図 1 のように，両端が固定された長さの l の弦が水平に張られており，弦の下には水を入れた管が鉛直に立てられている．この弦の中央をはじき，弦の基本振動により音波を生じさせる．その状態で，図 2 のように，水面を管口 A から徐々に下げていくと，B の位置ではじめて管の中の気柱が音波と共鳴し，C の位置で 2 度目の共鳴をした．A の位置から B の位置までの距離を d_1，A の位置から C の位置までの距離を d_2，弦を伝わる波の速さを V とする．開口端補正を一定として，以下の問いに答えよ．

（1）弦を伝わる波の波長を求めよ．

（2）音波の伝わる速さと開口端補正を求めよ．

さらに水面を下げていくと，3 度目の共鳴が起こった．

（3）このときの水面の位置を管口からの距離で表せ．

水面をさらに下げたところ，共鳴は起こらないまま管の下端に達した．そこで図 3 のように，下端を開いて開管にすると共鳴した．

（4）管の全長を求めよ．

開管にしたまま，弦を張る力を変えないようにしながら弦の長さを短くしていくと，共鳴しなくなり，ある長さ l' のときにふたたび共鳴した．

（5）l' を l を用いて表せ．ただし，弦の振動は基本振動とする．

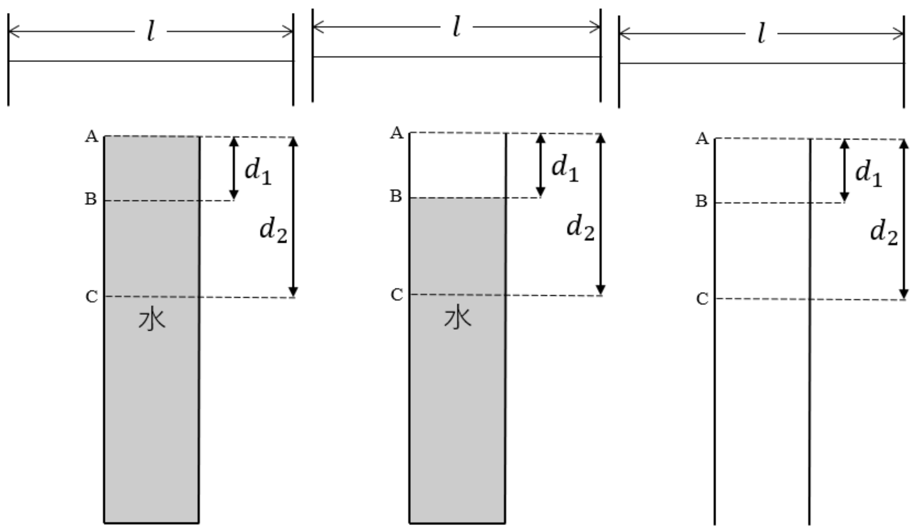

図 1　図 2　図 3

【解答】

(1)　弦は基本振動をするので波長 $\lambda_0 = 2l$.

(2)　弦を伝わる波の周波数と音波の周波数は一致して，$f = \frac{V}{\lambda_0} = \frac{V}{2l}$．B のときに基本振動，C のときに 3 倍振動をするということは，BC 間の距離が音波の半波長となるので，音波の波長 $\lambda = 2(d_2 - d_1)$．よって，音波の速さ $v = f\lambda = \frac{d_2-d_1}{l}V$.

また，開口端補正とは，音波の波長の 4 分の 1 と AB の距離の差のことであるから

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{\lambda}{4} - d_1 = \frac{d_2 - d_1}{2} - d_1 \\ &= \frac{d_2 - 3d_1}{2}\end{aligned}$$

(3)　C からさらに半波長 $(d_2 - d_1)$ だけ下がった位置で 5 倍振動が起こる．すなわち，$d_2 + (d_2 - d_1) = 2d_2 - d_1$.

(4)　開管にしたときに起こる共鳴は 3 倍振動である．管の両端に開口端補正があることに注意して，管の全長 L は

$$L + 2\Delta x = \frac{3}{2}\lambda \quad \therefore L = 2d_2$$

(5)　弦の長さ l が短くなると，弦を伝わる周波数は大きくなる．音速一定ゆえ，音波の波長は短くなる．よって，l' のときの気柱のおける振動は 4 倍振動である．

弦を伝わる波長 ${\lambda_0}' = 2l'$ なので, 周波数 $f' = \frac{V}{2l'}$．よって音波の波長は $\lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{2l'}{l}(d_2 - d_1) = \frac{l'}{l}\lambda$.

開口端補正は一定なので，管の全長について，

$$\begin{aligned}\frac{3}{2}\lambda &= 2\lambda' \\ \therefore l' &= \frac{3}{4}l\end{aligned}$$