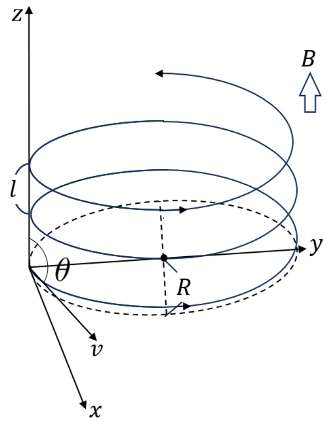


真空中に一様な磁束密度 $B$〔T〕の磁場がある．図に示すように，$xyz$ 軸をとる．磁場の方向は $z$ 軸とする．その磁場の中に速さ $v$〔m/s〕の電子（質量 $m$〔kg〕，電荷 $-e$〔C〕）を $zx$ 平面上で，$z$ 軸の正の向きに対して $\theta\,(< 90^\circ)$ の角度で入射させる．この点を原点 O とする．ただし，電子は原点 O を通過後から磁場の影響を受けた運動をするものとする．

(1) 電子が原点 O に入射したとき，電子の速さの $y$ 成分は 0 である．$x$ 成分と $z$ 成分を求めよ．

(2) 電子が磁場から受ける力の大きさ $F$〔N〕を求めよ．

(3) 電子が磁場から受ける力は，大きさが一定で電子の運動方向と常に垂直にはたらく．電子は磁場に垂直な平面内で等速円運動を行うので，$z$ 軸方向から見たとき図の破線のような半径 $R$〔m〕の等速円運動を行う．円運動の半径 $R$ を求めよ．

(4) $R$ を用いずに円運動の周期 $T$〔s〕を表せ．

(5) $z$ 軸方向の運動は（1）で答えた入射の速さを変えずに運動する．（3）と合わせて，電子の運動は磁場の向きを軸としたらせん運動となる．図に示すらせん運動のピッチ $l$〔m〕を求めよ．

(6) 原点 O に入射する電子を初速 0 から電位差 $E$〔V〕で加速した．このときの電子の速さ $v$ を $m$, $e$, $E$ で表せ．

(7) 比電荷 $\dfrac{e}{m}$〔C/kg〕を $R$, $E$, $B$, $\theta$ で表せ．

【解答】

(1)　$x$ 成分：$v\sin\theta$〔m/s〕，$z$ 成分：$v\cos\theta$〔m/s〕.

(2)　ローレンツ力の大きさ $F$ は,

$$
\begin{aligned}
F &= e\cdot(v\sin\theta)\cdot B \\
&= evB\sin\theta\text{〔N〕}
\end{aligned}
$$

(3)　ローレンツ力を向心力とした等速円運動を行うので,

$$
\begin{aligned}
m\frac{(v\sin\theta)^2}{R} &= evB\sin\theta \\
R &= \frac{mv\sin\theta}{eB}\text{〔m〕}
\end{aligned}
$$

(4)　周期 $T$ は,

$$
\begin{aligned}
T &= \frac{v\sin\theta}{2\pi R} = \frac{v\sin\theta}{2\pi}\frac{eB}{mv\sin\theta} \\
&= \frac{eB}{2\pi m}
\end{aligned}
$$

(5)　周期 $T$ の間に $z$ 軸方向に進む距離がピッチ $l$〔m〕であるので,

$$
l = v\cos\theta T = \frac{eBv\cos\theta}{2\pi m}\text{〔m〕}
$$

(6)　電位差で加速する間に電子が受けるエネルギーが $eE$〔J〕であり，これが電子の運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$〔J〕となる.

$$
\frac{1}{2}mv^2 = eE
$$

$v$ は速さゆえ正なので

$$
v = \sqrt{\frac{2eE}{m}}\text{〔m/s〕}
$$

(7)　(3)，(6) より

$$
R = \frac{mv\sin\theta}{eB} = \frac{\sin\theta}{B}\sqrt{\frac{2mE}{e}}
$$

両辺を二乗して

$$
\begin{aligned}
R^2 &= \left(\frac{\sin\theta}{B}\right)^2\sqrt{\frac{2mE}{e}} \\
\frac{e}{m} &= 2E\left(\frac{\sin\theta}{BR}\right)^2\text{〔C/kg〕}
\end{aligned}
$$