最終更新日：2023 年 11 月 25 日

テスト演習

実施日：2023 年 11 月 25 日

第１問

図１のように，断面積 S〔m^2〕の細長い円筒型容器が鉛直に置かれている．この容器内に，質量が無視できなめらかに動くことのできるピストンで，質量が m〔g〕の水が隙間なく閉じ込められている．容器内には温度調節器があり，容器内の物質を一様に加熱または冷却できるようになっている．ピストンや容器は熱容量の無視できる断熱材でできており，外部との熱のやり取りはない．次の問いに答えよ．

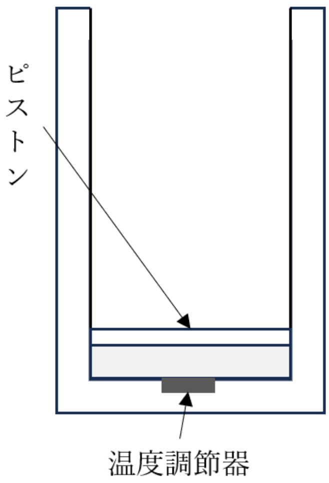

図１

容器内の水を冷却して凍らせ，$-T_1$〔℃〕で一定にした後，温度調節器の電力を一定にして，１気圧の大気圧のもとで加熱を続けた．加熱し始めた時刻を 0 s として，容器内の温度の変化を観測したところ図２のようになった．すなわち，t_1〔s〕後には 0 ℃となりしばらく温度は一定となった．加熱開始 t_2〔s〕後には氷は完全にとけて水になり，その後再び温度が上昇し始め，加熱開始 t_B〔s〕後には T_B〔℃〕に，また t_3〔s〕後には 100 ℃となり，加熱開始 t_4〔s〕後には 100 ℃の温度が保たれた．

(1) 水の比熱を C_w〔J/(g·K)〕として，氷が完全にとけた直後の m〔g〕の水が，0 ℃から T_B〔℃〕まで上昇する間に与えられた熱量を求めよ．

(2) 加熱している間の一定電力 P〔W〕を，$m, C_w, T_\mathrm{B}, t_\mathrm{B}, t_2$ を用いて表せ．

(3) 氷の融解熱〔J/g〕を，$C_w, T_\mathrm{B}, t_1, t_\mathrm{B}, t_2$ を用いて表せ．

(4) 氷の比熱は，水の比熱の何倍か．$T_1, T_\mathrm{B}, t_1, t_\mathrm{B}, t_2$ を用いて表せ．

(5) 加熱開始 t_A〔s〕後に，この容器内に残っている氷の質量は，とけて水となっている部分の氷の質量の何倍か．t_1, t_A, t_2 を用いて表せ．ただし，$t_1 < t_\mathrm{A} < t_2$ である．

(6) 氷の蒸発熱〔J/g〕と氷の融解熱の比を，t_1, t_2, t_3, t_4 を用いて表せ．

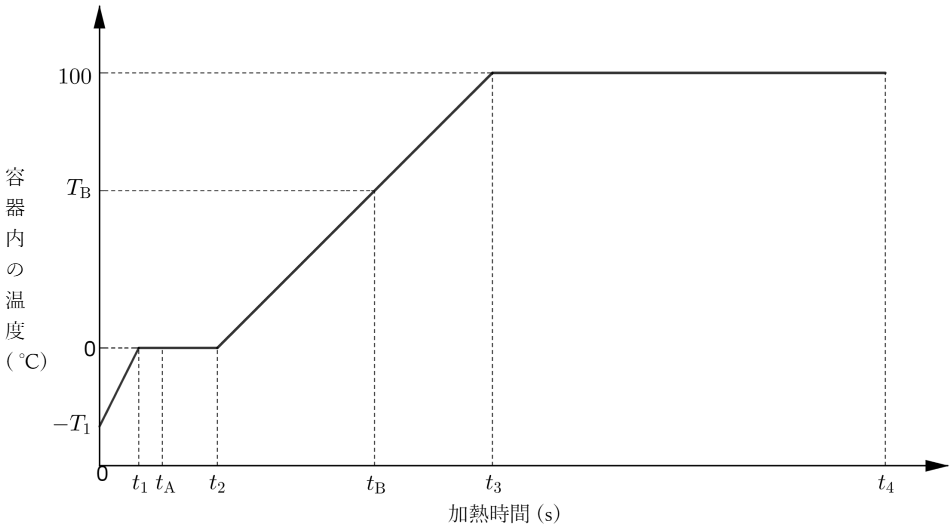

図 2

第2問

気体を容器に封入したとき，気体分子は容器の壁面と繰り返し衝突をしている．図1のように，1辺の長さが L〔m〕の立方体の容器に分子1個の質量が m〔kg〕の単原子分子理想気体が N 個入っている．この気体から z 軸に垂直な壁面Aが受ける圧力を考える．容器内の気体の温度は T〔K〕で一定であり，分子どうしの衝突は無視する．アボガドロ定数を N_{A}〔mol^{-1}〕，気体定数を R〔J/(mol·K)〕，重力加速度の大きさを g〔$\mathrm{m/s^2}$〕とする．次の文章中の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{セ}$ に適切な数式または数値を入れよ．

(1) 初めに重力が作用していない場合について考える．ある1個の分子の z 軸方向の速度の成分を v_z〔m/s〕とすると，分子が壁面Aと弾性衝突したときに壁面Aが分子から受ける力積は $\boxed{ア}$〔N·s〕である．分子が壁面Aと衝突から次に壁面Aと衝突するまでの時間は $\boxed{イ}$〔s〕であるため，分子は時間 Δt〔s〕の間に，壁面Aと $\boxed{ウ}$ 回衝突する．したがって，時間 Δt の間に壁面Aが受ける力積は $\boxed{エ}$〔N·s〕となり，1個の分子によって壁面Aが受ける力 f は $\boxed{オ} \times {v_z}^2$〔N〕と z 軸における速度成分の2乗 $\times {v_z}^2$ を用いて表せる．N 個の分子によって壁面Aが受ける力 F〔N〕については，すべての分子は不規則に運動しており，速度成分の2乗平均はどの成分についても等しいので，N 個の分子の速度の2乗平均 $\overline{v^2}$〔$\mathrm{m^2/s^2}$〕を用いて $\boxed{カ}$ と表せる．以上から，圧力は $\boxed{キ}$〔$\mathrm{N/m^2}$〕となる．また，状態方程式から $\overline{v^2}$ は m, N_A, R, T を用いて $\boxed{ク}$ となり，気体の内部エネルギー U〔J〕は N, N_A, R, T を用いて $\boxed{ケ}$ となることがわかる．

(2) z 軸の負の向きに一様な重力が作用する場合，容器内の気体の密度と圧力に勾配が生じる．図2のように，容器の底からはかった高さを z〔m〕とし，高さ z における気体の圧力を $P(z)$〔$\mathrm{N/m^2}$〕，密度を $d(z)$〔$\mathrm{kg/m^3}$〕とする．z から Δz だけ高いところを $(z+\Delta z)$〔m〕とし，高さ z における厚さ Δz，断面積 L^2 の気柱について考えると，高さ $(z+\Delta z)$ における気体の圧力 $P(z+\Delta z)$〔N/m^2〕は，気柱内における気体の密度の勾配が無視できるほど Δz が小さいとき，$P(z)$, $d(z)$, Δz などを用いて $\boxed{コ}$ と近似できる．また，容器内の気体は単原子分子理想気体であるため，$d(z)$ は $P(z)$ と T などを用いて $\boxed{サ}$ と表せる．以上から，気体1molあたりの質量が 4.0×10^{-3} kg/mol，温度が300Kであるとき，$P(z+\Delta z)$ が $P(z)$ と比べて0.010%だけ小さくなるような高さの差は，$R = 8.3$〔J/(mol·K)〕，$g = 9.8$〔$\mathrm{m/s^2}$〕とすると，有効数字2桁で $\boxed{シ}$ と見積もることができる．また，容器の底における気体の圧力と密度をそれぞれ $P(0)$〔$\mathrm{N/m^2}$〕，$d(0)$〔$\mathrm{kg/m^3}$〕，高さ L における気体の圧力と密度をそれぞれ $P(L)$〔$\mathrm{N/m^2}$〕，$d(L)$〔$\mathrm{kg/m^3}$〕とすると，$P(0)$ と $P(L)$ との差は N, m, g, L を用いて $\boxed{ス}$ となり，$d(0)$ と $d(L)$ との差は $N_{\mathrm{A}}, m, g, L, R, T$ を用いて $\boxed{セ}$ となる．

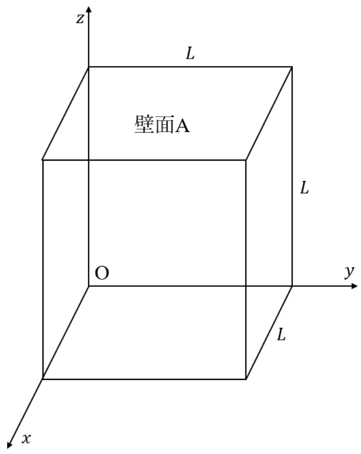

図 1

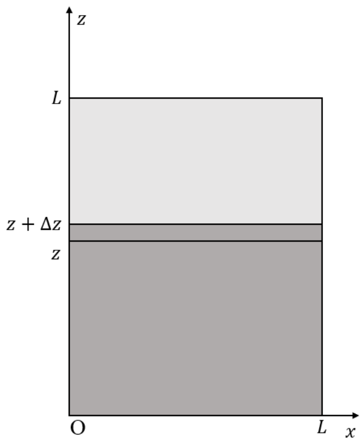

図 2

第3問

n〔mol〕の単原子分子理想気体をピストンがついたシリンダーの中に封入して図のように体積 V と圧力 P を A → B → C → D → A と変化させる．A → B と C → D の変化はそれぞれ熱の出入りがないようにして状態の変化を行った．さらに，B → C の変化は圧力を一定に保って，また D → A の変化は体積を一定に保ってそれぞれ状態の変化を行った．状態 A，B，C，D の絶対温度をそれぞれ T_{A}，T_{B}，T_{C}，T_{D} とし，この気体の定積モル比熱を C_v，定圧モル比熱を C_p とする．また，ピストンとシリンダーの間に摩擦はないものとする．次の問いに答えよ．

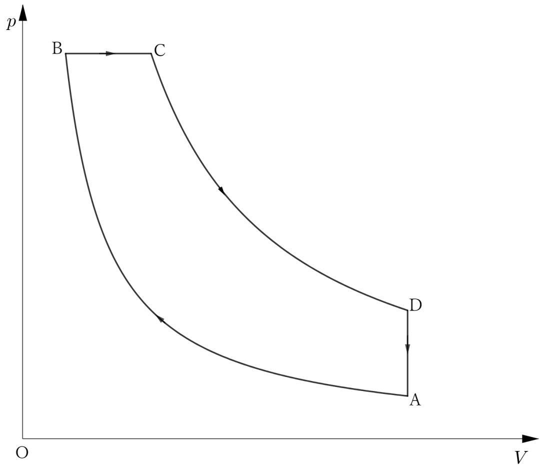

図 1

(1) 各過程における気体の内部エネルギーの変化 ΔU_{AB}, ΔU_{BC}, ΔU_{CD}, ΔU_{DA} を求めよ．

(2) 各過程における気体が吸収する熱量 Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD}, Q_{DA} を求めよ．

(3) 各過程における気体がする仕事 W_{AB}, W_{BC}, W_{CD}, W_{DA} を求めよ．

(4) このサイクルを熱機関とみなした時の熱効率 e を求めよ．ただし定積モル比熱と定圧モル比熱との比を $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$ として，γ と絶対温度を使って表せ．

＜計算用紙＞