滑車と糸の質量は無視できるものとし，重力加速度を g とする．

〔A〕図 1 のように，なめらかに回る定滑車に伸縮しない糸をかけて，糸の一方に質量 m_1 のおもり A，他方に質量 m_2 のおもり B をつけて静かに放した．

（1） $m_1 > m_2$ のとき，おもり A が下降する加速度の大きさを求めよ．

（2） 糸に働く張力の大きさを求めよ．

（3） $m_1 + m_2 =$ 一定 として，糸の張力を最大にする m_1 と m_2 の関係を求めよ．

〔B〕次に，図 2 のように定滑車の一方に質量 $3M$ のおもり C を，他方に動滑車をつり下げて，動滑車には質量 $2M$ のおもり D と質量 M のおもり E をつり下げた．C，D，E を同時に静かに放した．

（4） おもり C，D，E の加速度の大きさを求めよ．

（5） おもり D，E 間の糸に働く張力の大きさを求めよ．

（6） おもり D，E はそのままでおもり C を C′ に換えると，C′，D，E を同時に静かに放しても，おもりは静止したまま動かなかった．このときのおもり C′ の質量を求めよ．

図 1

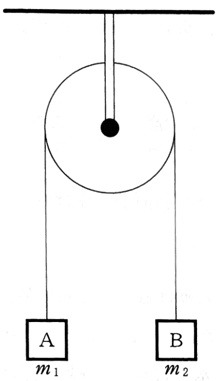
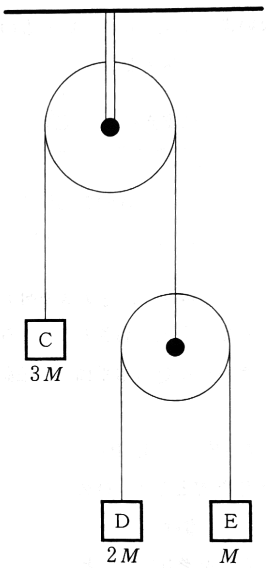


図 2



【解答】

〔A〕

(1) T を糸の張力とし，a をおもり A が下降する加速する加速度の大きさとする．おもり A，B について運動方程式

$$m_1 a = m_1 g - T \qquad \cdots\cdots ①$$
$$m_2 a = T - m_2 g \qquad \cdots\cdots ②$$

①，②より

$$(m_1 + m_2)a = (m_1 - m_2)g$$
$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

(2) ①と (1) の結果から，

$$T = \frac{2m_1 m_2}{n_1 + m_2} g$$

である．

(3) $m_1 = m_2 = m$（定数）とおく．このとき，(2) の結果から，

$$T = \frac{2m_1(m - m_1)}{m_1 + m_2} g$$

となる．これより，T は $m_1 = \dfrac{m}{2}$ のとき最大である．すなわち，$m_1 = m_2$.

〔B〕

(4) C が糸からうける張力を T_1，D が糸からうける張力を T_2 とする．また，α, β, γ をそれぞれ，C，D，E の加速度とし，すべて鉛直下向きを正とする．このとき，運動方程式

$$3M\alpha = 3Mg - T_1 \qquad \cdots\cdots ③$$
$$2M\beta = 2Mg - T_2 \qquad \cdots\cdots ④$$
$$M\gamma = Mg - T_3 \qquad \cdots\cdots ⑤$$

加えて動滑車は糸を介しておもり C とつながっているので，加速度は $-\alpha$ であり，運動方程式より

$$0 = 2T_2 - T_1 \qquad \cdots\cdots ⑥$$

また，D と E も動滑車を間にして糸でつながっているので，動滑車に対する相対加速度の和はゼロベクトルとなるので，

$$(\beta - (-\alpha)) + (\gamma - (-\alpha)) = 0$$
$$\therefore 2\alpha + \beta + \gamma = 0$$

となり，両辺に M を乗じて

$$2M\alpha + M\beta + M\gamma = 0 \qquad \cdots\cdots ⑦$$

を得る．いま，③，④，⑤を⑦に代入して

$$2(Mg - \frac{1}{3}T_1) + (Mg - \frac{1}{2}T_2) + (Mg - T_2) = 0$$
$$\therefore 4T_1 + 9T_2 = 24Mg \qquad \cdots\cdots ⑧$$

⑥，⑧を連立して解くと

$$T_1 = \frac{48}{17}Mg, \quad T_2 = \frac{24}{17}Mg$$

であり，③，④，⑤より

$$\alpha = \frac{1}{17}g,\ \beta = \frac{5}{17}g,\ \gamma = -\frac{7}{17}g$$

以上より，C，D，E の加速度の大きさはそれぞれ $\frac{1}{17}g$, $\frac{5}{17}g$, $\frac{7}{17}g$.

(5) (4) の過程より $T_2 = \frac{24}{17}Mg$.

(6) C が静止しているということは，動滑車も静止している．すなわち，定滑車とみなすことができる．よって，D，E の運動は〔A〕で $m_1 = 2M$, $m_2 = M$ としたときの運動に一致する．したがって D がうける張力の大きさ S_2 は

$$S_2 = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}g = \frac{4}{3}Mg$$

さらに，動滑車にはたらく力のつりあいより，C$'$ がうける張力の大きさは $\frac{8}{3}Mg$ である．よって，C$'$ の運動方程式より

$$M' \cdot 0 = M'g - \frac{8}{3}Mg$$
$$\therefore M' = \frac{8}{3}M$$