

## 第 1 問

一様な材質でできた薄い剛体円板の水平面上での運動を考えよう．本問を通して，摩擦や空気抵抗はすべて無視する．したがって，円板は並進運動のみを行い，回転することはない．

- I 図 1 のように，質量が  $m, M$  で同じ大きさの 2 つの剛体円板の間に，ばね定数が  $k$  である厚みと質量の無視できるばねをはさみ，両側から力を加えてばねを  $l$  だけ縮ませた状態で，なめらかな水平面上に固定する．その後静かに固定を解いた．ばねの長さが自然長に戻ったときの質量  $m$  の円板の速さ  $v$  を  $k, l, m, M$  を用いて表せ．

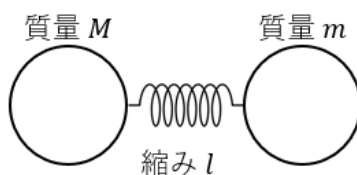


図 1

- II 質量が  $m_A, m_B$  の剛体円板が A, B がある．静止している B に速さ  $v_0$  で A が衝突した結果，それぞれの速さは  $v_A, v_B$  となり，それぞれの速度の向きは A の入射方向に対して  $\theta, \phi$  となった．ここで図 2 のように A の入射方向に  $x$  軸，それと垂直な方向に  $y$  軸をとる．

- (1) 衝突前後の運動量保存則の式を， $x$  軸方向と  $y$  軸方向に分けて書け．
- (2) 2 つの剛体円板の大きさを見捨てし，はじめに B が静止していた位置を原点とし， $m_A = m_B$  とする．このとき，衝突後の角度が  $\theta = 30^\circ, \phi = 60^\circ$  になった．A が座標  $(9, 3\sqrt{3})$  に達したとき，B が達する点の座標を求めよ．

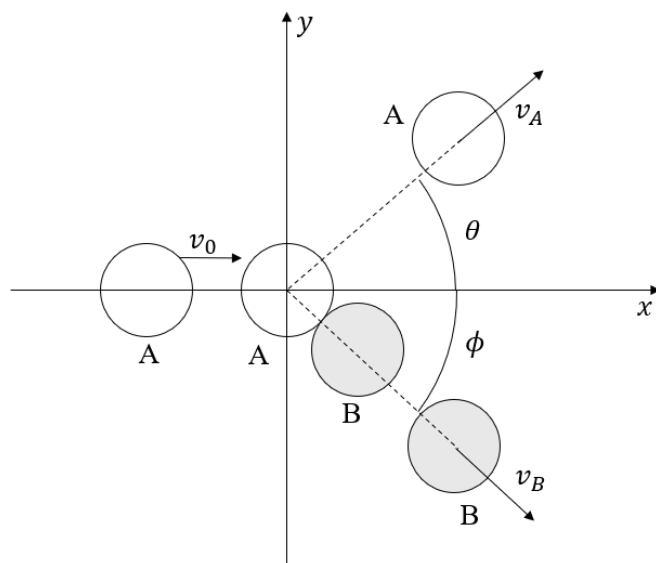


図 2

III 同じ半径で同じ質量  $m$  の 4 つの剛体円板 1, 2, 3, 4 を, 図 3 のように水平面上に配置して静止させる. 円板 1 と 4 の中心を結ぶ直線を  $x$  軸とし, それと垂直な方向  $y$  軸をとる. まず,  $x$  軸負の方向から 4 つの円板と同じ質量で同じ半径の剛体円板 0 を速さ  $u_0$  で衝突させる. その後の様子を次の 3 段階に分けて考えてみよう. ただし, それぞれの衝突はすべて弾性衝突であるとする.

(i) 剛体円板 0 と 1 の衝突

(ii) 剛体円板 1 と 2, 1 と 3 の同時衝突

(iii) 剛体円板 2 と 4, 3 と 4 の同時衝突

(1) (i) の衝突直後の剛体円板 1 の速さ  $u_1$  を求めよ. ここではまだ, 剛体円板 1 は 2, 3 と衝突していないものとする.

(2) 次に (ii) の衝突を考える. ここではまだ, 剛体円板 2, 3 は 4 と衝突していないものとする. 円板 2 には 1 からの力積のみが作用するので, 衝突直後, その速度の向きは円板 1, 2 の中心を結ぶ直線に沿った向きとなる. 衝突直後の円板 1 の速度の  $x$  成分を  $v_1$ , 円板 2 の速さを  $u_2$  とする. 対称性より, 円板 2 と 3 の速度は  $x$  軸に関して対称でその速さは等しくなることに注意して, 速さの比  $\frac{|v_1|}{u_1}, \frac{u_2}{u_1}$  をそれぞれ求めよ.

(3) (iii) の衝突直後の剛体円板 2, 4 の速さをそれぞれ  $v_2, v_4$  とし, また, 2 の速度の向きと  $x$  軸の向きとのなす角度を  $\theta_2$  とする. 速さの比  $\frac{v_2}{u_2}$  と  $\frac{v_4}{u_2}$ , および  $\tan \theta_2$  の値をそれぞれ求めよ.

(4) すべての衝突が終わった後の剛体円板 1 の速度を  $w_1$  とするとき, 速さの比  $\frac{|w_1|}{u_2}$  を求めよ.

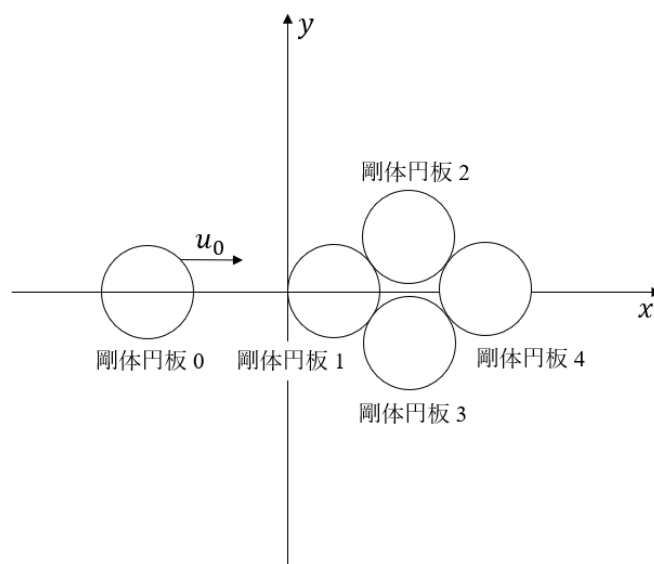


図 3