

Отчет по лабораторной работе №2

Задача о погоне

Исаханян Эдуард Тигранович

2022 Feb 18th

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	7
4	Выполнение лабораторной работы	8
5	Выводы	13
	Список литературы	14

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Цель данной лабораторной работы построения математической модели для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

2 Задание

В ходе работы мы должны:

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки.

3 Теоретическое введение

Задача о погоне - это семейство задач в математике и информатике, в которых одна группа пытается поймать членов другой группы в определённой среде.

Постановка задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 6,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2,6 раза больше скорости браконьерской лодки.

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{(5.76)}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta = 0 \\ r = \frac{k}{3.6} \end{cases}$$

или

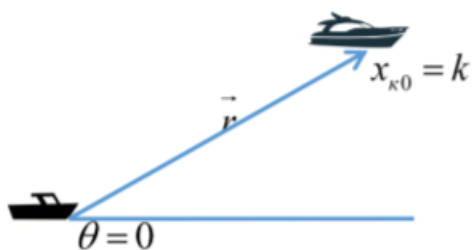
$$\begin{cases} \theta = -\pi \\ r = \frac{k}{1.6} \end{cases}$$

4 Выполнение лабораторной работы

Решение

1. Примем за $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_0 = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($\theta = x_0 = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.



3. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k-x$ (или $k+x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{k-x}{2.6v}$ (во втором случае $\frac{k+x}{2.6v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{k-x}{2.6v}$ в первом случае или $\frac{x}{v} = \frac{k+x}{2.6v}$ во втором.

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{k}{3.6}$ и $x_2 = \frac{k}{1.6}$, задачу будем решать для двух случаев.

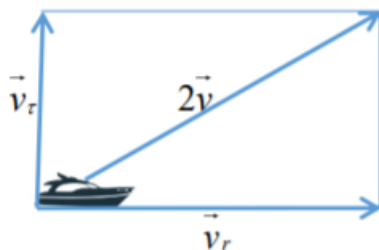
$$\begin{aligned}
 1. \quad & x/v = k-x/2.6*v \\
 & x = k-x/2.6 \\
 & 2.6*x = k-x \\
 & 3.6*x = k \\
 & x = k/3.6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & x/v = k+x/2.6v \\
 & x = k+x/2.6 \\
 & 2.6*x = k+x \\
 & 1.6*x = k \\
 & x = k/1.6
 \end{aligned}$$

4. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v .

Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$.

Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$.



$$v_{ro} = \sqrt{6.76v^2 - v^2} = \sqrt{5.76v^2} = \sqrt{5.76}v$$

Написание программы

1. Для начала мы напишем функции для движения катера и лодки.

```

1 function dr=f(tetha, r)
2     dr = r/sqrt(n*n-1);
3 endfunction
1 function xt = f2(t)
2     xt = tan(fi)*t;
3 endfunction

```

2. Далее напишем общие начальные данные.

```

7 | s = 6.5;
8 | n = 2.6;
9 | fi = %pi/4;

```

3. Теперь напишем данные для 1 случая, создадим графическое окно и нарисуем график. Движение катера нарисуем зеленой линией, а движение лодки красным.

```

11 | r0 = s/(n+1);
12 | tetha0 = 0;
13 | tetha = tetha0:0.01:2*%pi;
14 | r = ode(r0, tetha0, tetha, f);
15 | t = 0:1:25;
16 | scf(1);
17 | polarplot(tetha, r, style=color('green'));
18 | plot2d(t, f2(t), style=color('red'));

```

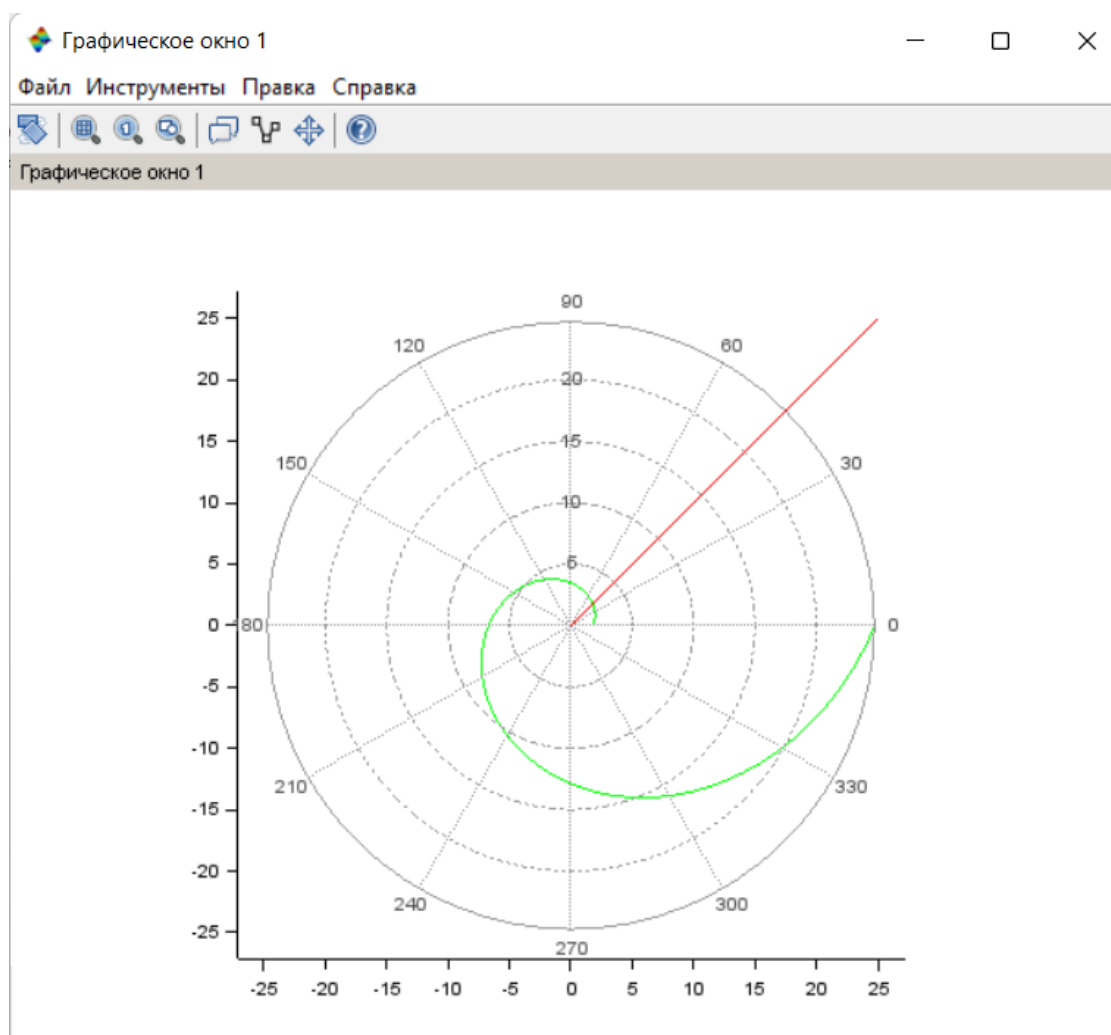
4. Далее тоже самое сделаем для 2 случая.

```

20 | r0 = s/(n-1);
21 | tetha0 = -%pi;
22 | tetha = tetha0:0.01:-tetha0;
23 | r = ode(r0, tetha0, tetha, f);
24 | t = 0:1:25;
25 | scf(2);
26 | polarplot(tetha, r, style=color('green'));
27 | plot2d(t, f2(t), style=color('red'));

```

5. Посмотрим на результат 1 случая и для 2 случая.





Из графиков видно, что для 1 случая катер и лодка встречаются в точке 1.77,а для 2 случая в точке 14.75.

5 Выводы

В ходе работы, мы научились строить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

Список литературы

1. Методические материалы к лабораторной работе, представленные на сайте “ТУИС РУДН” <https://esystem.rudn.ru/>
::: {#refs} :::