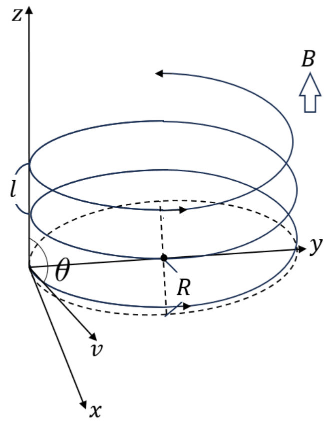

真空中に一様な磁束密度 B〔T〕の磁場がある．図に示すように，xyz 軸をとる．磁場の方向は z 軸とする．その磁場の中に速さ v〔m/s〕の電子（質量 m〔kg〕，電荷 $-e$〔C〕）を zx 平面上で，z 軸の正の向きに対して $\theta\,(< 90^\circ)$ の角度で入射させる．この点を原点 O とする．ただし，電子は原点 O を通過後から磁場の影響を受けた運動をするものとする．

(1) 電子が原点 O に入射したとき，電子の速さの y 成分は 0 である．x 成分と z 成分を求めよ．

(2) 電子が磁場から受ける力の大きさ F〔N〕を求めよ．

(3) 電子が磁場から受ける力は，大きさが一定で電子の運動方向と常に垂直にはたらく．電子は磁場に垂直な平面内で等速円運動を行うので，z 軸方向から見たとき図の破線のような半径 R〔m〕の等速円運動を行う．円運動の半径 R を求めよ．

(4) R を用いずに円運動の周期 T〔s〕を表せ．

(5) z 軸方向の運動は（1）で答えた入射の速さを変えずに運動する．（3）と合わせて，電子の運動は磁場の向きを軸としたらせん運動となる．図に示すらせん運動のピッチ l〔m〕を求めよ．

(6) 原点 O に入射する電子を初速 0 から電位差 E〔V〕で加速した．このときの電子の速さ v を m, e, E で表せ．

(7) 比電荷 $\dfrac{e}{m}$〔C/kg〕を R, E, B, θ で表せ．

【解答】

(1)　x 成分：$v\sin\theta$〔m/s〕，z 成分：$v\cos\theta$〔m/s〕.

(2)　ローレンツ力の大きさ F は,

$$\begin{aligned} F &= e\cdot(v\sin\theta)\cdot B \\ &= evB\sin\theta\,〔\mathrm{N}〕\end{aligned}$$

(3)　ローレンツ力を向心力とした等速円運動を行うので,

$$\begin{aligned} m\frac{(v\sin\theta)^2}{R} &= evB\sin\theta \\ R &= \frac{mv\sin\theta}{eB}\,〔\mathrm{m}〕\end{aligned}$$

(4)　周期 T は,

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi R}{v\sin\theta} = \frac{2\pi}{v\sin\theta}\frac{mv\sin\theta}{eB} \\ &= \frac{2\pi m}{eB}\end{aligned}$$

(5)　周期 T の間に z 軸方向に進む距離がピッチ l〔m〕であるので,

$$l = v\cos\theta T = \frac{2\pi mv\cos\theta}{eB}\,〔\mathrm{m}〕$$

(6)　電位差で加速する間に電子が受けるエネルギーが eE〔J〕であり，これが電子の運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$〔J〕となる.

$$\frac{1}{2}mv^2 = eE$$

v は速さゆえ正なので

$$v = \sqrt{\frac{2eE}{m}}\,〔\mathrm{m/s}〕$$

(7)　(3)，(6) より

$$R = \frac{mv\sin\theta}{eB} = \frac{\sin\theta}{B}\sqrt{\frac{2mE}{e}}$$

両辺を二乗して

$$\begin{aligned} R^2 &= \left(\frac{\sin\theta}{B}\right)^2\sqrt{\frac{2mE}{e}} \\ \frac{e}{m} &= 2E\left(\frac{\sin\theta}{BR}\right)^2\,〔\mathrm{C/kg}〕\end{aligned}$$