo	Probabilidade	1	2	3	4
S_2	0.40	0.40	0.40	0.40	0.60
S_6	0.30	0.30	0.30	0.30	0.40
S_1	0.10	0.10	0.20	0.30	
S_4	0.10	0.10	0.10		
S_3	0.06	0.10			
S_5	0.04				

Codificação de Huffman

- Na redução de fonte, as duas menores probabilidades, 0.06 e 0.04, são combinadas para formar um símbolo de probabilidade 0.1.
- Esse símbolo e sua probabilidade são colocados na primeira coluna da redução de fontes, tal que as probabilidades da fonte reduzida são também ordenadas decrescentemente.
- O mesmo processo é aplicado às demais colunas.

Codificação de Huffman

- O segundo passo da codificação de Huffman atribui um código a cada fonte reduzida, iniciando na ordem inversa a que foram obtidas até a fonte original. Os símbolos 0 e 1 são atribuídos aos símbolos à direita na tabela a seguir.

Tabela: Atribuição de códigos de Huffman.

Fontes Originais		Redução de Fontes								
Símbolo	Probabilidade	Código	1		2		3		4	
S_2	0.40	1	0.40	1	0.40	1	0.40	1	0.60	0
S_6	0.30	00	0.30	00	0.30	00	0.30	00	0.40	1
S_1	0.10	011	0.10	011	0.20	010	0.30	01		
S_4	0.10	0100	0.10	0100	0.10	011				
S_3	0.06	01010	0.10	0101						
S_5	0.04	01011								

- Adiciona-se um bit a cada símbolo previamente agrupado. Essa operação é repetida para cada fonte reduzida até que a fonte original seja atingida.
- O código de Huffman final é mostrado na terceira coluna da tabela.

Codificação de Huffman

- Para esse exemplo, o comprimento médio do código é

$$\overline{L} = 0.40 * 1 + 0.30 * 2 + 0.10 * 3 + 0.10 * 4 + 0.06 * 5 + 0.04 * 5 =$$
$$= 2.2 \text{ bits/símbolo}$$

  que é um valor próximo da entropia (2.14 bits/símbolo).
- De acordo com a equação 7, a eficiência do código de Huffman resultante é $2.14/2.2 = 0.973$.
- A codificação de Huffman produz um código único a cada símbolo, o que permite a decodificação sem perda de informação.
  - Para a sequência 010100111100 codificada conforme o exemplo mostrado na tabela anterior, a primeira palavra válida é 01010, que corresponde ao símbolo S_3.
  - O próximo código válido é 011, que corresponde ao símbolo S_1.
  - De maneira análoga para as próximas palavras, obtém-se a sequência decodificada $S_3 S_1 S_2 S_2 S_6$.

Codificação de Huffman

- A técnica de Huffman é descrita no algoritmo a seguir.

Algoritmo 1 Codificação de Huffman

1: Os símbolos da fonte são listados em ordem decrescente de probabilidade.
2: Os dois símbolos com menor probabilidade recebem o valor 0 e 1. Esses dois símbolos são combinados em um novo símbolo, cuja probabilidade é igual à soma das duas probabilidades originais. A probabilidade do novo símbolo é ordenada de acordo com seu valor.
3: O procedimento é repetido até que os dois últimos símbolos recebam o valor 0 e 1.
4: O código para cada símbolo original da fonte é formado pelo percurso inverso na sequência de valores 0 e 1.

Codificação de Huffman Modificada

- Quando o número de símbolos que necessitam ser codificados é muito elevado, a geração dos códigos de Huffman torna-se uma tarefa complexa do ponto de vista computacional.
- Além disso, códigos proibitivamente longos poderão ser atribuídos aos símbolos menos frequentes.
- Uma variação da codificação de Huffman consiste em codificar apenas os m símbolos mais frequentes, dentre os n símbolos da fonte.
- Para os demais símbolos, utiliza-se um código livre de prefixo, seguido de um código de comprimento fixo adequado.

Codificação de Huffman Modificada

- A tabela a seguir ilustra a codificação de Huffman modificada para $n = 21$ e $m = 12$.
- Nessa codificação, os símbolos s_1 a s_{12} receberam os códigos de Huffman originais, enquanto os símbolos s_{13} a s_{21} utilizam um prefixo de 2 bits seguido de um código de comprimento fixo igual a 4 bits.
- O comprimento médio de um código modificado é de 4.24 bits/símbolo, que é um valor maior do que seria obtido com a codificação de Huffman, ou seja, 4.05 bits/símbolo.
- Entretanto, esse valor ainda é bastante próximo do limite teórico dado pela entropia da fonte, igual a 4.0 bits/símbolo.

Codificação de Huffman Modificada

Símbolo da Fonte	Probabilidade	Código de Huffman Modificado
s_1	0.20	11
s_2	0.10	011
s_3	0.10	0000
s_4	0.06	0101
s_5	0.05	00010
s_6	0.05	00011
s_7	0.05	00100
s_8	0.04	00101
s_9	0.04	00110
s_{10}	0.04	00111
s_{11}	0.04	01000
s_{12}	0.03	01001
s_{13}	0.03	100000
s_{14}	0.03	100001
s_{15}	0.03	100010
s_{16}	0.02	100011
s_{17}	0.02	100100
s_{18}	0.02	100101
s_{19}	0.02	100110
s_{20}	0.02	100111
s_{21}	0.01	101000

Codificação de Shannon-Fano

- A codificação de Shannon-Fano (1948/1949) é uma técnica bastante simples para geração de códigos livres de prefixo.
- Os símbolos da fonte são ordenados decrescentemente de acordo com os valores de probabilidade.
- A lista de símbolos é dividida em dois grupos, de forma que as somas das probabilidades dos dois grupos sejam aproximadamente iguais.
- Cada símbolo no primeiro grupo recebe o valor 0 como primeiro dígito do código, enquanto os símbolos do segundo grupo recebem o valor 1.
- Cada um desses grupos é então dividido de acordo com o mesmo critério e dígitos adicionais são acrescentados ao código.
- Esse processo é repetido até que cada subconjunto contenha apenas um símbolo.

Codificação de Shannon-Fano

- A técnica de Shannon-Fano é descrita no algoritmo a seguir.

Algoritmo 2 Codificação de Shannon-Fano

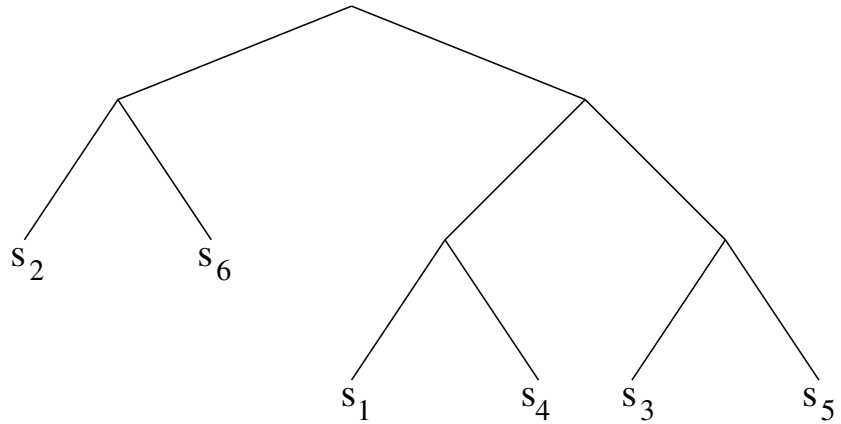
1: Os símbolos da fonte são listados em ordem decrescente de probabilidade.
2: Os símbolos são divididos em dois grupos, de forma que as somas das probabilidades nos dois grupos sejam as mais próximas possíveis.
3: Um grupo recebe o valor 1 e o outro grupo recebe o valor 0.
4: O procedimento é repetido para os demais grupos até que reste apenas um símbolo em cada grupo.
5: O código para cada símbolo original da fonte é formado pela seqüência resultante de valores 0 e 1.

Codificação de Shannon-Fano

- Um exemplo da aplicação da técnica de Shannon-Fano é ilustrada na tabela a seguir.

Símbolo	Probabilidade	Código
S_2	0.30	0 0
S_6	0.20	0 1
S_1	0.20	1 0 0
S_4	0.10	1 0 1
S_3	0.10	1 1 0
S_5	0.10	1 1 1

- O resultado da codificação pode ser representado pela árvore binária mostrada na figura a seguir.



Codificação de Shannon-Fano

- Entretanto, a codificação de Shannon-Fano, diferentemente da codificação de Huffman, nem sempre produz códigos de prefixo ótimos.
- Um exemplo desse fato é ilustrado na tabela a seguir para representar os símbolos dados pelas probabilidades $\{0.35, 0.17, 0.17, 0.16, 0.15\}$, em que os comprimentos médios dos códigos pela técnica de Huffman e de Shannon-Fano são, respectivamente, 2.30 e 2.31.

Símbolo	Probabilidade	Código de Shannon-Fano	Código de Huffman
S_1	0.35	00	1
S_2	0.17	01	011
S_3	0.17	10	010
S_4	0.16	110	001
S_5	0.15	111	000

Codificação Aritmética

- Na *codificação aritmética*, ao contrário da codificação de Huffman, não há correspondência individual entre os símbolos e os códigos.
- Conjuntos inteiros de símbolos são codificados em um único intervalo $[0, 1)$.
- O processo de codificação baseia-se em subdivisões sucessivas de intervalos numéricos, proporcionais às probabilidades de cada símbolo.
- Seja, por exemplo, um determinado conjunto de dados possuindo apenas os símbolos A e B (tal como em uma imagem binária), em que a probabilidade de ocorrência do símbolo A é 0.6 e a do símbolo B é 0.4.
- Para a codificação da sequência $BAAB$, basta dividir o conjunto inicial $[0, 1)$ proporcionalmente à probabilidade de cada símbolo e escolher o subintervalo correspondente ao primeiro símbolo para repetir o processo ao seguinte, e assim sucessivamente, como mostrado na figura a seguir.

Codificação Aritmética

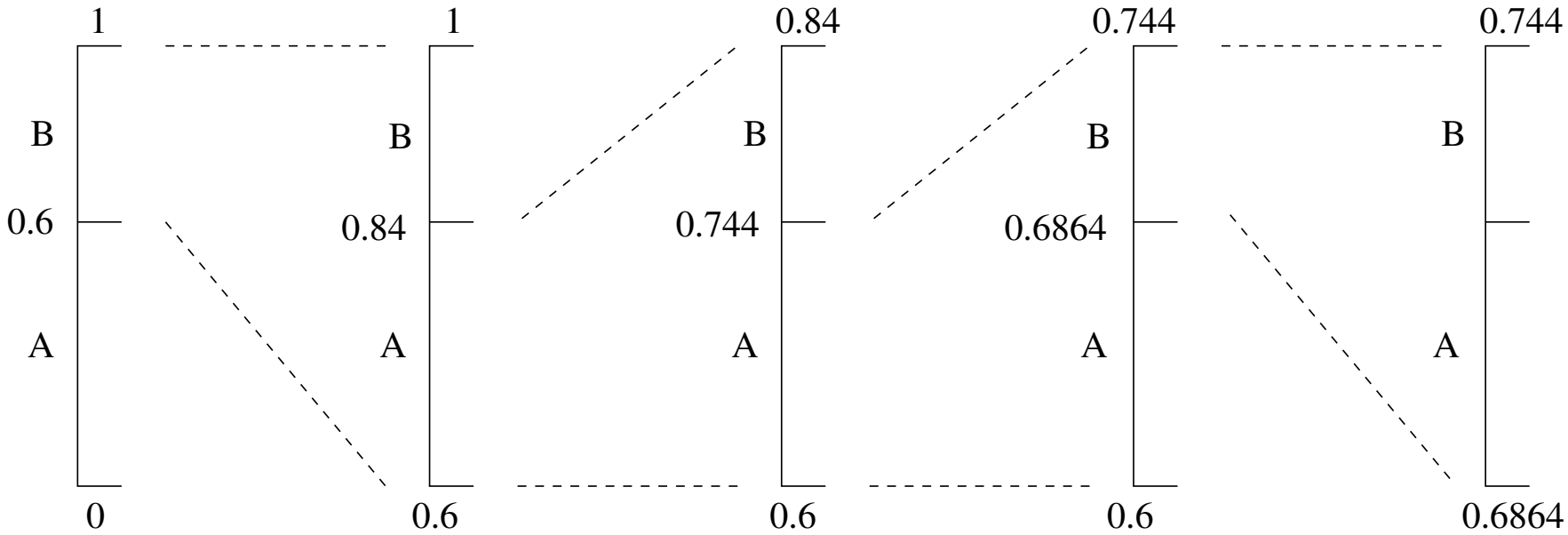


Figura: Codificação aritmética.

- O resultado da decodificação de *BAAB*, nesse exemplo, é o intervalo $[0.6864, 0.744)$.
- Claramente, quanto maior o número de símbolos e quanto maior a sequência a ser codificada, maior a precisão necessária para representar o intervalo resultante.

Codificação Aritmética

- Para decodificar o subintervalo resultante, basta verificar sucessivamente a qual intervalo o subintervalo resultante pertence, como mostrado na figura a seguir.

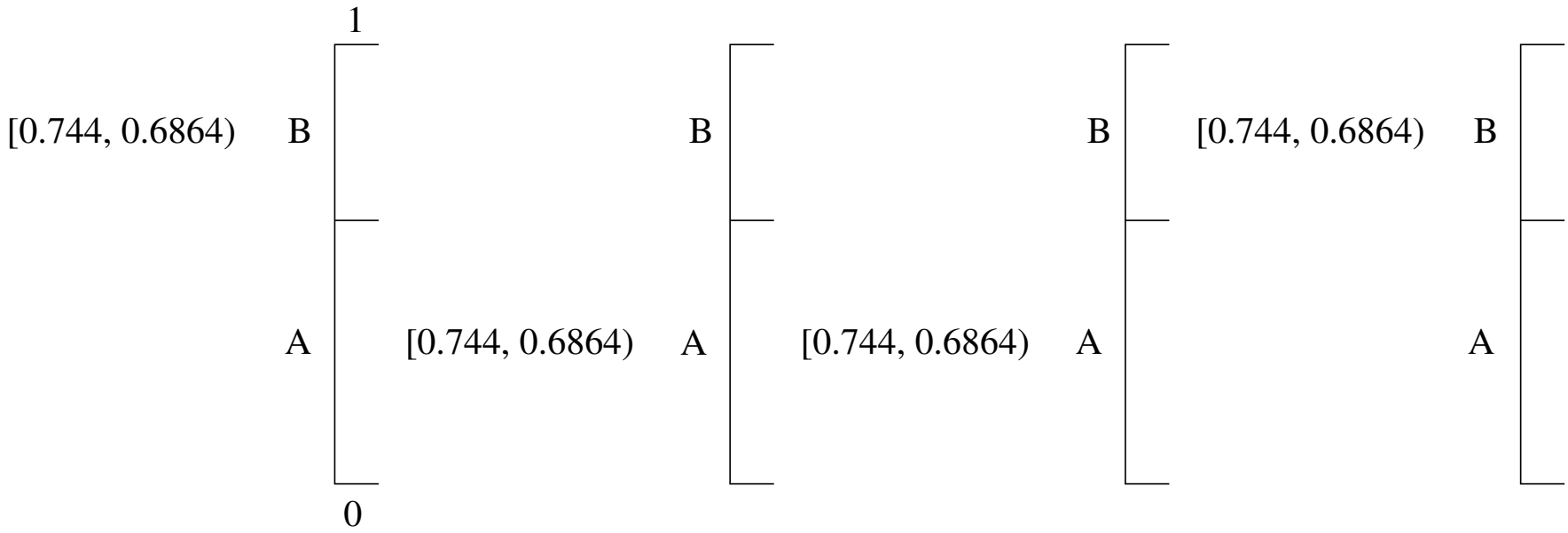


Figura: Decodificação aritmética.

Codificação Aritmética

- Apesar de aparentemente muito eficiente, a codificação aritmética possui algumas características que degradam seu desempenho.
- Uma delas é o fato de ter que armazenar as probabilidades de cada símbolo para se obter na decodificação uma subdivisão exatamente igual à utilizada na codificação.
- Pode-se também considerar o número de bits utilizados para representar os intervalos como outro fator importante, já que, se utilizado um número fixo de bits para cada sequência, este deverá ser suficientemente grande para que nenhuma sequência perca precisão e, se utilizado um número variável de bits, há a necessidade de armazenar indicadores que separarão os diversos intervalos.

Codificação Baseada em Dicionário

- As técnicas de codificação apresentadas anteriormente requerem o cálculo das probabilidades dos símbolos da fonte.
- A *codificação baseada em dicionário*, por outro lado, não necessita de conhecimento sobre a frequência com que os símbolos ocorrem nos dados originais.
- Nas técnicas de compressão baseadas em dicionário, informações sobre a sequência de símbolos que estão nos dados originais são mantidas em uma tabela ou dicionário.
- Os dados codificados consistem em uma sequência de índices para este dicionário.
- Vários algoritmos de compressão baseados em dicionário foram propostos por Ziv e Lempel (1977/1978).

Codificação Baseada em Dicionário

- Algoritmo LZ77:
  - Mantém o dicionário dentro dos próprios dados.
  - Uma janela deslizante move-se sobre a sequência a ser codificada.
  - Essa janela é composta de duas partes: a primeira contém os últimos símbolos que foram codificados, sendo utilizada como um dicionário, enquanto a segunda contém os próximos símbolos a serem codificados, também chamada de área de previsão.
  - Sequências de símbolos são conhecidas como *palavras* ou *frases*.
  - O algoritmo consiste em procurar no dicionário a maior coincidência possível entre a frase composta pelos símbolos individuais da área de previsão e uma frase presente no dicionário.
  - A codificação é realizada por uma tripla (i, n, s), em que i é o índice do primeiro elemento da frase coincidente no dicionário, n é o número de elementos coincidentes e s é o próximo símbolo da área de previsão.
  - Em seguida, a janela é deslocada de $n + 1$ elementos e o processo se repete.

Codificação Baseada em Dicionário

- Algoritmo LZ77 (continuação):
  - Quanto maior o tamanho do dicionário e da área de previsão, maior a probabilidade de se encontrar grandes coincidências.
  - Entretanto, isso implica maior tempo de processamento para efetuar as buscas e maior número de bits dos componentes i e n na tripla de codificação. Dessa forma, os tamanhos ótimos do dicionário e da área de previsão dependem dos dados a serem codificados.
  - Implementações práticas do algoritmo LZ77 utilizam 12 bits para representar o dicionário e 4 bits para a área de previsão.

Codificação Baseada em Dicionário

- Algoritmo LZ78:
  - A janela deslizante é substituída por um dicionário que é mantido separadamente dos dados. Inicialmente, o dicionário contém a palavra (cadeia de caracteres) nula na posição zero.
  - Cada símbolo lido dos dados originais é concatenado a uma frase, inicialmente nula.
  - Enquanto a frase for encontrada no dicionário, isto é, enquanto houver uma coincidência entre a frase e alguma palavra presente no dicionário, novos símbolos são anexados à frase.
  - Quando a frase não for encontrada no dicionário, o codificador envia o índice da última palavra encontrada no dicionário para a saída, seguido pelo último símbolo da frase.
  - A palavra é então adicionada ao dicionário e anulada. O processo de leitura e anexação de novos símbolos é repetido.
  - Se a frase tiver um único símbolo e não for encontrada no dicionário, o codificador envia o símbolo para a saída precedido pelo índice 0 (índice da palavra nula).
  - O número de bits do índice determina o número máximo de palavras que podem estar simultaneamente no dicionário.

Codificação Baseada em Dicionário

- Algoritmo LZW:
  - Variação do algoritmo LZ78 proposto por Welch (1984).
  - O dicionário é inicialmente construído com todos os símbolos de comprimento 1 (símbolos individuais).
  - O primeiro símbolo lido dos dados originais é anexado à frase, inicialmente nula, e então procura-se no dicionário a frase resultante.
  - Evidentemente, esse primeiro símbolo está presente no dicionário.
  - O próximo símbolo s dos dados é então concatenado à frase, que agora não se encontra no dicionário, sendo também nele inserida.
  - Após a inserção da frase, o codificador envia para a saída o índice da última sequência encontrada no dicionário.
  - Reinicia-se, então, o processo com a frase igual a s.
  - Novos símbolos lidos dos dados são concatenados à frase até que a sequência resultante não seja mais encontrada no dicionário.
  - Quando isso ocorrer, envia-se para a saída o índice da última sequência encontrada e anexa-se a frase ao dicionário.

Codificação Baseada em Dicionário

- Na decodificação, o dicionário é inicialmente criado com os símbolos individuais dos dados.
- Então, cada sequência recebida é traduzida por meio do dicionário em uma sequência original.
- Exceto para o caso do primeiro símbolo, cada vez que uma sequência é recebida, o dicionário é atualizado da seguinte forma: após a sequência ter sido traduzida, seu primeiro símbolo é adicionado à frase anterior para acrescentar uma nova sequência ao dicionário.
- Assim, o decodificador incrementalmente reconstrói o mesmo dicionário utilizado no codificador.

Codificação Baseada em Dicionário

- A codificação LZW é descrita no algoritmo a seguir.

Algoritmo 3 Codificação LZW

```
1: frase f é inicialmente nula
2: for cada símbolo s da sequência de entrada do
3:     if concatenação da frase com símbolo, f s, estiver no dicionário then
4:         símbolo é concatenado à frase, ou seja, f = f s
5:     else
6:         enviar índice do dicionário referente à frase f
7:         inserir concatenação f s no dicionário
8:         frase é formada pelo símbolo s, ou seja, f = s
9:     end if
10: end for
```

Codificação Baseada em Dicionário

- A decodificação LZW é descrita no algoritmo a seguir.

Algoritmo 4 Decodificação LZW

```
código_anterior = primeiro código lido
enviar símbolo associado ao código_anterior
for cada código c de entrada do
    código_corrente = c
    if código_corrente estiver no dicionário then
        frase = decodificação do código_corrente
    else
        frase = decodificação do código_anterior
        s = primeiro símbolo do código_anterior
        frase = concatenação do símbolo s à frase
    end if
    enviar frase
    s = primeiro símbolo da frase
    frase = concatenação do símbolo s ao código_anterior
    inserir frase no dicionário
    código_anterior = código_corrente
end for
```

Codificação Baseada em Dicionário

- Um problema com os algoritmos LZ78 e LZW é o tamanho do dicionário.
- À medida que o número de entradas do dicionário aumenta, a realização de constantes buscas e inserções torna-se mais dispendiosa.
- Para minimizar esse problema, uma função de dispersão (do inglês, *hash function*) é utilizada para diretamente retornar um índice do dicionário a partir de uma dada chave de entrada.

Codificação Baseada em Dicionário

Exemplo:

- Seja uma fonte capaz de gerar os símbolos $\{A, B, C\}$.
- A codificação e a decodificação da sequência de entrada *ABABCBABABAAAAAA* pelo algoritmo LZW são ilustradas a seguir.
- O dicionário inicialmente conterá os símbolos da fonte $\{A, B, C\}$, cujos índices são dados pelos códigos 0, 1 e 2, respectivamente.
- Neste exemplo, os índices do dicionário estão representados em números decimais, em vez de códigos binários, para facilitar a compreensão da codificação.
- A sequência de entrada é examinada, sendo que a palavra de maior comprimento para a qual existe uma frase correspondente no dicionário é extraída e o índice para essa frase é transmitido.
- A frase extraída é concatenada com mais um símbolo da sequência de entrada, formando uma nova frase.

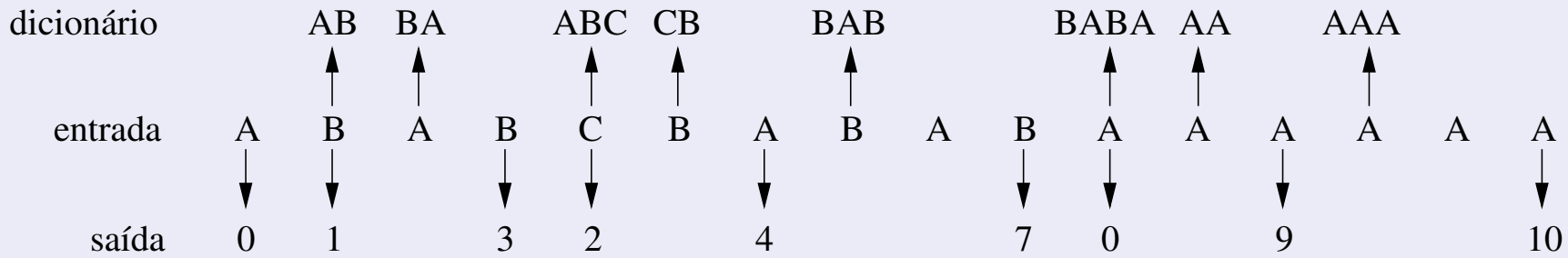
Codificação Baseada em Dicionário

Exemplo:

- O primeiro símbolo lido da sequência de entrada é A, o qual já se encontra no dicionário.
- O próximo símbolo é lido e concatenado à frase anterior.
- A frase resultante, AB, não se encontra no dicionário, então é nele inserida e o índice correspondente ao símbolo A é enviado para a saída. A frase é criada novamente, sendo composta apenas pelo último símbolo, ou seja B.
- O próximo símbolo lido é A que, concatenado na palavra anterior produz a palavra BA, que não se encontra no dicionário.
- O processo se repete até que toda a sequência de entrada seja lida.
- Após a etapa de codificação, mostrada na figura (a), o dicionário conterá as entradas apresentadas na figura (b).
- A saída será formada pelos códigos (índices do dicionário) 0 1 3 2 4 7 0 9 10.

Codificação Baseada em Dicionário

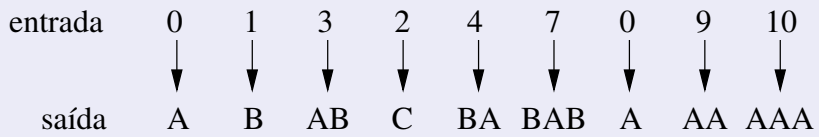
Exemplo:



(a) codificação LZW

Índice	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Entrada	A	B	C	AB	BA	ABC	CB	BAB	BABA	AA	AAA

(b) dicionário



(c) decodificação LZW

Codificação Baseada em Dicionário

- O processo de decodificação, mostrado na figura (c), também inicia com o dicionário formado com os três símbolos A, B e C, cujos códigos são, respectivamente, 0, 1 e 2.
- Para cada código recebido, o decodificador procurará o símbolo correspondente no dicionário e efetuará a decodificação.
- A etapa de decodificação recupera a informação original sem erros e reconstrói um dicionário idêntico ao da etapa de codificação.

Codificação por Comprimento de Corrida

- A *codificação por comprimento de corrida* explora a redundância interpixel, de modo a armazenar, para cada sequência de pixels iguais, apenas seu valor e o número de ocorrências.
- Portanto, a codificação por comprimento de corrida é mais apropriada em imagens cujos símbolos se repetem com grande frequência, por exemplo, em imagens binárias.
- Nessa codificação, a transformação da matriz bidimensional que representa a imagem em um vetor unidimensional é efetuada pela concatenação das linhas da imagem, de modo que o último pixel de uma linha preceda o primeiro pixel da linha seguinte.
- Assim, em uma imagem binária, as cores de cada corrida (ou agrupamento de pixels idênticos) são alternados, o que torna desnecessário o armazenamento da cor para cada corrida ou agrupamento.

Codificação por Comprimento de Corrida

- Para o exemplo ilustrado anteriormente referente à redundância interpixel, convencionando-se que todas as corridas em cada linha na imagem comecem com a cor preta, o seguinte resultado é obtido para a linha 100

$$0, 29, 9, 55, 4, 8, 3, 79, 5, 9, 5, 7, 10, 97$$

  em que o primeiro valor indica que a imagem possui 0 pixels pretos na primeira corrida. Isso significa, portanto, que a primeira corrida, de comprimento 29, é branca.
- Os números que indicam os comprimentos das corridas de pixels podem ser utilizados para representar uma imagem binária.
- Se houver poucas corridas, esta codificação é eficiente para reduzir o espaço de armazenamento requerido pela imagem.
- Duas abordagens para codificação por comprimento de corrida:
  - A primeira requer as posições iniciais e os comprimentos das corridas com valor 1 para cada linha.
  - A segunda utiliza apenas os comprimentos das corridas, iniciando-se com o comprimento das corridas de valor 1.

Codificação por Comprimento de Corrida

Exemplo:

Codificação de imagem binária, mostrada abaixo, por comprimento de corrida.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1

- Codificação efetuada pelas posições iniciais e os comprimentos das corridas com valor 1:

$$(1,3),(7,2),(12,4),(17,2),(20,3)$$
$$(5,13),(19,4)$$
$$(1,3),(17,6)$$

- Codificação baseada no comprimento das corridas de valor 1:

$$3,3,2,3,4,1,2,1,3$$
$$0,4,13,1,4$$
$$3,13,6$$

Codificação por Comprimento de Corrida

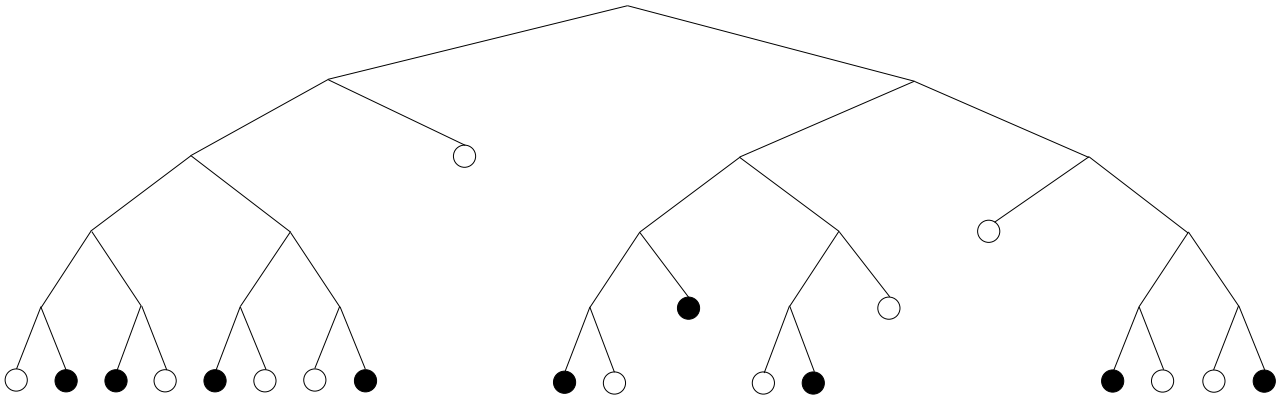
- Árvores binárias podem ser utilizadas para representar linhas de uma imagem na codificação por comprimento de corrida, quando o comprimento n é uma potência de 2, ou seja, $n = 2^k$. O nó raiz da árvore representa a linha inteira.
- Caso a linha apresente apenas um valor (0 ou 1), o nó raiz conterá um rótulo com esse valor e o processo termina; nesse caso, a árvore consiste em apenas o nó raiz.
- Caso contrário, dois descendentes são adicionados ao nó raiz, representando duas porções da linha.
- O processo é então repetido para cada um desses nós, ou seja, se cada uma das porções possuir um único valor, seu nó correspondente conterá um rótulo com esse valor.
- Caso contrário, dois novos descendentes são adicionados ao nó.

Codificação por Comprimento de Corrida

- Considerando que o nó raiz está no nível 0, os nós no nível h da árvore (caso existam) representam porções da linha de comprimento 2^{k-h}. Se uma porção possuir valor constante, seu nó não possuirá descendentes (ou seja, é um nó folha), sendo rotulado com esse valor.
- Em um nível k, os nós (caso existam) correspondem a pixels únicos e são todos nós-folhas, rotulados com os valores de seus pixels.
- Um exemplo de uma linha de imagem e sua respectiva árvore binária é mostrado a seguir.

1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 0 0 1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 1 0

(a) linha de imagem binária com comprimento 32



(b) árvore binária (círculos preenchidos e vazios são nós-folhas correspondendo a valores 1 e 0, respectivamente)

Codificação por Planos de Bits

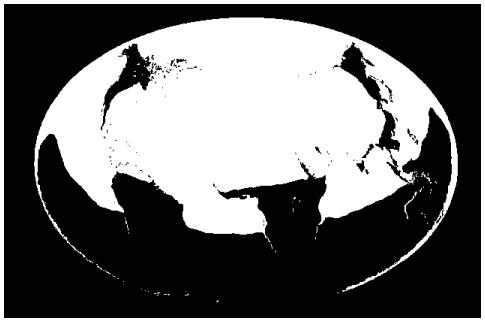
- A partir de uma imagem colorida ou mesmo monocromática, nem sempre se obtém uma boa taxa de compressão por meio da codificação por comprimento de corrida, pois a imagem normalmente apresenta um grande número de cores ou intensidades diferentes distribuídas em regiões pequenas na imagem.
- A *codificação por planos de bits* é um conjunto de técnicas para decompor imagens multibandas em uma série de imagens binárias, chamadas de planos de bits, para que qualquer outra técnica de compressão para imagens binárias, como a codificação por comprimento de corrida, possa então ser utilizada.
- Os níveis de cinza de uma imagem monocromática com m bits podem ser representados na forma de um polinômio de base 2

$$a_{m-1}\,2^{m-1} + a_{m-2}\,2^{m-2} + \ldots + a_1\,2^1 + a_0\,2^0 \qquad (8)$$

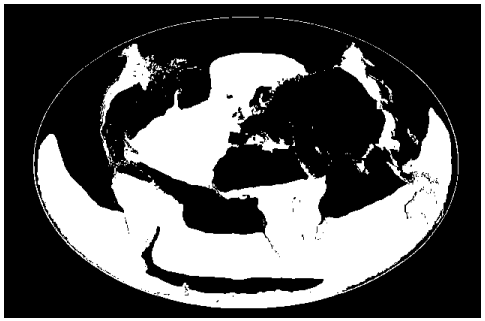
Codificação por Planos de Bits

- Com base nessa propriedade, um método de decomposição da imagem em uma coleção de imagens binárias consiste em separar os m coeficientes do polinômio em m planos de 1 bit.
- O plano de bits de ordem 0 é formado pelos coeficientes a_0 de cada pixel, enquanto o plano de bits de ordem $m-1$ é formado pelos coeficientes a_{m-1}.
- Um exemplo dessa decomposição é ilustrado na figura a seguir, em que uma imagem monocromática com 8 bits por pixel é dividida em 8 imagens binárias, cada uma correspondendo à posição do seu respectivo bit da imagem original.
- Como observado na figura, quanto mais elevada a ordem dos planos de bits, maiores as áreas contínuas e uniformes.

Codificação por Planos de Bits



(a) bit 7

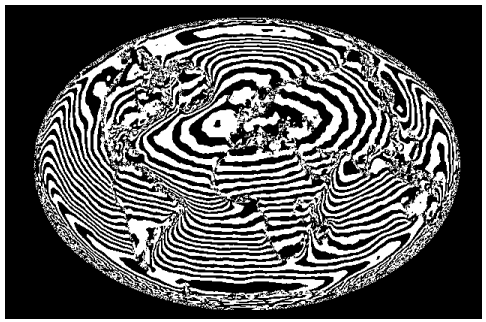


(b) bit 6

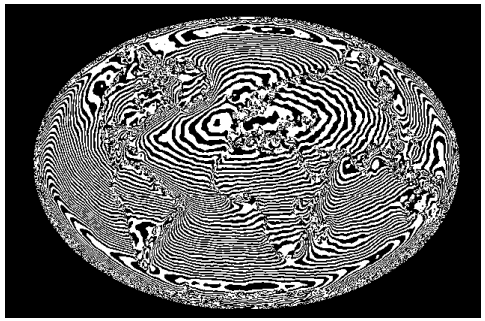
(c) bit 5

(d) bit 4

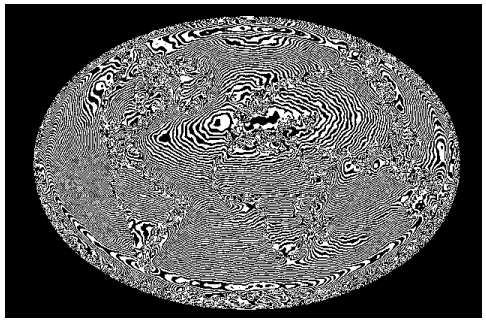
(e) bit 3



(f) bit 2



(g) bit 1



(h) bit 0

Codificação por Planos de Bits

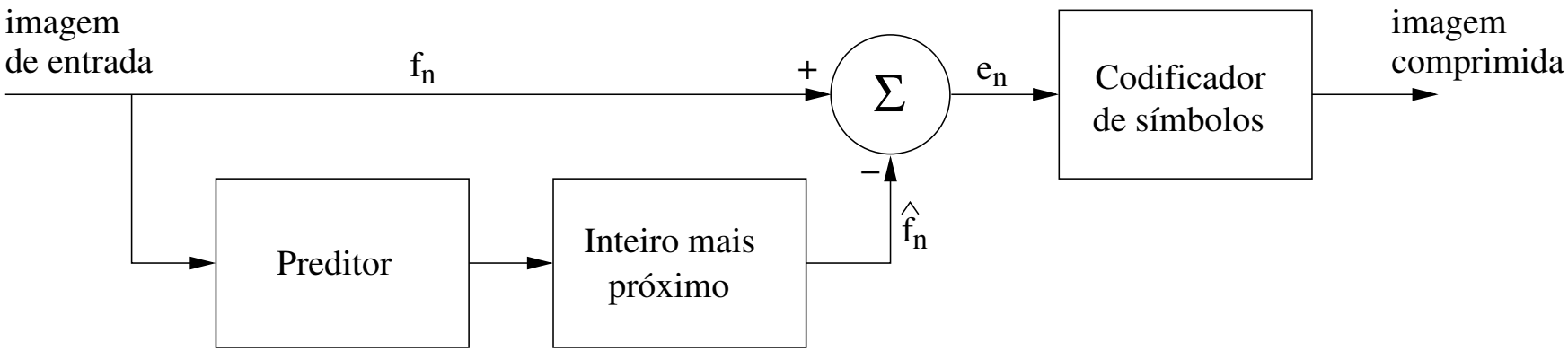
- A desvantagem inerente a essa abordagem é que pequenas mudanças nos níveis de cinza podem ter um impacto significativo na complexidade dos planos de bits.
- Como observado na figura (a), na imagem binária que representa o bit 7, toda transição entre o nível 127 (0111111) e o nível 128 (1000000) produz uma transição de 0 para 1 ou de 1 para 0 em todas as imagens binárias.
- Métodos alternativos de decomposição procuram explorar mais adequadamente a redundância interpixel.
  - Um deles é a codificação binária baseada no *código de Gray*, em que códigos sucessivos variam em apenas um bit de posição.
  - As cinco palavras 000, 001, 011, 010 e 110, por exemplo, formam códigos de Gray de 3 bits.
  - Assim, pequenas mudanças nos valores dos níveis de cinza afetam menos planos de bits, favorecendo a compressão das imagens.
  - Uma vez decomposta a imagem original, métodos de compressão convencionais, como a codificação por comprimento de corrida, podem ser utilizados.

Codificação Preditiva sem Perdas

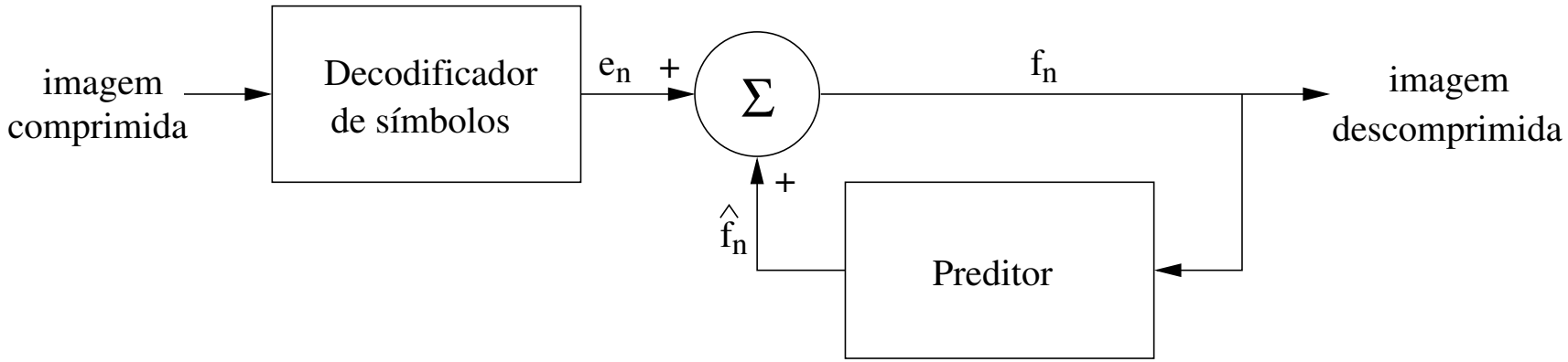
- Alguns dos métodos descritos anteriormente, como a codificação de Huffman, exploram apenas a redundância de codificação.
- Uma abordagem importante para maximizar a compressão obtida nesse processo é a *codificação preditiva*, uma etapa que antecede a codificação de símbolos e tem como objetivo explorar a redundância interpixel.
- Como descrito anteriormente sobre a redundância interpixel, a simples transformação dos níveis de cinza em diferenças entre pixels adjacentes pode reduzir essa redundância pela eliminação, para cada pixel, das informações já presentes nos pixels anteriores.

Codificação Preditiva sem Perdas

- A figura a seguir apresenta um modelo de codificação preditiva sem perdas.



(a) codificador



(b) decodificador

Codificação Preditiva sem Perdas

- O sistema consiste em um codificador e um decodificador, cada um deles contendo o mesmo *preditor*.
- À medida que cada pixel sucessivo em uma imagem, denotado por f_n, é introduzido no codificador, o preditor gera um valor antecipado daquele pixel com base em um dado número de entradas anteriores.
- A saída do preditor é então arredondada para o inteiro mais próximo, denotado por $\hat{f}_n$, e usada para formar o erro de predição

$$e_n = f_n - \hat{f}_n \tag{9}$$

que é utilizado pelo codificador de símbolos para gerar o próximo elemento dos dados comprimidos.

- O decodificador, mostrado na figura (b), reconstrói e_n a partir da sequência de códigos de comprimento variável e realiza a operação inversa

$$f_n = e_n + \hat{f}_n \tag{10}$$

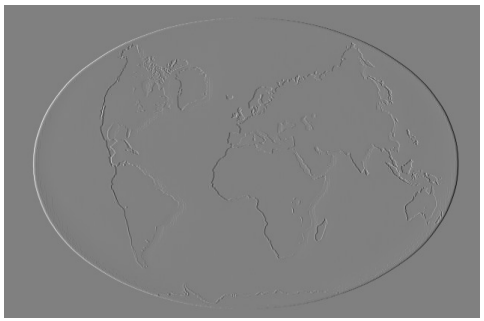
Codificação Preditiva sem Perdas

- Desse modo, para cada pixel é gerada uma predição de que seu sucessor possui o mesmo valor.
- Ao armazenar apenas a diferença entre a predição e o valor real, quanto mais precisa for a predição, menor o valor a ser armazenado.
- Várias equações podem ser utilizadas na geração de $\hat{f}_n$.
- Na maioria dos casos, entretanto, a predição é formada por uma combinação linear de pixels anteriores.
- Alguns exemplos de funções preditoras são

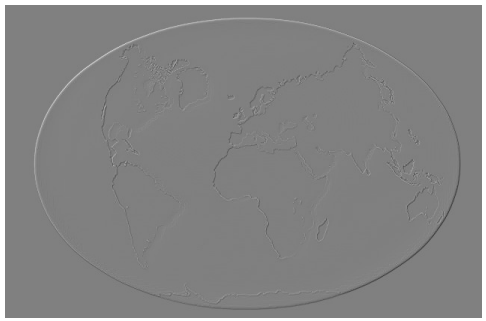
$$\hat{f}(x,y) = f(x-1,y)$$
$$\hat{f}(x,y) = 0.5\, f(x-1,y) + 0.5\, f(x,y-1) \tag{11}$$
$$\hat{f}(x,y) = 2\, f(x-1,y) - f(x-2,y)$$
$$\hat{f}(x,y) = f(x-1,y) - 0.5\, f(x-2,y) + f(x,y-1) - 0.5\, f(x,y-2)$$

Codificação Preditiva sem Perdas

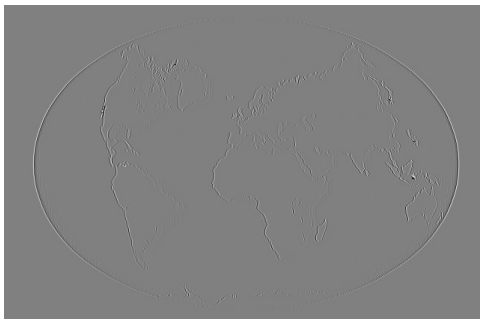
- Aplicações dessas funções preditoras na imagem mostrada na codificação por plano de bits são apresentadas a seguir.



(a) $\hat{f}(x, y) = f(x - 1, y)$



(b) $\hat{f}(x, y) = 0.5\, f(x-1, y) + 0.5\, f(x, y - 1)$



(c) $\hat{f}(x, y) = 2\, f(x - 1, y) - f(x - 2, y)$

(d) $\hat{f}(x, y) = f(x - 1, y) - 0.5\, f(x - 2, y) + f(x, y - 1) - 0.5\, f(x, y - 2)$

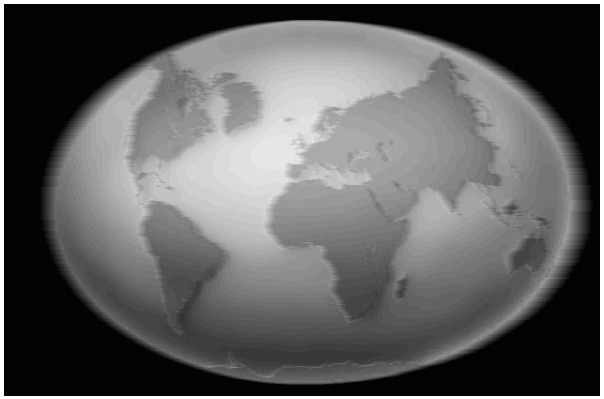
- O refinamento dessas equações pode levar a erros de predição menores e, consequentemente, a uma maior taxa de compressão.

Compressão com Perdas

- Apesar de ser possível obter uma boa taxa de compressão ao explorar apenas a redundância de codificação e a redundância interpixel, há ainda a redundância psicovisual que, aliada às redundâncias utilizadas na compressão sem perdas, pode produzir imagens muito próximas às originais e ainda elevar a taxa de compressão em dezenas de vezes.
- Em muitas aplicações, as distorções resultantes da eliminação de detalhes da imagem podem ser visualmente imperceptíveis ou toleradas.
- Nos métodos de compressão com perdas, não há um limite previamente estabelecido para a taxa de compressão, pois quanto mais detalhes são excluídos ou aproximados durante a codificação, maior será a compressão.
- O que há, portanto, é um compromisso entre a taxa de compressão e as perdas ou deformações na imagem resultante, como pode ser visto na figura a seguir, que apresenta uma imagem comprimida com diversas taxas de compressão.

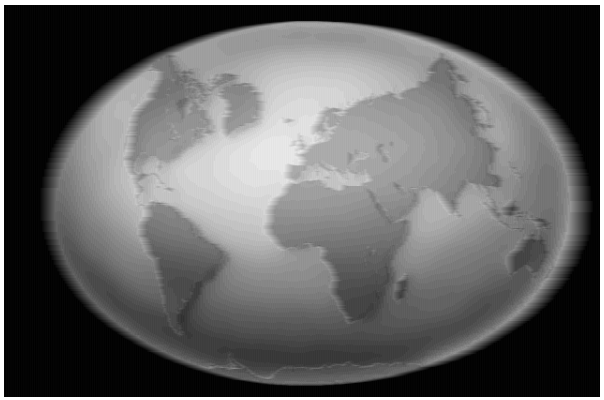
Compressão com Perdas

- Uma ampliação de uma pequena área é apresentada à direita de cada imagem resultante.



(a) Imagem original 1:1

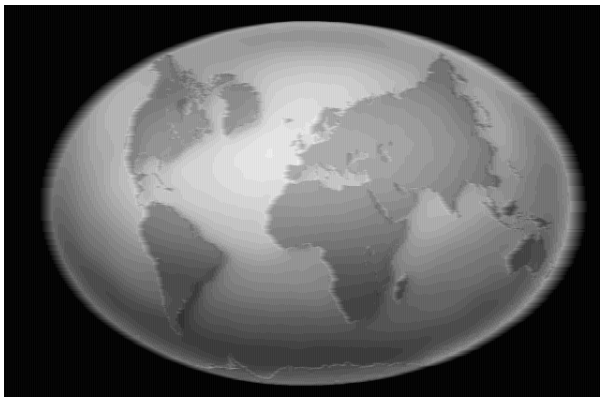
(b) Ampliação



(c) Taxa de compressão 22:1

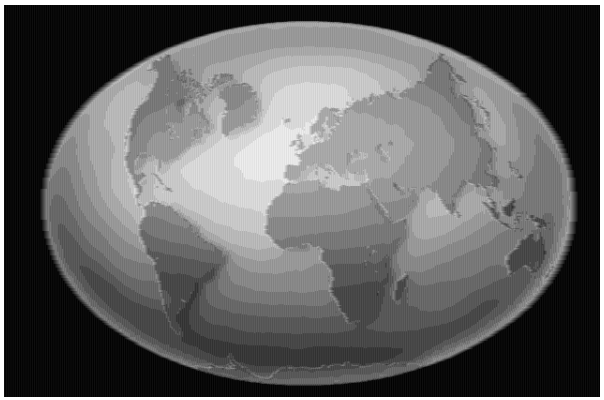
(d) Ampliação

Compressão com Perdas



(e) Taxa de compressão 32:1

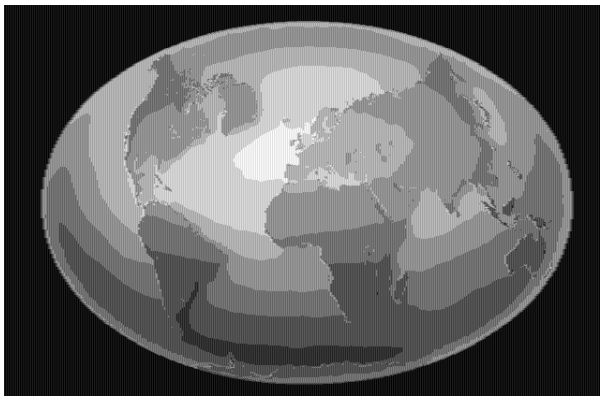
(f) Ampliação



(g) Taxa de compressão 44:1

(h) Ampliação

Compressão com Perdas



(i) Taxa de compressão 205:1

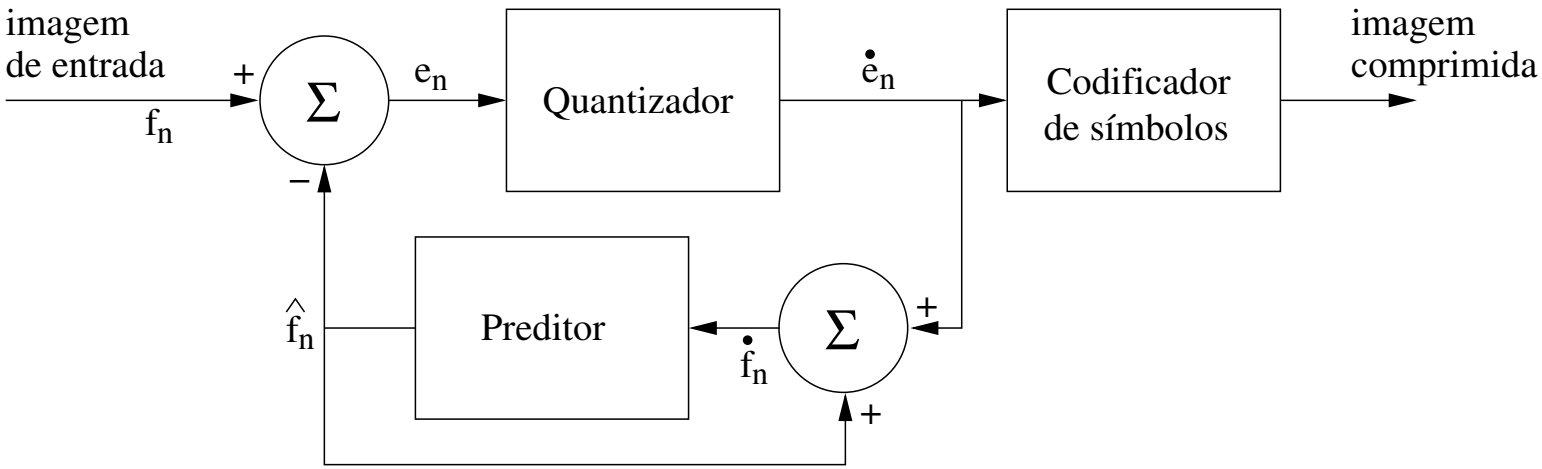
(j) Ampliação

Codificação Preditiva com Perdas

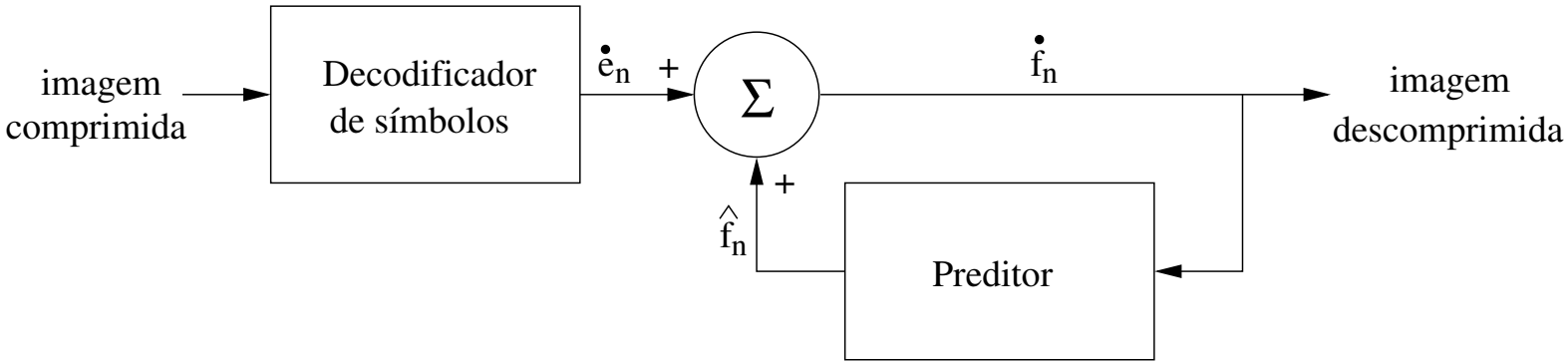
- Do mesmo modo que a codificação preditiva sem perdas prevê o valor do próximo pixel baseado nos pixels anteriores, a codificação com perdas prevê o próximo pixel, porém, antes de prosseguir, utiliza uma função quantizadora que exclui os dados poucos significativos e repassa essa informação para a função preditora, para que esta não acumule a perda nas próximas predições.
- Um exemplo bastante simples dessa forma de codificação seria uma função preditora que retornasse apenas a diferença entre a predição e o valor real do pixel, como já visto anteriormente, para a função quantizadora.
- Esta, por sua vez, poderia considerar quaisquer diferenças pequenas como se fossem zero, diminuindo a quantidade de dados armazenados e, consequentemente, aumentando a taxa de compressão.
- Obviamente, esse erro deve ser repassado à função de predição no próximo pixel para que possa ser somada novamente na próxima diferença, de modo que, na decodificação da imagem, esse erro não se acumule a cada pixel.

Codificação Preditiva com Perdas

- A figura a seguir ilustra o funcionamento da codificação preditiva com perdas.



(a) codificador



(b) decodificador

Codificação Preditiva com Perdas

- Conforme pode ser observado na figura (a) anterior, o preditor com perdas do codificador possui retroalimentação, em que sua entrada, denotada $\dot{f}_n$, é gerada como uma função das predições passadas e dos erros quantizados correspondentes, ou seja

$$\dot{f}_n = \dot{e}_n + \hat{f}_n \tag{12}$$

  em que $\hat{f}_n$ é definido da mesma maneira que na codificação preditiva sem perdas.
- Essa configuração previne um acúmulo de erro na saída do decodificador. Pode-se observar a partir da figura (b) anterior que a saída do decodificador também é dada pela equação 12.

Modulação Delta

- Um esquema simples de codificação preditiva com perdas é a *modulação delta* (DM, do inglês, *delta modulation*).
- Nesta codificação, o preditor supõe que o pixel atual seja igual ao anterior e, para cada pixel, retorna apenas a diferença entre este e o pixel anterior.
- A etapa quantizadora recebe essa diferença e retorna apenas dois valores possíveis: $+\zeta$ para diferenças positivas e $-\zeta$ para diferenças negativas.
- Essas considerações são expressas nas equações 13 e 14.

$$\hat{f}_n = \dot{f}_{n-1} \tag{13}$$

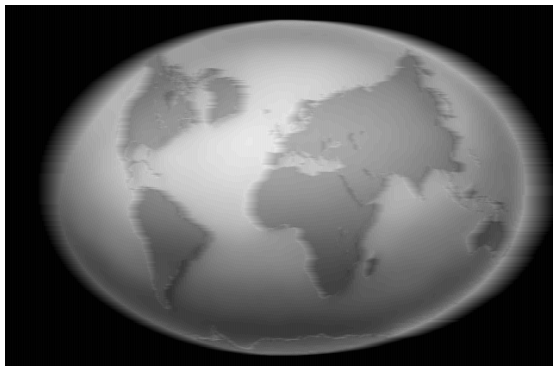
$$\dot{e}_n = \begin{cases} +\zeta, & \text{para } e_n > 0 \\ -\zeta, & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{14}$$

- Em geral, a constante ζ é um valor menor que 1.

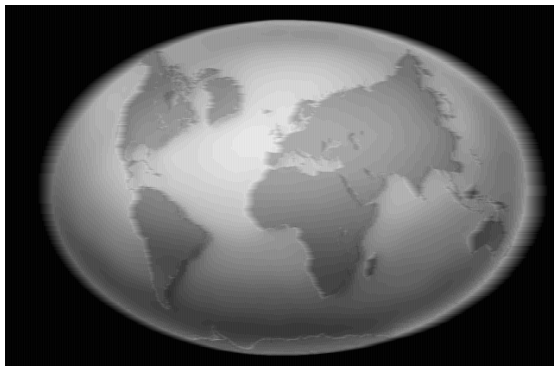
Modulação Delta

- Ilustração do uso de diferentes valores para a constante ζ.

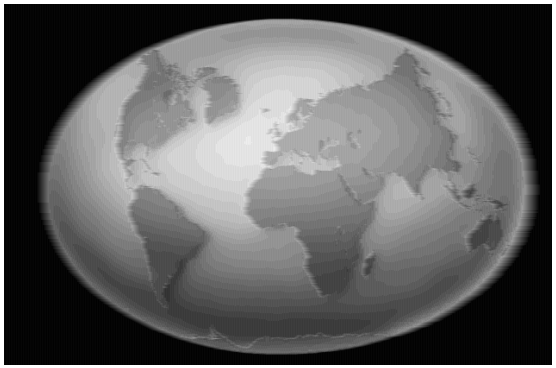
(c) $\zeta = 2$



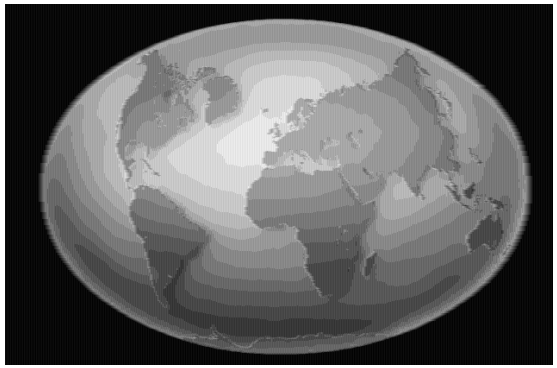
(d) $\zeta = 4$



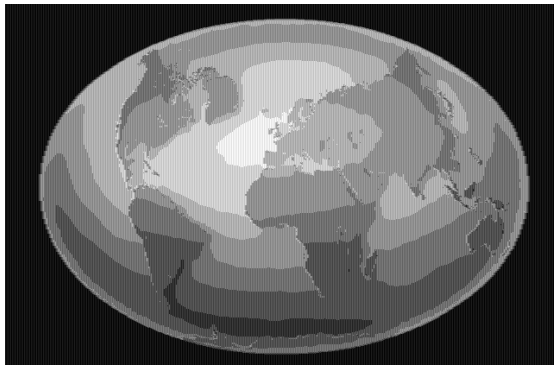
(e) $\zeta = 6$



(f) $\zeta = 8$



(g) $\zeta = 16$



(h) $\zeta = 32$

Modulação Delta

- Diferentes variações dessa técnica podem ser desenvolvidas, até mesmo o uso de mais de uma constante para que a precisão dos níveis de cinza seja melhorada.
- A principal vantagem dessa forma de codificação é que, com o quantizador retornando sempre $+\zeta$ ou $-\zeta$, o resultado pode ser tratado e comprimido como uma imagem binária.

Modulação Delta

Exemplo:

Ilustração do processo de modulação delta para codificar e decodificar a sequência de entrada $\{$ 12, 14, 13, 16, 14, 12, 14, 14, 22, 28, 31, 31, 33, 33, 35, 39, 45, 58, 73, 81, 83, 84, 85, 85 $\}$, cuja função de previsão é $\hat{f}_n = \dot{f}_{n-1}$, com $\zeta = 5.5$.

O processo inicia-se com a transferência do primeiro pixel de entrada para o decodificador.

Uma vez estabelecida a condição inicial $\dot{f}_0 = f_0 = 12$, tanto no codificador quanto no decodificador, as saídas subsequentes podem ser calculadas por meio das equações 9, 12, 13 e 14.

Assim, quando $n = 1$, $\hat{f} = 12$, $e_1 = 14 - 12 = 2$, $\dot{e}_1 = +5.5$, $\dot{f}_1 = 5.5 + 12 = 17.5$ e o erro de decodificação é $14 - 17.5 = -3.5$ níveis de cinza.

Modulação Delta

Exemplo:

Resultados para o cálculo para a modulação delta.

Entrada		Codificador				Decodificador		Erro
n	f	$\hat{f}$	e	$\dot{e}$	$\dot{f}$	$\hat{f}$	$\dot{f}$	$f - \dot{f}$
0	12	—	—	—	12.0	—	12.0	0.0
1	14	12.0	2.0	5.5	17.5	12.0	17.5	-3.5
2	13	17.5	-4.5	-5.5	12.0	17.5	12.0	1.0
3	16	12.0	4.0	5.5	17.5	12.0	17.5	-1.5
4	14	17.5	-3.5	-5.5	12.0	17.5	12.0	2.0
5	12	12.0	0.0	-5.5	6.5	12.0	6.5	5.5
6	14	6.5	7.5	5.5	12.0	6.5	12.0	2.0
7	14	12.0	2.0	5.5	17.5	12.0	17.5	-3.5
8	22	17.5	4.5	5.5	23.0	17.5	23.0	-1.0
9	28	23.0	5.0	5.5	28.5	23.0	28.5	-0.5
10	31	28.5	2.5	5.5	34.0	28.5	34.0	-3.0
11	31	34.0	-3.0	-5.5	28.5	34.0	28.5	2.5

Modulação Delta

Exemplo (continuação):

Entrada		Codificador				Decodificador		Erro
n	f	$\hat{f}$	e	$\dot{e}$	$\dot{f}$	$\hat{f}$	$\dot{f}$	$f - \dot{f}$
12	33	28.5	4.5	5.5	34.0	28.5	34.0	-1.0
13	33	34.0	-1.0	-5.5	28.5	34.0	28.5	4.5
14	35	28.5	6.5	5.5	34.0	28.5	34.0	1.0
15	39	34.0	5.0	5.5	39.5	34.0	39.5	-0.5
16	45	39.5	5.5	5.5	45.0	39.5	45.0	0.0
17	58	45.0	13.0	5.5	50.5	45.0	50.5	7.5
18	73	50.5	22.5	5.5	56.0	50.5	56.0	17.0
19	81	56.0	25.0	5.5	61.5	56.0	61.5	19.5
20	83	61.5	21.5	5.5	67.0	61.5	67.0	16.0
21	84	67.0	17.0	5.5	72.5	67.0	72.5	11.5
22	85	72.5	12.5	5.5	78.0	72.5	78.0	7.0
23	85	78.0	7.0	5.5	83.5	78.0	83.5	1.5

Modulação de Código de Pulso Diferencial

- Esta técnica (DPCM, do inglês, *differential pulse code modulation*) utiliza um preditor ótimo, cujo objetivo é minimizar o erro médio quadrático da predição do codificador.
- Nessa codificação, assume-se que o erro de quantização seja desprezível, ou seja, $\dot{e}_n \approx e_n$, e que o valor previsto de um pixel dependa de uma combinação linear de m pixels anteriores.
- Essas restrições não são essenciais, entretanto, simplificam consideravelmente a análise e reduzem a complexidade computacional do preditor.
- Alguns exemplos de funções preditoras são

$$\hat{f}(x,y) = 0.97\, f(x-1,y)$$

$$\hat{f}(x,y) = 0.5\, f(x-1,y) + 0.5\, f(x,y-1)$$

$$\hat{f}(x,y) = 0.90\, f(x-1,y) - 0.81\, f(x-1,y-1) + 0.90\, f(x,y-1)$$

$$\hat{f}(x,y) = 0.75\, f(x-1,y) - 0.50\, f(x-1,y-1) + 0.75\, f(x,y-1)$$

$$\hat{f}(x,y) = f(x-1,y) - f(x-1,y-1) + f(x,y-1)$$

Modulação de Código de Pulso Diferencial

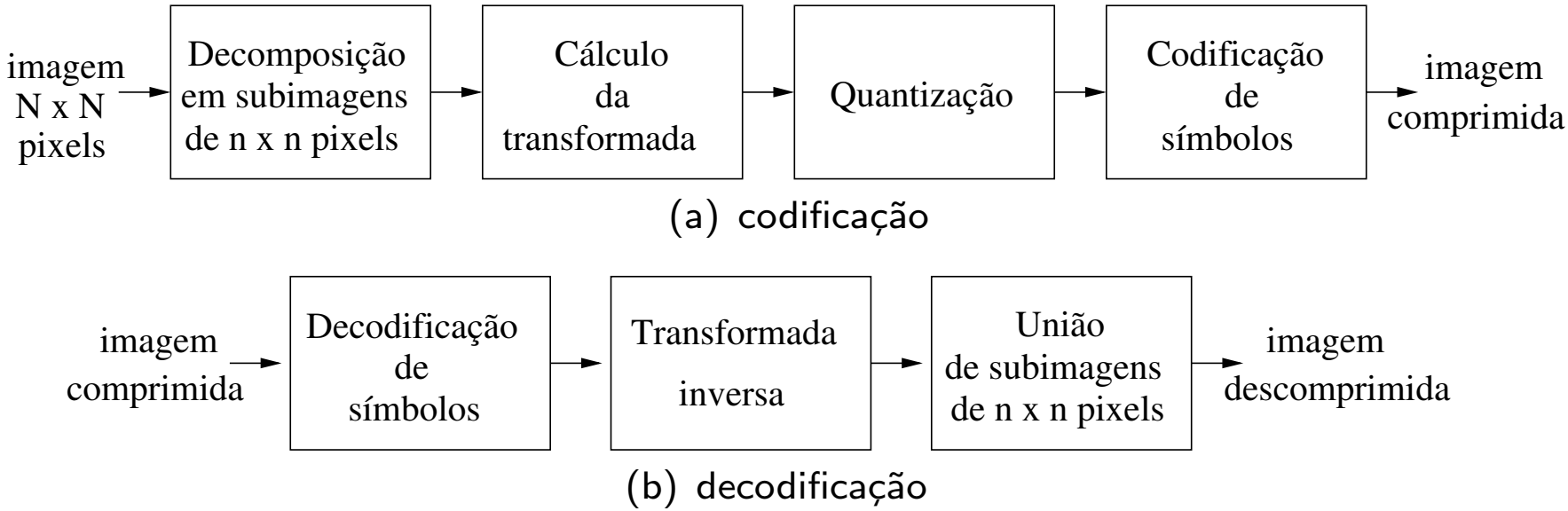
- Uma variação dessa codificação é a *modulação de código de pulso diferencial adaptativa* (ADPCM, do inglês, *adaptive differential pulse code modulation*), cuja predição adaptativa procura reduzir o erro de quantização, melhorando a qualidade da imagem decodificada.
- A quantização adaptativa é realizada de acordo com estatísticas locais e levando-se em conta, por exemplo, bordas presentes na imagem.

Codificação por Transformada

- A codificação por transformada visa decompor a imagem em um conjunto de coeficientes, os quais podem ser posteriormente quantizados e codificados para atingir determinadas taxas de compressão.
- De maneira geral, um número significativo de coeficientes possui pequenas magnitudes, ou seja, representam pequenos detalhes da imagem e podem ser quantizados com maior taxa de erro ou mesmo descartados completamente com pouca distorção na imagem decodificada.
- Diversas transformadas são comumente utilizadas em compressão de imagens, por exemplo, a transformada discreta do cosseno, a transformada discreta de Fourier, a transformada de Karhunen-Loève, as transformadas wavelets, entre outras.
- Dentre as características desejáveis para os coeficientes estão a baixa correlação estatística e a capacidade da transformada em gerar poucos coeficientes que concentrem grande parte da informação presente nas imagens.

Codificação por Transformada

- A figura a seguir ilustra as etapas fundamentais para a compressão por transformada.



Codificação por Transformada

- Inicialmente, uma imagem com dimensões $N \times N$ pixels é subdividida em subimagens de $n \times n$ pixels.
- O cálculo da transformada visa reduzir a correlação entre os pixels de cada subimagem, de modo a compactar as informações em um número reduzido de coeficientes.
- O processo de quantização seleciona ou elimina os coeficientes que carregam menos informação da imagem.
- Esses coeficientes apresentam menor influência na qualidade da subimagem decodificada.
- A codificação dos símbolos normalmente é baseada no uso de códigos de comprimento variável para os coeficientes quantizados.

Codificação por Transformada

- Algumas ou todas as etapas da codificação por transformada podem ser adaptadas ao conteúdo local da imagem, ao que se denomina *codificação adaptativa por transformada*.
- Embora as transformadas pudessem ser realizadas considerando-se diretamente todos os pixels da imagem, essa abordagem geralmente não é adequada devido ao conteúdo não uniforme da imagem.
- Além disso, operações de transformação tornam-se menos custosas computacionalmente quando realizadas em porções menores da imagem. Assim, as imagens são decompostas em blocos de pixels.
- Há um compromisso entre o tamanho dos blocos e a complexidade computacional das transformadas, entretanto, tamanhos típicos de blocos são 8×8 ou 16×16 pixels.

Codificação por Transformada

- Uma imagem f pode ser expressa como uma função de sua transformada bidimensional como

$$\mathrm{f}(x,y) = \sum_{u=0}^{n-1}\sum_{v=0}^{n-1} T(u,v)\, b^{(x,y)}(u,v) \tag{15}$$

em que $\mathrm{f}(x,y)$ representa uma subimagem com dimensões $n \times n$, enquanto $b^{(x,y)}(u,v)$ é o núcleo da transformada inversa.

- A notação utilizada na equação 15 pode ser simplificada para

$$\mathrm{F} = \sum_{u=0}^{n-1}\sum_{v=0}^{n-1} T(u,v)\, \mathrm{H}_{uv} \tag{16}$$

em que F é uma matriz $n \times n$ contendo os pixels de f e H_{uv} é definida como a seguir

Codificação por Transformada

$$\mathrm{H}_{uv} = \begin{bmatrix} h^{(u,v)}(0,0) & h^{(u,v)}(0,1) & \dots & h^{(u,v)}(0,n-1) \\ h^{(u,v)}(1,0) & h^{(u,v)}(1,1) & \dots & h^{(u,v)}(1,n-1) \\ h^{(u,v)}(2,0) & h^{(u,v)}(2,1) & \dots & h^{(u,v)}(2,n-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h^{(u,v)}(n-1,0) & h^{(u,v)}(n-1,1) & \dots & h^{(u,v)}(n-1,n-1) \end{bmatrix}$$

- Portanto, a matriz F contendo os pixels da subimagem de entrada é definida como uma combinação linear de n^2 matrizes $n \times n$, ou seja, H_{uv}, para $u, v = 0, 1, \dots n-1$.
- Essas matrizes são as imagens de base da transformada utilizadas no cálculo dos coeficientes de ponderação da expansão em série $T(u, v)$.

Codificação por Transformada

- Uma função de mascaramento dos coeficientes da transformada pode ser definida como

$$m(u,v) = \begin{cases} 0, & \text{se } T(u,v) \text{ satisfizer um critério de truncamento} \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{17}$$

para $u, v = 0, 1, \ldots n-1$.

Codificação por Transformada

- Uma aproximação de F pode ser obtida a partir da expansão após o truncamento

$$\hat{\mathrm{F}} = \sum_{u=0}^{n-1} \sum_{v=0}^{n-1} T(u,v)\, m(u,v)\, \mathrm{H}_{uv} \tag{18}$$

em que $m(u,v)$ é construído para eliminar as imagens de base que implicarem menor contribuição na soma total na equação 18.

- O erro médio quadrático entre a subimagem F e a aproximação $\hat{\mathrm{F}}$ é, portanto, expresso como

$$e_{MSE} = ||\mathrm{F} - \hat{\mathrm{F}}||^2 \tag{19}$$

- As transformadas, nas quais a maior parte da informação é mapeada no menor número possível de coeficientes, permitem melhores aproximações da subimagem e, consequentemente, menores erros de decodificação.

Codificação por Transformada

- Uma vez realizada a transformação, os coeficientes resultantes podem ser quantizados.
- A seleção dos coeficientes, baseada na função de mascaramento dada pela equação 17, normalmente é realizada pela *codificação por zonas* ou pela *codificação por limiarização*.
- Máscaras típicas para codificação por zonas e por limiarização são mostradas a seguir.

1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

(a) por zonas

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

(b) por limiarização

Codificação por Transformada

- Na codificação por zonas:
  - os coeficientes distribuídos nas $n \times n$ posições da subimagem transformada são divididos em regiões ou zonas.
  - a cada zona, identificada por um índice, corresponde um número de níveis de quantização.
  - os coeficientes com índice menor que um valor especificado são conservados, enquanto os demais recebem o valor 0.
- Na codificação por limiarização:
  - a seleção dos coeficientes é baseada na magnitude de seus valores.
  - os coeficientes da transformada com maior magnitude normalmente são os responsáveis pela contribuição mais significativa na qualidade da subimagem decodificada, então os coeficientes selecionados são aqueles que excedem um determinado limiar especificado.
  - três maneiras básicas para limiarizar uma subimagem transformada são:
    - ★ utilizar um único limiar global para todas as subimagens.
    - ★ utilizar um limiar diferente para cada subimagem.
    - ★ variar o limiar em função da posição de cada coeficiente na subimagem.

Codificação por Transformada

- Após o processo de quantização, deve-se utilizar um método de atribuição de bits aos coeficientes quantizados.
- Os métodos típicos utilizados nessa etapa são a codificação de Huffman e a codificação aritmética, descritas anteriormente.

Padronizações de Compressão de Imagens

- Vários esforços de padronização dos métodos de compressão de imagens têm sido realizados para facilitar o intercâmbio de imagens comprimidas entre diferentes dispositivos e aplicações.
- Muitos métodos de compressão descritos anteriormente desempenham um papel fundamental no desenvolvimento e na adoção das principais padronizações atuais de compressão de imagens.
- O CCITT (do francês *Comité Consultatif International Télégraphique et Téléphonique*), substituído a partir de 1992 pela ITU (*International Telecommunication Union*), e a ISO (*International Standardization Organization*) definiram várias padronizações para compressão de imagens binárias, monocromáticas e coloridas.

Compressão de Imagens Binárias

- As padronizações mais largamente utilizadas para compressão de imagens binárias são os padrões dos grupos 3 e 4 do CCITT.
- Esses padrões foram originalmente desenvolvidos como métodos para codificação e transferência de documentos pela rede telefônica.
- A padronização do grupo 3 aplica uma técnica não-adaptativa por código de comprimento de corrida unidimensional em que pelo menos $k-1$ linhas de cada grupo de k linhas (para $k=2$ e $k=4$) são codificadas de maneira ótima na abordagem bidimensional.
- A padronização do grupo 4 é uma versão simplificada da padronização do grupo 3, em que apenas a codificação bidimensional é permitida.
- Ambas as padronizações utilizam a mesma técnica de codificação bidimensional não-adaptativa.

Compressão de Imagens Binárias

- O grupo JBIG (do inglês, *Joint Bi-level Image Experts Group*), um comitê formado pela ITU e pela ISO, desenvolveu métodos para compressão de texto, imagens meios-tons e outros conteúdos binários de imagem.
- Em muitas situações, a padronização JBIG permite um aumento de 20% a 50% na eficiência da compressão em comparação ao padrão do grupo 4.
- O JBIG utiliza uma variação da técnica de codificação aritmética, denominada *Q-coder*, a qual se baseia no cálculo das probabilidades de cada bit a partir das linhas anteriores já analisadas da imagem.

Compressão de Imagens Monocromáticas e Coloridas

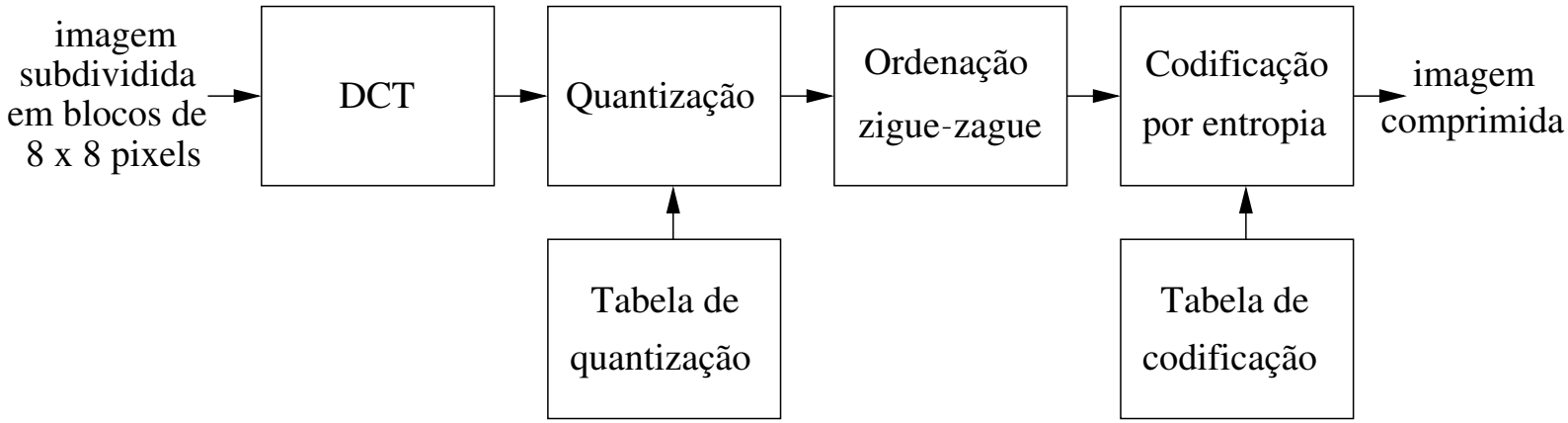
- Uma das padronizações mais comuns e completas para imagens estáticas monocromáticas e coloridas é chamada de JPEG (do inglês, *Joint Photographic Experts Group*).
- Por meio de um conjunto de operações aplicadas sobre a imagem, pode-se regular a taxa de compressão, desde a redução de redundâncias sem perdas até a eliminação de informações que não são facilmente distinguíveis pelo sistema visual humano.
- As taxas de compressão dependem da imagem original, entretanto, taxas de 10:1 ou 20:1 podem ser obtidas com alta fidelidade em imagens coloridas.
- Taxas de 30:1 a 50:1 podem ser alcançadas com baixas a moderadas distorções.
- Taxas ainda maiores aplicadas em imagens de baixa qualidade também são praticáveis para fins de pré-visualização.

Padronização JPEG

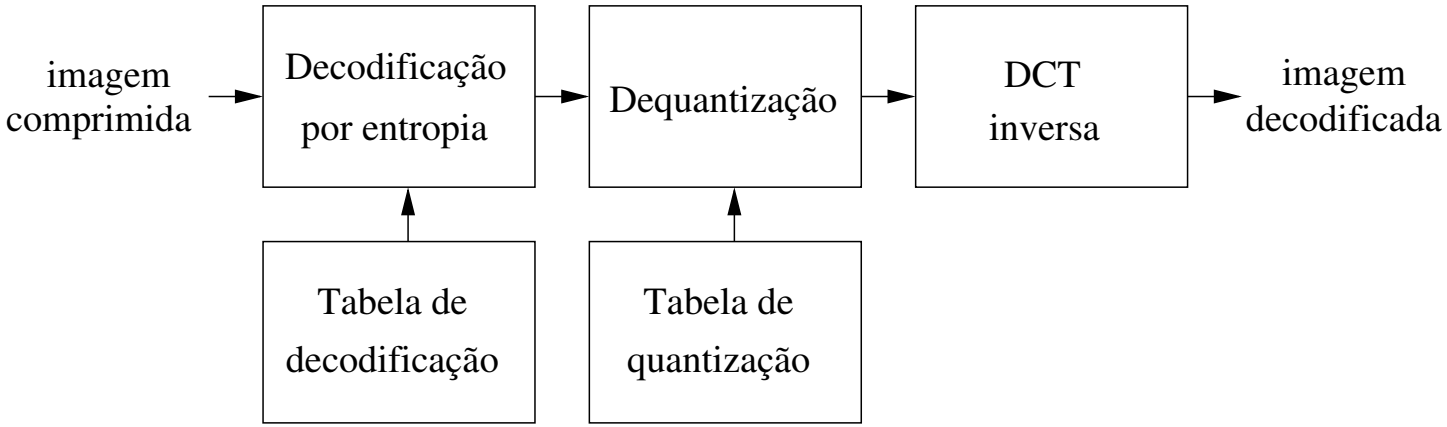
- Em geral, imagens coloridas permitem taxas menos elevadas de compressão com relação às imagens monocromáticas, uma vez que o sistema visual humano é mais sensível a variações de brilho do que a variações de cor.
- O JPEG possui quatro modos de operação:
  - modo *sequencial*: a imagem é codificada em uma única varredura, ou seja, da esquerda para a direita, de cima para baixo.
  - modo *progressivo*: a imagem é codificada em múltiplas varreduras, aumentando a qualidade e resolução a cada nova varredura.
  - modo *reversível*: a imagem é codificada sem perdas de modo a garantir sua exata recuperação.
  - modo *hierárquico*: a imagem é codificada em múltiplas resoluções, tal que as versões de menor resolução podem ser manipuladas sem a descompressão da imagem com resolução total.

Padronização JPEG

- Ilustração das principais operações da compressão e descompressão JPEG sequencial.



(a) compressão



(b) descompressão

Padronização JPEG

- A padronização JPEG 2000, lançado como uma nova versão do JPEG, utiliza a transformada discreta wavelet (DWT, do inglês, *discrete wavelet transform*) em vez da transformada discreta do cosseno (DCT, do inglês, *discrete cosine transform*).
- Para imagens coloridas, o JPEG codifica o espaço de cores de RGB para YCbCr. Os valores das três bandas sofrem um deslocamento de nível de -128.
- Para imagens monocromáticas, os valores também sofrem um deslocamento de -128. Dessa forma, os valores no intervalo $[0, 255]$ são deslocados para $[-128, 127]$.

Padronização JPEG

- A imagem é subdividida em blocos não sobrepostos de 8×8 pixels.
- A transformada discreta do cosseno é aplicada a cada um dos blocos da imagem, conforme a equação

$$F(u,v) = \frac{1}{4} C(u) C(v) \sum_{x=0}^{7} \sum_{y=0}^{7} f(x,y) \cos \frac{\pi u (2x+1)}{16} \cos \frac{\pi v (2y+1)}{16} \tag{20}$$

em que

$$C(u) = C(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & \text{para } u, v = 0 \\ 1, & \text{para } u, v > 0 \end{cases} \tag{21}$$

- Dos valores resultantes, $F(0,0)$ é chamado de coeficiente DC, enquanto os demais 63 valores são denominados coeficientes AC.
- Em uma imagem típica, muitos dos coeficientes terão valor zero ou próximo de zero, os quais serão descartados no processo de codificação.

Padronização JPEG

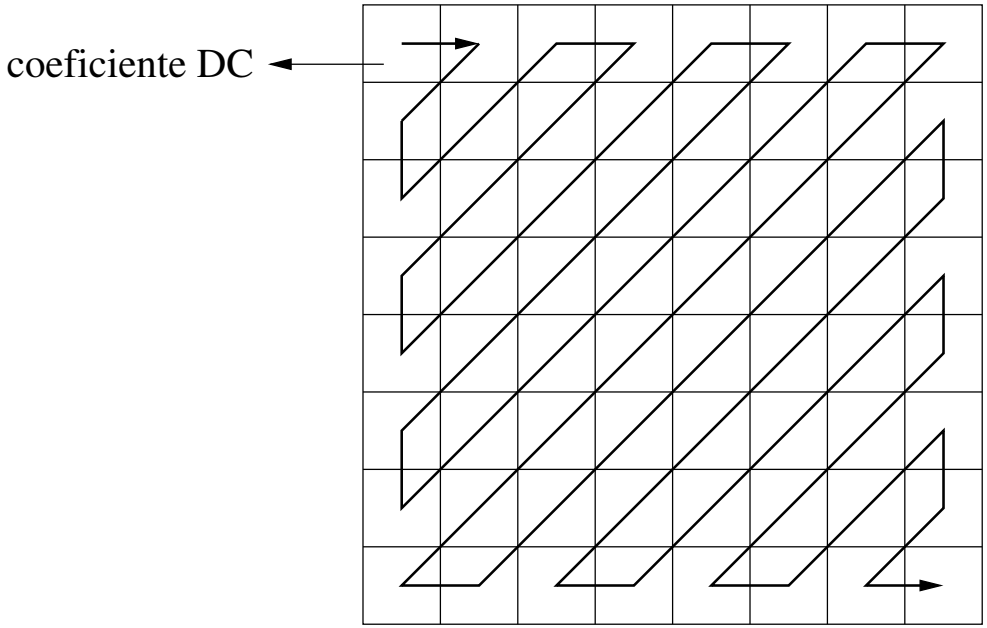
- A etapa de quantização aumenta o número de coeficientes com valor zero, eliminando os coeficientes que contribuem pouco para a qualidade da imagem.
- Os coeficientes resultantes da etapa de DCT são transformados conforme a equação

$$\hat{F}(u,v) = \text{round}\left[\frac{F(u,v)}{Q(u,v)}\right] \tag{22}$$

  em que os valores $Q(u,v)$ formam a tabela de quantização.
- Cada um dos elementos $Q(u,v)$ é um número inteiro no intervalo de 1 a 255.
- O padrão permite até quatro tabelas de quantização.

Padronização JPEG

- Os 63 coeficientes AC são reordenados em uma sequência zigue-zague, conforme ilustra a figura a seguir, com o objetivo de facilitar a etapa de codificação por entropia.



Padronização JPEG

- Os coeficientes de baixa frequência, os quais têm maior probabilidade de serem diferentes de zero, aparecem antes dos coeficientes de alta frequência.
- Já os coeficientes DC, que representam os valores médios dos blocos de 8×8 pixels, são codificados por meio de técnicas preditivas em virtude da forte correlação existente entre os coeficientes DC de blocos adjacentes.
- O JPEG especifica dois métodos que podem ser utilizados pelo codificador por entropia, a codificação de Huffman ou a codificação aritmética.
- Aos símbolos com maior probabilidade de ocorrência são atribuídos códigos binários mais curtos e, aos de menor probabilidade, atribuem-se códigos binários mais longos.

Padronização JPEG

- Na decodificação sequencial, os códigos binários da imagem comprimida são convertidos em coeficientes DCT pelo decodificador por entropia.
- Esses coeficientes são dequantizados conforme a equação

$$F(u,v) = \hat{F}(u,v)Q(u,v) \tag{23}$$

- Os coeficientes dequantizados são mapeados do domínio de frequência para o domínio espacial por meio da transformada DCT inversa, expressa como

$$f(x,y) = \frac{1}{4}\sum_{u=0}^{7}\sum_{v=0}^{7} C(u)C(v)F(u,v)\cos\frac{\pi u(2x+1)}{16}\cos\frac{\pi v(2y+1)}{16} \tag{24}$$

em que

$$C(u) = C(v) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2}}, & \text{para } u,v = 0 \\ 1, & \text{para } u,v > 0 \end{cases} \tag{25}$$

Padronização JPEG

- Após a aplicação da transformada DCT inversa, os valores decodificados são deslocados pelo valor 128, de modo a reconstruir as intensidades de cinza ou cor.

Padronização JPEG

Exemplo:

Ilustração da compressão e descompressão JPEG da subimagem 8×8 pixels mostrada na figura (a).

133	132	147	151	158	158	159	160
142	138	149	152	157	154	154	152
153	149	162	161	159	152	152	151
162	156	157	158	157	157	158	157
159	160	163	161	160	154	153	152
165	162	162	160	162	156	154	158
160	164	163	160	161	158	152	154
161	160	166	164	167	162	157	156

(a) bloco 8×8 da imagem original

Padronização JPEG

Exemplo: (continuação)

A imagem original consiste em 2^8, ou seja, 256 possíveis níveis de cinza, de modo que o processo de codificação inicia-se por um deslocamento dos níveis de cinza da subimagem por -2^{8-1} ou -128 níveis de cinza. O bloco resultante é mostrado na figura (b).

5	4	19	23	30	30	31	32
14	10	21	24	29	26	26	24
25	21	34	33	31	24	24	23
34	28	29	30	29	29	30	29
31	32	35	33	32	26	25	24
37	34	34	32	34	28	26	30
32	36	35	32	33	30	24	26
33	32	38	36	39	34	29	28

(b) bloco após subtração por 128

Padronização JPEG

Exemplo: (continuação)

A transformada DCT, de acordo com a equação 20, aplicada ao bloco após o deslocamento dos níveis de cinza produz os resultados mostrados na figura (c). Apenas uma casa decimal é utilizada na apresentação dos resultados. Após o cálculo da transformada, os 64 coeficientes DCT são quantizados conforme a equação 22, realizando-se o arredondamento de cada coeficiente ao seu valor inteiro mais próximo.

226.3	-2.2	-15.9	-1.8	5.3	1.1	4.8	6.6
-31.2	-27.7	-4.8	-0.7	1.9	6.0	1.5	2.6
-8.6	-18.7	-7.6	-0.8	-0.7	-1.4	2.1	1.3
-4.4	-6.6	2.7	-0.2	0.0	-3.3	-0.8	-0.7
3.3	-6.9	0.2	1.1	-1.1	1.2	-0.2	-0.2
2.1	-1.5	3.9	-0.1	-0.9	-0.6	0.1	-2.0
5.6	0.4	-1.3	-2.3	2.3	1.1	1.3	1.9
-1.8	4.3	-6.4	-4.6	-1.8	-0.5	0.1	0.6

(c) DCT do bloco

Padronização JPEG

Exemplo: (continuação)

Embora nenhuma tabela de quantização $Q(u, v)$ seja especificada na padronização JPEG, uma tabela típica é mostrada na figura (d).

16	11	10	16	24	40	51	61
12	12	14	19	26	58	60	55
14	13	16	24	40	57	69	56
14	17	22	29	51	87	80	62
18	22	37	56	68	109	103	77
24	35	55	64	81	104	113	92
49	64	78	87	103	121	120	101
72	92	95	98	112	100	103	99

(d) tabela de quantização

Padronização JPEG

Exemplo: (continuação)

A partir dessa tabela, os coeficientes do bloco são normalizados e arredondados, resultando na figura (e). O coeficiente DC, por exemplo, é calculado como $\hat{F}(0,0) = \text{round}(F(0,0)/Q(0,0) = \text{round}(226.3/16) = 14$.

14	0	-2	0	0	0	0	0
-3	-2	0	0	0	0	0	0
-1	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

(e) bloco DCT quantizado

Padronização JPEG

Exemplo: (continuação)

O processo de transformação e quantização dos coeficientes produz um grande número de coeficientes nulos.
Com a ordenação dos coeficientes na ordem zigue-zague mostrada anteriormente, a sequência unidimensional dos coeficientes é $[14\ 0\ -3\ -1\ -2\ -2\ 0\ 0\ -1\ \text{EOB}]$, em que o símbolo EOB denota o final do bloco para indicar à codificação de Huffman que os demais coeficientes em uma sequência ordenada são nulos.
A decodificação da subimagem comprimida inicia-se com a restauração dos coeficientes da transformada normalizada que levam à sequência de bits comprimida.
Como a sequência binária gerada pela técnica de Huffman é decodificada de maneira única, a subimagem resultante dos coeficientes quantizados é a mesma daquela mostrada na figura (e).

Padronização JPEG

Exemplo: (continuação)

A dequantização dos coeficientes, de acordo com a equação 23, gera a subimagem mostrada na figura (f). O coeficiente DC, por exemplo, é calculado como $F(0,0) = \hat{F}(0,0)Q(0,0) = (14)(16) = 224$.

224	0	-20	0	0	0	0	0
-36	-24	0	0	0	0	0	0
-14	-13	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

(f) bloco dequantizado

Padronização JPEG

Exemplo: (continuação)

A figura (g) mostra o resultado do bloco após a aplicação da DCT inversa, conforme equação 24.

7.4	10.7	15.8	21.0	24.4	25.7	25.5	24.9
12.3	15.2	19.6	23.8	26.2	26.5	25.5	24.6
20.0	22.3	25.6	28.2	29.0	27.9	25.7	24.1
27.5	29.2	31.4	32.6	31.9	29.3	26.1	23.9
32.3	33.6	35.1	35.6	33.9	30.5	26.7	24.1
33.7	34.9	36.3	36.6	34.8	31.2	27.3	24.7
32.7	34.1	35.7	36.3	34.8	31.6	27.8	25.4
31.5	32.9	34.9	35.7	34.6	31.7	28.2	25.8

(g) DCT inversa do bloco

Padronização JPEG

Exemplo: (continuação)

A figura (h) mostra o resultado do bloco reconstruído, obtido pelo deslocamento do nível de cinza de cada pixel por $+128$.
As diferenças entre as subimagens original e reconstruída decorrem dos processos de codificação e decodificação com perdas utilizados na padronização JPEG. Neste exemplo, os erros variam entre -7 $(= 132 - 139)$ e $+8$ $(= 162 - 154)$.

135	139	144	149	152	154	154	153
140	143	148	152	154	155	154	153
148	150	154	156	157	156	154	152
156	157	159	161	160	157	154	152
160	162	163	164	162	159	155	152
162	163	164	165	163	159	155	153
161	162	164	164	163	160	156	153
160	161	163	164	163	160	156	154

(h) bloco decodificado