TURING 图灵新知

Guesstimation

Solving the World's Problems on the Back of a Cocktail Napkin

这也能想到？

巧妙解答无厘头问题

[美] Lawrence Weinstein
John A. Adam 著

何儒 黄倩 译

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

TURING 图灵新知

Guesstimation

Solving the World's Problems on the Back of a Cocktail Napkin

这也能想到？

巧妙解答无厘头问题

[美] Lawrence Weinstein
John A. Adam 著

何儒 黄倩 译

人民邮电出版社
北京

图书在版编目（CIP）数据

这也能想到？：巧妙解答无厘头问题 /（美）温斯坦（Weinstein, L.），（美）亚当（Adam, J. A.）著；何儒，黄倩译. -- 北京：人民邮电出版社，2010.8
（图灵新知）
书名原文：Guesstimation: Solving the World's Problems on the Back of a Cocktail Napkin
ISBN 978-7-115-23212-0

Ⅰ. ①这… Ⅱ. ①温… ②亚… ③何… ④黄… Ⅲ. ①思维科学—普及读物 Ⅳ. ①B80-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第122121号

内 容 提 要

本书力图教会大家简单实用的估算技巧，拓宽思路，提升思考能力和快速估算能力。其取材广泛，内容新颖有趣。每章集中讨论一个特定话题，如能源与环境话题、污染话题、交通话题等，各章的难度采取循序渐进的方式，从而鼓励大家养成积极思考的习惯。

本书适用于对估算感兴趣的所有人学习。

图灵新知

这也能想到？——巧妙解答无厘头问题

◆ 著　[美] Lawrence Weinstein　John A. Adam
译　何　儒　黄　倩
责任编辑　杨海玲
执行编辑　卢秀丽

◆ 人民邮电出版社出版发行　北京市崇文区夕照寺街14号
邮编　100061　电子函件　315@ptpress.com.cn
网址　http://www.ptpress.com.cn
北京隆昌伟业印刷有限公司印刷

◆ 开本：880×1230　1/32
印张：7.5
字数：201千字　2010年8月第1版
印数：1－4 000册　2010年8月北京第1次印刷
著作权合同登记号　图字：01-2009-1521号
ISBN 978-7-115-23212-0

定价：25.00元

读者服务热线：(010)51095186　印装质量热线：(010)67129223
反盗版热线：(010)67171154

版 权 声 明

Original edition, entitled *Guesstimation: Solving the World's Problems on the Back of a Cocktail Napkin* by Lawrence Weinstein and John A.Adam, ISBN: 978-0-691-12949-5 , published by Princeton University Press. Copyright ©2008 by Princeton University Press.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from Princeton University Press.

Simplified Chinese translation copyright ©2010 by Posts & Telecom Press.

本书简体中文版由普林斯顿大学出版社授权人民邮电出版社独家出版。未经出版者许可，不得以任何方式复制本书内容。

仅限于中华人民共和国境内（香港、澳门特别行政区和台湾地区除外）销售发行。

版权所有，侵权必究。

译 者 序

本书提出了大量贴近生活的有趣问题，并在短时间内给出了近似精确或较为合理的解答，藉此向我们展现了估算的魅力。书中提出的有些问题本身可能没有太大的意义，估算答案时也没有用到高深的理论和复杂的方法，但其思想却对我们的学习、工作和生活有着重要的指导作用。例如，译者在研究视频监控时，曾利用本书思想对2009年全国监控摄像机的总数进行过如下的粗略估算：首先通过网络媒体数据估算出广东省（发达地区）平均每30人有一台监控摄像机，武汉市（普通地区）平均每80人有一台监控摄像机；然后取几何平均值，估计全国平均每50人有一台监控摄像机；最后结合中国的总人口数，可知全国约有2 600万台监控摄像机，这跟官方数据是比较接近的。

书中有的问题可能看似简单，但却因为贴近生活而显得更加真实，容易激发广大读者的阅读兴趣。交通事故虽然经常发生，但却往往因为侥幸心理的存在而得不到应有的重视，作者约翰通过亲自开车撞护栏强调了系安全带的重要性。可以说，阅读本书不仅可以学到估算技能，还能真切感受到作者热爱生活的态度和献身事业的精神。书的最后一章给出了33个没有给出答案的问题，不仅可以作为读者应用估算技能的练习题，而且能够引领读者提出并解答更适合自身需求的问题。在行文风格上，本书言简意赅，解答问题的篇幅通常不超过一页。由于问题之间往往具有较强的独立性，因此，本书非常适合作为课间或茶余饭后的休闲读物。

本书主要由何儒和黄倩翻译，因水平、时间所限，错误和不当之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

前　言

数字有多大呢?

我们随时都会碰到数字。它们经常用于恐吓我们:“今年鲨鱼袭击人的次数翻了一倍!”或者“在飞机上使用婴儿座椅能够挽救几十条生命!”也经常用于引诱我们:“本周的彩票奖金是一亿美元!”了解周围的世界需要数字:“平均每个美国人每年会制造出100立方英尺的垃圾!”或者“核工厂会产生数以吨计的高辐射废弃物!”

只要具备下面两项能力,就能理解这些常常令人困惑有时甚至相互矛盾的数字了。

(1) 领会大数字的含义。

(2) 根据一些基本事实进行粗略的常识性估算。

本书会讲授这些简单的技能,以便你能够更好地了解周围的世界,戳穿有关数值、政治和科学的无稽之谈。

这两项能力对你的职业发展也有促进作用。许多顶尖的公司把估算问题用在面试中,从而判断应聘者的智慧和灵活性[1]。大的软件公司、管理咨询公司以及投资银行(比如,微软、高盛、美邦)在招聘时就会问到这类问题,比如尿不湿在中国的市场有多大?填满波音747飞机需要多少个高尔夫球?世界上有多少钢琴调音师?[2, 3]企业用这些问题来测试应聘者的反应能力和在现实生活中运用数学技巧的能力。

这些问题通常称为“费米问题”,以纪念乐于提出问题并解决问题的传奇物理学家恩里科·费米(Enrico Fermi)。在首颗原子弹的爆炸实验中,据说费米在冲击波通过时抛出了一些碎纸片,并根据碎纸片飘落的

情况估算出了爆炸的强度。

本书中，我们将帮助你对各种各样的问题展开估算。从填埋垃圾所需的空间到世界上此时正在挖鼻孔的人数，我们都能一一估算出来。这些问题都没有唯一正确的分析方法，我们会给出一些获取正确答案的途径。

我们将从两个简短的章节开始，分别介绍如何估算和如何处理大数字，然后我们将转入本书的核心章节：有趣的问题（如果你需要，可以看到很多提示）及附在反面的答案。这些问题按章分类，每章集中讨论一个特定的话题，比如能源与环境话题、交通话题、风险话题等。每一章都会从简单的问题开始，逐步过渡到较难的问题。第6章到第9章分别讨论了不同形式的能量。我们将从爬山开始，继而对汽油、巧克力薄饼、电池、太阳、沙鼠、风车以及铀的能量进行比较。

这些问题涉及范围很广，从易到难，从小到大。我们要计算出很多精彩问题的答案，包括：

- 如果把全世界的人都挤在一起，会占据多大空间？
- 如果用电池来取代你汽车上的油箱，需要多少节电池？
- 蜘蛛侠真的能阻止地铁吗？
- 核能发电机和煤能发电机每年会产生多少废弃物？
- 发动一辆车到底需要消耗多少能量？
- 每磅的太阳和沙鼠，哪个能量更大？
- 需要增加多少农田才能生产出足以取代汽油的谷物乙醇？

只要愿意积极地思考并处理大数字，就能回答这些问题。对于少数可能需要用到的科学原理和方程，我们会给出提醒。你一定会大吃一惊，原来从自己已有的知识出发就能解决这么多问题！

即将在本书中学到的新知识可以应用到以后遇到的所有估算问题中。祝各位在面试中都有好运！

致　　谢

我们要感谢每一位曾给予我们帮助的人，至少要感谢那些没有给我们拖太多后腿的人。

我John，要感谢我的系主任J. Mark Dorrepaal对本书出版（以及其他诸事）的大力支持。我们的编辑Vickie Kearn曾经告诉我："写书其实就像孕育松果。"她的忠告和幽默感使得本书得以全面顺利地完成（不过有时也需要用冰激凌来刺激一下）。我与合著者Larry相处得很愉快，他总能使我保持清醒的大脑（而且从来不会触怒我）。每当散步遇到正在遛狗的Patty Edwards时，我总能欣喜地从她那里"发现"一些新的东西并领略到她的艺术天赋，而且这种发现的快乐几乎是与日俱增的。毫无疑问，她对本书的突出贡献可以开启一个全新的传奇故事："从前，一个物理学家、一个艺术家和一个数学家走进一个酒吧……"[①]最后，我的妻子苏珊在关于本书的有争议问题上给出了很多睿智而富有建设性的意见，我很感谢她的爱和建议。

我Larry，要特别感谢奥多明尼昂大学物理系的所有同仁，是他们鼓励我开展对"物理学中的估算"这个课题的研究，本书就是以这个课题为基础的。既然有了一本这一课题的教材，我就可以让其他人去讲课了。感谢为本书提供精彩问题或创新解法的所有同事和学生（人数太多，在此不一一列举，以防遗漏）。还要感谢普林斯顿大学出版社的编辑Vickie

---

① 第一作者Lawrence（即Larry）是物理老师，第二作者John是数学老师，而Patty是艺术老师。——编者注

Kearn，感谢她在本书撰写过程中给予的鼓励和帮助。默契的合作需要双方都自愿地去完成90%的工作，我感谢合著者John所做的分外工作，跟他合作非常愉快。我还要感谢我的妻子与孩子Carol、Lee和Rachel，感谢他们提出的具体建议和更正意见，感谢他们对本书工作给予的全面支持，更感谢他们使我的生活充满乐趣和价值。

目　录

第 1 章　怎样解决问题 …… 1

第 2 章　处理大数字 …… 9

2.1　科学记数法 …… 10

2.2　准确度 …… 12

2.3　关于单位的注意事项 …… 13

2.4　单位换算 …… 14

第 3 章　一般性的问题 …… 17

3.1　一个大家庭 …… 18

3.2　注意，球来了！ …… 21

3.3　Patty，你的泡菜把我们难倒了！ …… 23

3.4　出人意料的表面积 …… 25

3.5　朋友，你能灌满那个圆顶吗？ …… 27

3.6　1 摩尔猫 …… 30

3.7　彩票知多少 …… 32

3.8　成吨的垃圾！ …… 34

3.9　Trashmore 山 …… 37

3.10　空中飞人 …… 40

3.11　图书上架问题 …… 42

第 4 章　动物和人 …… 45

4.1　比天上的星星还多 …… 46

4.2 与血液有关的估算……49
4.3 平展你的皮肤……52
4.4 明天把头发剪掉……55
4.5 热狗！……57
4.6 在球场上奔跑……59
4.7 喔……太粗俗了……61
4.8 排队上厕所……63
4.9 拉直了测量……65
第5章 交通篇……67
5.1 开车到土星……68
5.2 淹没在汽油中……70
5.3 高速公路慢行……73
5.4 黄包车与汽车……76
5.5 马粪……79
5.6 轮胎磨损……81
5.7 为车而工作……83
第6章 能量和功……87
6.1 托举一定高度所需要的能量……88
6.1.1 登山……89
6.1.2 推平阿尔卑斯山脉……91
6.1.3 盖楼……94
6.2 动能……97
6.2.1 发球……98
6.2.2 卡车的动能……100
6.2.3 大陆漂移……102
6.2.4 “大胆地出发……”……105
6.3 功……108

6.3.1 撞击！ 109
6.3.2 蜘蛛侠与地铁列车 111
第7章 碳氢化合物和碳水化合物 113
7.1 化学能 114
7.1.1 汽油中的能量 115
7.1.2 电池的能量 117
7.1.3 电池能量密度 120
7.1.4 电池与油箱 122
7.2 食物是能量 124
7.2.1 人与汽车的能耗 125
7.2.2 农产乙醇 128
7.3 能量！ 130
7.3.1 人类的热量 131
7.3.2 加满汽油 133
7.3.3 充满电 135
第8章 地球、月球和大量的沙鼠 137
8.1 但是它运动了 138
8.2 快躲开！ 141
8.3 超级大太阳 144
8.4 太阳的功率 146
8.5 如果太阳由沙鼠构成 149
8.6 化学太阳 152
8.7 邻近的超新星 154
8.8 融化冰冠 157
第9章 能源与环境 161
9.1 人类的功耗 162
9.2 大陆的功耗 165
9.3 太阳能 168

9.4 用来获取太阳能的土地……170
9.5 倾斜的风车……172
9.6 煤炭的功率……175
9.7 核能……177
9.8 坚固的表面……179
第 10 章 大气……183
10.1 进入到稀薄的空气中……184
10.2 古老的空气……186
10.3 吸收氧气……189
10.4 煤中的 CO_2……191
10.5 健康地发热……193
10.6 汽车排放的 CO_2……195
10.7 用树木吸收 CO_2……198
10.8 化树为油……201
第 11 章 风险……203
11.1 道路上的赌博……204
11.2 飞机的真相……206
11.3 生命就像海滩……208
11.4 随烟消逝……210
第 12 章 未给出答案的问题……213
附录 A 需要用到的数和公式……216
A.1 有用的数……216
A.2 常用公式……217
A.3 公制前缀……217
附录 B 尺寸对照表……218
参考文献……221

第1章

怎样解决问题

步骤1 写下答案[4]，换句话说就是得出一个合理的近似解。通常这就是你所需的全部信息。

例如，如果从纽约到波士顿的路程是250英里，开车需要多长时间呢？以平均每小时50～60英里来算，你能立刻估算出需要4～5个小时。这一信息足以让你决定是否要开车去波士顿度周末。如果你决定开车去，就得查地图或上网搜索以获取准确的路线和更准确的预期耗时。

类似地，在购物之前，你通常会对自己的花销有个计划。假定你认为花100美元买台X-Game2是比较合理的。如果售价是30美元，你会毫不犹豫地买下；而如果售价是300美元，你自然不会去买了。只有当价格在100美元左右时，你才会思来想去是否要买下它。

在这里我们采用同样的推理。我们尽量使估算结果上下浮动范围不超过10倍。为什么？因为10的倍数可以帮我们做出大多数决定。

一旦你估算出一个问题的答案，这个答案必定属于如下三种类别之一：

(1) 过大；

(2) 过小；

(3) 正好。

如果答案过大或过小，你知道该怎么做（比如：买下商品、不要驾车去波士顿）。只有当答案与你的估算相吻合时，你才会多花些精力来解决这个问题并完善答案。（但是这超出了本书的范围，我们的目标只是在10倍的范围内帮你估算答案。）

要是所有的问题都像那样简单，你就不需要这本书了。很多问题都比较复杂，你不能立刻给出正确的答案。这些问题需要不断分解成一个个更小的问题来解决。最终，这些小问题会变得足够小、足够简单，于是我们能估算出每一个小问题的答案。因此我们进入下一步骤。

步骤2 如果估算不出问题的答案，那就把这个问题划分成一个个更小的问题，然后估算出每个小问题的答案。对于每个小问题，你只需要估算出上下10倍范围内的答案，这有什么困难呢？

通常，确定数量的上下界比直接估算其本身更容易。例如，如果要估算大众甲壳虫汽车能容纳多少马戏团小丑，我们知道答案一定大于1并且小于100。我们可以取上界和下界的均值50作为估计值。但这并不是最佳选择，因为它是下界的50倍，但只是上界的1/2。

既然我们希望估计值跟上下界的比值一样，那么可以取几何平均值。为了计算任意两个数的近似几何平均值，只需要分别对系数和指数取均值即可。[①]在小丑例子中，1（10^0）[②]和100（10^2）的几何平均值是10（10^1），因为指数0和2的均值是1。类似地，2×10^{15}和6×10^3的几何平均值约为4×10^9（因为$4=\frac{2+6}{2}$，$9=\frac{15+3}{2}$）。[③]如果指数的和是奇数，就有点复杂了。这时需要把指数的总和减去1使其为偶数，并把最后的结果乘以3。因此，1和10^3的几何平均值是$3\times10^1=30$。

例1　MongaMillions彩票堆叠的厚度

这是一个相对比较简单的例子：你赢得MongaMillions彩票的几率是一亿分之一[④]，如果把所有可能中奖的彩票都堆叠起来，那应该可以堆多高呢？下面哪个最接近呢：一栋大楼的高度（约100米或300英尺）、一座小山的高度（约1000米）、珠穆朗玛峰的高度（约10 000米）、大气层的高度（约10^5米）、纽约到芝加哥的距离（约10^6米）、地球的直径（约10^7米），还是地球到月球的距离（约4×10^8米）？试想如何从这么高的一叠彩票中抽出那张中奖彩票。

解　为了解决这个问题，我们需要两个信息：彩票的总张数和每张彩票的厚度。因为你中奖的几率只有一亿分之一，这意味着总共可能有1

---

① 在科学记数法中，我们用系数和指数来描述一个数。指数是10的幂次，而系数则是需要与其相乘的数（介于1和9.99之间）。如果你不熟悉这种科学记数法，请快速参考一下第2章的相关部分，然后再回过头来阅读，我们在这里等你。

② 任何数的0次幂都是1。

③ 更准确地说（本书的答案往往不是很准确），两个数b和c的几何平均值是$a=\sqrt{bc}$。我们的估算法则对指数来说很精确，对本书中的系数来说也非常接近。

④ 彩票布告栏通常把中奖几率用非常小的字写在最下面。

亿（10^8）张不同的彩票。[①]我们不可能准确地估计出像单张彩票这么薄的东西的实际厚度（1/16英寸还是1/64英寸？1毫米还是0.1毫米？），因此需要估算一叠彩票的厚度。为了不失一般性，我们考虑一叠纸的厚度。每令复印纸或打印纸（500张）大概1.5～2英寸（差不多5厘米，因为1英寸=2.5厘米），但纸张比彩票薄。52张一副的扑克牌也大概是1厘米厚，而扑克牌的厚度可能更接近彩票。这意味着每张彩票的厚度是

$$t=\frac{1\text{厘米}}{52\text{张}}=0.02\frac{\text{厘米}}{\text{张}}\times\frac{1\text{米}}{10^2\text{厘米}}=2\times10^{-4}\frac{\text{米}}{\text{张}}$$

所以，10^8张彩票的厚度为

$$T=2\times10^{-4}\frac{\text{米}}{\text{张}}\times10^8\text{张}=2\times10^4\text{米}$$

2×10^4米是20千米（大概15英里，因为1英里约为1.6千米）。

如果把这么多彩票水平堆叠，需要4～5小时才能走完全程。

如果把这么多彩票垂直堆叠，其高度相当于珠穆朗玛峰的高度（约3万英尺，或者说10千米）的两倍，也是大型喷气式飞机飞行高度的两倍。

如果用正常纸张的厚度来计算，那你的结果也许会比准确结果小几倍；如果按每张彩票的厚度为1毫米来计算，那你的结果也许会大几倍。彩票堆叠起来的厚度到底是10千米还是50千米是否真的很重要呢？不管是哪种情况，要想从那一叠彩票中抽出中奖彩票，希望相当渺茫。

例2　美国飞机的乘客数

这些问题很有趣，因为第一，我们并不需要找到准确的答案；第二，有很多不同的方法可以估算出答案。下面是一个稍微难一些的问题，也有多种解法。

美国人一年一共乘坐多少次飞机？

我们可以自顶向下或自底向上来估算这个问题的答案。也就是说，

---

① 1亿 = 100 000 000，即1后面跟8个0（数一数！），可以用科学记数法表示为1×10^8。

既可以从美国的机场数目入手，也可以从美国的人口总数入手。

解1　从美国的人口总数入手，估算出每人每年乘坐多少次飞机。美国约有3×10^8人[①]，大部分人可能每年因公或因私出行一次（那就是坐两次飞机），而小部分人（比如说10%）出行的次数要多得多。这就意味着每人每年乘坐飞机的次数介于2次和4次之间（我们取3次）。因此，美国人每年乘坐飞机的总次数为

$$N=3\times10^8\text{人}\times3\text{次飞行/人}\cdot\text{年}=9\times10^8\text{乘客/年}$$

解2　从美国的机场数目入手，然后估算出每个机场的航班数和每次航班的乘客数。一般每个州都有几个规模适中的机场（例如，弗吉尼亚州有杜勒斯机场里根国家机场、诺佛克机场、里士满机场和夏洛特维尔机场，马萨诸塞州有波士顿机场和春田机场）。如果50个州中每个州都有3个机场，那么美国就有150个机场。要是每个机场每两分钟最多能安排一次航班，那么每个小时就有30次航班，每天按16小时算就有500次航班了。大多数机场的航班数都是远小于最大值的。每架飞机能承载50～250名乘客。这就意味着我们每年的乘客数大概为

$$\begin{aligned}N&=150\text{个机场}\times100\text{航班/机场}\cdot\text{天}\times100\text{名乘客/航班}\times365\text{天/年}\\&=5\times10^8\text{名乘客/年}\end{aligned}$$

哇！这两种解法的答案大体是一致的，相差不到两倍。

2005年美国国内航线的实际乘客数为6.6×10^8，这跟我们估算出的两个答案都十分接近。

例3　洛杉矶有多少钢琴调音师

现在让我们来解答一个更难的问题。

洛杉矶（或纽约或弗吉尼亚海滩或你所在的城市）有多少钢琴调音师？这是由恩里科·费米[5]提出的经典例子。因为它不需要任何物理概

---

① 这个数需要知道，解决许多估算问题时都要用到。把它写在掌心，这样就可以应对本书最后的测试题了。

念就可以运用物理学的方法和推理来解决问题，所以许多物理课一上来就使用这个例子。

解 这个问题相当复杂，我们不能直接估算出答案。为了解决这个问题，我们需要对它进行分解。我们需要估算两个问题：(1) 洛杉矶有多少架钢琴；(2) 每位钢琴调音师能调试多少架钢琴。为了估算钢琴的数量，我们需要知道：(1) 这个城市的人口；(2) 拥有钢琴的人口比例；(3) 拥有钢琴的学校、教堂等场所的数量。为了估算每位钢琴调音师能调试的钢琴数，我们需要估算：(1) 每架钢琴平均多久需要调一次音；(2) 对钢琴调音需要多长时间；(3) 调音师用于钢琴调音的时间。

这意味着我们需要估算出以下几点：

(1) 洛杉矶的人口；

(2) 每个人拥有的钢琴数；

(3) 每架钢琴每年需要调音的次数；

(4) 对钢琴调音需要的时间；

(5) 钢琴调音师每年的工作时间。

下面逐个解决这些问题。

(1) 洛杉矶的人口肯定少于10^8（因为美国人口约是3×10^8），又肯定多于10^6（因为这是一个普通大城市的规模），我们估计它为10^7。

(2) 拥有钢琴的是个人、学校或教堂。人口当中弹奏乐器的人约占10%（肯定大于1%并且小于100%），其中最多只有10%的人弹奏钢琴，而且他们也不都拥有钢琴，因此弹奏乐器的人当中拥有钢琴的比例大约为2%～3%，约占人口总数的2×10^{-3}。每1 000个人有一座教堂，每座教堂有一架钢琴。每500个学生有一所学校（或者说每1 000个人有一所学校），每所学校有一架钢琴。由此得出大约每人拥有4（或5）$\times10^{-3}$架钢琴，这样的话钢琴数约为$10^7\times4\times10^{-3}=4\times10^4$。

(3) 钢琴调音的频度低于每月一次但多于10年一次，我们估计为一年一次。

(4) 对钢琴调音所需的时间肯定多于30分钟而少于1天（假设走调不是很离谱），我们估计为2小时。另一种估计方法是，钢琴有88个键，如果每个键需要一分钟，则需要1.5小时；如果每个键需要两分钟，则需要3小时。

(5) 全职工作者每天工作8小时，每周工作5天，每年工作50周。由此得出$8\times5\times50=2\,000$小时。在2 000小时内他大约能调1 000架钢琴。（哇！）

这意味着4×10^4架钢琴需要40个调音师。

我们的估算有多接近呢？嗯，在我们这个拥有约10^6位居民（只为洛杉矶的1/10）的城市的黄页中，在“钢琴——调音、修理以及重新抛光”标题下有16条记录。每条记录下大约只有1～2位调音师，并且他们也不一定是全职从事调音工作的。这意味着我们的估算结果可能只有真实值的五分之一，但是这个结果肯定比直接猜测要准确得多。

记住，我们仅尝试估算不超过精确值10倍的答案。

第2章

处理大数字

2.1 科学记数法

也许你已经注意到了，我们用10^8而不是100 000 000来表示1亿。这样做有两个原因，第一个原因是，如果我们按如下方式把3万亿和2万万亿相乘：

$$3\,000\,000\,000\,000 \times 20\,000\,000\,000\,000\,000 = 6\,000\,000\cdots$$

我们几乎一定会把这些烦人的零的个数数错。如果使用计算器，我们首先会数错这些麻烦的零，接着在键入到计算器时又会把零的数量搞错，所以结果就错得更离谱了，我们得到的结果将只有第一位的数字6是正确的，但大小完全不对。这就如同在应该得到6 000美元时只得到了60美元。零的个数要比第一位的数字重要得多。

可以用一种简单明了的方法来书写非常大和非常小的数字。任何数字都可以写成1到10之间的一个数与10的幂的乘积形式。例如，我们可以把257写成2.57×100，把0.002 57写成2.57×0.001。现在我们就得数数有几个零了（但是每个数只要数一次就行了）。一百（100）有两个零，因此我们就把它写作10^2；而0.001有3个零（从第一个零开始数）并且小于1，因此我们把它写作10^{-3}。这样一来，我们就可以把257记作2.57×10^2,把0.002 57记作2.57×10^{-3}。指数告诉我们10的幂中有多少个零（在前面一个句子中，零的个数分别是2个和-3个），系数与10的幂之间是相乘的关系。这种表示法称为科学记数法。

为了使这个方法更清楚，下面举几个例子：

$$0.01 = 1 \times 10^{-2}$$
$$2\,000 = 2 \times 10^3$$
$$3\,000\,000 = 3 \times 10^6$$

使用形如$x \times 10^y$的科学记数法的第二个原因是，数字中最重要的部分是指数y而不是系数x。当我们把美国的3亿人口写作3×10^8时，指数8就比系数3重要得多。这是因为，把3换成4只会使人口数变化1/3或者说30%；

但如果把8换成9，人口数会变化10倍（或1 000%）。这个改变太大了，尤其是在空间已经很拥挤的今天。因此，我们用科学记数法来醒目地突出指数。

科学记数法的乘法和除法法则是简单易懂的。做乘法时把系数相乘，把指数相加。例如，

$$3\times10^{6}\times4\times10^{8}=(3\times4)\times10^{6+8}=12\times10^{14}=1.2\times10^{15}$$

做除法时相应地把系数相除，把指数相减。例如，

$$\frac{3\times10^{6}}{4\times10^{8}}=\frac{3}{4}\times10^{6-8}=0.75\times10^{-2}=7.5\times10^{-3}$$

注意，上面的两个例子中遇到了系数大于10和小于1的情况。在这种情况下，我们把超出范围的系数本身也改写为科学记数法的形式。在第一个例子中，系数12可以写成1.2×10^{1}，这就意味着我们的实际计算过程是

$$12\times10^{14}=(1.2\times10^{1})\times10^{14}=1.2\times10^{15}$$

在第二个例子中，系数0.75改写为7.5×10^{-1}，因此

$$0.75\times10^{-2}=(7.5\times10^{-1})\times10^{-2}=7.5\times10^{-3}$$

当我们对用科学记数法表示的两个数进行加减运算时，必须保证它们的指数是相同的。为了把3×10^{7}和4×10^{8}相加，我们得改写指数较小的那个数，使它的指数与另一个数相同。在这个例子中，如果把较小的指数加1（即从7变成8），就得同时将系数除以10（这是因为指数增加1使整个数字变成了原来的10倍，因此必须减小系数来抵消这一效果，从而保证数字的大小不变）。这样就有

$$3\times10^{7}+4\times10^{8}=0.3\times10^{8}+4\times10^{8}=4.3\times10^{8}$$

回到本节开头的那个等式，我们把3万亿（3 000 000 000 000）写作3×10^{12}，把2万万亿（20 000 000 000 000 000）写作2×10^{16}，这样，该运算就变成了

$$3\times10^{12}\times2\times10^{16}=(2\times3)\times10^{12+16}=6\times10^{28}$$

我们再也不必数零的个数了，我们要做的仅仅是把指数相加。把12和16相加得到28要比数12个零和16个零并写下28个零容易得多。

2.2 准确度

数字中最重要的部分是指数。除此之外，第二重要的就是系数（与10的幂次相乘的那个数）的第一位数字了。系数中的第二位以及后面的位仅仅是用来对第一位稍作修正的。

系数的位数（也叫做“有效数字的个数”）表明了我们对该数了解的程度。例如，朋友告诉你开车的路线时，“向东行驶几十英里然后在Obscure胡同左拐”与“向东行驶25.2英里然后在Obscure胡同左拐”这两种说法差别很大。前一种说法很含糊且不准确，你可能想在12~36英里的某处找到Obscure胡同；如果没能找到左拐的地方，你可能会开出很远然后才掉头再次寻找。后一种说法就很精确了，你可以做好准备在25.1~25.3英里处找到Obscure胡同；即使错过了，你也会在开到26英里时及时掉转车头。第二种说法中的额外位数表明，你的朋友已经仔细地测量过这段距离了。

类似地，下面的故事表明，过度地追求精确也是愚笨的。假如你问博物馆的警卫某块恐龙的化石距今多少年了。他回答七千五百万零三年。看着你一脸狐疑的样子，他解释道，当他三年前来这里当警卫时，化石已经有七千五百万年历史了。

我们中的很多人在使用计算器时也会犯同样的错误。假设23.0加仑的汽油可以供我们行驶327英里。如果用327除以23，在计算器上会得到14.217 391 3…，但是这不能作为本题的答案。我们并没有把路程和油耗的数据精确到十亿分之一，因此答案不可能如此精确。则正确的油耗应该为327英里/23.0加仑≈14.2英里/加仑。

科学计算中有很多用于处理有效数字的法则。值得庆幸的是，大部分法则我们都不需要。

本书中，我们始终在10的倍数范围内估算数量。因此，系数几乎总

是只有一位数字。这就意味着我们会把7.2×10^3表示为7×10^3。从第二位开始，我们的估算值就不准确了。保留更多的位数其实是在欺骗，显得我们对答案的了解程度要比实际情况透彻得多。

只保留一位有效数字还有一个好处：不需要借助计算器来解决这些问题。只要你在不用计算器的情况下能做一位数或两位数（指数）的加减法，或一位数的乘除法，那就完全可以继续运算了。

2.3　关于单位的注意事项

作为学生和科学家，我们已经使用公制很多年了。但是我们仍然用英寸、英尺、磅和华氏温度（美国的惯用单位）来思考，因为那些都是我们日常使用的度量单位。估算时我们通常先用美国单位，然后转换为公制单位。问题解决后再转换回美国单位。如果我们在日常生活中也要使用公制单位，我们就得做大量这样的工作了。因为像千米/小时（km/h）、升（L）、立方厘米（cm^3）这样的单位并不属于米-千克-秒单位制。

为什么大家都不厌其烦地那样做呢？用公制进行计算要简单得多，因为转换因子仅仅是10的幂（试试不使用计算器把英里转化成英寸），而且在公制中转换体积这样的量也要容易得多。我们知道1升=1 000立方米，1立方米=1000升。而1加仑相当于多少立方英寸呢，1立方英尺又相当于多少杯呢？我们肯定不知道。

除了能简化单位转换之外，公制（SI或者叫国际单位制）还能使很多计算大大简化。所有的数量都标准化为米、秒和千克了。因此，力的单位牛顿（N）等于$1\ kg\cdot m/s^2$。我们对单位采用如下的缩略形式：m（米）、s（秒）、kg（千克）、W（瓦特）、J（焦耳）、N（牛顿）、L（升）、h（小时）等等。更多的国际单位制见美国国家标准及技术研究所（NIST）的网站：http://physics.nist.gov/cuu/Units/index.html。我们将为美国的惯用单位采用如下的缩写形式：mi（英里）、ft（英尺）、in.（英寸）、gal（加仑）和lb（磅）。

我们也使用标准的词头名称：吉即10^9（G）、兆即10^6（M）、千即10^3（k）、厘即10^{-2}（c），毫即10^{-3}（m）、微即10^{-6}（μ）以及纳即10^{-9}（n）。这些都放在了附录的表格中。如果需要用到皮（pico）、太（tera）或者幺（yocto，10^{-24}），我们会提前告诉你的。

量	公制单位	等价的美国惯用单位
长度	1米（m）	3英尺（ft）
长度	10^3米（1 km）	0.6英里（mi）
长度	0.01米（1 cm）	0.4英尺（ft）
体积	1升（L）	1夸脱
质量	1千克（kg）	2.2磅的质量（lb）
质量	10^3千克（kg）	1吨（t）
重量	1牛顿（N）	0.2磅（lb）
速度	1米/秒（m/s）	2.2英里/小时（mi/h）
时间	$\pi\times10^7$秒（s）	1年

2.4 单位换算

我们经常需要进行单位换算。例如，计算光1年可以走多远或者100W的电灯泡一年要耗多少电，需要把1年换算成对应的秒数。为此，我们把原始数据乘以不同的转换因子（每个转换因子都等于1，比如$\frac{60秒}{1分钟}=1$。从而有

$$1年=1年\times\left(\frac{365天}{1年}\right)\left(\frac{24小时}{1天}\right)\left(\frac{60分钟}{1小时}\right)\left(\frac{60秒}{1分钟}\right)\approx3.15\times10^7\ \text{s}$$

注意，1年$\approx\pi\times10^7$s。π出现在这里因为地球绕太阳旋转的轨道几乎是一个完美的圆，而圆的周长是$c=2\pi R$。[①]

另一个常见的转换例子是把英里/小时（mi/h）换算成米/秒（m/s）。

① 你可能不相信，对吧？π只是一个巧合，但便于我们记忆。当然，指数“7”要比第一位数字“3”重要得多。

我们按mi/h考虑速度，但计算时用m/s要简单得多。幸运的是，换算很简单。我们首先通过千米把米转换成英里，然后通过分钟把秒转换成小时

$$1\ \mathrm{m/s} = 1\ \mathrm{m/s} \times \left(\frac{1\ \mathrm{km}}{10^3\ \mathrm{m}}\right)\left(\frac{0.6\ \mathrm{mi}}{1\ \mathrm{km}}\right)(1/)(0.6\ \mathrm{mi}/1\ \mathrm{km})$$
$$\times \left(\frac{60\text{秒}}{1\text{分钟}}\right)\left(\frac{60\text{分钟}}{1\text{小时}}\right) \approx 2.2\ \mathrm{mi/h}$$

因此，1 m/s比2 mi/hr稍微大一点。

后面还将会用到这两个有用的事实，请把它们也记在掌心。

PDG

第3章

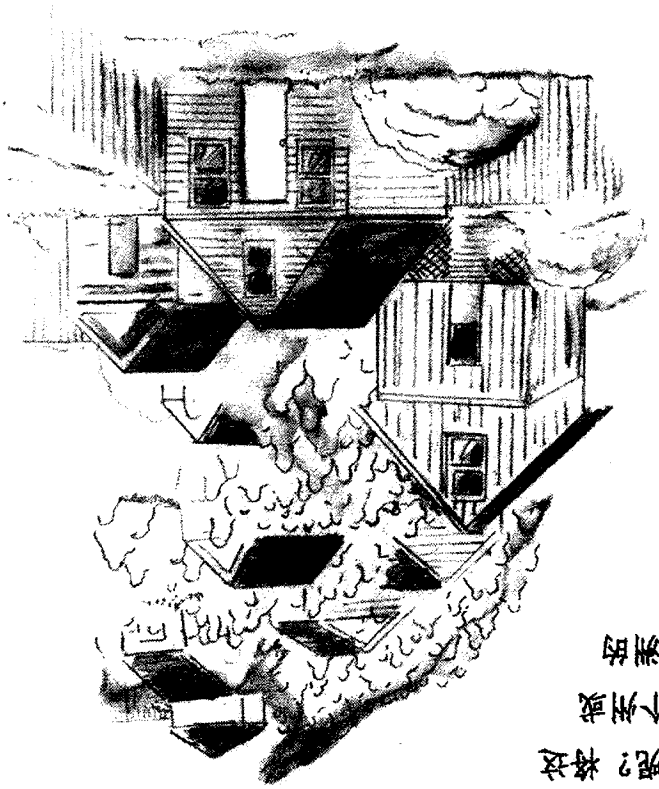
一般性的问题

我们从一些有关距离和空间的简单问题开始。我们自身需要多大的空间？我们的垃圾需要多大的空间？我们的泡菜需要多大的空间？

3.1 一个大家庭

如果把世界上的所有人都集中住在一起，需要多大的空间呢？将这个答案与一座大城市、一个州或者一个小国家、美国、亚洲的面积进行比较。

如果给每个家庭一座房子和一个院子（即一小块土地），需要多大面积呢？



提示 世界人口数量大约是60亿多一点点。撰写本书时，多出来的这一点点仅为3亿，此处忽略不计。

提示 1 m^2的面积可以挤多少人？由于1 m略长于1码，所以1 m^2大约是10 ft^2。

提示 一旦你确定了人均占地面积，只需要乘以人数即可。

提示 为了估算一个院子的占地面积，假设它是正方形的。它的宽度是多少呢？10 ft（约3 m）、30 ft（约10 m）、100 ft（约30 m）、300 ft（约100 m）？如果你选择10 m作为宽度，那么院子的面积A=10 m×10 m=100 m^2。

* * * \

答 60亿人就是6×10^9人。1 m^2（即约为3 ft×3 ft）能挤多少人呢？我们不是很确定，但这个数一定在3与10之间，我们取6。（这里忽略了玩耍、吃饭和睡觉的地方；此外，有关移动公厕的问题我们会在第4章讨论，能忍到那个时候吗？）如果每平方米有6个人，那么60亿人就需要

$$A=6\times10^9\text{人}\times\frac{1\ \text{m}^2}{6\text{人}}=10^9\ \text{m}^2$$

我们无法直观地感觉到10亿平方米到底有多大（尽管听起来似乎很大），下面将其用更合理的单位表示。我们将其转换为千米（km）和英里（mi）。1 km=10^3 m，1 km^2就相当于一个边长为10^3 m的正方形，所以1 km^2=10^3 m×10^3 m=10^6 m^2。

$$A=10^9\ \text{m}^2\times\frac{1\ \text{km}^2}{10^6\ \text{m}^2}=10^3\ \text{km}^2$$

（提醒一下，当用科学记数法表示的数作除法时，把系数相除、指数相减。在上面的例子中，$10^9/10^6=10^{9-6}=10^3$。）因此，我们需要占据1 000 km^2的面积，也就是一个边长约为30 km的正方形。因为1 mi大约是1.5 km，所以地球上的所有人可以挤到一个边长约为30 km或者约为20 mi的正方形中。这与洛杉矶或弗吉尼亚滩之类的大城市的面积相当。

哇！那并不是很大。

现在，给每个家庭一座房子和一个院子（一小块土地）。首先需要估算出平均每个家庭的规模。在美国和欧洲，平均每个家庭约有3人，但发展中国家要略高一些。我们选择3，因此会对土地的总面积有所高估。

接下来需要估算院子的大小。我们不善于估算面积，因此假设院子是正方形的并估算其宽度。院子显然比足球场（约100 m或300 ft）小，并且比房子（约10 m或30 ft）大。所以我们取其几何平均数，估算院子的宽度约为30 m。这就意味着每个家庭拥有的土地面积为A=30 m×30 m=10^3 m^2（约1/4英亩）。因此，需要的土地总面积为

$$A = 6\times10^{9}\text{人}\times\frac{1\text{家庭}}{3\text{人}}\times10^{3}\ \text{m}^{2}/\text{家庭} = 2\times10^{12}\ \text{m}^{2}$$

（提醒一下，当用科学记数法表示的数作乘法时，把系数相乘、指数相加。在上面的例子中，$10^9\times10^3=10^{9+3}=10^{12}$。）这个值是$2\times10^6\ \text{km}^2$（200万平方千米），或者说约为$1\times10^6$平方英里（即100万平方英里）。听起来似乎很大，但它仅相当于阿拉斯加州的面积或者埃及面积的两倍，只占地球表面积的1%左右。

这会为其他物种留出大量空间啊！

3.2　注意，球来了！

需要多少高尔夫球才能环绕地球赤道一周？[①]

* *

提示　高尔夫球的直径是多少？记住 1in.约是 2.5cm.

提示　地球的周长是多少？

提示　如果你记得半径，那么周长为$c=2\pi R$.（如果你不记得半径，c依然是$2\pi R$，但这个公式就没有太大用处了。）

提示　洛杉矶和纽约之间有 3 小时的时差。总共有 24 个时区。

提示　地球的周长约是纽约到洛杉矶距离的 8 倍。纽约到洛杉矶大约需要飞行 6 小时。

① 这个问题的提出得益于汤姆·埃森豪尔[6]。汤姆，把问题放在这里没问题吧？

答 要解答这个问题，我们需要知道高尔夫球的直径和地球的周长。先从容易的部分着手，高尔夫球的直径略小于2 in.或者大概为4 cm。

有好几种方法可以用于估算地球的周长。例如，纽约和洛杉矶之间有3小时的时差，而全球有24个时区。因此，地球的周长大约是纽约到洛杉矶距离的8倍。如果你记不得纽约到洛杉矶的距离约是3 000 mi，那么可以用下面的方法估算：从纽约到洛杉矶大概要飞行6个小时，而现代喷气式飞机的飞行速度约为每小时500 mi。因而，周长大约是$c=8\times 3\ 000\ \text{mi}=2.4\times 10^4\ \text{mi}$。

另一种方法如下：我们知道客机的飞行速度低于地球自转速度（因为抵达时间总是在起飞时间之后［均用当地时间表示］），而一些军用飞机的飞行速度则快于地球的自转速度。由于客机的飞行速度约为500 mi/小时，而军用飞机的飞行速度可达2 000英里/小时，那么我们可以估算地球的自转速度大约是1 000英里/小时。由于地球自转一圈需要24小时，其周长必然是$c=2.4\times 10^4\ \text{mi}$。

当然，如果你记得地球的周长约是25 000 mi（或者约为40 000 km），或者记得地球的半径约是4 000 mi（约6 400 km）且周长公式是$c=2\pi R$，那就不需要估算了。

接下来的计算就很简单了。首先，我们需要将地球周长从km转换为cm。所需要的高尔夫球数量为

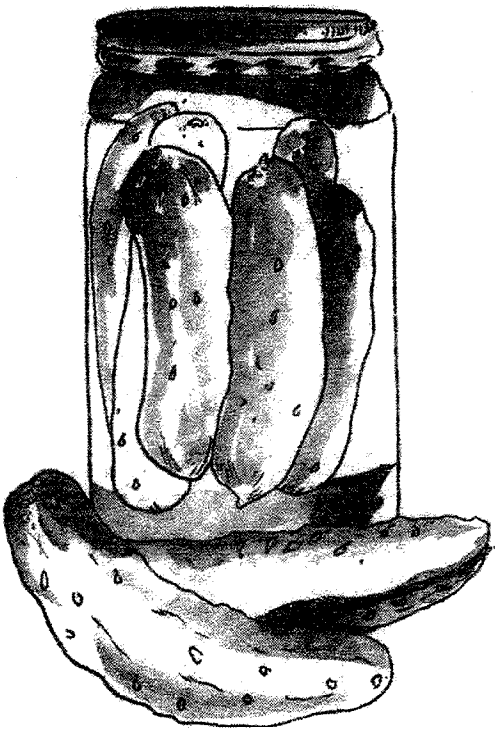
$$N=4\times 10^4\ \text{km}\times\frac{10^3\ \text{m}}{1\ \text{km}}\times\frac{10^2\ \text{cm}}{1\ \text{m}}\times\frac{1\text{个高尔夫球}}{4\ \text{cm}}=10^9\text{个高尔夫球}$$

太平洋是一个非常大的水域，要是把10亿个高尔夫球直接扔进去就没了。我们最好使用一种能浮在水面上的特种高尔夫球。

高尔夫球的问题还可以衍生出一类需要用到“十亿分之……”（ppb，parts per billion）概念的有趣问题。例如，大气中某种可能有毒的物质所占的ppb与环绕地球的白-红高尔夫球中的红球比例相当。沿着赤道走好几个月才能发现第一个红色的高尔夫球。

3.3　Patty，你的泡菜把我们难倒了！

如果将美国去年卖掉的所有泡菜首尾相连地摆放，会覆盖多远的距离？



* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

提示　美国人平均每年吃掉多少泡菜？

提示　泡菜通常有多长？

答 我们需要估算出美国人平均每年吃掉的泡菜的数量以及每棵泡菜的平均长度。街上卖的泡菜的长度显然大于1 cm而小于100 cm（1 m长的泡菜太惊人了！），所以我们估计泡菜的平均长度为10 cm（约4 in.）。平均每个美国人每年吃掉的泡菜数量大于1（包括汉堡里面的泡菜切片）但小于每天1棵（每年400棵），因此我们估计每年人均吃掉20棵泡菜。[①]因此，一年中吃掉的泡菜的总长度约为

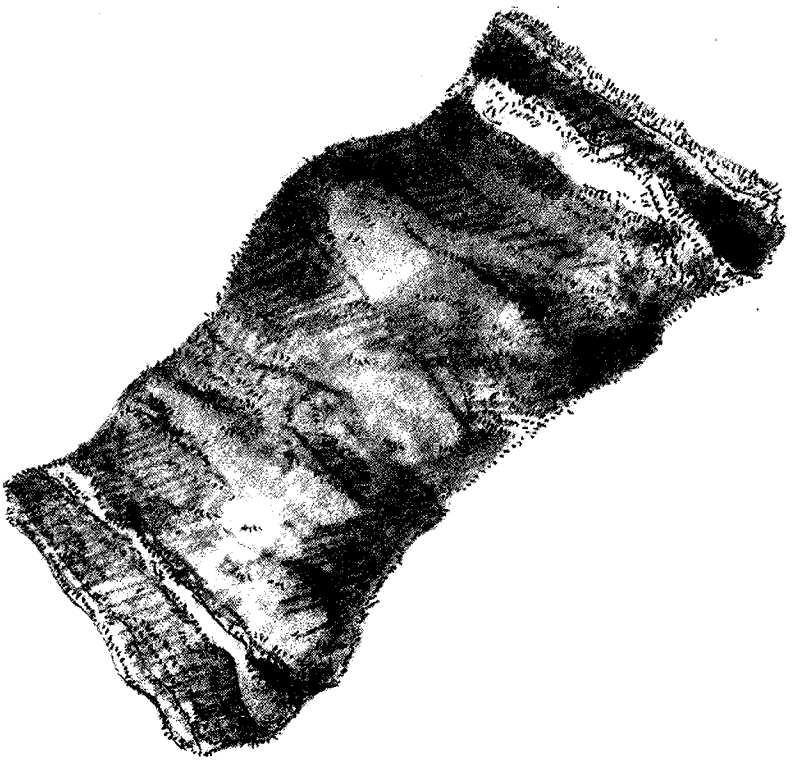
$$L = 3\times10^{8}\text{人}\times20\text{棵泡菜}/\text{人}\times10\ \text{cm}/\text{泡菜} = 6\times10^{10}\text{cm}\times\frac{1\ \text{m}}{10^{2}\text{cm}} = 6\times10^{8}\text{m}$$

那是一段6×10^{5} km或者4×10^{5} mi的距离，比地球到月球的距离还要远！还需要先进的技术吗？美国国家航空航天局只要带上太空泡菜就行了。

① 根据美国农业部的数据[7]，2000年平均每个美国人吃掉的泡菜约4lb。如果假定现在的消费速度是2000年的5倍，我们估算出的人均20棵泡菜的结果还是可以接受的。

3.4 出人意料的表面积

浴巾的表面积通常是多大（包含所有纤维！）？将这个面积与房间、住宅和足球场的面积进行比较。



提示 考虑毛巾上面的细小纤维，每平方厘米或平方英寸内有多少纤维呢？

提示 一条大毛巾的面积有多大呢？总共有多少纤维？

提示 每根细小纤维的表面积有多大？

提示 考虑每根纤维的长度和厚度。

* * * \

答 毫无疑问，答案很明显！1 m×2 m的长方形大毛巾的总表面积为4 m^2（包括正反两面），对吧？（如果用美国的计量单位表示，大毛巾的尺寸约为3 ft×6 ft。）

事实上，上述答案是错误的，除非毛巾已经破旧不堪了。新毛巾有很多细小的纤维，能吸收大量水分。（回顾一个古老的谜语——什么东西越弄干的时候会变得越湿？）除非你是《银河系漫游指南》的狂热读者，要不然应该不至于把自己的毛巾拿到浴室去检验，那样会搞得满地都是水。

你不需要实际去数每平方英寸或每平方厘米的纤维数。每平方厘米的纤维数肯定大于10而小于1 000，我们取10^1和10^3的几何平均值10^2。每平方英寸约相当于6 cm^2，我们可以认为纤维数是每平方厘米的6倍。当然，估算的结果肯定不是一成不变的，还与毛巾的来源有关。我们假定这里所描述的毛巾是高级旅馆中的优质毛巾。

回到我们的问题中来了？好。现在我们需要估算每根纤维的表面积了。我们可以近似地将纤维看成圆柱体或者长方体。圆柱体比较复杂，所以这里使用长方体。每根纤维大约0.5 cm（约1/4 in.）长，1 mm（0.1 cm）宽。因此每根“长方体”的纤维有4个平滑的表面，每个面都是0.5 cm×0.1 cm。因而每根纤维的表面积约为

$$A_{纤维}=4\times0.5\ \text{cm}\times\frac{1\ \text{m}}{10^2\ \text{cm}}\times0.1\ \text{cm}\times\frac{1\ \text{m}}{10^2\ \text{cm}}=2\times10^{-5}\ \text{m}^2$$

现在可以计算大浴巾的总表面积了

$$\begin{aligned}A_{总表面积}&=\text{毛巾面积}\times\text{单位面积的纤维数}\times\text{每根纤维的面积}\\&=4\ \text{m}^2\times10^2\text{纤维}/\text{cm}^2\times10^4\ \text{cm}^2/\text{m}^2\times2\times10^{-5}\ \text{m}^2/\text{纤维}\\&=80\ \text{m}^2\end{aligned}$$

大约是800 ft^2，与大公寓或者小型别墅的面积相当。

这个问题在某些方面类似于计算海岸线长度。就像毛巾的表面积远远大于我们所观察到的面积一样，纽约到波士顿的海岸线长度也远远大于200 mi的行驶距离。

3.5 朋友，你能灌满那个圆顶吗

用水龙头放水灌满（倒置的）美国国会大厦或者圣保罗大教堂的圆顶需要多长时间？用秒、天、周或者任何其他合理的单位给出你的答案。

提示 估算圆顶的直径。

提示 体积≈（1/4）d^3

提示 用厨房的水龙头灌满 1 gal（约 4 L）的水壶需要多长时间？或者换个问题，现代淋浴喷头的流速（用每分钟的加仑数表示）是多少？

提示 1 gal 等于 4 L，1 m^3 等于 10^3 L。

* * * \

答 我们需要估算出圆顶的体积和水龙头的水流速度。为了估算圆顶的体积，我们需要估算出它的直径。圣保罗大教堂或者国会大厦的圆顶直径超过10 m（约30 ft）而不足100 m（相当于一个足球场的长度，大约是300 ft），所以我们取其几何平均数，估计它的直径是 $\sqrt{10\times100}$ m $=30$ m（约100 ft）。

如果我们知道球体的体积公式 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ 且圆顶是一个半球，那么可以得到

$$V=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi R^3=2\times(15\ \mathrm{m})^3=6\times10^3\ \mathrm{m}^3$$

如果我们忘记了球体的体积公式，那么可以假设圆顶是正方体的一半（毕加索可能会这么做），并将体积近似为

$$V=\frac{1}{2}d^3=0.5\times(30\mathrm{m})^3=10^4\,\mathrm{m}^3$$

这个结果造成的偏差系数仅仅为2，不成问题！

现在我们需要估算一下水龙头的水流速度。全速放水时，常见的家用水龙头可以在30 s内注满一个1 gal的容器。美国的低速淋浴喷头的流速不超过每分钟2.5 gal，与家用水龙头差不多。1 m^3的水是10^3 L，或者约为250 gal。因此，灌满国会大厦的圆顶需要的时间约为

$$t=\frac{\text{圆顶体积}}{\text{流速}}=\frac{6\times10^3\ \mathrm{m}^3\times2.5\times10^2\ \mathrm{gal/m}^3}{2\ \mathrm{gal}/\text{分钟}}=7\times10^5\,\text{分钟}$$

70万分钟这个数量对我们不是很有用，下面先将其转换为更实用的单位再分析。

1小时有60分钟，每天大约有60×25=1 500分钟[①]。将分钟转换为天可以得到

① 我们常常希望每天能够多拥有一个小时。这里只是为了计算的方便。

$$t = 7\times10^5\text{分钟}\frac{1\text{天}}{1.5\times10^3\text{分钟}} = 500\text{天}$$

可以看出，时间不足两年。

当然了，我们首先得把圆顶倒置过来……

3.6 1摩尔猫

1摩尔猫的质量有多大？[①]（1摩尔是指达到元素的原子质量［以克为单位］所需的原子数量。例如，1摩尔氢的质量是1 g，1摩尔碳的质量是12 g。在化学中，它用于确保化学反应前后原子的数量不变。）将之与一座山、一块大陆、月球（7×10^{22} kg）、地球（6×10^{24} kg）的质量进行比较。

* *

提示 记住1摩尔的任何物质均含有阿伏伽德罗常数（6×10^{23}）个该物质微粒。

提示 一只普通的成年家猫的质量是多少？

① 再次感谢汤姆[8]。

答　我们要用每只大约8 kg（约18 lb）的肥猫来计算。这个数据是参考了邻居家的猫Quentin而得出的，虽然没有得到它的同意（也没有得到邻居的同意）。1摩尔包含$N_A=6\times10^{23}$个微粒，这与我们讨论的是1摩尔原子还是1摩尔猫（或者1摩尔的摩尔）无关。因此，这么多猫的总质量大约是

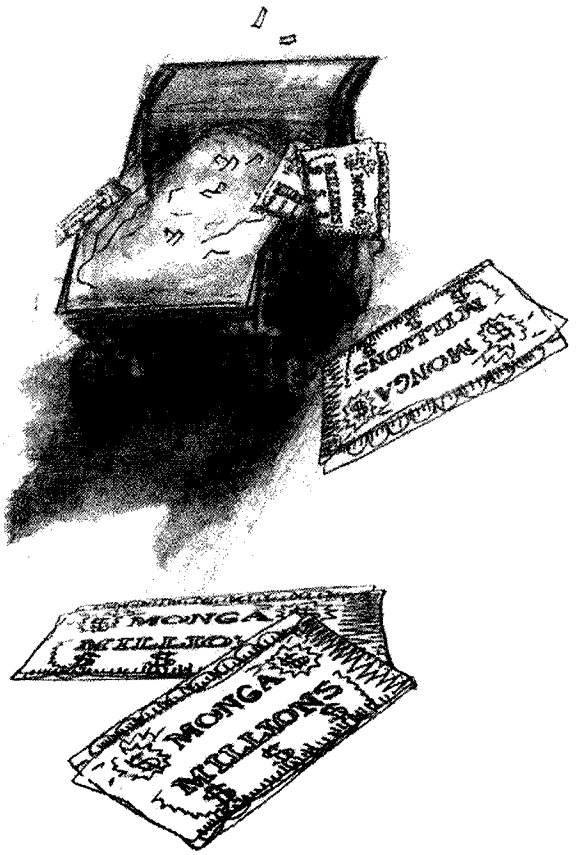
$$M=8\ \text{kg}\times6\times10^{23}=5\times10^{24}\ \text{kg}$$

这个质量近似于地球的质量，约为月球质量的70倍。太疯狂了！每只猫还有九条命呢……

你可能觉得用猫来组成地球已经很荒唐了，继续阅读还将遇到用沙鼠构成太阳的问题（见问题8.5）。

3.7 彩票知多少

10^8张MongaMillions彩票的质量是多少？需要多少辆载重40 t的卡车才能把它们运走？



* *

提示 这样的彩票有多长？有多宽？回忆一下，我们曾将其厚度估算为 2×10^{-4} m.

提示 彩票的面积是多少？把 $in.^2$换算为 m^2。4 in约为10 cm或10^{-1} m，所以$(4\ in.)^2$约为 $10^2\ cm^2$或 $10^{-2}\ m^2$。

提示 质量=体积×密度。

提示 与水的密度相比，彩票的密度是大还是小？水的密度是 $10^3\ kg/m^3$（1 m^3的水质量为 10^3 kg或 1 t）。

答　为了估算出这些彩票的总质量，我们需要先估算出它们的体积和密度。物体的密度用单位体积的质量来表示。空气的密度很小（1 kg/m^3），水的密度为中等（10^3 kg/m^{3}或者1 kg/L），而铅的密度则比较大（10^4 kg/m^{2}或10 kg/L）。

体积=长度×宽度×厚度。前面我们已经把每张彩票的厚度估算为 2×10^{-4} m，因此现在只需要长度和宽度。彩票每条边的长度大约是4 in.（大于1 in.而小于10 in.）。我们也可以选用略有不同的其他数值，但 4in. ≈10 cm，很容易计算其平方数。于是有

$$V=10\ \text{cm}\times\frac{1\ \text{m}}{10^2\ \text{cm}}\times10\ \text{cm}\times\frac{1\ \text{m}}{10^2\ \text{cm}}\times2\times10^{-4}\ \text{m}=2\times10^{-6}\ \text{m}^3$$

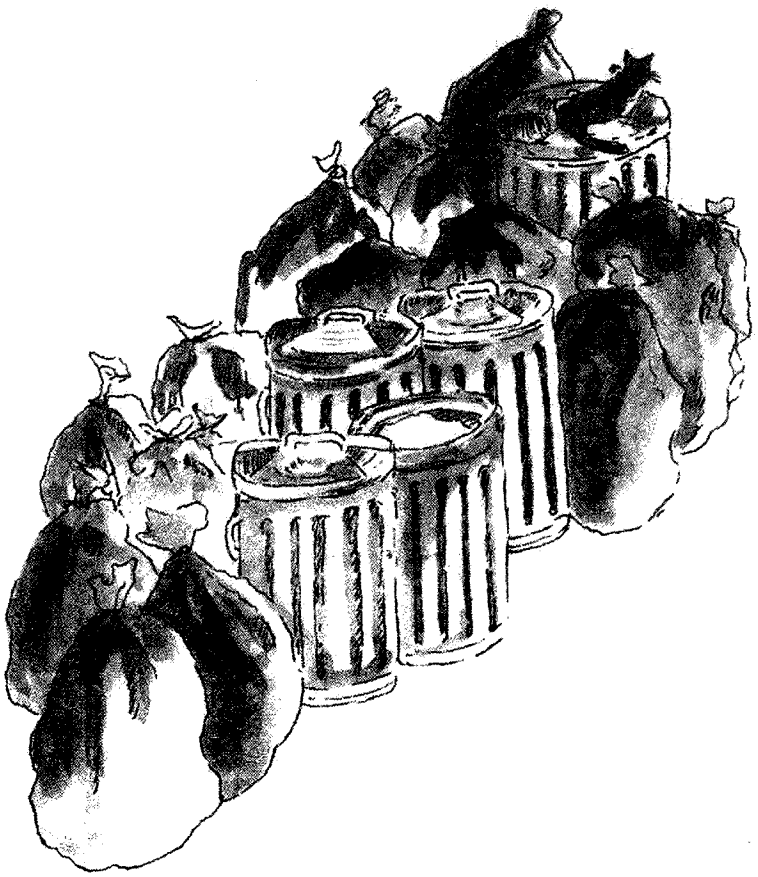
因此10^8张这样的彩票的总体积约为$10^8\times2\times10^{-6}=200\ \text{m}^3$。

这堆彩票的总质量为多少呢？正如我们在自然课上所学的，质量等于体积乘以密度。假如我们买的彩票没有中奖，我们可能会将其丢弃。当然我们不会真的这样做，因为无论我们多么恼火，乱丢垃圾总归是不对的。但假定我们真的把彩票丢到水塘里了，它会漂浮着还是会沉下去呢？我认为是前者，就算沉也得等到吸收一定的水分，然后像有的纸品那样沉下去。这意味着彩票的密度非常接近于水的密度。因为水的密度为1000 kg/m^{3}或1 t/m^3，所以总质量为200 t，需要5辆载重40 t的卡车来将它们运走。

换个角度看，你可能需要购买满满5卡车的彩票才能确保中奖！

3.8 成吨的垃圾！

美国每年收集的家庭垃圾有多少（以m^3或t计量）？



* * * \

答　在垃圾回收时代之前（且孩子在家里居住的时候），我们习惯上每隔一天就清空家里的13 gal的垃圾桶一次。现在只需要每周清空一次了，不过回收箱也是每周清空一次（里面有报纸、盒子与其他纸质容器、瓶子、塑料容器、铁罐等）。换个角度考虑，对于本题而言，把这些东西一起回收更方便。由于考虑回收利用对答案的影响系数不到2，我们这里将忽略回收利用。

如果我们每周清空垃圾桶三至四次，那就大约相当于4个人产生50 gal的垃圾。由于1 gal约为4 L，而1 L是10^{-3} m^3，所以我们每周的50 gal约是200 L或0.2 m^3。4个人每年（50周）产生约$50 \times 0.2=10$ m^3的垃圾，约为300 ft^3！真恐怖！

现实情况比这更糟。美国约有3×10^8个人，或者说约有10^8个家庭，所以未压缩的垃圾约为10^9 m^3。

现在来计算垃圾的质量。这里需要考虑两点：第一，垃圾大部分都不是液体（噢，你把汤都另行处理了！），因此垃圾袋中有很多多余的地方；第二点与前一点相关——垃圾的密度远远小于水的密度。下面我们估算密度。13 gal（50 L）的垃圾袋装满之后的质量可能也只是介于10 lb（5 kg）和20 lb（10 kg）之间，因此其密度介于0.1 kg/L和0.2 kg/L之间（或者0.1 t/m^3到0.2 t/m^3，即水密度的10%到20%之间）。

取平均密度为0.2 t/m^3，那么我家每年产生的垃圾约为$10\ m^3 \times 0.2\ t/m^3 = 2$ t（美国单位的2 t）。[①] 注意，由于平均密度很小，压缩垃圾车中的垃圾应该可以使总体积除以3（大于1而小于5）。

再来看看整个国家的情况。由于总人口约为3×10^8，我们每年产生的垃圾的总质量和压缩后的体积约为

① 有很多种不同的吨：公吨、短吨、长吨……由于它们之间的差别只有10%，我们经常互换使用。

$$M = 10^8 \text{个家庭} \times \frac{2\ \text{t/年}}{\text{家庭}} = 2 \times 10^8\ \text{t垃圾/年}$$

$$V = 10^8 \text{家庭} \times \frac{1}{3} \times \frac{10^3\ \text{m}^3\text{/年}}{\text{家庭}} = 3 \times 10^8\ \text{m}^3\text{垃圾/年}$$

把估算结果与实际情况进行比较。根据美国环保署的数据[9]，2005年美国产生了2.45×10^8 t的市政固体垃圾（包含回收垃圾）。

现在我们该拿出解决方案了，但这是下一个问题所要考虑的内容。

3.9　Trashmore 山

假如要填埋所有的垃圾（见前一个问题），需要多大的地方呢？这个面积占美国国土面积的比例是多少？

* *

提示　前一个问题中估算出的垃圾体积有多大？

提示　需要多大的面积来安置这些垃圾？你能够堆多高？

提示　美国的国土面积有多大？

提示　乘飞机从东海岸到西海岸需要 6 小时。或者说，从纽约到洛杉矶有 3 个时区。

提示　南北距离和东西距离一样吗？1/2、1/4…？

答 我们需要计算出处理这些垃圾需要多大面积的土地，以及有多少可以利用的土地。从处理垃圾需要多大面积开始。在前一个问题中，我们估算出美国人每年产生$3\times10^8\ m^3$的垃圾。如果将其堆成1 m高，将需要$3\times10^8\ m^2$；如果堆成10 m高，则只需要$3\times10^7\ m^2$。弗吉尼亚滩有我们引以为豪的本地最高峰——Trashmore山，海拔62 ft（约20 m），它实际上以前是一个垃圾填埋场，现在已辟为公园。这意味着我们需要的面积为

$$A=\frac{3\times10^8\ m^3/年}{20\ m}=10^7\ m^2/年$$

为了做好预先计划，使垃圾填埋区足够使用100年，我们大概需要$10^9\ m^2$的面积。10亿平方米听起来确实很大，下面更细致地分析一下。$1\ km^2$（约为$0.5\ mi^2$）是一个边长为10^3 m的正方形，因此$1\ km^2=(10^3\ m)^2=10^6\ m^2$。这意味着10亿平方米“仅仅”是$1\ 000\ km^2$（$10^9\ m^2=10^3\ km^{-2}$）。这听起来似乎还是很大，但其实这仅仅相当于洛杉矶[①]或弗吉尼亚滩的面积；除此之外，我们还有一整个国家可以用来装垃圾。

美国国土面积有多大呢？将美国版图的形状视为矩形，我们需要知道东西距离（从纽约到洛杉矶）和南北距离（从墨西哥到加拿大）。从纽约乘飞机到洛杉矶大约需要6小时，喷气式飞机的速度大概是每小时500 mi，因此东西距离大约是3 000 mi（或5 000 km）。另一种方法是，从纽约到洛杉矶跨越了3个时区，所以之间的距离大约是地球赤道周长的3/24=1/8（我们在高尔夫球的问题中估算过）；因此东西距离是4×10^4 km/8=5×10^3 km。很好，答案一致。

等一下，你可能会说，美国的国土并不包括赤道！这其实不是什么大问题（对野心勃勃的政治家例外），因为美国境内的3个时区的宽度和赤道上3个时区的宽度没什么太大区别。

“垂直”距离（即南北距离）可以通过在长方形的美国地图上进行目

---

① 有人认为，把洛杉矶变为垃圾填埋区将大大改善洛杉矶的市容。

测来估算。南北跨度大约是东西跨度的1/3，或者说1 000 mi（约1 600 km）。从而国土面积大约为

$$A_{美国}=5\times10^3\ \mathrm{km}\times1.6\times10^3\ \mathrm{km}=8\times10^6\ \mathrm{km}^2$$

因此，安置垃圾所需的面积占国土面积的比例为

$$f=\frac{A_{垃圾}}{A_{美国}}=\frac{10^3\ \mathrm{km}^2}{8\times10^6\ \mathrm{km}^2}=10^{-4}$$

这意味着我们在把100年的所有垃圾都堆成一座大山之后，仍然有99.99%的国土面积可用。这也正是Penn和Teller [10]所告诉我们的。

3.10 空中飞人

平均说来，在任意时刻有多少人经过美国领空？

提示 不要选凌晨3点钟，选择白天的某个时刻。

提示 思考一下你花在飞行上的时间比例。例如，把你每年花在飞行上的小时数或者天数与一年中的小时数或者天数相比较。

提示 人们花在飞行上的时间比例等于任意时刻处于飞行状态的人口比例。

* * * \

答 这里的基本思想主要有两点。第一，平均每人花在飞行的时间比例等于任何时刻处于飞行状态的平均人口比例。这意味着如果你把10%的时间用于飞行，那么任何时刻平均也有10%的人在空中飞行。[①]注意，仅当有足够的人来平均时这个结论才成立。[②]第二，可以根据我们的生活经验来估算平均每个人用于飞行、购物、睡眠等的时间比例。换句话说

$$\frac{\text{正在飞行的人数}}{\text{美国总人口}}=\frac{\text{飞行所花时间}}{\text{1年}}$$

在第1章中我们曾经估算过，平均每个美国人每年乘坐飞机的次数介于2次和4次之间。通常每次航班所需的时间介于1小时和6小时之间（不含停机、候机、机场用餐等时间）。所以我们估算每年乘飞机3次，每次3小时，或者说每年乘飞机9小时。现在可以代入已知的数据

$$\frac{\text{正在飞行的人数}}{3\times10^{8}\text{人}}=\frac{\text{9小时}}{\text{400天}\times\text{25小时/天}}$$

整理可得

$$\text{正在飞行的人数}=3\times10^{8}\text{人}\times\frac{\text{9小时}}{10^{4}\text{小时}}=3\times10^{5}\text{人}$$

这意味着此刻约有30万人经过美国领空。希望他们都能平安着陆。

---

① 这并不意味着如果你把10%的时间用于飞行，那么平均每个人的10%（大约是一条腿）也在飞行。

② 另一个人甚至另外10个人都是不够的，必须有足够多的人以确保任何时刻都有人在飞机上。对于本题来说，这不是什么问题。

3.11 图书上架问题

在上一次加州大地震中，一所大学图书馆里的两百万册图书从书架上掉了下来。需要雇多少学生才能在三周内将这些书重新上架呢？

* * * \

答　书不能杂乱无章地摆放回去，而必须根据图书馆的图书分类法摆放，因此必须仔细确认应该摆放的位置。假设所有的书都掉落在原来位置的附近，因而学生放书时不需要走很远。如果书就在我脚下，并且我马上就知道该把它放在哪里，那么所需的时间在几秒钟到1分钟之间。因此，每小时我们可以重新摆放60到600本书。假设平均每个学生每小时可摆放200本（这是600的1/3，约为60的3倍）。

这意味着如果一个学生每周工作5天，每天工作8小时，那么他3周可以重新摆放

$$N=\frac{200\text{本}}{\text{学生}\cdot\text{小时}}\times\frac{8\text{小时}}{\text{天}}\times\frac{5\text{天}}{\text{周}}\times 3\text{周}\approx 2\times10^{4}\text{本/学生}$$

我们需要重新摆放约200万本书，因此需要

$$N_{\text{学生}}=\frac{2\times10^{6}\text{本}}{2\times10^{4}\text{本/学生}}=10^{2}\text{学生}$$

也就是说，要在3周内将这些书重新整理好，需要约100个学生（假设他们在摆放图书的过程中不会停下来看书）。

第4章

动物和人

本章继续讨论一些关于动物和人的简单问题。我们有多大？我们能跑多远？我们需要多少移动公厕？

提醒一下，最后一个问题稍微难一点儿。

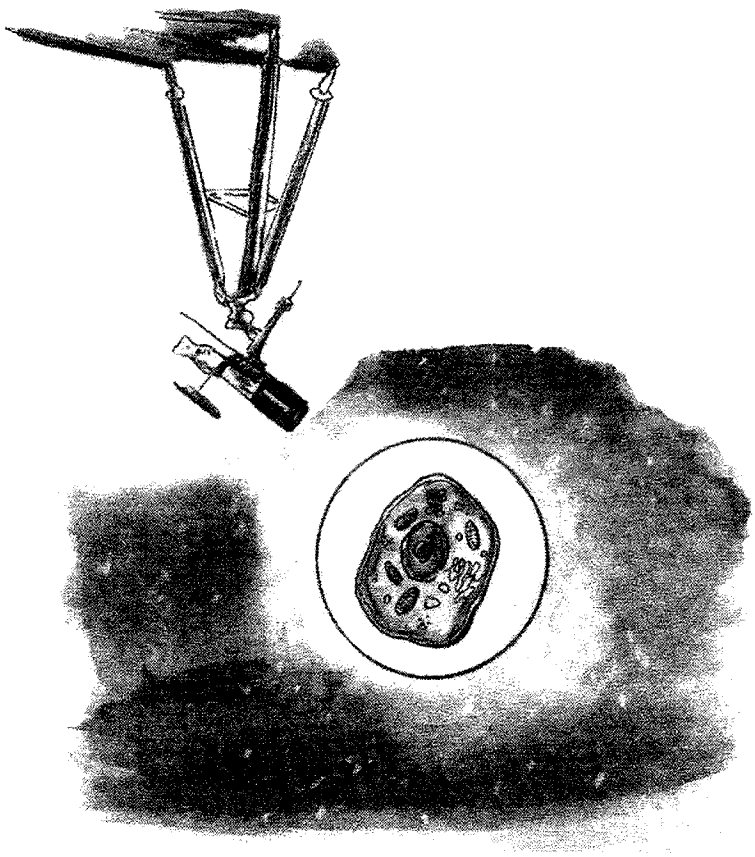
提示 如何估算自己的体积？

提示 体积=质量/密度。你的质量是多少？水的密度是 1 kg/L或者 10^3 kg/m^3。

提示 也可以把自己假想成一个长方体盒子来估算体积。

提示 真正很大的细胞跟最小的可见物体差不多大。

* *



人体内有多少细胞？

4.1 比天上的星星还多

答 我们几乎完全不相识，很抱歉问你一个私人问题："你的体积有多大？"驾驶执照上记载着你的体积和表面积……唬！我们太超前了，未来世界的驾照上才会有这些信息。既然你不说，那我们就来计算吧。琼斯先生，我们来估算下你的质量，应该差不多100 kg（或者说大概200 lb，女士们可以根据自己的体型修改这个数值）。我们有把握假设你能浮在水面上[①]，因此你的平均密度十分相近水的密度，约为1 kg/L，或者10^3 kg/m^3。由于100 kg的水的体积为100 kg × (1m^3/10^3 kg) =0.1 m^3，因此，先生，你的体积大概是0.1 m^3。

我们还可以换一种方法计算。把我们的身体视为一个长为l、宽为w、高为h的盒子，这样我们的体积就是$V=l\times w\times h$。这几个数量应该选择什么样的值呢？长度好办，$l\approx 6$ ft。w和h呢？约翰的横截面很明显不是长方形，但是我们并不打算准确地描述它到底是什么形状[②]，因此选取平均宽度w=1ft（记住要取头部、颈部、身体、腿部、脚部宽度的平均值）。而对于前胸与后背之间的厚度h，应该大约是6 in.（他的胸围不是很大）。因此，他的体积是$6\times 1\times \frac{1}{2}=3$ ft^3。由于1 m^{3}约等于3×3×3=27 ft^3，因此3 ft^{3}大约是0.1 m^3。

现在让我们用肉眼来计算出一个细胞的大小。仅凭双眼我们通常是无法看到单个细胞的。观察直尺上的刻度线，其宽度是毫米（10^{-3} m）的一小部分。我可以毫不费力地看到大小仅为毫米的1/10（10^{-4} m）的东西，但却看不到细胞，因此它们一定比1/10 mm小得多。显微镜的发明者用他的第一台粗略显微镜（放大倍数介于10和100之间）来观察细胞。因此，细胞的常见尺寸一定比10^{-4} m小10到100倍，也就是介于10^{-5} m到10^{-6} m之间（即1到10 μm）。

---

① 很容易验证——我们就站在水池边上。

② 注意，我们处理的是用整十、整百、整千等来表示的约整数。

还有另一种方法。我们可以通过普通的光学显微镜[①]看到细胞，这就说明细胞肯定比可见光的波长大，否则我们不可能看得见它们。可见光的波长范围是从蓝色光的0.4 μm左右到红色光的0.7 μm左右（400 nm到700 nm）。因此，细胞肯定大于1 μm。然而，尽管我们可以看到细胞内部的主要特性，我们却看不到太多的细节，因此常见的细胞肯定比100 μm小很多。

直径为10 μm（10×10^{-6} m=1×10^{-5} m）的典型人体细胞的体积为

$$V_{细胞}\approx 直径^3=(10^{-5}\ \mathrm{m})^3=10^{-15}\ \mathrm{m}^3$$

这样一来，人体里细胞的数量就是两个体积的比

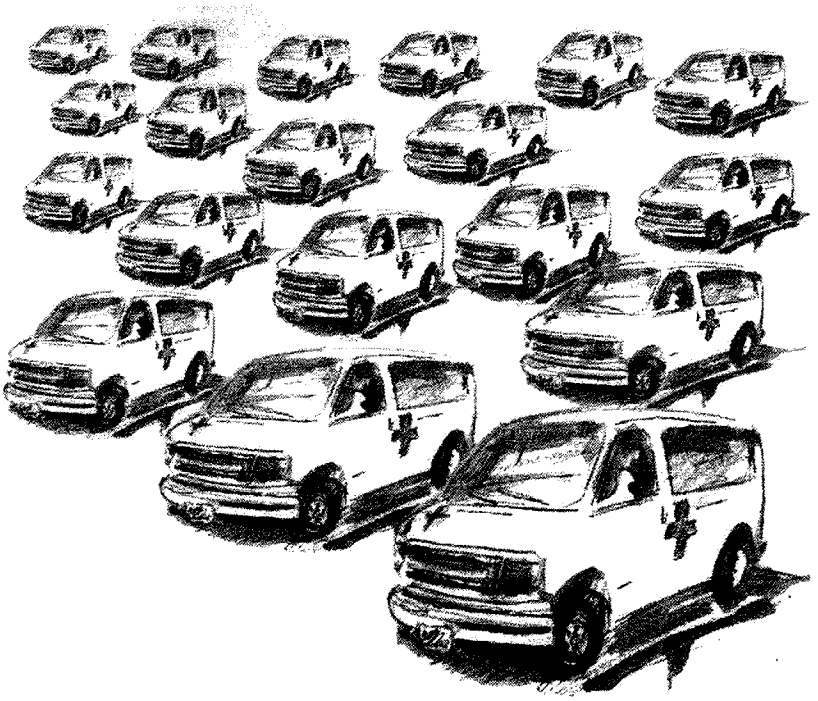
$$N_{细胞}=\frac{V_{人体}}{V_{细胞}}=\frac{10^{-1}\ \mathrm{m}^3}{10^{-15}\ \mathrm{m}^3}=10^{14}$$

这就意味着你和我体内都有约100万亿个细胞。天哪！这大概是银河系中星星数量的1 000倍！开始数吧……卢卡斯先生，现在可以拍摄“细胞大战”三部曲了。

① 光学显微镜利用光而不是电子来观察，可能还是太笨重了。

4.2 与血液有关的估算

全世界所有人的血液加起来体积有多大?



* * * \

答 我们可以用血液占人体体积的百分比来估算血液的含量，也可以用可献血液量的倍数来估算。先从人体体积的角度考虑。在前一个问题中，我们已经估算出人体的体积约为0.1 m^3或者说100 L。如果我们仅仅由水组成，那么我们的讨论就有问题了（或者我们都是湿漉漉的）。由于血液承载着运输我们所需要的所有氧气和其他营养物质的任务，我们体内的血液肯定至少占1%；类似地，血液的含量也几乎一定低于10%。如果取平均值，那我们每个人的血量大概为100 L的5%，或者说是5 L。

也可以从可献血液量的角度来估算这一结果。红十字会的献血量通常为1品脱，他们肯定不可能让我们献出超量的血液，所以这1品脱血量大概为人体总供血量的10%。现在我们只要把原始单位品脱转化为现代单位升就可以了。2品脱等于1夸脱，而1夸脱近似为1 L，从而10品脱就是大概5 L。这两种方法都算出了同一个结果。（声明：本书作者约翰在疯牛病肆虐时期生活在英国，因此他无法献血，但迄今为止在他身上未发现症状——当然，这是题外话了。）

世界上大概有6×10^9人口，因而血量总体积是

$$V=5\ \text{L/人}\times6\times10^9\text{人}=3\times10^{10}\ \text{L}$$

1 m^3等于1 000 L，因此，$V=3\times10^7\ m^3$。下面来看看这个体积有多大。

纽约中央公园的面积大概是2 km^2或者$2\times10^6\ m^2$。因此，如果把世界人口的总血量集中到中央公园，深度有

$$d=\frac{\text{体积}}{\text{面积}}=\frac{3\times10^7\ \text{m}^3}{2\times10^6\ \text{m}^2}=15\ \text{m}$$

这大概是50 ft，相当于一幢5层楼房的高度，鉴于电视节目“犯罪现场调查纽约篇”和“法律与秩序”中讲述的谋杀案的数量如此之多，想象一下很多血都已堆积在那儿，也不算罪过。

如果我们想从《圣经》上得到相关例证，我们可以把它与《启示录》一书中提到的哈密几多顿战役中所流的血进行对比：“他们被践踏在城

外的酒榨中，高达马的嚼环的血从酒榨中流出，绵延的距离相当于1 600座运动场的长度。”（《启示录》NIV译本14:20）。马的嚼环大概2 m高，每座体育馆的长度接近200 m，1 600座体育馆就是300 km，现在我们还需要宽度。那样多的液体将会漫出来很多，尤其是在流动300 km的情况下。我们把宽度取为3 km。这样一来，预计哈密几多顿战役中流的血量为

$$V_{哈密几多顿}=2\ \mathrm{m}\times3\times10^{5}\ \mathrm{m}\times3\times10^{3}\ \mathrm{m}=2\times10^{9}\ \mathrm{m}^{3}$$

这约为目前人类总血量的60倍[①]。我们觉得现在可能还需要生更多人才行。

① 原书说的是15倍。——译者注

4.3 平展你的皮肤

人的表面积一般是多少？（只包括皮肤，不包括消化道的表面积。）

提示 把自己想象成一个平板，并估算长和宽。别忘了后背的面积哟。

提示 也可以把自己想象成一个圆柱体，并估算高度和半径。圆柱体表面积（忽略顶部和底部）为 2π 乘以半径乘以高。要是你感兴趣的话，可以算出它的体积为 $\pi r^2 h$（即使你不感兴趣，体积仍然是 $\pi r^2 h$）。

* * * \

答 如果你可以平展自己的皮肤（像Kipling的*Just-So*故事中的犀牛一样），那将能覆盖多大面积呢？双人床上的被单那么大？你们家后花园那么大？这其实是个重要的问题，因为它决定了你做一套合身的衣服需要多少布料、晒到你身上的阳光有多少、潜水时作用在你身上的力有多大、特定的药应该吃多少以及流出的汗有多少。

可以通过把衬衫和裤子剪开并测算它们的总面积来测量自己的表面积，但我们并不需要那么精确。至少有两种合理的估算方法，一是把人体看作圆柱体，二是把人体看作平板。

我们当然不是高为h、半径为r的圆柱体，但如果是那样，那我们的表面积为$A=2\pi rh$。由于我们并不是简单的圆柱体，我们可以把这个最终结果乘以1.5或2作为补偿。下面来估算r和h。高度好办，我们身高为2 m（呃，就假设取整为2 m［约6英尺7英寸］吧）。半径小于1 m（约3 ft）而大于0.1 m（约4 in.），因此我们估算其为0.5 m，这样就可以算出表面积

$$A=2\pi rh=3\times0.5\ \text{m}\times2\ \text{m}=6\ \text{m}^2$$

我们可以检查一下这个结果与我们之前算出的体积0.1 m^3是否一致。圆柱体的体积等于底面积（πr^2）乘以高，即$V=\pi r^2h$，这样算出来就是$V=3\times(0.5\ \text{m})^2\times2\ \text{m}=1.5\ \text{m}^3$。

呼，这相差有点儿大了。我们把半径减小到0.2 m（8 in.），这样算下来体积为0.24 m^3，还是有点儿太大了，而面积为$A=2.4\ \text{m}^2$。由于我们并不是真正的圆柱体，我们把结果取整数为3 m^2。

这相当于普通毛巾（不包含纤维！）的面积。当然，我们身上有很多曲线和死角，就算首先修剪一番这也仍只是一个粗略的估算。

换一种方法，假设我们像平板一样平。前后两面都大概是2 m（6 ft）高乘以0.5 m（1.5 ft）宽，从而总面积为2 m^2，比之前的估算结果略小一些，而且更容易得出答案。

体表面积（BSA）对于医学上计算某些药物的适当剂量是非常重要的。你可以在很多网站上计算自己的体表面积[11]。我算出自己的体表面

积为2.06 m^2，因此我们的估算还是相当好的（当然了，仅为本书的完整性，而非药用目的）。

每平方米有10 t的气压，因此压在你身上的空气有20 t。如果你潜入120 ft（约40 m）深的水中，每平方米就会多出40 t的水压，这样又多出了80 t的水压在你身上。太神奇了，人体居然能够承受如此大的压力！

提示 她头皮的面积为多少？

提示 头发之间的平均间距为多少？

提示 每根头发有多长？

提示 记住 4 in. 约等于 10 cm 并把单位转化为公制单位，这样计算会容易一些。

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

4.4 明天把头发剪掉

普通女人全部头发的总长度有多长？

答 我们将分三步来回答这个问题。首先我们将估算头皮的面积，然后估算出每平方厘米的头发数量，最后算出每根头发的常见长度。

我的一只手大概有8 in.或20 cm长。我脑袋的直径大约是一手掌长。假设我的头是球形的（我的头皮为半球），则我头皮的面积为：

$$A_{头皮}=\frac{1}{2}\times 4\pi r^2=6\times(10\ \text{cm})^2=600\ \text{cm}^2$$

（也可以把你的头皮看作一个边长20 cm的长方形，那么头皮的面积为400 cm^2。很接近了！）

现在我们需要单位面积（1 cm^2）内的头发数量。我们可以数一下1 cm范围内有多少根头发，然后取其平方。每毫米有1～2根头发，因此每厘米有10～20根头发。这样每平方厘米就有100～400根头发，我们取200。因此一个人的头发总数大约为

$$N=6\times10^2\ \text{cm}^2\times2\times10^2\text{根/cm}^2=10^5\text{根}$$

金发通常比黑发更细更密，因此答案也许会有所不同。然而，这样的精确性是没有必要的。

现在只需要知道头发的长度就行了。女人的头发长度在1 cm（0.5 in.）到100 cm（1 m或者3 ft）之间。1 cm和100 cm的几何平均值是10 cm（4 in.），或者大概为肩宽。这意味着女人所有头发的总长度大约为

$$L=10^5\text{根}\times10\ \text{cm/根}=10^6\ \text{cm}=10^4\ \text{m}=10\ \text{km}$$

这大约为6 mi。短头发约为1 km，而特别长的头发则大约是100 km。

这个结果应该足以让你的头发竖起来了。

4.5 热狗!

一头普通牛的肉一般可以做成多长的热狗（或者腊肠或者香肠或者……）？

提示 牛比人大多少倍呢？10倍、100倍还是1 000倍？

提示 人的体积是多少？

提示 热狗的厚度有多少？

提示 与牛的体积相等的热狗有多长？

***

答 首先我们得算出牛的体积。牛的重量大约为人体重的10倍（大约为1t或一辆小轿车的重量），它一定小于人体重的100倍（10t就相当于一辆大卡车的重量了）。牛的密度与人的密度近似一样，这就意味着牛的体积是人的10倍：$V_{牛}=10\times0.1\ \mathrm{m}^3=1\ \mathrm{m}^3$。

现在，我们只要估算出腊肠或热狗的体积就可以了。假设热狗是方方正正的，这样我们就不会用到那个麻烦的因子π了。常见的腊肠或者热狗的厚度t为1 in.（约2 cm或者0.02 m），因此对于长度为L的热狗，其体积为

$$V_{热狗}=L\times t^2$$

由于热狗的总体积必须与用来做热狗的牛的体积保持一致，那么它的长度就是

$$L=\frac{V_{牛}}{t^2}=\frac{1\ \mathrm{m}^3}{(2\times10^{-2}\ \mathrm{m})^2}=2\times10^3\ \mathrm{m}$$

哇！居然有2 000 m（超过1 mi了）！

注意，这里假设牛身上的每一部分都做到了热狗里面，我们真希望这个假设是不成立的！

用人做成的热狗应该只有用牛做成的热狗的1/10长，大约为200 m，这相当于足球场长度的两倍！

4.6 在球场上奔跑

在一场90分钟的球赛中，一名足球运动员或曲棍球运动员要走多长的路程呢？

* *

提示 她在场地上来回走了多少趟？

提示 换一种问法：她跑得有多快？她在整场比赛过程中跑了多长时间？

提示 路程=平均速度×运动的时间。

答 如果你看过最精彩的体育赛事——世界杯[①]，你会注意到，运动员（除守门员之外）大多数时间都在跑动或走动，只是偶尔才站着不动（比如说，个别与英格兰队比赛的球员在英格兰队的无辜球员正要得到决定胜负的关键一分时进行恶意犯规）。运动员很少有站立不动的时候，他们有时慢慢走动，有时非常快速地跑动。

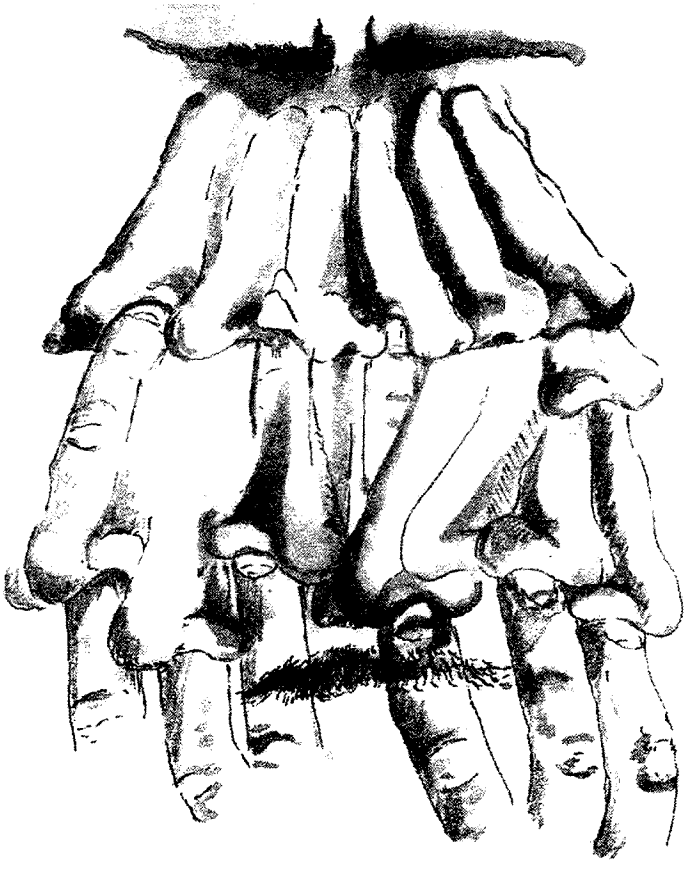
我们估算一下走动和跑动的速度。1 mi的世界纪录约为4分，这个速度大概相当于15 mi/h。由于1 m/s≈2 mi/h，那也就是7 m/s。也可以这样算：100 m短跑的世界纪录约为10 s，速度大约是10 m/s。步行速度接近2~4 mi/h或者1~2 m/s。如果假设有半场的时间都在全速奔跑，而另外半场的时间则在步行，那么平均速度为(7+1)/2=4 m/s或者说8 mi/h。（正确答案肯定在2 m/s和8 m/s之间，因此我们的误差系数一定不到2！）

在一场标准的90分钟（1.5 h）球赛中，运动员一共约走：8 mi/h×1.5 h =12 mi（大约20 km）。这实在是个考验！

① 免责声明：这并不是所有作者的共同观点，当然也不是编辑的观点。

4.7 喔……太粗俗了

此刻全世界有多少人正在挖鼻孔呢？



* *

提示 全世界约有6×10^9人。

提示 挖鼻孔的人口比例等于他们每个人花在这项不文明行为上的时间比例。

提示 每天大约有10^3分钟。通常每个人会花多少时间来挖鼻孔呢？

答 与3.10节的“空中飞人”问题一样，人们花在某项活动（潜水除外）上的时间比例等于此刻从事这项活动的人口比例。[①]

我们不会问你每天花多少时间挖鼻孔，但是你估计你的朋友会花多少时间干这件事情呢？10 s可能太短了，1 000 s或者15分钟又似乎太长了，100 s（大约2分钟）似乎是一个合理的折中。我们进一步假设孩子说“妈妈，每个人都挖鼻孔的!”[②]这句话是正确的。

有证据表明，摄入鼻涕可以帮助我们的免疫系统识别有害的细菌和病毒。但还是不要告诉我们的孩子吧。

总之，我们估计60亿人平均每天都会花2分钟挖鼻孔（不考虑那些长了几个鼻子的人）。一天大约有25×60=1 500分钟用在挖鼻孔上，因此有

$$\frac{\text{正在挖鼻孔的人数}}{6\times10^{9}\text{人}}=\frac{2\text{分钟}}{1500\text{分钟}}$$

即

$$N_{\text{挖鼻孔}}=6\times10^{9}\text{人}\times\frac{2\text{分钟}}{1500\text{分钟}}=10^{7}\text{人}$$

因此，此刻有1 000万人正在挖鼻孔。嘿嘿，这就是政客为什么要用那么多洗手液的原因。他们与太多人握手了。

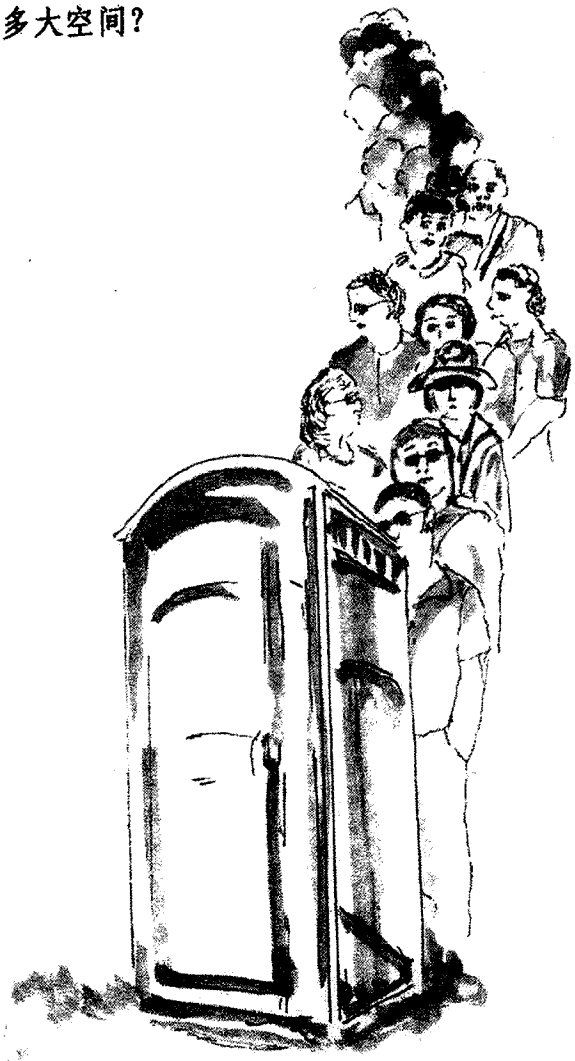
---

① 当然，需要假设本书的作者与读者都是普通人。哈哈!

② 一位医学演讲的听众提供的录像带表明，孩子的话是相当正确的。

4.8 排队上厕所

一百万人的政治集会需要多大空间？需要多少厕所？



提示 在政治集会上，有多少属于自己的空间？通常每平方米挤着多少人？

提示 正在上厕所的人占总人数的比例等于那些人用于上厕所的时间比例。

提示 你花在厕所上的时间的比例是多少？

* * * \

答 政治集会上，人们被尽可能紧地挤在一起。但是人与人之间仍然有活动的空间，因此我们并不会像第一个问题（见3.1节）中那么挤。我们估计人与人之间大约有2 ft的距离。因为人的宽度大约为1 ft，所以每个人占据的空间大约是3 ft×3 ft或1 m^2。这就意味着10^6个人所占的面积为10^6 m^2或者说1 km^2，这与华盛顿特区的国家广场或纽约的中央公园规模相当。既然我们把这么多人挤到一起了，就得为他们提供吃喝拉撒的设施，也就是餐饮和移动公厕了。

与“空中飞人问题”及“挖鼻孔问题”一样，我们花在某项活动（蹦极除外，决不蹦极！）中的时间比例等于正在从事该项活动的人口比例。因此我们要问以下问题：白天你需要花多长时间呆在厕所里呢（不计整装打扮的时间）？1分钟可能太短了，而100分钟又太长了。（你应该不会整天呆在厕所里吧？）因此，我们取10分钟吧，好不好？另外，每天只算15小时，因为大部分人在睡觉时是不会去参加政治集会的。我们将15小时转换为$15\times60=10^3$分钟（这样单位就统一了）。因此，白天上厕所的时间比例（亦即任何时刻正在上厕所的人口比例）为10分钟/10^3分钟，即1%。

这就意味着，每100个人就需要一个厕所，或者说10^6个人需要10^4个厕所。哇！后勤的工作还真不少呢！注意，如果每100个人有一个厕所，并且大家都花1/100的时间上厕所，那么在集会期间所有的厕所都会被100%占用。但由于人们上厕所的需求不是统一的，所以将会出现严重的排队问题。因此，还是多提供一些厕所比较好……

现在对照一下现实情况。弗吉尼亚儿童节每年大约能吸引3 000人来诺福克镇的城市中心公园。当地大约有40～50个厕所。而根据我们的估算，实际需要的厕所数为3 000/100=30，那里的富余的数量减少了游客的等待时间。

提示 一个细胞里有多少 DNA?

提示 DNA 由长串的“碱基对”组成，每条碱基对由大约 1 000 个原子组成。

提示 每个原子的大小大约为 10^{-10} m。

提示 每个碱基对可近似看作边长为 10^{-9} m 的立方体。

提示 细胞核内布满 DNA，且细胞核的大小约为细胞的 1/10。

提示 我们在前面某个问题中刚刚估算出了细胞的数量。

* *

4.9 拉直了测量

你体内的DNA总共有多长？所有人体内的DNA加起来有多长？

答 这个问题有点复杂，我们需要估算出DNA基本组成单位的大小和细胞中DNA的总体积，然后就可以用这些结果算出DNA的总长度了。

细胞核主要由称为染色体①的长串DNA组成。每个染色体由长串的碱基对（即生物课上接触到的字母ATGC，看上去很熟悉，但相关知识早就遗忘了）组成。每个碱基对本身就是一个非常复杂的分子。这说明它必然包含很多的原子，肯定多于100个且小于10^4个，因此，我们估算每个碱基对含有10^3个原子。我们把每个碱基对视作一个立方体，每条边有10个原子。由于每个原子都大约为10^{-10} m，因此碱基对的边长为10^{-9} m，其体积就是长度的三次方

$$V_{碱基对}=(10^{-9}\ \mathrm{m})^3=10^{-27}\ \mathrm{m}^3$$

我们之前已经估算过了，细胞的尺寸大约是10^{-5} m，而细胞核的大小约为细胞的1/10，即10^{-6} m。因此，细胞核的体积为

$$V_{核}=(10^{-6}\ \mathrm{m})^3=10^{-18}\ \mathrm{m}^3$$

这说明，每个细胞核中碱基对的数量为

$$N_{碱基对}=\frac{V_{核}}{V_{碱基对}}=\frac{10^{-18}\ \mathrm{m}^3}{10^{-27}\ \mathrm{m}^3}=10^9$$

也就是十亿个染色体对，信息量好大啊！

现在把所有的DNA拉直。每个细胞中有10^9个碱基对（每个碱基对的边长为10^{-9} m），所以细胞中DNA的总长度约为1 m。而根据生物课本，该长度在1 m和3 m之间[12, 13]。

我们之前估算过，人体内有10^{14}个细胞。每个细胞中DNA有1 m长，总长度可达10^{14} m，那是地球到太阳距离的1 000倍、地球到冥王星的距离的10倍或是1光年的1%。

要是我们把地球上每个人的DNA都拉直，那么，DNA链的总长度将达到10^8光年——比到下一个星系的距离还远50倍！但是谁能欣赏这样的比较呢？

---

① 这是一个物理学家关于细胞的观点，与真实结果之间的误差系数介于2和3之间。如果你想要更精确的答案，请教和善的生物学家吧。

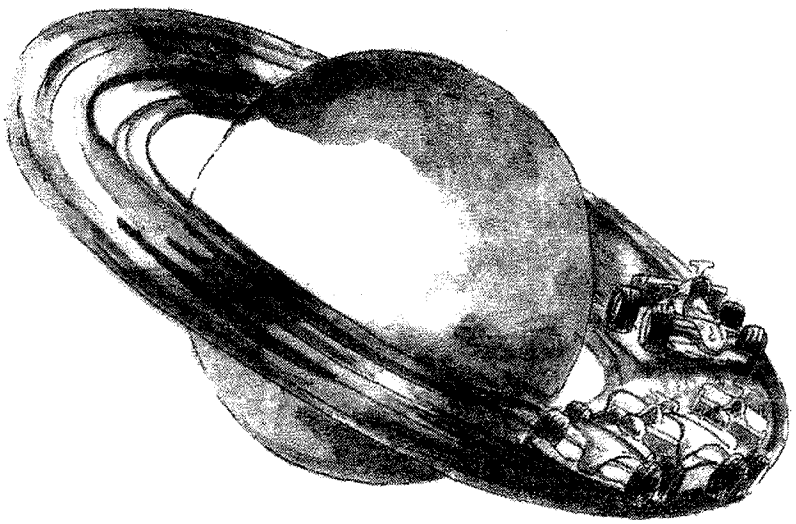
第5章

交通篇

美国人对他们的私家车又爱又恨。我们喜欢私家车带来的自由和隐私，但是讨厌它们引起的交通阻塞和污染以及它们所需要的昂贵的汽油。本章讨论驾车行程、开销以及其他一些交通工具。

5.1 开车到土星

所有的美国人一年中开车的总英里数（或千米数）是多少？跟地球周长（约2.5×10^4 mi）相比如何？跟地球到月球的距离（约2.4×10^5 mi）相比又如何？跟地球到太阳的距离（约9×10^7 mi）相比又如何呢？跟地球到土星的距离（约10^9 mi）相比如何呢？



* *

提示 每个人每年驾车的里程是多少？

提示 新车每年的行程在多少英里内有质保？

提示 美国一共有约3×10^8人。

答 要回答这个问题，我们需要知道以下两点：(1) 每个美国人驾车的英里数；(2) 自驾的美国人口数。有很多方法可以估算出我们的平均里程数：可以通过电脑查询，但这就违背了本书的初衷了，而且还要有劳你的大驾起身走向电脑；可以使用你自己每年行驶的里程数（应该在国内平均数的2倍之内）；还可以查看新汽车的质保单，制造商提供3年/36 000 mi或者10年/120 000 mi的质保。这就说明每辆汽车每年行驶大约12 000 mi。

现在我们需要知道私家车的数量。美国约有3×10^8人，几乎人人都开车，人均汽车数小于1但大于1/4，那我们就估算为每两人一辆车吧。[①]因此，所有的美国人驾车的总英里数大约为

$$d=10^4\ \text{mi}/\text{车}\times3\times10^8\,\text{人}\times\frac{1\text{车}}{2\text{人}}\approx2\times10^{12}\ \text{mi}$$

那是约2万亿英里即3万亿千米的路程。哇！这个距离可以带我们绕地球10^8次、往返月球4百万（4×10^6）次或者往返冥王星2 000次了！地球沿着它的轨道绕太阳转，得转3 000年才能走完这段路程。即便是速度高达3×10^8 m/s的光，也需要1/3年的时间才能传播这么远！[②]

谁能想到日常开车竟能累积这么远呢！

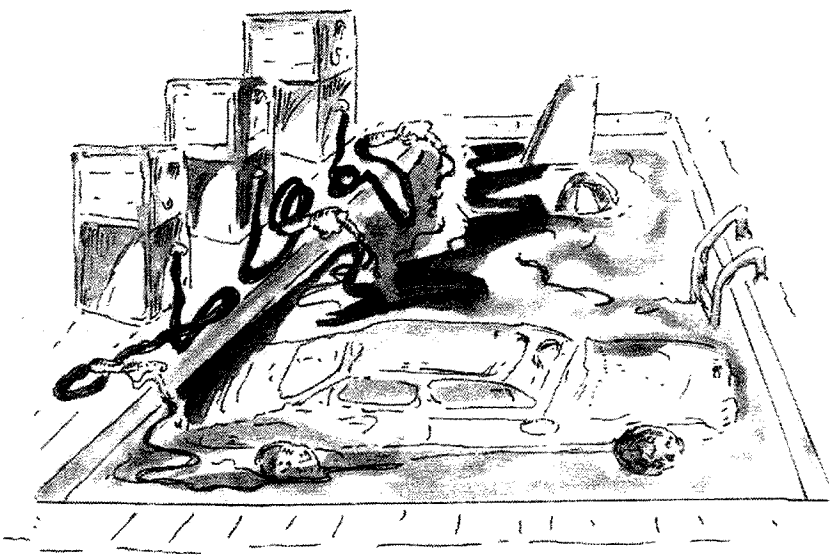
---

① 2000年时，平均每个美国家庭有2.6个人，1.3辆私家车。非常幸运，人与车的比例恰好为2：1。[14]

② 这就意味着美国人的驾车速度之和只有光速的1/3。

5.2 淹没在汽油中

汽车（轿车、跑车、货车）在报废之前一般要消耗多少汽油？注意，这个问题问的是交通工具的使用寿命内，而不是你拥有该交通工具的时间。将燃料的重量和汽车的重量进行比较。



* *

提示 汽车在报废之前一般能开多少英里？10^1、10^2、10^3、10^4、10^5还是10^6？

提示 每加仑汽油可供行驶多少英里？

提示 $1\,gal \approx 4\,L$，$1\,m^3=10^3\,L$。

提示 水的密度为$1\,t/m^3$。

答 首先，我们估算一下交通工具在其使用寿命内可以开多少英里。车辆里程表一般都有六位数，这就表明制造商们期望你的车最起码可以开到100 000（即10^5）mi。然而，大多数车的总行程只比200 000（即2×10^5）mi多一点点。[①]我们就用10^5吧，这是个很好的约整数。（20世纪50年代和60年代生产的汽车开不了这么远，里程表一般只有五位数。）

下面估算1gal汽油可供行驶的里程。有几种方法：可以在每次加满油时密切关注细节并计算里程；可以读新车广告或《消费者报告》来了解里程；还可以根据两次加满油的时间间隔内的行程和所加的油量来估算。大多数汽车在两次加满油的时间间隔内可行驶300 mi，要是你不得不加了10 gal的汽油，那么你将得到

$$\frac{300\ \text{mi}}{10\ \text{gal}}=30\ \text{mi/gal}$$

如果必须加30 gal的油，则只有300 mi/30 gal=10 mi/gal。由于几乎所有的汽车油耗都在10 mi/gal至40 mi/gal之间，我们用20 mi/gal来估算。[②]

现在我们可以计算结果了。所消耗的总加仑数等于行驶的总英里数除以每加仑可供行驶的英里数

$$V_{汽油}=\frac{10^5\ \text{mi}}{20\ \text{mi/gal}}=5\times10^3\ \text{gal}$$

现在将其转换成公制单位，因为转换成立方英寸、立方英尺或者立方码太复杂了。1 gal等于4夸脱，大约相当于4 L。因此，$5\times10^3\ \text{gal}\approx2\times10^4\ \text{L}$。由于1 m^3等于1 000 L，因此汽油的体积为20 m^3。

我们来看看这到底有多大。把20 m^3的体积想象成1 m深乘以4 m宽乘以5 m长。1 m约为3 ft（准确地说是3.3 ft），因此20 m^3就相当于3 ft深乘以

---

① 作者Larry：我对自己的前一辆车很爱惜，给它定的目标是2.4×10^5 mi，可惜才开了2.25×10^5 mi就报废了。

② 这样，我们的估算结果几乎对所有的汽车而言，与正确答案的误差因子都在2以内。

12 ft宽乘以15 ft长，比你的汽车大多了。这么多汽油足以填满一个小型公共游泳池了！

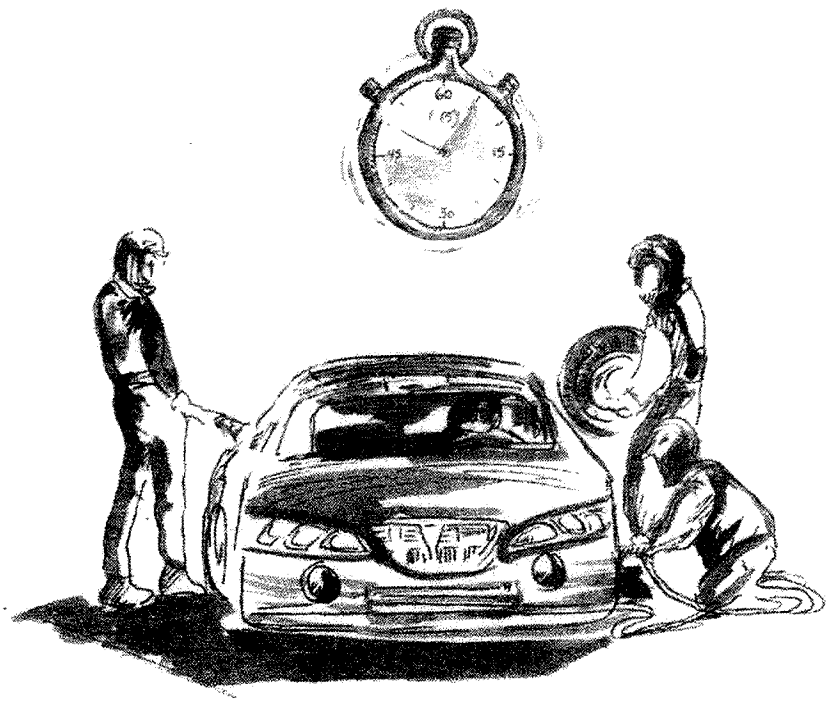
假设汽油的密度为1 t/m^3，那么你的汽车在报废之前一共要燃烧掉20 t汽油。这相当于汽车本身重量的10倍！即使你开的是普锐斯或者其他能达到50 mi/gal的非常省油的车，你也得消耗掉8 t的燃料。

也许你的汽车行程可以超过10^5 mi。也许你的车是个10 mi/gal的油老虎，或者是个40 mi/gal的省油节能车。不管怎样，结果的误差系数都将在10以内。汽车消耗的燃料将会大大超过汽车本身的重量！

5.3 高速公路慢行

如果我们把高速公路的速度限制从65 mi/h降到55 mi/h，那么美国人每年一共要额外花出多少时间在高速公路上行驶呢？（注意，我们假设贴出来的速度限制与高速上的实际速度有一定的关系。）

以人的一生为时间单位，给出答案。



提示 我们一共可以开多少英里？（见前一个问题。）

提示 总行程中，我们在高速公路上行驶的里程数占多大比例？在速度限制为65 mi/h的高速公路上行驶的里程数又占多大比例？

提示 用60 mi/h和70 mi/h分别替代55 mi/h和65 mi/h，这样可以使计算简单一点。

* * * \

答 我们需要估算出花在限速为65 mi/h的高速公路上的时间。为此，我们需要估算在限速为65 mi/h的高速公路上行驶的路程。

从5.1节的答案可知，我们每年约开2×10^{12}（即2万亿）mi，其中约有一半路程是在高速公路上。城市高速公路没有65 mi/h的限速（好像在圣摩尼卡高速或者纽约的曼哈顿西区高速上可以开到这么快）。我们估算只有大约一半的高速行程是在限速为65 mi/h的道路上，从而在限速为65 mi/h的道路上的行程为

$$d_{65\ \mathrm{mi/h}}=2\times10^{12}\ \mathrm{mi}\times1/2\times1/2=5\times10^{11}\ \mathrm{mi}$$

现在我们需要算出：(1) 在限速65 mi/h的路上行驶共花了多少时间；(2) 若限速为55 mi/h，行驶同样的路程又要花多长时间；(3) 两者的差。我们将分别用70 mi/h和60 mi/h来替代65 mi/h和55 mi/h，原因有两点：(1) 没有人知道真正的（即强制的）速度限制是多少，因此大部分人在行驶时多多少少都会超速；(2) 用10的整数倍来计算要方便得多。

以70 mi/h的速度行驶时，需要的总时间为

$$t_{65\ \mathrm{mi/h}}=\frac{5\times10^{11}\ \mathrm{mi}}{70\ \mathrm{mi/h}}=7\times10^{9}\ \mathrm{h}$$

如果限速降至55 mi/h，而人们的实际行驶速度为60 mi/h，那么

$$T_{55\ \mathrm{mi/h}}=5\times10^{11}\ \mathrm{mi}/60\ \mathrm{mi/h}\approx8\times10^{9}\ \mathrm{h}$$

因此，我们额外花费的时间为

$$t_{额外}=t_{55\ \mathrm{mi/h}}-t_{65\ \mathrm{mi/h}}=8\times10^{9}\mathrm{h}-7\times10^{9}\mathrm{h}=10^{9}\mathrm{h}$$

天哪！居然在车轮底下多花了10亿个小时！

一年只有24×365天$\approx10^{4}$小时，这额外的10^{9}小时相当于10^{5}年。

假定人的一生为100年，这就相当于1000个人生了。

不会吧！这比鲨鱼、闪电、二手烟或饮用水中的砒霜等夺取的生命数量要多得多。

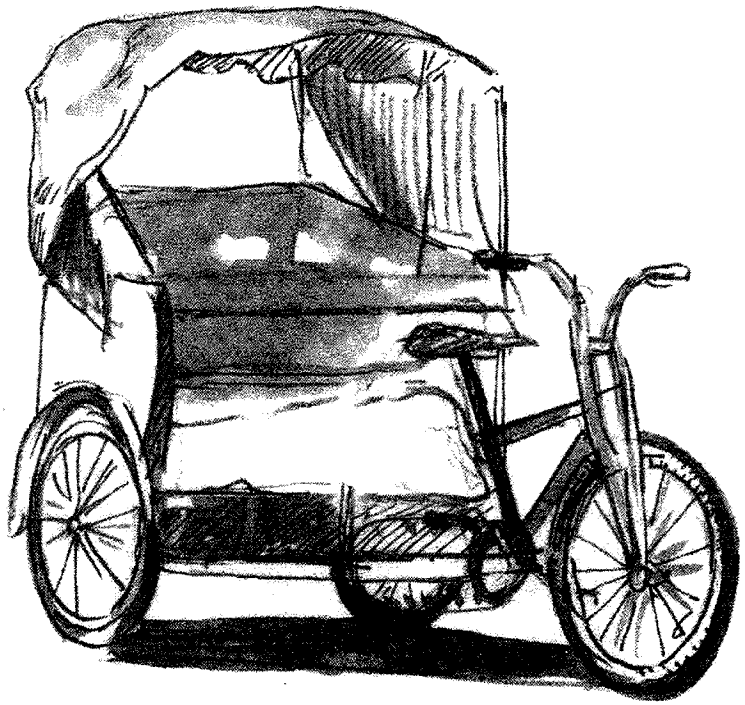
当然，一个人失去整个生命与上百万人每人损失几小时是有很大差

别的。(毕竟，10^9小时均摊到3×10^8个美国人身上，每个人就只有大约3小时了。)

注意，我们没有问及降低速度限制可以挽回多少生命。由于交通事故的死亡人数取决于实际车速、司机之间的车速差异以及其他许多因素，所以很难预测灾祸。在全国范围内撤销55 mi/小时的限速后，高发的事故率并没有明显的变化，不同的回归分析也得出了不同结论。有人认为，提高限速能够挽救生命。

5.4 黄包车与汽车

纽约市的人力黄包车（脚踏三轮车）和汽车的相对燃料消耗（每千米或每英里）是多少？



* *

提示 一辆人力黄包车一天能行多远？

提示 骑人力黄包车需要补充多少能量（如吃饭）？

提示 1 gal 汽油可供一辆小汽车行驶多远？

答 先讨论汽车。如果每加仑汽油可供你的汽车行驶20 mi，且每加仑汽油售价3美元，那么开销为

$$\frac{3\text{美元/gal}}{20\ \text{mi/gal}} = 0.15\text{美元/mi} \approx 0.1\text{美元/km}$$

开车可真便宜！[①]

现在我们再来算算骑黄包车每千米需要消耗多少能量。为了计算出这个问题的答案，我们需要估算出总消耗和行程（km或mi）。载着乘客时，三轮车的速度在5 mi/小时（非常慢）到10 mi/小时（快）之间。因此，在白天八小时内，人力黄包车可以行驶40～80 mi，由于黄包车不是一直都有生意做，那我们就用小一点的那个数-40 mi（或约60 km）。我们也可以从有经验的车夫的角度加以考虑：他们一天可以行驶100 mi，但拉上乘客和应付纽约市的交通问题自然会使他们每日的行程减少到50 mi（甚至更少）。

工作那么辛苦，肯定会燃烧不少卡路里。[②]我们可以用好几种方法来估算食物的耗费：从每天的开支账单估算、从年收入的比例估算、从快餐的价格估算等。我们来看看可以得出什么结论。

每天的开支约为40美元，这显然太高了，因为它主要适用于那些一天三顿都在好饭店甚至豪华餐厅用餐的商人。西欧人和美国人的年收入为3～4万美元，或者说约100美元/天；我们花在吃上的钱多于5%但远小于收入的一半，因此，我们估算用于一日三餐的花费约为收入的10%～20%，或者说每天10~20美元。如果一日三餐都从快餐店买，那每天的开销也是10~20美元。[③]因此人力三轮车夫的能量耗费为

$$\frac{15\text{美元/天}}{60\ \text{km/天}} = 0.25\text{美元/km}$$

---

① 因为英里与千米之间仅仅相差1.6倍，所以你用哪个都没有关系。

② 在第5章，我们将把食物作为能量来源加以研究。

③ 由于他们是纽约市的三轮车夫，所以我们按西餐的价格来估算。

因此，人力三轮车的耗费仅是汽车燃料耗费的2~3倍，虽然汽车每英里所需的能量更多，但汽油是比食物便宜得多的能量来源。

还要注意一下，汽车的燃料耗费完全取决于行程（也就是说，如果路程加倍，那燃料的耗费也会相应加倍），而三轮车夫的能量耗费则包含了人体每日基本的新陈代谢所需要的2 000卡路里的能量。

5.5 马粪

马车和汽车(每千米)产生多少废弃物？请以kg/km为单位给出答案。

提示 马产生的废弃物为固体或液体，而汽车产生的废弃物则为气体。

提示 假设所有的摄入（食物和燃料）都会变成输出（废弃物）。

提示 马车一天可以行驶多远？马的速度不会比人快很多。

提示 马一天要吃喝多少？马的块头约为人的10倍。

提示 1 gal汽油可供汽车行驶多远？

* *

答 我们首先需要估算马每天可以拉车走多远，然后算出在这一过程中马需要摄入多少食物和水。说明一下，我们假设马既不会长肉也不会掉膘，因此摄入的食物和水会转化为等质量的马粪和马尿。

一匹普通的马每天可以拉一辆普通的马车跑多远呢？因为我们每天要让马工作约8小时，所以显然不会要它大部分时间去飞奔、慢跑或小跑。我们先来估算马的平均步行速度。马肯定比人走得快（3~4 mi/h，或者5~6 km/h，或者2 m/s），但也不会快得太多，因此就在5~10 mi/h的范围内。因此，8小时内马可以走40~80 mi，我们取60 mi（或100 km）来计算。[①]

我们怎么才能算出食物的摄入量呢？我们可以试着直接估算，也可以先估算人的食物摄入量，再按比例增加以算出马的食物摄入量。马消耗的谷子量显然在1夸脱（或L）到100夸脱之间，我们取其几何平均值10 L，从而质量约为10 kg（20 lb）。[②]因此，产生的废弃物也为10 kg。类似地，马的饮水量也在1~100 L之间，我们估算为10 L（也是约10 kg）。

我们再从人的食物摄入量角度来算，再按比例算出马的摄入量。我们每天要吃进2~3 lb（1~1.5 kg）的食物，饮入1~2 L（或夸脱）的水。马的块头（体积或质量）大约是我们的10倍，因此摄入也大约是我们的10倍，这跟我们前一种估算方法的结果基本一样。

因此，马行进60 mi会产生约10 kg马粪和10 kg马尿，总排泄物约为0.3 kg/mi。

汽车大约每20 mi用1 gal汽油。1 gal约为4 L，从而质量约4 kg。因此，汽车每行驶20 mi会排出4 kg的废气，或者说0.2 kg/mi。

汽车每英里产生的废弃物与马基本一样多。[③]问题是汽车的废弃物飞散到了空中（几乎完全是CO_2和H_2O），而马的排泄物却留在地上（毫不夸张地说）。想象一下，要是用上百万匹马代替纽约市的上百万辆汽车，市容该会怎样！幸好不是这样。

---

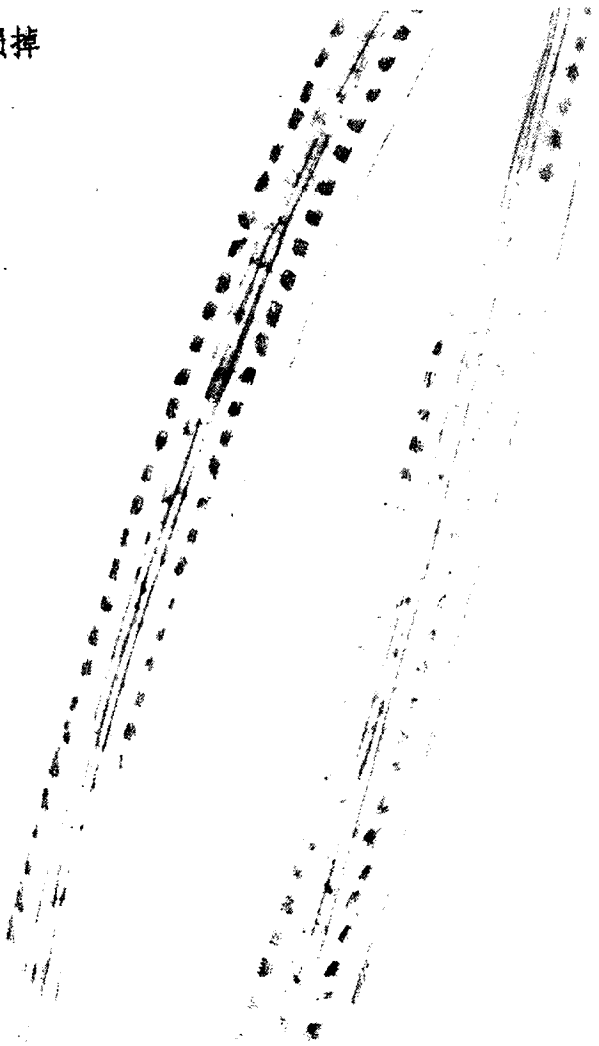
① 系数1.6其实无所谓，因为我们的估算并不需要那么精确。

② 任何有机物的密度通常都接近于水的密度。水的密度为1 g/cm^3，或1 kg/L，或1 t/m^3。

③ 都能被植物吸收！汽车产生CO_2，而马产生肥料。

5.6 轮胎磨损

汽车行驶多远可以磨损掉一个分子厚度的橡胶层？



提示 轮胎的使用寿命为多少（以mi为单位）？

提示 新轮胎的胎面有多厚？在其使用寿命内将会被磨损多少？

提示 橡胶分子的大小也只有纳米的十分之几（即几个 10^{-10} m）。

* * * \

答 首先我们需要以英里为单位估算出轮胎的寿命。跟往常一样，有多种方法可以用：第一种方法是估算轮胎能使用多少年，并假设每年行驶约12 000 mi。轮胎的寿命肯定超过1年且不到10年，因此取值在3年至5年之间应该是合理的。第二种方法是阅读宣传轮胎使用寿命的广告，或者回忆上一个买过的轮胎的使用寿命。轮胎一般能持续行驶30 000~60 000 mi，胎面的厚度一般是1/4～1/2 in.（约1 cm）。

因此，1 cm厚的胎面会在行驶约4×10^4 mi后磨损。我们是想算出磨损一个分子厚度（即5×10^{-10} m）的轮胎胎面需要行驶的路程，答案为

$$d=\frac{4\times10^4\ \text{mi}}{1\ \text{cm}}\times\frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}}\times5\times10^{-10}\ \text{m}=2\times10^{-4}\ \text{mi}=2\times10^{-3}\ \text{mi}$$

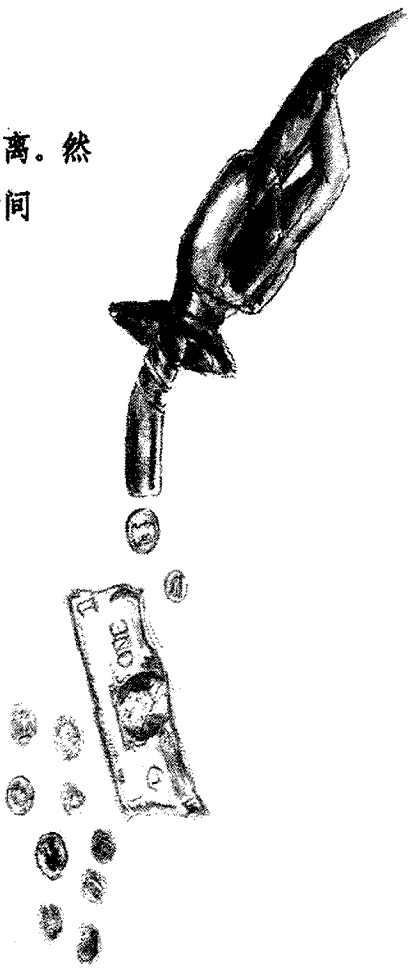
现在我们要弄懂这个结果。10^{-3} mi挺难计算的，但10^{-3} km就是1 m，既然1 mi只比1 km大一点点，那么我们有

$$d=2\times10^{-3}\ \text{mi}\approx3\times10^{-3}\ \text{km}=3\ \text{m}$$

3 m约为10 ft，仅仅是轮胎转一两圈的距离而已。

因此，轮胎每转动一圈，就会磨损一个分子厚度的橡胶层。

5.7 为车而工作



汽车可以在数小时内带你驶过很长距离。然而，除了开车所花的时间外，你更多的时间是不开车的，而是在努力赚钱来养车(如折旧、保险、汽油)。这些额外的时间使得你的平均车速降低了。举个例子，如果你每小时开60 mi，然后再花一个小时来赚回开车的花销，那么你的平均速度不是60 mi/h而是30 mi/h。

如果把花在赚钱养车上的所有时间加到开车的总时间上，你的平均车速是多少？

* *

提示 汽车使用寿命内的总花费是多少？包括购车费、保险费用、修理费用、汽油费、保养费、停车费等等。或者，你可以用美国国税局里程补偿率来算，这其中应该包括了以上的所有费用。

提示 汽车在使用寿命内一共可以行驶多少路程？

提示 行驶以上路程要耗费多少时间？

提示 美国的人均收入是多少？（注意，每年有2 000个工时[50周/年×40小时/周]，因此年薪40 000美元等价于每小时20美元。）

答 我们需要算出用于养车的工作时间以及花在开车上的时间，让我们全速前进吧，先从第一个问题开始。

为了算出用于养车的工作时间，首先要估算出汽车使用寿命内的耗费。至少有两种方法可以估算出结果：第一种方法是用2006年美国国税局里程补偿率0.445美元/英里直接计算，这种方法比较简单。（跟往常一样，0.30美元到0.60美元之间的取值都是合理的。）第二种方法是试着计算一辆车使用寿命内的耗费，开始吧！

我们不买悍马、美洲豹，也不买宝马mini，只买一辆普通的新车。然后一直把它用旧，或者说用大约10年时间。在这10年间，我们将要埋很多单：购车费、保险费、汽油费、修理费、车内装饰及停车费。

2006年美国卖得最火的车是福特F-150小型货车，卖得最火的小轿车是丰田凯美瑞。两辆车售价都在20 000美元到25 000美元之间（取决于选型和还价的能力）。

保险费每年约1 000美元，10年就是10 000美元。在纽约的布朗克斯区，对于有过3张超速罚单和一次醉驾经历的开着克尔维特的18岁男性，保险费要比这高很多。在俄勒冈州的塞勒姆市，对于有着良好驾驶记录的45岁妇女，保险费要比这低很多。

修理费每年平均约为1 000美元。前几年的修理费要少得多，而最后几年的修理费则要多得多。

10年内，我们约行驶120 000 mi的路程（大约绕地球5圈）。对于每加仑汽油能开20 mi的凯美瑞，我们需要消耗$\frac{120\ 000}{20}=6\ 000$ gal的汽油。假设1 gal汽油3美元，汽油费需要18 000美元。凯美瑞与F-150之间的里程数差别“只”会导致几千美元的汽油费差别，因此本书中忽略不计。

如果你住在曼哈顿（纽约州的曼哈顿区，不是堪萨斯州的曼哈顿市），你每年还要多花3 000美元的停车费。这是你的问题，我们大部分人都不需要考虑停车费。

因此，行驶1.2×10^5 mi的总开销如下（保留到一位有效数字）：

种类	开销（美元）
购车费	20 000
保险费	10 000
修理费	10 000
汽油费	18 000
车内装饰费	5
总计	60 000

如果按美国国税局每英里补偿0.50美元来计算，行驶120 000 mi的总花费也是60 000美元。

注意，汽车（使用寿命内）的总耗费是购车费的3倍。

现在，我们需要计算行驶120 000 mi需要多少时间以及挣60 000美元需要多少时间。

大多数人既在高速公路（55～65 mi/h）上行驶也在城市街道（25～45 mi/h，有红绿灯和停车标志牌）上行驶。如果我们取高速公路和城市街道（或蒙大拿州和纽约市）的车速平均值，那就是30～40 mi/h，这就意味着我们共需要

$$t_{驾车}=\frac{1.2\times10^5\ \text{mi}}{40\ \text{mi/h}}=3\ 000\ \text{h}$$

才能行完120 000 mi。如果你取30 mi/h，则需要4 000 h。

美国人的平均年收入是40 000美元。当然，我们并非总在工作（仅仅是看似如此）。一年中，我们工作

$$t_{工作}=\frac{40小时}{周}\times\frac{50周}{年}=\frac{2\ 000小时}{年}$$

因为挣40 000美元需要工作2 000个小时，那么我们平均每小时挣20美元[①]。以20美元/小时来算，我们挣60 000美元要用

① 忽略税费。

$$t_{挣}=\frac{60\ 000美元}{20美元/小时}=3\ 000小时$$

哇！我们花在挣钱养车上的时间和花在开车上的时间几乎一样！谁能想象呢？

现在可以计算平均车速了。我们花在驾车上的总时间（当然也是花在车上的时间了）是：3 000小时的开车时间加上3 000小时的赚取养车费用的时间，一共6 000小时（我们显然为车付出了很多）。因此，我们的平均车速为

$$s=\frac{120\ 000\ \mathrm{mi}}{6\ 000\ \mathrm{h}}=20\mathrm{mi/h}$$

这个结果甚至还没有算上寻找泊车位的时间和等待修理工来修车的时间。

第6章

能量和功

6.1 托举一定高度所需要的能量

该死的地心引力！抛出的东西会落到地上。地球表面的重力加速度是g=10 m/s^2。[①]这说明，下落的物体每秒钟速度将增加10 m/s（约20 mi/h或36 km/h）。如果你下落5秒钟，那么你着地时速度将达到50 m/s或110 mi/h或180 km/h。好痛啊！

g也是在地球表面作用于质量为1 kg（1 kg约等于2 lb）的物体的重力（以牛顿N为单位）。因此，地球表面上一块1 kg的砖承受着10 N的重力，即重量为10 N。（在月球上会更小，而在木星表面会更大。）一般地，作用于物体的重力可以表示为$F=mg$，其中m是以kg为单位的物体的质量。[②]

克服地心引力托起物体需要做功，此过程中所需要的能量叫做**势能**：

$$PE=mgh$$

其中h指物体的离地高度，以米为单位。这个公式是有意义的，如果你增加托举物体的质量或托起的高度或重力牵引力，那么你将需要更多的能量来托举起物体。能量的公制单位是焦耳，简写为J。

---

① 准确地说，根据纬度的不同，g的取值在9.78 m/s^{2}到9.83 m/s^{2}之间（本书不需要这么准确）。

② 质量与重量容易混淆。无论在何处，物体的质量都不会变的，但托起该物体所需要的力则取决于行星的引力。在美制单位中，磅既可以指重力也可以指质量，潜在地增加了混淆的程度。

6.1.1 登山

攀登一座中等规模的山，势能会改变多少？这跟一听苏打水中6×10^5J的能量相比如何？

* * * \

答 势能的计算公式是$PE=mgh$，因此我们需要估算自己的质量、重力加速度以及山的高度。假设我们在地球表面，$g=10\ \mathrm{m/s^2}$。

人类（至少是那些喜欢登山的人）的体重介于100 lb和200 lb之间。这就意味着，我们的质量为50 kg到100 kg。跟往常一样，我们将选100 kg来计算，因为它是约整数（round number）[①]，便于运算。

中等规模的山比一幢楼高，但比珠穆朗玛峰低。最高的楼约有100层，每层约10 ft，因此楼高约1 000 ft。由于1 m约等于3 ft，那么高度约为300 m。所以，一座中等规模的山大概在3×10^2 m到1×10^4 m之间。我们取系数的平均值（3和1的平均值为2）和指数的平均值（2和4的平均值是3），从而得到其高度$h=2\times10^3$ m（或者约6 000 ft）。这是美国东海岸最高的山的高度了。选择更高一点或者更低一点的山也是可以的。

现在我们可以计算出登山时势能的变化

$$PE=mgh=100\ \mathrm{kg}\times10\ \mathrm{m/s^2}\times2\times10^3\ \mathrm{m}=2\times10^6\ \mathrm{J}$$

哎呀！200万焦啊！1 J的量是大是小呢？是不是很大呢？

为了估算出其大小，我们将它跟其他能量单位作比较。一听12盎司（约330 ml）的苏打水含有6×10^5 J的食物能量。[②]因此，登上那座山所增加的势能相当于

$$N_{苏打}=\frac{2\times10^6\ \mathrm{J}}{6\times10^5\ \mathrm{J}/听苏打}=3听苏打$$

所含的食物能量。那并不是很多！登上一座2 000 m（6 000 ft）高的山需要的能量比那多多了。

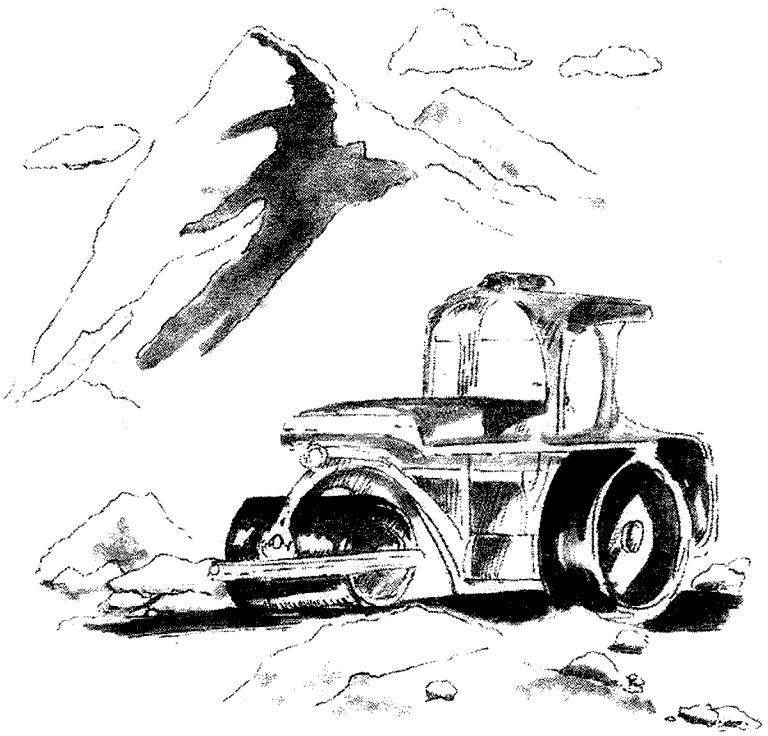
---

① 如果我的质量为100 kg，那我也变成圆形的了。

② 如果生活在美国，苏打所含能量是以卡路里为单位给出的。我们将在下章中讨论。如果你住在别的地方，则直接以J为单位。

6.1.2 推平阿尔卑斯山脉

推平落基山脉或者阿尔卑斯山脉，我们可以获得多少能量（即一座山中存储了多少势能）？



* * * \

答 我们需要估算出阿尔卑斯山脉或落基山脉的平均海拔，以及它们的总质量。为了算出其质量，我们要估算出其体积和密度；而要算体积，我们又要估算出它们的平均长、宽、高。两座山脉中最高的山约20 000 ft（约6 000 m），因此，我们估算包括所有顶峰和低谷在内的平均海拔低于它的一半，即2×10^3 m。[①]

阿尔卑斯山脉东西走向约为10^3 km（显然比10^2 km长，比10^4 km短），南北走向约200 km。（如果以英里来算也可以。因为英里与千米很接近，1 mi=1.6 km，在本书中几乎可以互换。）现在，我们要把这些距离转换为米了。幸运的是，这比从英里转换为英尺简单多了。由于1 km=10^3 m，所以10^3 km=10^6 m，2×10^2 km=2×10^5 m。阿尔卑斯山脉体积约为

$$V_{阿尔卑斯山脉}=l\times w\times h=10^6\ \mathrm{m}\times2\times10^5\ \mathrm{m}\times2\times10^3\ \mathrm{m}=4\times10^{14}\ \mathrm{m}^3$$

由于落基山脉从美国南部跨越到加拿大北部，因此，它要比阿尔卑斯山脉长得多，约为3 000 mi或5×10^3 km。其体积是4×10^{14} m^3的5倍，即2×10^{15} m^3。

现在估算密度以便由体积转化为质量。山是由岩石组成的。岩石在水里都会沉下去，因此其密度要比水的密度（1 t/m^3）大。岩石密度又比铁的密度（10 t/m^3）小，因此我们取密度d约为3 t/m^3或者3×10^3 kg/m^3。这样，就可以算出总质量为

$$M_{阿尔卑斯山脉}=V\times d=4\times10^{14}\ \mathrm{m}^3\times3\times10^3\ \mathrm{kg/m}^3=1\times10^{18}\ \mathrm{kg}$$

而落基山脉的总质量是它的5倍。质量确实很大！

现在，我们可以算出势能了，注意，山脉的平均海拔是2×10^3 m。然而，这么多质量是从海平线伸展到平均海拔的，因此，为了算出势能，我们要用平均海拔的一半。[②]

---

① 如果你看一下阿尔卑斯山脉的地势图，你将发现阿尔卑斯山脉绝大多数山峰实际上只有约1 500 m高。因此，我们的估算还算好。

② 忽略这个系数2也可以，只要估算结果与正确答案相差不到10倍即可。

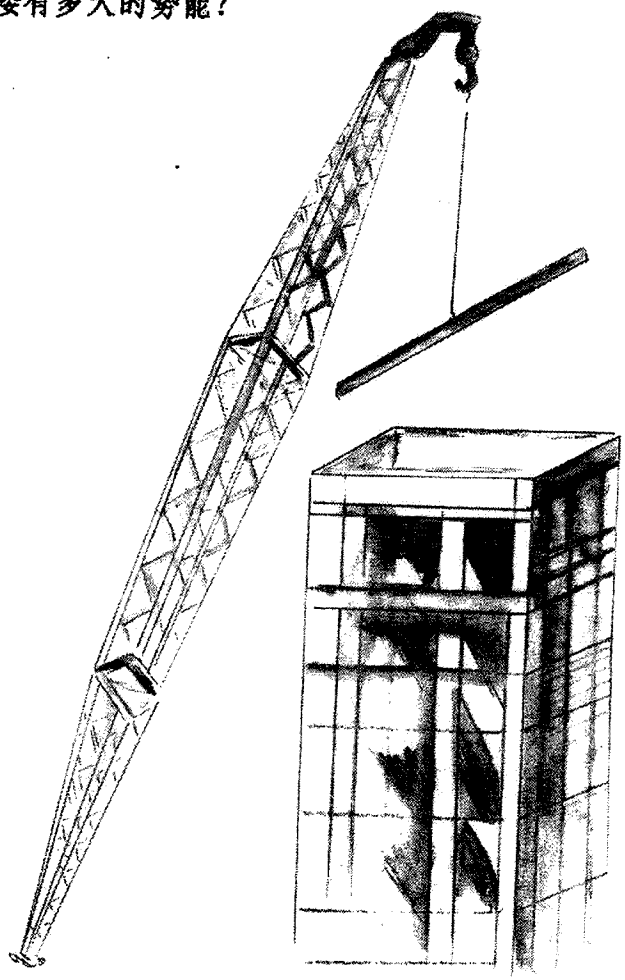
$$PE_{阿尔卑斯山脉}=mgh=1\times10^{18}\ \mathrm{kg}\times10\ \mathrm{m/s^2}\times1\times10^{3}\ \mathrm{m}=1\times10^{22}\ \mathrm{J}$$

落基山脉的势能同样是它的5倍，即$PE_{落基山脉}=5\times10^{22}$ J（约10^{17}听苏打水的能量）。能量真是很大啊！托举起山脉的能量来自大陆板块的运动（归根到底，来自地球内核的热传递）。

注意，山脉的海拔在我们的等式中出现了两次，一次是直接作为高度出现的，一次是作为体积的一部分出现的。这就意味着如果我们把海拔高估为原来的2倍，那么势能就会被高估为原来的4倍。幸运的是，我们只要使估算结果与正确答案相差不到10倍即可。

6.1.3 盖楼

一幢100层高的楼有多大的势能？



* * * \

答 跟前一个问题一样，我们需要估算物体的高度和质量。

每层楼高约10～12 ft，天花板高约8 ft（即地面与天花板之间有8 ft的空间），还需要为管道系统、电缆和（支撑建筑物的）结构框架留有空间。10～12 ft相当于3～4 m，因此100层的楼高度为100层×3 m/层=300 m。楼中材料的平均高度约为这个数值的一半（由于不是所有的材料都置于楼顶），即h=150 m。

现在我们需要估算楼的质量。楼的质量分布在垂直方向的结构框架和各水平楼层中。楼的支撑结构都是钢铁（因为钢铁要比同等质量的混凝土牢固得多）。支撑结构在整幢楼的体积中所占的比例大于1%且小于100%。我们取几何平均值，将支撑结构占整幢楼的体积比例估算为10%（如果实际比例比这个值小得多，则可以兴建远远高于100层的楼；如果实际比例比这个值大得多，楼里面的可用空间就很少了）。

因此，我们需要估算楼的体积，现在已经有了高度。一般的100层楼的面积通常介于足球场（$50\ \mathrm{yd}\times100\ \mathrm{yd}=5\times10^3\ \mathrm{yd}^2\approx5\times10^3\ \mathrm{m}^2$）和普通私人住宅（$10^3\ \mathrm{ft}^2$或$100\ \mathrm{m}^2$）之间，我们用$10^3\ \mathrm{m}^2$作为楼的面积（即30 m×30 m或100 ft×100 ft）。因此体积为

$$V_{楼}=h\times A=3\times10^2\ \mathrm{m}\times10^3\ \mathrm{m}^2=3\times10^5\ \mathrm{m}^3$$

我们假设其中10%是密度为$d=10\ \mathrm{t/m^3}=10^4\ \mathrm{kg/m^3}$的钢铁。因此，楼的质量为

$$\begin{aligned}m&=V_{铁}\times d\\&=V_{楼}\times10\%\times d\\&=3\times10^5\ \mathrm{m}^3\times0.1\times10^4\ \mathrm{kg/m^3}\\&=3\times10^8\ \mathrm{kg}\end{aligned}$$

注意，110层的西尔斯大厦（Sears Tower）的质量为$M=2\times10^8\ \mathrm{kg}$。（可见我们的估算非常接近真实结果！）

现在势能就很容易算了

$$PE=mgh=3\times10^{8}\ \mathrm{kg}\times10\ \mathrm{m/s^{2}}\times1.5\times10^{2}\ \mathrm{m}=5\times10^{12}\ \mathrm{J}$$

这相当于1 000万听苏打水所含的能量。能量真的很大。这有助于解释为什么推倒一幢楼要比建一幢楼简单得多。

6.2 动能

即使忽略摩擦力和空气阻力等烦琐的细节，要使物体改变其运动速度（比如从0～60 mi/h）也是要做功的。物体的动能（以J为单位）是

$$KE = \frac{1}{2}mv^2$$

其中m是以kg为单位的质量，v是以m/s为单位的速度（或速率）。[①]（1 m/s约等于2 mi/h，因此把m/s转换为mi/h很容易。）

如果你从楼上扔下一只水球，它一开始就具有较大的势能（PE），并在下落过程中把势能转化为动能，着地时再把动能转化为大面积的液体飞溅。

① 从技术上来讲，速度包括大小和方向，而速率只包括大小。由于我们只用它们来计算动能，所以方向无关紧要，两者可以互换使用。

6.2.1 发球

发出去的网球有多少焦耳的动能？

提示 网球的重量是多少？

提示 多少只网球加起来才有 1 lb（或者 1 kg）？1 只、10 只还是 100 只？

提示 网球的速度是多少？1 mph、10 mph、100 mph……？

提示 记住：1 kg≈2 lb，1 m/s≈2 mph。

* * * \

答 因为$KE=\frac{1}{2}mv^2$，所以我们需要估算出质量和速度。很明显，1 lb网球的个数肯定大于1而小于100，因此我们估算10只网球的质量为1 lb。这意味着20只网球重约1 kg（因为1 kg≈2 lb）。所以，网球的质量是

$$m=\frac{1\ \text{kg}}{20\text{只}}=5\times10^{-2}\ \text{kg}/\text{只}$$

现在，我们需要估算速度。我们可以对速度加以适当的限制。由于网球没有发出声震，因此我们知道它的速度肯定低于声速（300 m/s）；而网球的飞行速度又比小汽车（30～60 mi/h，或者15～30 m/s）要快。再想想是否还能获得更多的信息。我们可以将网球与棒球相比。（棒球比赛中）投掷出去的快球的飞行速度为100 mi/h（50 m/s）。由于网球拍给予了网球机械能量，发出去的网球的速度应该快于这个速度。另外，我们也可以用网球场的大小来估算。网球从发球线到落地点大约飞行60 ft（20 m），这个过程需要的时间肯定大于0.2 s（否则我们来不及回球），也肯定小于1 s。这样就给出了一个速度的变化区间：20～100 m/s。我们取60 m/s（或者120 mi/h）。

现在我们可以来计算动能了

$$KE=\frac{1}{2}mv^2=0.5\times5\times10^{-2}\ \text{kg}\times60\ \text{m}/\text{s}^2=100\ \text{J}$$

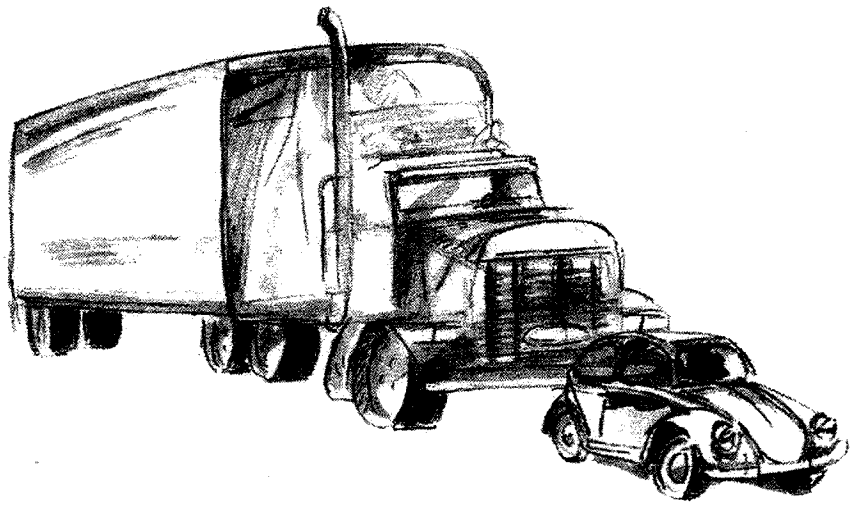
100 J是100 W的灯泡1 s的输出能量（因为1 W=1 J/s）。

不是很大!

现在我们对比一下现实情况。最快的网球发球速度是164 mi/h（约73 m/s），因此60 m/s对于优秀的球手而言是相当合理的。网球的质量是57 g，我们估算的50 g也是非常接近的。

6.2.2 卡车的动能

大卡车在高速公路上行驶时，动能有多大（用焦耳表示）？



提示 大卡车的速度是多少？

提示 记住 2 mi/h≈1 m/s

提示 大卡车的质量是多少？

提示 小汽车的质量约为 1t。

***

答 我们需要估算卡车的速度和质量。美国的高速限速一般为55～65 mi/h，我们用60 mi/h≈30 m/s来计算。（记住我们在等式中要用公制单位。）一辆小汽车约重1 t；大卡车肯定比一辆小汽车重，但比100辆小汽车轻，我们估算大卡车为10 t（1和100的几何平均数）。或者换一种方法，我们可以根据桥面上的限重标志计算出结果。桥面如果有相关标记，限重一般为10 t或者20 t。这就说明大卡车的重量大于那个值（否则就不需要警示标志了）。由此估计大卡车的重量约为40 t，我们取10 t和40 t的均值，或者20 t。由于1 t=10^3 kg，20 t=20 × 10^3 kg=2 × 10^4 kg。我们可以算出如下结果

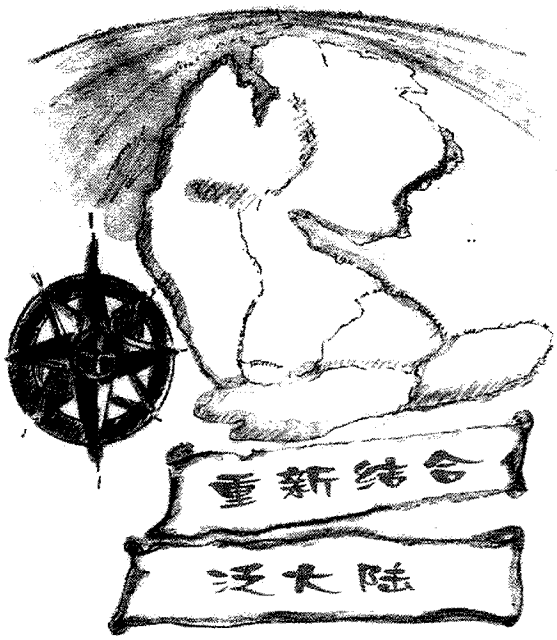
$$KE=\frac{1}{2}mv^2=0.5\times2\times10^4\ \text{kg}\times(30\ \text{m/s})^2=1\times10^7\ \text{J}$$

这只相当于一幢大楼势能的百万分之一。由于一听苏打水通常含有10^5 J的能量，这相当于100听12盎司（300 ml）的苏打水所包含的能量。我们将在下一章研究机动车的能量来源（电池和汽油）。

注意，一辆重约1 t的小汽车所拥有的动能要比这个结果小得多。我们可以直接计算，也可以利用下面的事实来推算：小汽车的质量是卡车的1/20，因此其动能也是卡车的1/20。从而小汽车的动能为$KE_{小汽车}$=1×10^7 J/20=5×10^5 J，这是5听苏打水所含的能量。

6.2.3 大陆漂移

漂移的大陆板块的动能有多大？（忽略地球的旋转和其他运动，仅关注漂移的大陆板块相对于地球其他部分的运动。）



* *

提示 漂移的大陆板块的体积有多大？

提示 地球的周长是 4×10^4 km。

提示 漂移的大陆板块的深度仅约 50 km。

提示 大陆板块移动的速度是多少？

提示 南美洲板块脱离欧洲板块而形成大西洋板块，一共花了 10^8 年。

提示 大西洋最宽的地方为 5 000 km。

提示 1 年 $=\pi\times10^7$ s。

提示 岩石的密度小于水（10^3 kg/m^3）和铁（10^4 kg/m^3）的密度之间。

答 跟前面一样，我们需要估算质量和速度。首先，我们来算质量。我们以北美洲为例来估算体积（即长度、宽度和高度[或深度]）和密度。在问题3.9中，我们估算过美国的东西宽度为地球周长的1/8，即5×10^6 m。假设北美洲是正方形的（开个冷玩笑，有些人可能需要暂时消失一下），长度也是5×10^6 m。

估算地壳深度稍难一些。深度显然大于1 km（很多矿井都比这个深）而小于10^3 km（因为我们知道，地壳板块只占地球半径的一小部分）。我们取1 km和10^3 km的几何平均值，即30 km或者3×10^4 m。[①]因此，北美板块的体积是

$$V_{北美}=lwh=5\times10^6\ \mathrm{m}\times5\times10^6\ \mathrm{m}\times3\times10^4\ \mathrm{m}=8\times10^{17}\ \mathrm{m}^3$$

将这个体积乘以岩石的密度即可得到质量了。岩石密度肯定比水的密度（$d=1\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}$）大，比铁的密度（$d=10\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}$）小，因此，我们用$d=3\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}$

$$m_{北美}=d\times v=3\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}\times8\times10^7\ \mathrm{m^3}=2\times10^{21}\ \mathrm{kg}$$

现在我们需要算出移动的速度。要是你看过关于加利福利亚大地震的报道，你可能知道北美板块的移动速度约为每年1 cm到2 cm。另外，我们也可以使用一个更长的时间范围来估算：因为北美洲一直在慢慢脱离欧洲，大西洋已经扩张了约10^8年了。现在，大西洋最宽的地方约5 000 km=5×10^6 m。因此，北美洲移动速度[②]是

$$V_{北美}=\frac{d}{t}=\frac{5\times10^6\ \mathrm{m}}{10^8\text{年}}=5\times10^{-2}\ \mathrm{m/年}\times\frac{1\text{年}}{\pi\times10^7\ \mathrm{s}}=2\times10^{-9}\ \mathrm{m/s}$$

这里所用的每年5 cm的移动速度比实际情况大了几倍，但仍然不是很快。

所求的动能为

---

① 大陆地壳的实际厚度在20 km到80 km之间。

② 我们用V表示体积，v表示速度。科学家们很容易用尽变量，于是不得不重复使用字母。

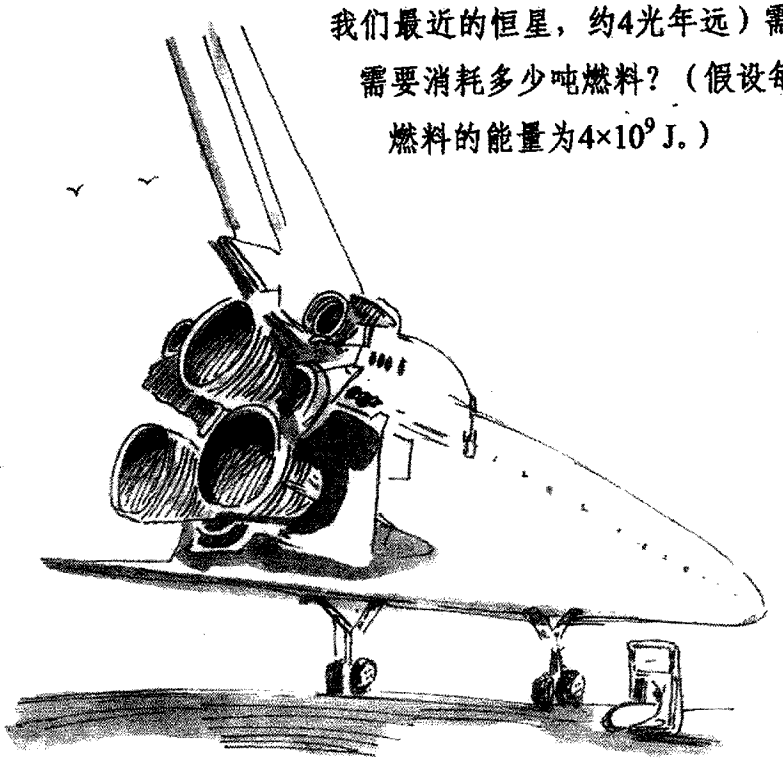
$$KE=\frac{1}{2}mv^2=0.5\times2\times10^4\ \mathrm{kg}\times(2\times10^{-9}\ \mathrm{m/s})^2=4\times10^3\ \mathrm{J}$$

这比网球的动能大很多，但远比大卡车的动能小！它比一听苏打水所含的能量小多了。

为了解释为什么大陆板块这么难停止漂移，我们需要估算它们的动量，也许在我们出版的下一本书中会有相关的讨论……

6.2.4 “大胆地出发……”

在乘客的有生之年内，宇宙飞船从地球飞行到半人马座阿尔法星（离我们最近的恒星，约4光年远）需要多少能量？需要消耗多少吨燃料？（假设每吨TNT或火箭燃料的能量为4×10^9 J。）



提示 你想要多大的飞船？

提示 一架航空母舰重 10^5 t。

提示 光速是 $c=3\times10^8$ m/s，一光年是光在一年（即 $\pi\times10^7$ s）中传播的距离

提示 宇宙飞船需要具备多大的速度？

提示 光需要4年才能到达半人马座阿尔法星，宇宙飞船的速度需要占光速的多大比例才能在乘客的有生之年到达？

提示 以那样的速度飞行，宇宙飞船的动能有多大？

* * * \

答 火箭燃料为宇宙飞船提供动能。为了算出动能，我们需要估算其质量和速度。因此，我们首先要估算出宇宙飞船的飞行速度应该是多少。宇宙飞船需要在40年或更少的时间内[①]飞完地球到半人马座阿尔法星之间的4光年距离。由于我们需要40年才能飞完光在4年内传播的距离，所以我们的速度是光速的1/10，因此

$$v=\frac{1}{10}c=0.1\times3\times10^{8}=3\times10^{7}\ \text{m/s}$$

下面估算宇宙飞船的质量。一艘现代航空母舰的质量约为10^5 t，哥伦布驶入新大陆时所乘坐的桑塔玛莉亚只有100 t重。[②]很难想象，在一只小船上塞满40年旅程所需的生活用品是什么样子。我们就用10^4 t或者10^7 kg作为其质量。因为动能与质量是直接成正比的，所以代入不同的质量比较简单，不管怎样，我们来算算所需要的燃料量。

宇宙飞船具有的动能为

$$KE=\frac{1}{2}mv^2=0.5\times10^{7}\ \text{kg}\times(3\times10^{7}\ \text{m/s})^2=5\times10^{21}\ \text{J}$$

这个能量很大，足以推平阿尔卑斯山脉，但也只能为一艘小船提供补给。

现在，让我们看看需要的燃料量。以每吨燃料4×10^9 J计算，我们所使用的10^4 t重的宇宙飞船需要的燃料质量约为

$$m_{燃料}=\frac{5\times10^{2}\ \text{J}}{4\times10^{9}\ \text{J/t}}=1\times10^{12}\ \text{t}$$

呀！你选择多大的宇宙飞船没有关系，因为燃料比宇宙飞船本身要重1亿（10^8）倍。现在我们要把其他用来加速的燃料也计算进来。我们甚至没有考虑在到达目的地时用来为宇宙飞船减速的能量以及火箭引擎的无效能量。

---

① 为什么是40年呢？我们其实可以在20到60年之间任选一个数。选40主要有两个原因：(1) 它是摩西法典中的；(2) 它可以简化运算，因为它正好是4的10倍。

② 但是他的行程仅仅几个月，并且他不需要携带氧气。

看来无法实现这个目标了。我们不能在人的生命期内通过常规化学燃料把宇宙飞船送到恒星上去。

有些人需要开始研究二价锂矿石[1]或反物质驱动器了。

① 《星际迷航》中虚构的一种水晶矿石。——译者注

6.3 功

“功”不仅仅是一般的术语。在物理上，它表示通过推动某物（施加一个力）并使其移动来传递能量。当你踢足球（不管它是球形还是非球形）时，你作用在球上的力会持续一定距离；当你从枪中射出一颗子弹时，枪管内散发的气体会在一定距离内施加力的作用；当你踩汽车的制动器时，地面会在一段距离内对你的汽车作用一个力。这个力所传递的能量是

$$W=Fd$$

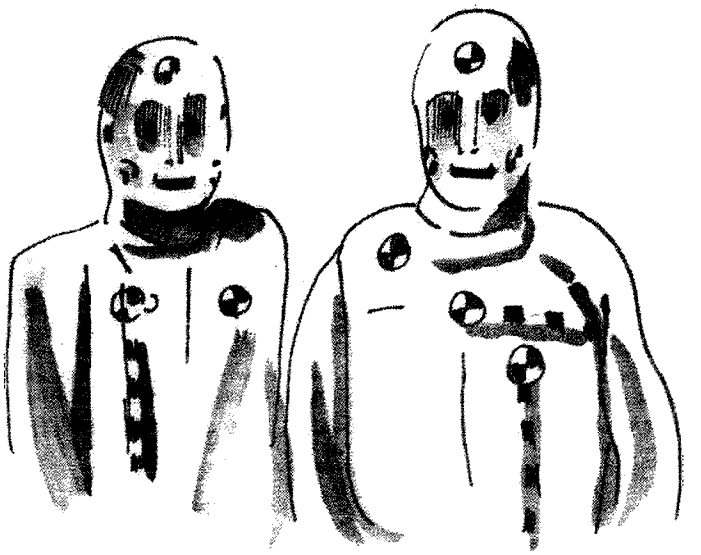
其中F表示以N为单位的力（1 kg的物体的重量为10 N，1 t的物体的重量为10^4 N [在地球上]），d表示力所作用的距离（以m为单位）。注意，力与位移一定是同（或反）方向的。如果你在与物体运动相同的方向上施加一个力，它的能量和速度会增加（比如踢足球）。如果你在相反的方向上施加一个力，它的能量和速度会减少（比如刹车）。[①]因此

功=动能的变化

① 如果作用力的方向是斜着的（垂直于物体运动方向），那你就没有做功。你的确改变了物体的运动方向，但没有改变其能量和速度（就像地球牵引月球一样）。

6.3.1 撞击！

出于对研究本书问题的兴趣，作者约翰愿意高速驾驶他的小汽车去撞击一块坚固的护栏。当他停下来的时候，作用在他身体上的力有多大呢？（假设他系着安全带，并且安全气囊也及时打开了。）



* * * \

答 对于约翰而言，要让他从高速运动变成完全静止，需要一个力作用于他。这就是牛顿第一定律：除非有外力的作用，否则物体的运动速度和方向是不会改变的。在这个例子中，给约翰施加外力的是安全带和安全气囊，它们使约翰的速度与车速一起减慢。为了要估算出安全带和气囊的作用力，我们需要算出他的初始动能（因为安全带所做的功一定要将这个值变成零）和力作用的距离。

我们假设它的车速为60 mi/h或者90 km/h（30 m/s），他的质量约是100 kg（约200 lb）。[①]那样的话，它的动能是

$$KE=\frac{1}{2}mv^2=0.5\times100\ \text{kg}\times(30\ \text{m/s})^2=5\times10^4\ \text{J}$$

因此，使他停下来需要做的功肯定是5×10^4 J。

幸运的是，他的汽车前端设计得很好，只是扭弯了一点。当前端保险杠突然触及障碍物而停下来时，乘客车厢会以比前端缓慢一些的速度逐渐减速至停止。一般汽车前端扭弯的地方大于0.1 m（10 cm或约4 ft）而小于1 m（约3 ft）。我们取均值0.5 m。[②]这意味着作用的力为

$$F_{撞击}=w/d=5\times10^4\ \text{J}/0.5\ \text{m}=10^5\ \text{N}$$

我们来看看10^5 N到底有多大。由于10 N是作用于一个1 kg的物体的重力，所以10^5 N是作用于10^4 kg的物体的重力。因此，撞击过程中作用于约翰的作用力相当于一百个100 kg（约200 lb）的人站在你的胸口上所产生的力。那可是10 t啊！天哪！即使系上了安全带，以60 mi/h的车速冲进一堵墙也不是个好主意！

汽车仪表盘内部填充了安全气囊，并且汽车都有缓冲装置，这些可以延长事故中的制动距离，从而减少其中的制动力。你应该始终系着安全带，是因为安全带能够将你稳固在座位上，这样你可以随车逐渐减速至停止向前冲。如果你不系安全带，你的头将会突然地撞上挡风玻璃。由于制动距离要小得多，作用的力将会大得多，这通常不是什么好事。

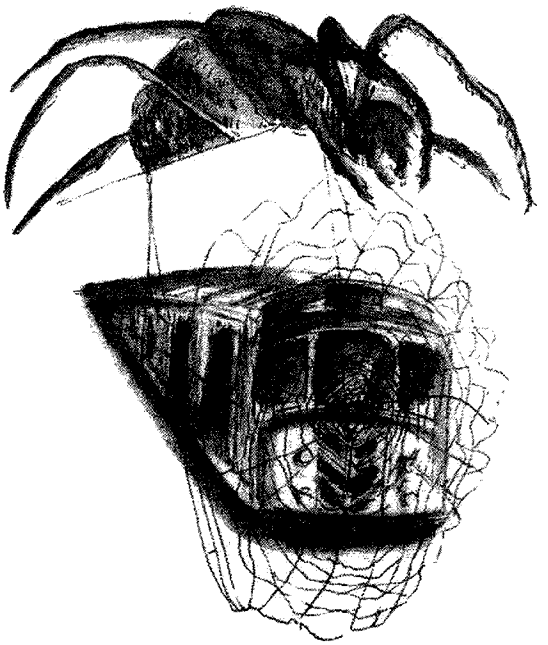
---

① 这个值是为科学计算的方便而取的。这个问题解决后，他将减掉多余的体重。

② 在这种情况下，几何平均值0.3 m和算术平均值0.5 m几乎没有差别。

6.3.2 蜘蛛侠与地铁列车

在电影《蜘蛛侠2》中，蜘蛛侠把他的蜘蛛网缚在邻近的建筑物上，相当费力地拖了10或20个街区，才使纽约市的一辆失控的六厢地铁列车停了下来。他需要施加多大的力才能使地铁列车停下来？分别以N和t为单位给出你的答案（1 t=10^4 N）。这个力量跟你的力量相比如何？



* *

提示 以正常速度行驶的地铁列车的动能有多大？

提示 地铁列车的质量和速度分别是多少？

提示 使地铁列车停下来需要做多少功？（记住功=动能的变化量，或 $W=\Delta KE$）

提示 制动距离约为 1 km。

答 这与前一个问题很相似。由于蜘蛛侠制动列车所做的功等于列车的初始动能，所以我们要估算出列车的质量和速度。接下来需要估算制动距离，从而算出作用力。

地铁车厢的大小和质量都和双轮拖车（18个轮）大致相当。质量在10 t到40 t之间，我们取20 t（或2×10^4 kg）。地铁列车共有六节车厢，因此列车的质量为$6\times2\times10^4$ kg=10^5 kg。它们的行驶速度显然大于20 mi/h且小于100 mi/h。由于地铁站台之间的距离并不是很远，地铁的行驶速度仅仅约为40 mi/h（20 m/s）。因此，地铁列车的动能为

$$KE=\frac{1}{2}mv^2=0.5\times10^5\ \text{kg}\times(20\ \text{m/s})^2=2\times10^7\ \text{J}$$

现在，我们还要算出制动距离。在曼哈顿，每英里有20个街区，因此，10或20个街区约为1 km或10^3 m。（显然比100 m长，但比10 km短）。因此，蜘蛛侠要作用的力为

$$F=KE/d=2\times10^7\ \text{J}/10^3\ \text{m}=2\times10^4\ \text{N}$$

2×10^4 N的力是2 000 kg或2 t物体的重量。对于一个能够举起汽车的超人而言，这是完全有可能的（尽管确实很不容易）。普通人显然做不到。

哇！好莱坞在超人电影中正确地运用了物理学的知识！太强了！

第7章

碳氫化合物和碳水化合物

7.1 化学能

除非我们能够进行光合作用，否则我们的绝大部分能量都是通过化学反应获得的：吃食物和燃烧碳氢化合物燃料。在常见的化学反应中，一个电子在两个原子之间交换，此交换的能量为1.5电子伏特，即1.5 eV。[①]如果你想要更精确的数值，那就得咨询化学家或者自己查找了。为了将其转化为有用的数字，我们需要知道两点。

(1) 从电子伏特到焦耳的转换：$1\ \text{eV} \approx 2 \times 10^{-19}\ \text{J}$。

(2) 反应中涉及的分子数。

为了确定第二点，我们需要介绍一点化学知识。我们主要考虑碳氢化合物，因此只考虑如下两种反应：$C+O \rightarrow CO_2$（碳和氧反应生成CO_2）以及$H+O \rightarrow H_2O$（氢和氧反应生成水）。这些反应中的所需的氧气都来自空气。

本书中，只有三种碳氧化合物：煤（纯碳）、天然气（甲烷或CH_4）以及所有介于两者之间的碳氧化合物（包括汽油），后者称为CH_2。[②]一摩尔碳质量为12 g（碳的原子量），且包含$N_A=6 \times 10^{23}$个原子。将其燃烧会产生N_A次化学反应。一摩尔甲烷质量为16 g（一个碳原子和四个氢原子的原子量），且包含$N_A=6 \times 10^{23}$个分子。将其燃烧会产生$3 \times N_A$次化学反应（一个CO_2和两个H_2O）。

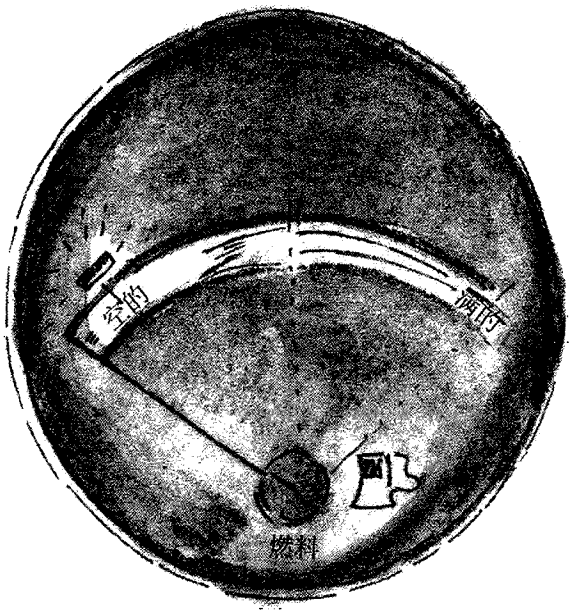
---

① 我们之所以知道这个，是因为电池把化学能转换为V电能。普通电池提供1.5 V的势能。因此，每个在电池内移动的电子获得的能量为1.5 eV，每库仑电荷（一库仑有很多个电子，$1\ C=6 \times 10^{18}\ e$）在电池内移动时能够获得1.5库仑伏（或者1.5 J）的能量。

② 这是因为许多碳氢化合物由很长的碳链组成，碳链上每有一个碳原子就有两个氢原子。我们可以将其看成由许多个重复的CH_2组成。在实际中，不同的化学物质具有不同的碳氢比例。我们不是化学家，不需要考虑得那么复杂。

7.1.1　汽油中的能量

燃烧1 kg（大约1 L或者1/4 gal）汽油会释放多少焦耳的能量？其能量密度是多少（J/kg）？



* * * \

答 因为我们知道每个化学反应能产生1.5 eV的能量，所以需要估计燃烧1kg汽油的过程中会发生多少次化学反应。为此我们需要估计化学成分。

我们假定汽油中氢原子与碳原子的个数比为2[因为它肯定大于0(纯碳）而小于4（纯甲烷)]。因此，我们将假设汽油是由CH_2分子组成的。[①] 碳和氢的原子量分别是12和1，因此CH_2的原子量是14。这就意味着1摩尔（mol）CH_2的质量是14 g或者1.4×10^{-2} kg。从而，1 kg汽油含有

$$N=\frac{1\ \text{kg}}{1.4\times10^{-2}\ \text{kg/mol}}=70\ \text{mol}$$

每一个CH_2“分子”将发生两次反应：碳原子氧化成CO_2，两个氢原子氧化成H_2O。这样，每一个CH_2分子将产生3 eV的能量。燃烧（氧化）1 kg汽油所释放的能量约为

$$E=70\text{摩尔/kg}\times6\times10^{23}\text{反应/mol}\times3\ \text{eV/反应}\div6\times10^{18}\text{eV/J}=2\times10^{7}\ \text{J/kg}$$

这样，我们估计燃烧1 kg汽油将释放约2×10^7 J的能量。

从网上我们可以查到[15]，汽油的能量密度大约为4.5×10^7 J/kg，所以我们的误差系数只有2。考虑到我们所作出的近似，这个结果已经不错了。

还要注意，汽油的密度大约是水的3/4。本书中所用的值是1，两者很接近，但如果你需要精确值，[②]你应该使用3×10^7 J/L的体积能量密度。

注意，1 kg的TNT仅含4×10^6 J的能量，只有汽油的10%。但是TNT释放能量的速度要快得多。

---

① 这里忽略了碳链很长的情况（辛烷的一条链上有8个碳原子），因此不考虑分离碳-碳键所需的能量。相关的问题留给化学家们去解决。

② 本书不需要很精确。

提示 所用掉的能量（以 J 为单位）等于输出功率（以 W 为单位）乘以使用寿命（以 s 为单位）。

提示 把使用 D 号电池发光的（非发光二极管）手电筒所发出的光与100 W的灯泡4 W的夜间照明灯比较。

提示 电池在上述手电筒中能使用多久？

* *

一节普通的D号电池所存储的化学能有多少？

7.1.2 电池的能量

答 要估算电池所含的化学能，我们需要估算它的输出功率和使用寿命。这是因为功率（以W为单位）是每秒消耗的能量。因此一只100 W的灯泡每秒要消耗100 J的电能。

估算电池输出功率的最简单的方法就是将一只由电池供电的手电筒产生的光跟其他已知功率的灯做比较。因为不同型号的灯泡（比如白炽灯、荧光灯、发光二极管）有不同的效率（即，消耗同样多的能量所产生的光量不同），所以我们必须确保用于比较的是同一种型号的灯泡。我们将采用普通的白炽灯泡做比较。（这种灯泡通过把灯丝加热到几千度而发光，因此很热。）

手电筒发出的光显然要比标准的灯泡（100 W、60 W或者25 W）少得多。由于手电筒通常是有方向的（即，使用一面镜子使光束聚焦于一个方向），而夜光灯通常没有方向且部分被遮挡，[①]所以难以进行精确的比较。不过手电筒所发出的光和4 W的夜光灯差不多（误差系数在10以内）。所以我们可以估计手电筒的功率为4 W（也就是4 J/s）。

现在我们需要估算电池的使用寿命。手电筒可以持续发光的时间长于1小时而少于1天（24小时），我们取几何平均值，估算其使用寿命为5小时。现在我们可以计算出电池里所储存的化学能了

$$
\begin{aligned}
E_{\text{D号电池}} &= \text{输出功率} \times \text{时间} \\
&= 4\ \text{W} \times 5\ \text{h} \times 3.6 \times 10^3\ \text{s/h} \\
&= 7 \times 10^4\ \text{J}
\end{aligned}
$$

因此，一节D号电池含有7×10^4 J的化学能。

让我们将估算结果与实际情况比较一下。一节D号金霸王碱性电池的额定电容为15 000 mA·h或者15 A·h。输出功率等于电流（以安培为单位）乘以电压，所以可以得到：

---

① 还需要在类似的光照条件下对这两种光源进行比较（因为人眼的光敏性会随着光照强度的变化而变化）。

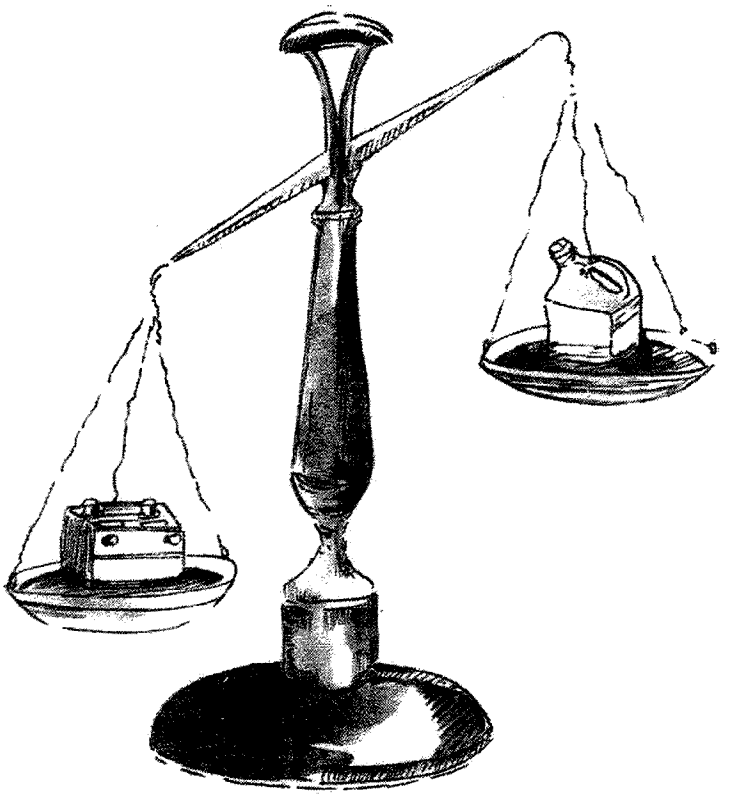
$$E_{化学能} = 15A \cdot h \times 1.5\ V \times 3.6 \times 10^3\ s/h$$
$$= 8.1 \times 10^4\ J$$

现在我们要问，这些能量是不是很多呢？它和一听苏打水所含的化学能差不多，相当于1 kg（或者1 L）汽油所含能量的1/1 000。因为10^{-3} L= 1 mL=1 cm^3，所以它相当于1cm^3（大约相当于你小拇指的最后一个关节的体积）汽油所含的能量，并不是很多。

我们将在下一个问题中对此做进一步的讨论。

7.1.3 电池能量密度

D号电池的能量密度是多少呢（以J/kg为单位）？与汽油的能量密度相比如何？



* *

提示 多少个D号电池加起来有1 kg或1 lb？1个？10个？100个？1 000个？

答　为了估算能量密度，我们需要估算出一节电池的能量和质量。在前一个问题中我们已经估算出了D号电池的能量，现在我们只需要估算质量了。通常，估计1 kg中有多少个物体要比估计单个物体的质量要简单一些。显然，1节D号电池的质量要小于1 kg，而100节D号电池的质量要大于1 kg。我们估计每10节电池重1 kg。(事实上，一盒4节装的D号电池的装运重量为1 lb。这意味着1 kg恰好有9节电池。)

现在我们可以计算D号碱性电池的能量密度了

$$
\begin{aligned}
\text{能量密度}_{\text{D号电池}} &= \frac{\text{能量}}{\text{电池}} \times \frac{\text{电池}}{\text{kg}} \\
&= \frac{8\times10^4\ \text{J}}{\text{1节D号电池}} \times \frac{\text{10节D号电池}}{\text{1 kg}} \\
&= 8\times10^5\ \text{J/kg}
\end{aligned}
$$

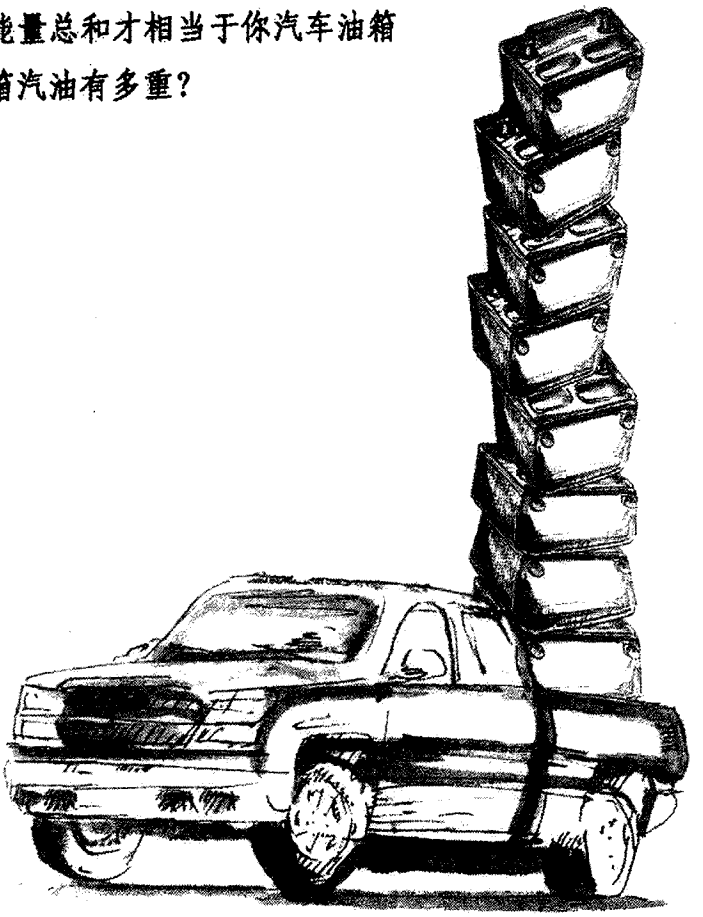
回忆一下，汽油的能量密度是4×10^7 J/kg。电池比汽油差50倍，啊！

事实上，可复用电池还要差得多。设计可复用电池时考虑的因素包括能量密度和循环寿命（可以再充电多少次）[16]。可复用电池的能量密度只有不可复用电池的几分之一，范围从最低的铅酸电池的1×10^5 J/kg到最高的锂离子蓄电池的6×10^5 J/kg。根据电池类型的不同，这些电池只能再充电200～500次。

注意，循环寿命也是一个严重的限制。如果你每星期给车加一次油，那么一年要加油约50次。这就意味着装在汽车中用于存储能量的可以再充电200次的电池只能撑4年。如果购买电动汽车，你就不需要每四年就更换一次那个又大、又沉、又贵的电池了。

7.1.4 电池与油箱

多少吨的电池的能量总和才相当于你汽车油箱里汽油的能量？一整箱汽油有多重？



* * * \

答　汽车（客车和越野车）油箱的容量根据大小和里程的不同而不同，范围从10 gal到30 gal。小轿车的油箱容量大约为10 gal，小型货车大约为20 gal，而悍马H2则为32 gal。我们取20 gal作为一个较合理的平均数。20 gal的汽油所含的能量为

$$E=20\ \text{gal}\times 4\ \text{L/gal}\times 3\times 10^{7}\ \text{J/L}$$
$$=2\times 10^{9}\ \text{J}$$

或者2 GJ。20 gal大约为80 L，因此其质量约为80 kg或者160 lb。

现在，我们来看看，储存这么多能量需要多大的可充电电池。我们以2006年最好的锂蓄电池为例，它的能量密度为6×10^{5} J/kg。我们需要的质量为

$$M=\frac{2\times 10^{9}\ \text{J}}{6\times 10^{5}\ \text{J/kg}}=3\times 10^{3}\ \text{kg}$$

或者说3 t。

即使以本书的非精确标准来衡量，这也不是很公平的。当我们在引擎或者发动机内以燃烧汽油的方式把化学能转化为机械能时，只有约1/3的能量是有效的。大约2/3的化学能变成热量发散了。由于我们已经（通过烧燃料）产生了电能，我们所需要的电能只为汽油能量的1/3了。因此，我们只需要1t的电池！

注意，这还没有给你的汽车提供供热系统。汽车加热器把约2/3的汽油能中的一部分转化为热能给乘客厢供暖。使用电池驱动的电动汽车需要专门的空调（叫做热气泵）向后给乘客室供暖（从而使外部变凉）。

因为汽车的质量的范围从1 t（小轿车）到2 t（小型货车）到3 t（悍马H2），所以电池质量增加1 t是很重的。

电池的这个质量是不足为奇的，目前的电池技术限制了从笔记本电脑到手机到无绳电能工具的许多消费品。我们需要（在不降低使用寿命、安全性以及环境效应的基础上）使电池的能量密度至少增加5倍。[①]

你还在等什么呢？赶快工作吧！

---

① 本章稍后将讨论能量转换速度。

7.2 食物是能量

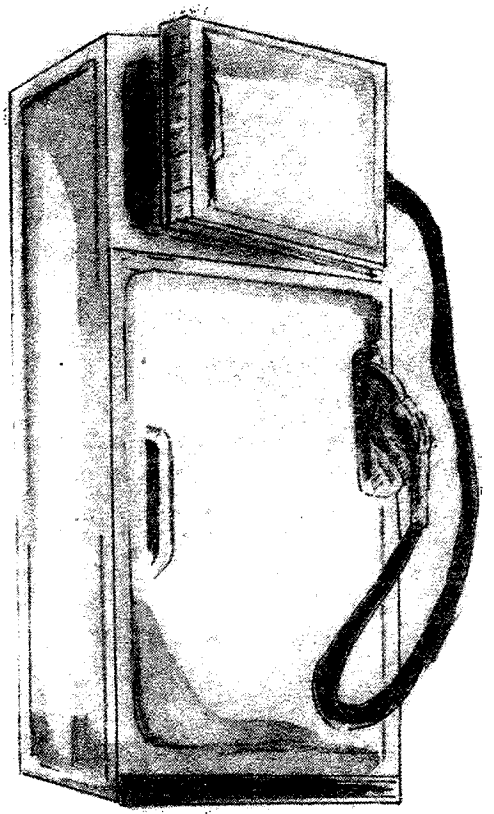
我们从食物中获取能量（也许过多了）。[①]食物中的能量列在包装背面的营养成分中。欧洲人觉得以焦耳为单位很方便计量，美国人则需要将卡路里转换成焦耳来计算。1食物卡路里（C）等于10^3物理卡路里（c）等于4×10^3 J。[②]

① 这一能量来自食物分子与我们体内的氧气之间的化学反应（氧化）。快速的氧化称为燃烧。食物的能量用燃烧食物所释放出的能量来衡量。

② 卡路里最初用于度量热，焦耳最初用于度量动能和势能。后来我们才明白它们只是能量的不同形式。1物理卡路里是使1 g的水升温1℃所需的能量。

7.2.1　人与汽车的能耗

一个营养良好的人一年一般要消耗多少C的能量(以J为单位计算)?一辆保养良好的汽车一年一般要消耗多少能量（以J为单位计算）？



* *

提示　你每天消耗多少食物卡路里?

提示　美国的营养指导标准是每天 2 000 ~ 2 500 食物卡路里。

提示　1 L 汽油包含 3×10^7 J 的化学能。1 gal 约等于 4 L。

提示　你的小汽车每年要用多少汽油?

提示　你多久给油箱加一次油?

答 我们每天约消耗2 000～3 000食物卡路里的能量。这就意味着一年要消耗的能量为

$$E=\text{每天消耗的能量}\times\text{一年的天数}$$
$$=2.5\times10^3\text{食物卡路里/天}\times4\times10^3\text{ J/食物卡路里}\times4\times10^2\text{天/年}$$
$$=4\times10^9\text{ J/年}$$

这是一个平均数。运动员要消耗得更多一些，整天闲在家里不运动的人要消耗得少一些。

现在来考虑“饥饿的”汽车的情况。所使用的能量等于所使用的汽油乘以汽油的能量密度。在前面的问题中，我们已经知道了汽油的能量密度为3×10^7 J/L。那么我们使用了多少汽油呢？

在前面的某一章中，我们曾估算出平均每个美国人每年驾车行驶10^4 mi，并且每加仑汽油大约可供行驶20 mi。利用这些数字我们可以计算出汽车的年平均油耗

$$V=\frac{10^4\text{ mi/年}}{20\text{ mi/gal}}\times4\text{ L/gal}$$
$$=500\text{ gal/年}\times4\text{ L/gal}$$
$$=2\times10^3\text{ L/年}$$

因此，小汽车的年平均耗油量约为500 gal或者2 000 L。

另一种估算油耗的方法是用给油箱加油的频率乘以每次加的汽油量。例如，假如你每周给油箱加一次油，每次加12 gal，那么汽车的年耗油量为

$$V=12\text{ gal/次}\times1\text{次/周}\times50\text{周/年}$$
$$=600\text{ gal/年}\times4\text{ L/gal}$$
$$=2.4\times10^3\text{ L/年}$$

汽油的能量密度为3×10^7 J/L，因此，小汽车平均每年消耗的能量为

$$E=2\times10^3\text{ L/年}\times3\times10^7\text{ J/L}$$
$$=6\times10^{10}\text{ J/年}$$

也就是600亿焦，相当多了！

因此汽车消耗的能量约为你消耗的15倍。这不足为奇，因为大部分人都不能以每小时30 mi的速度拖着1t的东西在马路上跑。

7.2.2 农产乙醇

美国需要增加多少种植谷物的农田，才能生产出足够多的乙醇以取代我们现在汽车中所使用的汽油？以现有农田数量的倍数给出答案。注意这里有几点假设：第一，汽车可以使用100%的乙醇燃料；第二，我们只用植物的可食用部分来制造乙醇；第三，我们燃烧乙醇所得到的能量要比制造乙醇所消耗的能量多得多。

提示 小汽车消耗的能量与司机消耗的能量的比例是多少？小汽车消耗的能量比比人消耗的能量多多少？

* *

答　人类所消耗（即吃进去）的能量都来自生长的作物或者用作物饲养的动物。汽车消耗（即燃烧）的所有能量几乎都来自化石燃料的燃烧。如果我们使用农作物来提供汽车所需的能量，将需要更多的农田。

假设我们所需要的农田与我们所需要的来自农作物的能量成比例。一个普通的美国人或者欧洲人一般每年要消耗4×10^9 J（4 GJ）的能量。一辆普通的美国汽车一般每年要消耗6×10^{10} J（60 GJ）的能量，大约是人的15倍。

但是，我们得将吃肉所获得的能量也算进去。美国和欧洲的食物很大程度上来自肉类而非蔬菜。能量的转化效率（动物饲料与动物体重的比例）不尽相同，鸡和鱼是2、猪肉是4而牛肉是7 [17]。因此，来自肉类的每1 C代表来自谷物或其他饲料的4 C。如果我们的食物卡路里有一半来自肉类，那么我们每年真正消耗的能量有2 GJ直接来自农作物，另有4×2=8 GJ间接来自农作物。

平均每两个美国人有一辆小汽车，所以每个美国人以及她的车所消耗的能量加起来为

$$E=10\ \text{GJ}+(1/2)\ 60\ \text{GJ}$$
$$=40\ \text{GJ}$$

因此，我们现在需要农田提供40 GJ/年的能量，而不是以前的10 GJ/年的能量了。呀！好巨大的增长额度啊。

为了依靠农田来养车和养活人，我们必须大量地增加可耕用农田，相应地就要减少荒野之地以及动物栖息地的面积。

至此我们还没弄明白这么做能节约多少汽油。这要看用谷物制造1 gal的乙醇需要消耗多少化石燃料。在这个问题上专家之间还有争议，有些专家甚至认为生产乙醇所需要的化石燃料的能量已经超过了乙醇所含的能量。

7.3 能量！

在物理学中，“功率”就是我们使用能量的速率，用瓦特来度量。1 W=1 J/s。你的100 W的灯泡每秒消耗100 J的能量。因此，你的100 W的灯泡每年要消耗这么多能量：

$$E=100\ \mathrm{W}\times\pi\times10^{7}\ \mathrm{s/年}=3\times10^{9}\ \mathrm{J/年}$$

哇！父母让你关灯是对的。

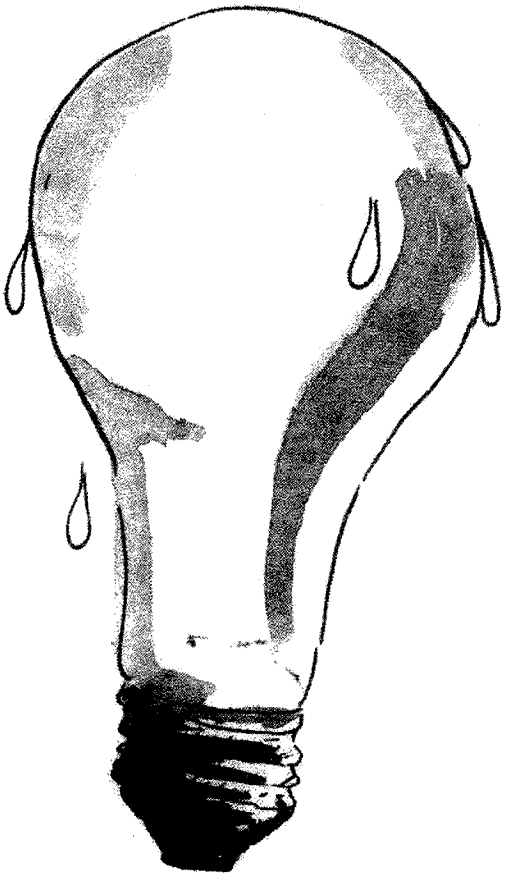
电力公司不用焦耳来度量能量，他们坚持用千瓦时来度量。千瓦时指的是使用1 kW的功率达1小时所消耗的能量，即

$$\begin{aligned}1\text{千瓦时}&=1000\ \mathrm{W}\times1\text{小时}\times\frac{60\text{分钟}}{1\text{小时}}\times\frac{60\ \mathrm{s}}{1\text{分钟}}\\&=3.6\times10^{6}\ \mathrm{J}\end{aligned}$$

因此，你的100 W的灯泡一年使用大约10^{3}千瓦时的能量。

7.3.1　人类的热量

一个人（以热量形式）的输出功率是多少（以W或者J/s为单位）？



* *

提示　输入能量=输出能量。

提示　我们每天消耗多少能量？

提示　所有的能量都以热量的形式发散出去。

提示　每天大约有 10^5 s。

答 为了回答这个问题，我们需要估算我们在某个合理的时间周期（一般是每天）内的能量消耗。我们每天大约消耗2 500食物卡路里。由于这已经是功率的单位（即能量/时间）了，因此我们只需要转换一下单位即可

$$P=2.5\times10^{3}\ \mathrm{C}/\text{天}\times\frac{4\times10^{3}\ \mathrm{J}}{1\ \mathrm{C}}\times\frac{1\text{天}}{10^{5}\ \mathrm{s}}$$
$$=\frac{10^{7}\ \mathrm{J}}{10^{5}\ \mathrm{s}}$$
$$=100\ \mathrm{J/s}=100\ \mathrm{W}$$

另外，我们也可以用问题7.2.1的答案，在那一节曾估算出我们每个人每年需要消耗4×10^{9} J的能量。将其转换成瓦特，可以得到

$$P=\frac{4\times10^{9}\ \mathrm{J}/\text{年}}{\pi\times10^{7}\ \mathrm{s}/\text{年}}=100\ \mathrm{W}$$

因此，人类和100 W的灯泡有相同的热输出功率，15个人就相当于一个1 500 W的空间加热器了。

设计师和工程师为影院、飞机以及其他可以容纳很多人的结构设计制热和制冷系统时肯定需要考虑到这个热输出因素。

7.3.2 加满汽油

给汽车油箱加油时，油箱中的能量传递速率如何（以w为单位）？

* * * \

答 给汽车加油时，你在转换能量。因为功率等于能量除以时间，我们需要估算汽油转换的能量以及加满一箱油所需要的时间。要得到转换的能量，我们首先需要知道加满一箱油所转换的汽油的量。我们不知道你开的是哪种车，所以我们使用一辆普通的车来进行估算。

小汽车的油箱容量在10 gal到30 gal之间。20 gal汽油含有

$$\begin{aligned} E &= 20\ \text{gal} \times 4\ \text{L/gal} \times 3\times10^{7}\ \text{J/L} \\ &= 2\times10^{9}\ \text{J} \end{aligned}$$

的化学能。

现在我们需要估算出转换这些能量所需的时间。开车到加油站的时间以及付加油费的时间不计算在内，我们只考虑用于抽油的时间。抽油所需的时间多于1分而少于10分，我们取3分作为一个合理的平均时间。（如果你想要更精确的时间，可以自己用秒表计时。）

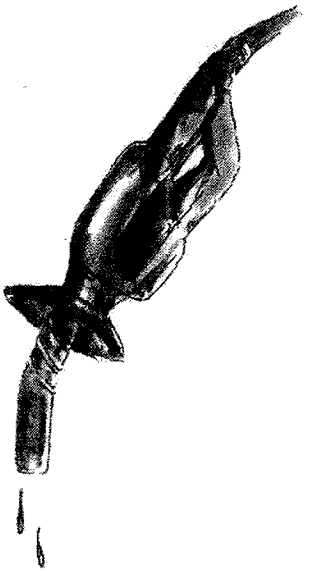
这样，转换到汽车油箱里的能量为

$$\begin{aligned} P &= \frac{2\times10^{9}\ \text{J}}{3\text{分钟}\times60\ \text{s/分钟}} \\ &= \frac{2\times10^{9}\ \text{J}}{2\times10^{2}\ \text{s}} \\ &= 10^{7}\ \text{W} \\ &= 10\ \text{MW} \end{aligned}$$

哇！我们将化学能转换到汽车中的功率为10 MW！这相当快了！

7.3.3　充满电

给电动汽车充电时，电能的转换速率如何？假设你在家里，可以整夜给电动汽车充电。



* * * \

答 你开着电动汽车回家然后给它充电。能量转移的速度受限于电路的传送功率。如果你有一个汽车专用的电瓶充电站，那么功率将受限于你家所能传送的功率。我们来考虑一下美国家庭的功率极限。

我们可以用好几种方法把它算出来。我们可以在不断电的前提下在屋里插上尽可能多的空间加热器，但这样太麻烦也太破费了。一只1.5 kW的空间加热器的功率大约相当于一条电路所能提供的最大功率。通常一条电路可以提供几个电源插座和几盏灯。数一下配电板上断路器的个数就可以知道独立电路的条数了。大多数家庭会有10到20条独立电路。这意味着你家的极限功率是

$$P_{max} = 20 \times 1.5\ \text{kW} = 30\ \text{kW}$$

这个结果有些高估此极限了，因为设计电线时没有考虑所有电路同时承载最大电流的情况。

另外一种方法是观察主断路器，它限制了流进家里的最大电流。中等大小的房子中，主断路器通常限制电流不超过125A。因为功率=电压×电流，这意味着可获得的最大功率为

$$P = \text{V} \times I = 110\ \text{V} \times 125\ \text{A} = 10^4\ \text{W}$$

因此功率的上限为10 kW。

因此，当我们给电动汽车插上电时，最大的充电功率为10 kW，只有给汽车加油时的千分之一！注意，这里用的还是专门的电路，普通的壁装电源插座给电池充电的功率只有这个值的十分之一。

如果我们总是愿意一整夜地给电动汽车充电的话，这也可行。但是如果我们需要在长途旅行的过程中给汽车充电，那就很不方便了。

注意，这就是汽车制造商致力于研发混合动力汽车的原因。只用电池可以使汽车开40 mi，足以满足大多数日常开车的需求了。偶尔进行长途旅行（或者需要更快的加速度亦或需要使用加热器或空调）时，可以用油箱和汽油引擎。

第8章

地球、月球和大量的沙鼠

现在来研究一下关于流星、月球、行星、恒星和沙鼠的更多的宇宙问题。

8.1 但是它运动了

地球围绕太阳运行的轨道速度是多少？它的动能有多大？

提示 地球绕太阳运动一周需要多长时间？

提示 地球轨道的周长是多少？

提示 地球的轨道半径是 1.5×10^{11} m。

提示 记住动能和质量乘以速度的平方成正比，或者说 $KE=1/2mv^2$。

提示 地球的质量是多少？

提示 地球的半径是 6×10^6 m。

提示 地球的密度大于水的密度（10^3 kg/m^3）而小于铁的密度（8×10^3 kg/m^3）。

* * * \

答　为了估算速度，我们需要知道运行的距离和所用的时间。地球围绕太阳旋转一周需要调整一年的时间。运行的距离就是轨道的周长。轨道的半径是地球到太阳的距离，即$R=1.5\times10^{11}$ m，用$R=9.3\times10^{7}$ mi也可以（9.3×10^{7} mi$\approx1.5\times10^{8}$ km$=1.5\times10^{11}$ m）。因此，地球的速度为

$$V=\text{运行距离/时间}$$
$$=2\pi\times\frac{1.5\times10^{11}\ \text{m}}{1\text{年}}=2\pi\times\frac{1.5\times10^{11}\ \text{m}}{\pi\times10^{7}\ \text{s}}=3\times10^{4}\ \text{m/s}$$

所以，地球的速度是每小时6万英里（因为1 m/s≈2 mph），这是相当快的。

为了估算动能，还需要知道地球的质量。我们可以通过谷歌搜索查到答案，但是这样在运算中就学不到任何知识了。我们还是需要自己来估算，方法有好几种。如果我们知道有关地球质量的公式和地球表面的重力加速度，我们可以使用它们来计算。[①]如果不知道，我们就要通过地球的体积和密度来估算质量了。我们知道地球的半径$R=6\times10^{3}$ km或是6×10^{6} m。如果你记得球体的体积公式，可以使用$V=(4/3)\pi R^{3}$计算体积；如果不记得该公式，可以认为球体的体积大约是边长等于其直径的立方体体积的一半［$V<(2R)^{3}=8R^{3}$］。这样可以得出体积为

$$V=4/3\pi R^{3}=4\times(6\times10^{6}\ \text{m})^{3}=10^{21}\ \text{m}^{3}$$

（这里我们把π近似为3，这适用于本书以及许多国家机关。）

我们知道地球的密度大于水的密度（10^{3} kg/m^{3}）而小于铁的密度（8×10^{3} kg/m^{3}），我们取密度3×10^{3} kg/m^{3}。地球的质量为

$$M_{\text{地球}}=dV=3\times10^{3}\ \text{kg/m}^{3}\times10^{21}\ \text{m}^{3}=3\times10^{24}\ \text{kg}$$

地球的实际质量是它的两倍，就是6×10^{24} kg。这表明地球的密度大约是6，比我们估算的值还要接近铁的密度。

---

① 物理学家可以用$g=GM/R^{2}$，其中重力加速度$g=10$ m/s^{2}。牛顿常量G约等于7×10^{-11} N-m^{2}/kg^{2}，R是地球的半径。

现在我们可以计算地球围绕太阳运行的动能了

$$KE_{地球} = 1/2mv^2 = 1/2 \times 6 \times 10^{24}\ \text{kg} \times (3 \times 10^4\ \text{m/s})^2$$
$$= 3 \times 10^{33}\ \text{J}$$

好大的能量啊！

8.2　快躲开！

一颗1 km大小的流星撞击地球时的动能有多大（分别以J和百万吨TNT为单位，1 kg TNT包含4×10^6 J的化学能）？

提示　流星的质量是多少？

提示　估算出流星的密度。

提示　流星的速度是多少？

提示　流星是围绕太阳运行的，和地球一样。

提示　流星的速度和地球的轨道运行速度几乎相同。

答 为了估算出流星的动能，我们需要估算出其质量和运行速度。我们可以估算出流星的密度，然后根据其密度和体积计算出其质量。由于问题中没有指明流星是圆形的还是方形的，也没有说那个尺寸指的是半径还是直径，我们可以用假设来使问题简化。这里我们假定流星是方形的，其体积为$V=(1\ \mathrm{km})^3=1\ \mathrm{km}^3$。半径为1 km的球体体积是其4倍大，而直径是1 km的球体的体积是其一半。

现在我们需要估算流星的密度。同样，它的密度也介于水和铁的密度之间。我们知道，有的流星是铁的，有的是岩石的。我们选用铁的密度，这样结果会更惊人一些。（如果你的流星是岩石的，可以把结果除以2）。这就意味着流星的质量为

$$m=Vd=1\ \mathrm{km}^3\times(10^3\ \mathrm{m/km})^3\times 8\times 10^3\ \mathrm{kg/m}^3=8\times 10^{12}\ \mathrm{kg}$$

这里用$(10^3\ \mathrm{m}/1\ \mathrm{km})^3=10^9\ \mathrm{m}^3/\mathrm{km}^3$将$\mathrm{km}^3$转化成了$\mathrm{m}^3$。请格外留意这种因素，如果弄反了或是上下颠倒了，就会得出错误的答案10^{18}。即便对本书而言这也是一个很大的错误。

现在我们来估算流星的运行速度。地球的轨道速度是3×10^4 m/s，这是地球在太阳引力场内的轨道运行速度。因此，流星的合理速度应该是接近地球的（即误差系数不超过2）。流星可能正面撞击地球（相对速度是6×10^4 m/s）也可能从后面轻轻地碰一下地球（相对速度只有1×10^4 m/s或更小）。我们用3×10^4 m/s作为碰撞速度。

因此，流星在撞击地球时所产生的动能是

$$KE_{流星}=1/2mv^2=1/2\times8\times10^{12}\ \mathrm{kg}\times(3\times10^4\ \mathrm{m/s})^2=4\times10^{21}\ \mathrm{J}$$

这远比地球围绕太阳运行时的动能小，因此流星不会改变我们的运行轨道。然而，以每吨TNT的能量为4×10^9 J计算，这相当于10^{12} t TNT所包含的能量，仍然是非常大的。

根据文献[18]，一个直径为700 m的流星大约能释放出10^{10}~10^{11} t TNT的能量，能够毁掉一个中等大小的州（例如弗吉尼亚州）。这种规模的流

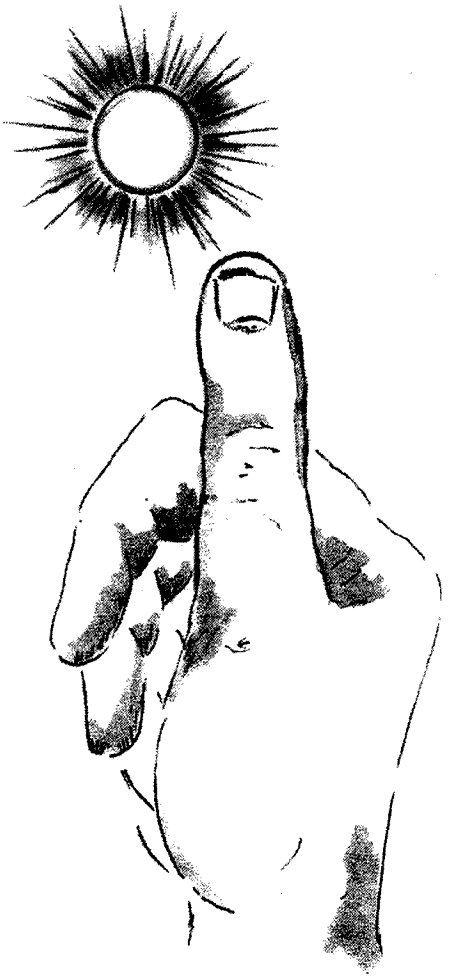
星预计每隔10^5年会撞击地球一次。

造成恐龙灭绝的流星的尺寸估计有10 km，难怪会造成物种大灭绝。

不要忘记躲开。

8.3 超级大太阳

太阳的半径有多大？太阳的平均密度是多少？注意，太阳的质量大约是地球的一千万倍，即2×10^{30} kg。



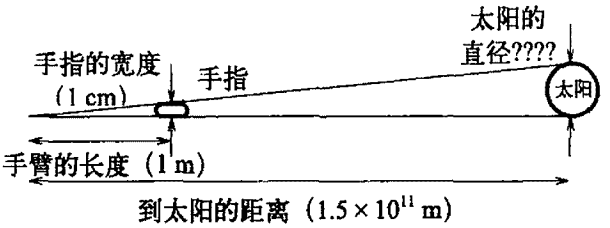
提示 将路障伸出去，用一个手指就能遮住太阳的影像。

提示 太阳的宽度与到它的距离的比例等于你手指的宽度与到它的距离的比例。

提示 地球到太阳的距离是9.3×10^{7} mi，或1.5×10^{11} m。

* * * \

答　我们利用对自己身体的了解以及到太阳的距离来确定太阳的半径。



我们伸直胳膊，就能用一个手指遮挡住太阳的影像。这就意味着手指和太阳对应于同一个角度。也就是说手指的尺寸和人到手指的距离的比例等于太阳的尺寸与人到太阳距离的比例，如上图所示（比例显然不对，只是一个示例）。我手指的宽度约1 cm=10^{-2} m，胳膊的长度大约1 m，到太阳的距离是1.5×10^{11} m，因此有

$$\text{太阳的大小/到太阳的距离=手指的大小/到手指的距离}$$

$$\begin{aligned}\text{太阳的大小}&=\text{手指的大小/到手指的距离}\times\text{到太阳的距离}\\&=\frac{10^{-2}\ \text{m}}{1\ \text{m}}\times1.5\times10^{11}\ \text{m}\\&=1.5\times10^{9}\ \text{m}\end{aligned}$$

注意，这是太阳的一端到另一端的距离，即太阳的直径。这个估算结果与实际结果的误差不到10%！人类的确是宇宙的测量者！

现在我们可以用$M_{太阳}=2\times10^{30}$ kg计算出太阳的密度。其实不需要查阅资料就可以知道太阳的质量，你应该记得在小学时就学过太阳的质量大约是地球质量的100万倍。[①]密度等于质量除以体积

$$\begin{aligned}d&=M_{太阳}/V=M_{太阳}/4/3\pi R^3\\&=2\times10^{30}\ \text{kg}/4(7\times10^{8}\ \text{m})^3\\&=2\times10^{30}\ \text{kg}/1.4\times10^{27}\ \text{m}^3\\&=1.4\times10^{3}\ \text{kg/m}^3\end{aligned}$$

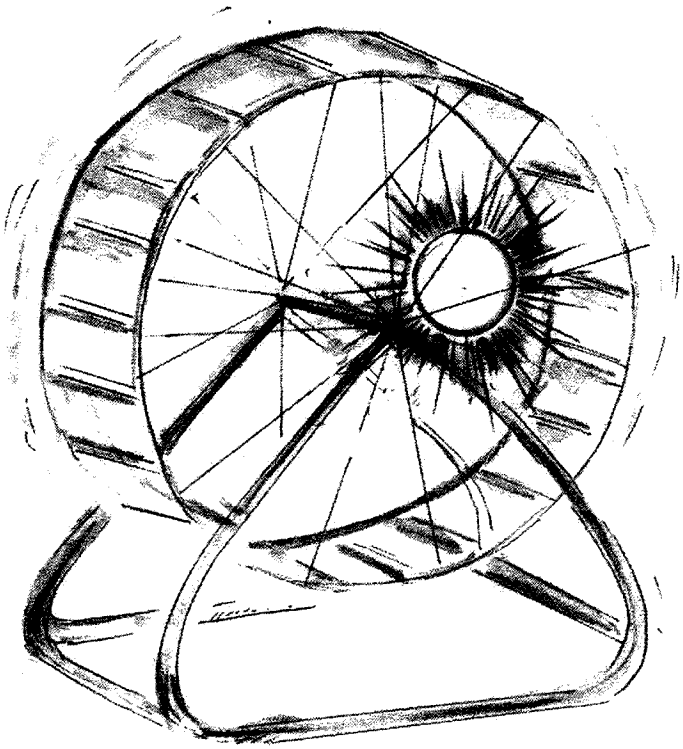
哇！这只比水的密度大一点点。一定是外层气膜的低密度抵消了太阳中心的非常高的密度。

---

① 我们也可以根据地球的轨道周期以及太阳作用于地球所产生的重力加速度来计算太阳的质量，但这超出了本书的范围。

8.4 太阳的功率

太阳的输出功率有多大（以W为单位）？



提示 在地球的轨道中大约有 1 400 W/m^2 的太阳能，即每平方米每秒约有 1 400 J的能量通过。

提示 这个功率密度在半径 $R=1.5\times10^{11}$ m 的球面上是均匀分布的。

* * * \

答　地球轨道上的太阳能密度约是1 400 W/m^2，或者说每平方米每秒通过的能量约是1 400 J。这就意味着对于与太阳距离相同的所有点，太阳能的密度是相同的。由于我们在外太空，因此不需要担心云层或夜晚会导致太阳能减少。太阳到地球的距离约是$R=1.5\times10^8$ km，或1.5×10^{11} m。所以我们要计算出与太阳的距离为R的所有点的总面积。这些点形成了以太阳为中心的球体的表面，这个表面的面积是

$$A=4\pi R^2=12\times(1.5\times10^{11}\ \mathrm{m})^2=2.5\times10^{23}\ \mathrm{m}^2$$

太阳的总输出功率等于功率密度乘以面积

$$P=\text{太阳能密度}\times\text{表面积}=1.4\times10^3\ \mathrm{W/m^2}\times2.5\times10^{23}\ \mathrm{m^2}=4\times10^{26}\ \mathrm{W}$$

实际答案是3.6×10^{26} W，因此，如果只保留一位有效数字，我们的结果与实际情况是一致的。

这和我们的生活有什么相关性呢？总的太阳能输出决定了我们何时会最终面临能源危机。忘掉高油价，忘掉石油的枯竭，忘掉油页岩和沥青沙。那些都只是小问题。人类能量消费的终极限制是太阳输出的总能量。

一年内，太阳散发出的能量为

$$E=4\times10^{26}\ \mathrm{W}\times\pi\times10^7\ \mathrm{s/年}=10^{34}\ \mathrm{J/年}$$

2003年，人类使用了接近4×10^{20} J的能量[19]。这意味着极限情况下我们可以使能量输出增加$10^{34}/4\times10^{20}=2\times10^{33}$（20万亿）倍。这听起来很多，也确实很多。

美国能源部门推断在未来的25年里，每年会增加大约2%的能量使用量。这听起来并不多。我们来看一下，如果我们每年仅增加2%的能量使用，完全依靠太阳散发出的能量能撑多久。一年以后，我们的能量使用将增加到现在的1.02倍，两年后增加到$(1.02)^2=1.04$倍，3年后增加到$(1.02)^3=1.06$倍，100年后将增加到$(1.02)^{100}\approx7$倍。这不是让我们接近。这样算太慢了，我们还是走捷径吧。设$1.02^n=2\times10^{13}$，那

么$n=\lg(2\times10^{13})/\lg(1.02)=1\ 550$。[①]也就是说距今约1 550年以后（就是3 550年），能量的使用将增加$F=(1.02)^{1\ 550}=2\times10^{13}$倍，到那时我们将用光太阳输出的每一瓦特的能量。

真正的能源危机就要来临了！世界末日将于3 550年到来！

这个练习真正说明的是，用指数增长趋势对遥远的未来进行预测是荒谬的。

① 抱歉，这里用到了对数。记住，合理地使用对数可以获得很好的效果。

8.5　如果太阳由沙鼠构成

如果太阳由沙鼠构成，那么地球将被化为灰烬。比较一下单位质量的太阳和小型哺乳动物的输出功率。

提示　计算太阳的输出功率与太阳质量的比率。

提示　计算沙鼠的（热）输出功率与沙鼠质量的比率。

提示　由于所有的哺乳动物都是温血的，对于沙鼠和人类而言，输出功率与质量的比率大约只相差10倍。（沙鼠的比率更大，因为它的热绝缘性不如人类。）

* *

答 我们可以用两种方法估算出结果：可以分别估算输出功率与质量的比率，也可以估算与太阳等质量的大量沙鼠的总输出功率。我们先分别估算比率。太阳的计算比较简单，因为我们已经估算出了它的输出功率（$P_{太阳}=4\times10^{26}$ W）和质量（$M_{太阳}=2\times10^{30}$ kg）。于是太阳的功率密度为

$$P_{太阳}=\frac{P}{M}=\frac{4\times10^{26}\ \mathrm{W}}{2}\times10^{30}\ \mathrm{kg}=2\times10^{-4}\ \mathrm{W/kg}$$

计算沙鼠的功率密度要困难一些。我们已经估算出了人的输出功率。因为沙鼠和人都是哺乳动物，我们可以认为新陈代谢率是相似的。但是，由于人类的体积要大得多，热绝缘性要好得多，因此散发的热量相对少些。人的线性比例大约是1 m(肯定超过10 cm[约4 in.]而小于10 m[约30 ft])，沙鼠的线性比例大约是10 cm（大于1 cm而小于1 m）。因此，人类在线性尺寸大约是沙鼠的10倍，因此隔热层的厚度也大约是沙鼠的10倍。这就意味着（单位质量的）沙鼠会散发比人类高10倍的热量。

下面先计算出人类的功率密度，然后再调整为沙鼠的功率密度。人的质量大约是100 kg，输出功率大约是100 W（见7.3.1节），因此人类的功率密度大约是

$$P_{人类}=\frac{P}{M}=\frac{100\ \mathrm{W}}{100\ \mathrm{kg}}=1\ \mathrm{W/kg}$$

沙鼠的功率密度要更高一些。

因此，沙鼠的功率密度至少比太阳高10^4倍。也就是说，如果太阳由沙鼠构成，所散发出的能量会比现在多10^4倍。这就会使地球的表面温度增加10倍，[①]从300 K（25° C或70° F）到3 000K（3 000° C或5 000° F）。这会造成极度不适（当然那些可怜的沙鼠会更加不舒服）。

太出乎意料了！从单位质量（磅或千克）来看，依靠核反应供应能

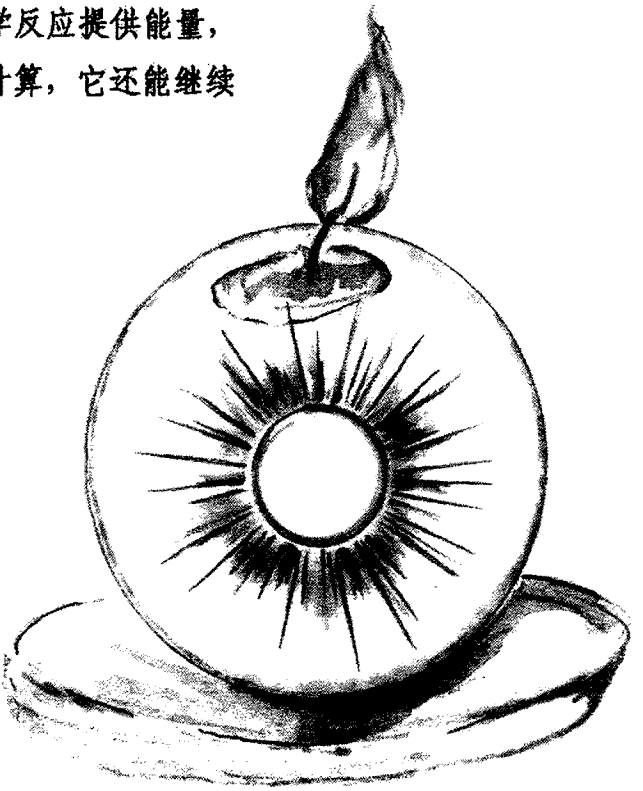
① 因为功率正比于温度的4次方，即$P\propto T^4$。

量的太阳居然还不如依靠化学反应供应能量沙鼠强大。

这当然是一个非常愚蠢的问题。太阳的燃料足够用数十亿年，沙鼠则不行。如果我们把100亿年中沙鼠所需的食物、水和氧气都考虑进来，那么太阳肯定是要遥遥领先的。一个人每天大约要吃2 lb（1 kg）的食物，也就是说一年内会吃掉相当于自身体重数倍的食物。在10亿年内，我们将吃掉相当于自己体重数十亿倍的食物，这可远不只10^4倍了。

8.6 化学太阳

如果太阳仅仅由化学反应提供能量，那么以当前的输出功率计算，它还能继续燃烧多久？



* *

提示 太阳的输出功率约是 4×10^{26} W。

提示 太阳的质量约为 $M=2\times10^{30}$ kg。

提示 如果太阳由汽油构成，那么它会有多少化学能？

提示 忽略氦气，它对结果造成的影响只有 3 倍。

提示 汽油所含的能量大约是 4×10^{7} J/kg。

答 太阳最多含有$M=2\times10^{30}$ kg的化学燃料。估算太阳所包含的最大能量有两种方法：一是假定太阳由汽油（我们已经计算过了）和氧气构成，二是调研最理想的燃料。我们从汽油开始，因为它比较容易。汽油（本书中是CH_2）的能量密度大约是4×10^7 J/kg。如果暂时忽略氧气，那么太阳所包含的总能量约为

$$E=\text{质量}\times\text{能量密度}=2\times10^{30}\ \text{kg}\times4\times10^7\ \text{J/kg}=8\times10^{37}\ \text{J}$$

因为太阳散发能量的速度为$P=4\times10^{26}$ J/s，因此这么多能量能够持续的时间是

$$T_{\text{太阳}}=\frac{\text{总能量}}{\text{能量输出}}=\frac{8\times10^{37}\ \text{J}}{4\times10^{26}\ \text{J/s}}=\frac{2\times10^{11}\ \text{s}\times1\text{年}}{\pi\times10^7\ \text{s}}=10^4\text{年}$$

这个时间不是很长——人类农业大约开始于10^4年之前。如果我们把2/3的汽油换成燃烧汽油所需的氧气，时间会更短。

通过氧化纯氢或者其他燃料可能会获得更多的能量，但不可能使结果好10倍，因此不值得费力去计算。

这个事实极大地困扰着19世纪的物理学家。威廉·汤姆森在1862年撰文讨论了这个问题[20]，为了表彰他在热力学领域的伟大发现，他被封为英国贵族中的开尔文勋爵。①他发现，已知的最强大的化学反应也只能为太阳提供约3 000年的能量。他进一步计算出重力势能（物体落入太阳所产生的能量）最多只能提供约10^7年的能量。这一计算需要假设太阳是由小物体落入其中而聚集成的。

这个结论和当时关于岩石年龄的最新地质学发现相矛盾。因此，开尔文在文章末尾总结如下：

> 地球物种生存所需的光和热也许不能支撑好几百万年了，这种可能性大约有50%，除非我们能够发现并存储大量现在未知的能源。

开尔文难题的答案当然就是核能了，我们将在下一章对此加以讨论。

---

① 开尔文的名字即由此而来。——译者注

8.7 邻近的超新星

如果30光年之外的一颗恒星发生了超新星爆炸（并且大部分质量在所有方向上是均匀分布的），那么它的质量（以kg为单位）中有多少会撞击到地球？一光年是指光在一年里传播的距离，因此1光年$=3\times10^8$ m/s$\times\pi\times10^7$ s$=10^{16}$ m。如果恒星发生超新星爆炸时Krypton行星正绕着它旋转，那么Krypton行星的质量（以kg为单位）中会有多少撞击到地球？

* * * \

答 恒星从核聚变中获得能量。它们首先将氢聚变成氦，氢没有了之后就把氦聚变成更重的核子。最终，如果恒星足够大（$M_{恒星}>8M_{太阳}$）时，它会将硅聚变成铁。一旦恒星的内核变成了铁，聚变就不再产生能量了（因为铁几乎是结合最紧密的核子了）。然后恒星的内核会冷却并向内塌陷。在塌陷的过程中，它会将重力势能转化为动能（就像从高楼上往下扔水球，只不过能量大得多罢了）。塌陷过程中产生的一些能量会引发巨大的爆炸，从而快速而猛烈地刮动恒星的外部。[①]接下来，根据恒星初始质量的不同，内核的其余部分会形成中子星或者黑洞。

随着时间的流逝，恒星外部喷射出的部分会延伸为一个球壳。在某个时间，这个外壳的一部分会穿过我们的太阳系。此时球壳的半径约是30光年。一光年是指光在一年里传播的距离：1光年$=vt=3\times10^8\ \mathrm{m/s}\times\pi\times10^7\ \mathrm{s}=10^{16}\ \mathrm{m}$。因此，此距离下该球壳的表面积是

$$A_{外壳}=4\pi R^2=12\times(30光年)^2=12\times(30\times10^{16}\ \mathrm{m})^2=10^{36}\ \mathrm{m}$$

由于喷射出的物质的质量大约是太阳质量的10倍（$M_{太阳}=2\times10^{30}\ \mathrm{kg}$），当它穿过太阳系时，我们可以估算出喷射物的密度

$$d=M/A=2\times10^{31}\ \mathrm{kg}/10^{16}\ \mathrm{m}^2=2\times10^{-5}\ \mathrm{kg/m^2}$$

现在我们需要知道的是地球的面积，以算出撞击到地球的质量有多大。我们可以使用球表面积（$4\pi R^2$），但是远的那半边不会被撞到。为了保证几何学上的正确性，我们应使用截面积（πR^2）。面积用错了对结果的影响只有4倍。$A_{地球}=\pi R^2=\pi(6\times10^6\ \mathrm{m})^2=10^{14}\ \mathrm{m}^2$。因此，超新星爆炸的喷射物中撞击到地球的总质量是

$$m=面积\times密度=10^{14}\ \mathrm{m}^2\times2\times10^{-5}\ \mathrm{kg/m^2}=2\times10^9\ \mathrm{kg}$$

这是相当大的，但是在地表的每平方米的面积上只有20μg（相当于几立

① 可以在家里小规模地试验一下：在篮球上面放一只网球，让它们同时下落。（需要努力协调一下把它们扔下来，使篮球触地时网球仍在其上面。）篮球扮演的就是坍塌的内核部分，网球会被快速地向上弹出去。

方毫米的灰尘）。

如果要计算Krypton行星的质量中会有多少撞击到地球，就要用行星的质量取代恒星的质量。地球的质量大约是太阳的百万分之一，因此我们假设Krypton行星的质量是其恒星的百万分之一。这就意味着，如果恒星中有2×10^9 kg的质量撞击到地球，那么Krypton行星中就有$10^{-6}\times2\times10^9$ kg=2×10^3 kg的质量会到达地球，也就是2 t的氪。

小心，超人！

提示 陆上的冰冠融化时，水位会上升。浮冰（例如北极冰冠）融化时，水位不会上升，因为它已经置换了等质量的水。

提示 格陵兰岛仅在麦卡托投影下看起来比较大。忽略它。

提示 南极在地球表面积中占多大的比例？要覆盖地球需要多少个南极？1个、10个、100个……？？？

提示 南极整个位于南纬66°的南极圈内。

提示 冰冠的厚度是多少？

提示 冰冠大约2 000 m厚。

提示 1 kg水的体积和1 kg冰的体积近似相同。

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

要是冰冠融化，海平面将上升多少？

8.8 融化冰冠

答 要解决这个问题，我们需要估算出陆地上冰的体积，然后算出将其融化并分散到海洋里会有多高。一种做法是估算出冰冠的体积，然后除以地球的表面积（因为地球上3/4的面积是海洋）。另一种做法是估算冰冠的高度，然后乘以冰冠面积与地球表面积的比例。

由于只有陆地上的冰冠才对结果有影响，因此我们忽略北极冰冠。格陵兰岛比南极小得多，因此我们只考虑南极。首先，让我们估测冰冠的平均高度。它肯定远远大于100 m，因为在过去的700 000年中，科学家们已经挖掘出了数公里的冰体中心；它也一定远小于10 km，因为那是珠穆朗玛峰的高度。我们取1 000 m为平均高度，即10^2 m和10^4 m的几何平均值。

现在我们要知道南极的面积。实际上，我们只需要知道南极和地球的相对面积。如果南极的面积是地球的1/10，那么1 000 m高的冰冠会使海平面上升$1/10\times10^3$ m=100 m。从地球仪可以看出，南极整个包含在南纬66°的南极圈内。我们假设南极占满了南纬70°以内的空间，然后看看从南到北再回去，需要多少个这样的极圈才能填满整个地球。南极的范围从南纬70°到南纬90°的南极点，然后再到南纬70°，因此它的纬度跨越了40°。第二个南极从南纬70°到南纬30°，第三个南极从南纬30°到北纬10°。你应该明白了。

环绕地球从南极点到北极点再回去，纬度总共有360°。因此，在南北极圈上可以放置约360°/40°=9个南极，在赤道的东西极圈上还可以放置另外约9个南极。如果地球的表面是方形的，你可以在上面放约$9\times9\approx80$个南极。实际数量要比这少一些。我们估计地球表面积是南极表面积的50倍。

另外，我们也可以估算南极的面积。假设南极是个圆。南极的半径是从南极点到南纬70°的距离，约是地球周长的20°/360°，即$R_{南极}=20°/360°\times2\pi R_{地球}\approx2\times10^3$ km，因此面积$A_{南极}=\pi R^2_{南极}=10^7$ km^2。如果将这个面积和地球的表面积相比较，比例系数也约是50。

现在我们用冰覆盖整个南极的每一平方米。将冰融化，使水漫开并覆盖50 m^2的面积。如果覆盖南极的冰有1 000 m高，那么额外的水会使海平面升高约

$$h = 1\ 000\ \text{m}/50 = 20\ \text{m}$$

这将是所有沿海城市的不幸。

实际预测的海平面将升高约80 m。[21]注意，上升80 m并不比上升20 m糟糕很多，两者都是灾难性的。

用比尔·科斯比的话说："你还能踏多久的水呢？"

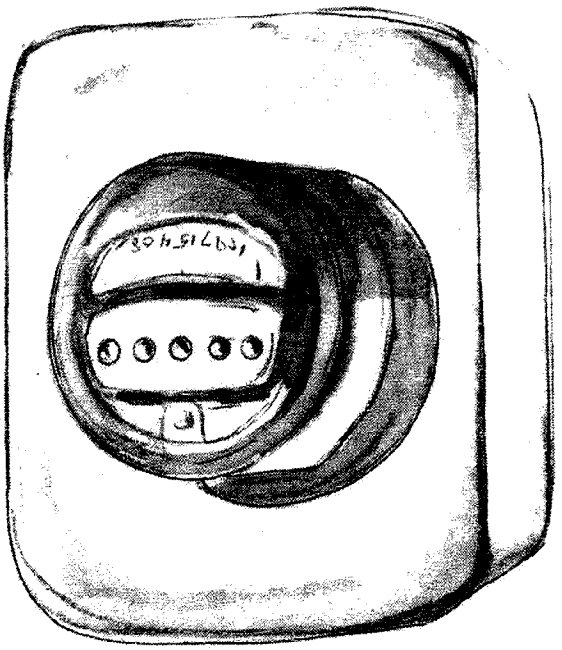
第9章

能源与环境

衡量文明进步的一个标准是我们利用外部能源为自己服务的程度。我们已经用到了畜力、水力、风力以及主要由化石燃料产生的电力。

9.1 人类的功耗

一个美国或者欧洲家庭（平均）使用多少电功率？



提示 记住功率是用来衡量能量使用速度的。功率（以瓦特为单位）表示每秒使用的能量（以焦耳为单位）的数量。一个 100 W 的灯泡每秒消耗 100 J 的能量。1千瓦时表示 10 个 100 W的灯泡在一小时内消耗的能量或者是一个 100 W 的灯泡在 10 小时内消耗的能量。

提示 把不同设备和灯泡的功率相加，同时考虑每个设备在一天中启用的时间比例。

提示 另外，拿出每个月的能量消耗账单，假设每千瓦时需要支付 0.10 美元。

* *

答 有两种方法可以用来估算我们使用的平均电功率。我们可以自底向上地加上每个电器的功率，也可以自顶向下地用电子账单来估算每个月总共消耗掉的电能。

我们先自底向上地估算。考虑每天经常要用到的设备。由于我们写这本书的时间是八月，所以要考虑到空调、火炉、烤箱、冰箱和灯泡。我们假设微波炉、热水器、洗衣机等设备的使用对结果影响不大。

每天下午5点到11点可能都会有5个约100 W的灯泡开着。冰箱的功率肯定大于灯泡（约100 W）而小于供暖器（约1 500 W），我们取几何平均值400 W。你可以听听冰箱的开关打开和关闭的声音，开关大约有1/4的时间（压缩机运行以冷藏食物的时间）是打开的。火炉和烤箱的功率很有可能大于供暖器（约3 000 W），每天约使用1小时。空调比较难估计一些。室内空调可以连在房间的插座上，因此功率和供暖器（约1 500 W）几乎相同。如果你有6个房间，那么空调的总功率大约10 kW。中央空调的效率要高于单个的室内空调，功率大约只有室内空调总功率的一半。现在，我们需要4月至10月的时间里空调的平均使用量。[①]在最热的那些日子，下午两点的时候空调一般都开着；在10月的夜晚，空调则很少使用。在这6个月的时间里，空调运行的时间比率肯定少于100%但多于1%，我们取几何平均值10%（即每天2.4小时）。下面是总的功率。

项	峰值功率（kW）	使用时间（小时/天）	平均功率（kW）
灯	0.5	6	0.1
冰箱	0.4	12	0.2
火炉	3.0	1	0.1
中央空调	5.0	2.4	0.5
总计			0.9

① 我们把住所假定在美国中部或者欧洲，因此供暖时间从11月到次年3月，供冷时间从4月到10月。我们再假定供暖和供冷的成本是相等的。根据你的住所的不同，结果也会不同，但差距应该不会超过10倍。

每个家庭平均使用0.9 kW的电功率。

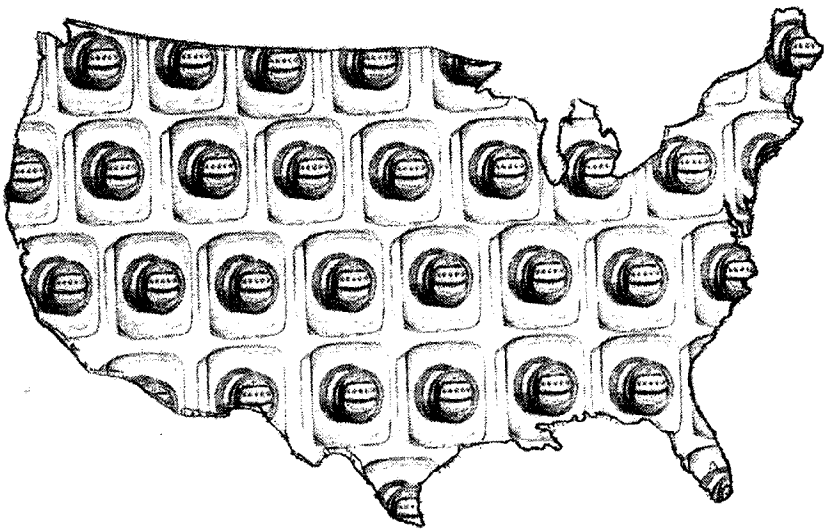
我们再自顶向下地估算一次。每个月的平均电力账单（其实是能量消耗的账单，因为我们是按千瓦时付费的，而不是按千瓦付费的）约为100美元。以每千瓦时均价0.10美元计算，我们每月使用了P=\$100/(0.10\$/kW-hr)=1 000 kW-hr。由于每个月约有24小时/天×30天≈700小时，这就是说我们使用的平均电功率为

$$P=\frac{\text{平均使用量（千瓦时）}}{\text{时间（小时）}}$$
$$=\frac{1\,000\text{千瓦时}}{700\text{小时}}=1.4\ \text{kW}$$

两种方法得出的答案相差不到两倍！

9.2 大陆的功耗

美国（或欧洲）使用多少电功率？一年内使用多少电能？



* *

提示 美国有多少户家庭？

提示 把商业用电和工业用电考虑进来，答案需要增加多少？

提示 一年约有 $\pi \times 10^7$ s。

答 有两种方法可以用来估算结果，既可以估算产生的电功率也可以估算消耗的电功率。为了估算美国或欧洲消耗的总电功率，[①]我们需要考虑生活用电、商业用电和工业用电。前面刚刚估算过，一个美国家庭使用的电功率约为1 kW。因此，我们需要估算家庭总数。

美国有3亿人口。按每户两至三人计算，约有1亿户家庭。则总的生活用电约为

$$P_{生活用电}=1\ 000\ \mathrm{W}/户\times10^{8}户=10^{11}\ \mathrm{W}$$

商业店面和办公区域的面积跟住宅面积相当，因此商业用电和住宅用电差不多，也是约10^{11} W。

工业用电大概介于生活用电或商业用电的1至10倍之间，我们取几何平均值3，因此工业用电为3×10^{11} W。

因此，美国使用的总电功率约是

$$P_{总电功率}=10^{11}\ \mathrm{W}+10^{11}\ \mathrm{W}+3\times10^{11}\ \mathrm{W}=5\times10^{11}\ \mathrm{W}$$

现在再来估算产生的总电功率。我们在某处读到，大约有100个核电厂，他们为国家供应着10%的电力。每个核电厂的产能约1 GW（10^{9} W）。因此，产生的总电功率约是核电生产的10倍，即

$$\begin{aligned}P&=10\times核电厂数量\times每个核电厂的产能\\&=10\times100核电厂\times10^{9}\ \mathrm{W}/核电厂\\&=10^{12}\ \mathrm{W}\end{aligned}$$

不错，这两种方法的结果相差只有两倍。

我们再来计算一下美国一年使用的总电能。由于能源等于功率乘以时间，我们约有

$$\begin{aligned}E=P\times t&=100\ \mathrm{GW}\times\pi\times10^{7}\ \mathrm{s}/年\\&=3\times10^{19}\ \mathrm{J}\end{aligned}$$

---

① 美国与欧洲有着几乎相同的人口和生活标准，因此消耗的电功率应该差不多（至少按本书的精度标准是这样的）。

这个能量显然很大（虽然还不足以把火箭宇宙飞船送到半人马座阿尔法星）。

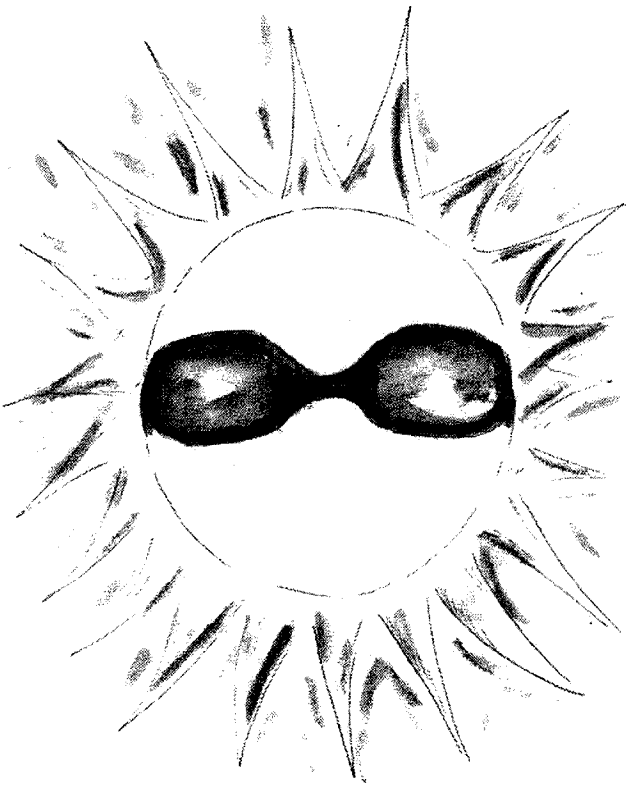
现在，与现实情况作一下比较。根据美国中央情报局的《世界概况》[22]，美国2003年约使用了3×10^{12}千瓦时电力，我们将单位转换为J：

$$E=3.6\times10^{12}\text{千瓦时}\times\frac{1\,000\ \text{W}}{1\ \text{kW}}\times\frac{60\text{秒}}{1\text{分钟}}\times\frac{60\text{分钟}}{1\text{小时}}$$
$$=1.3\times10^{19}\ \text{J}$$

相差约两倍。

9.3 太阳能

每年有多少太阳能到达地球？



* * * \

答 我们知道太阳能的密度是1400 W/m^2，因此需要估算出接收到太阳能的时间和面积，从而得出到达地球的能量。我们不能简单地使用地球的表面积（$A=4\pi R^2$），原因有两个：第一，地球的一半面积是夜晚；第二，由于入射角的原因，光照强度在高纬度会减弱。我们假想有一个薄片穿过地球中部，所形成的圆形是垂直于太阳的，所有的阳光都会直接到达这个薄片。我们将使用这个圆形的面积（处理超新星残骸时用的也是这个面积）。因此，我们需要的面积约为

$$A=\pi R^2=\pi\times(6\times10^6\ \mathrm{m})^2=10^{14}\ \mathrm{m}^2$$

现在可以算出能量

$$\begin{aligned}E&=1.4\times10^3\ \mathrm{W/m^2}\times10^{14}\ \mathrm{m^2}\times\pi\times10^7\ \mathrm{s/年}\\&=4\times10^{24}\ \mathrm{J/年}\end{aligned}$$

这个能量比推平落基山脉或者阿尔卑斯山脉所获得的能量还要大。

我们在问题8.4的答案中讨论过，2003年人类约使用了4×10^{20} J的能量。因此我们对到达地球的太阳能的利用率约为

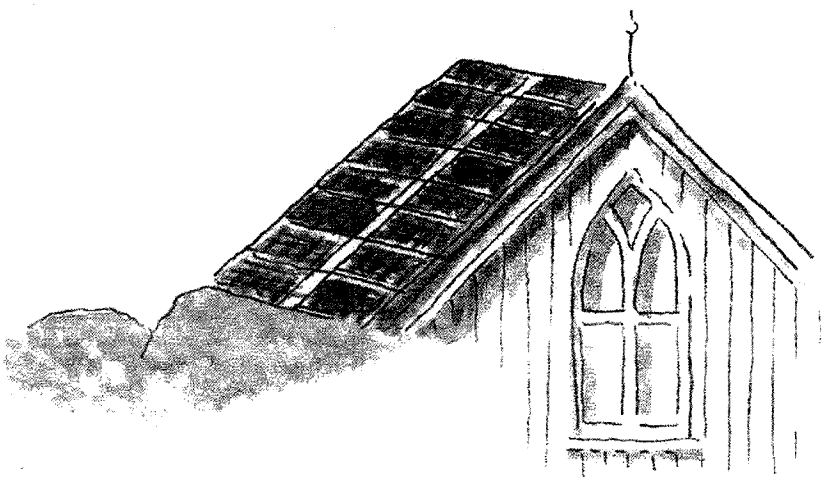
$$f=\frac{4\times10^{20}\ \mathrm{J/年}}{4\times10^{24}\ \mathrm{J/年}}=10^{-4}$$

当然，我们所使用的大部分能量来自储存在化石燃料中的远古太阳能。

这意味着即使我们使用的能量增加为现在的100倍，我们也才用到了约1%的可用太阳能。但是，以能量消耗每年递增约2%计算，230年后我们就可以做到这一点了。

9.4 用来获取太阳能的土地

需要多少土地（以km^2为单位）才能用太阳能取代美国所需的电能？这个面积在美国国土面积中占多大比例？



* *

提示 地球轨道大气层外的太阳能密度是 1 400 W/m^2。

提示 不要忘记考虑云层及黑夜。

提示 太阳能电池板把太阳能转化为电能的效率如何？

提示 美国的国土面积有多大？只算低纬度的 48 个州。

提示 我们估算过美国的国土面积，见问题 3.9。

答 我们首先考虑大气层外的总的太阳能密度，然后考虑大气层、云、黑夜的作用以及转化效率。

太阳能常数是$1.4\times10^3\ \mathrm{W/m^2}$，其中大约一半能到达地表(晴朗的中午)。如果把云和夜晚的影响考虑进来，流量会变成原来的1/10，即$140\ \mathrm{W/m^2}$。太阳能电池板的效率大约是10%，所以产生的电能平均为$14\ \mathrm{W/m^2}$。

由问题9.2可知，美国使用的总电功率平均约为5×10^{11} W。因此所需的面积为

$$A_{太阳能电池}=\frac{总电能}{每平方米使用的电能}=\frac{5\times10^{11}\ \mathrm{W}}{1.4\times10\ \mathrm{W/m^2}}\approx4\times10^{10}\ \mathrm{m^2}$$

$1\ \mathrm{km^2}=(10^3\mathrm{m})^2=10^6\ \mathrm{m^2}$。因此所需的面积是$A=4\times10^4\ \mathrm{km^2}$。也就是边长200 km（150 mi）的正方形。

这个面积似乎很大，但美国也是一个面积很大的国家。我们把这个面积与美国的国土面积比较一下。在问题3.9中我们已经估算出美国的国土面积约为$10^7\ \mathrm{km^2}$。

因此，如果我们想用太阳能电池来提供所有的电能，所需的面积占美国土面积的比例为

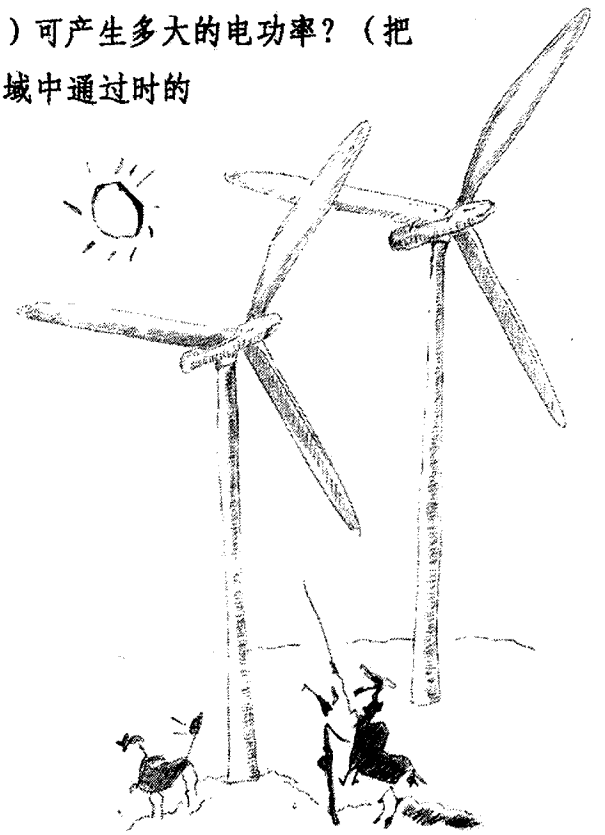
$$f=\frac{太阳能电池的面积}{美国国土面积}=\frac{4\times104\ \mathrm{km^2}}{107\ \mathrm{km^2}}=4\times10^{-3}$$

我们约需要美国国土面积的0.4%来摆放太阳能电池板。

这样做的代价非常高，原因有三个。第一，太阳能电池很昂贵，（2006年时）大约是每瓦特10美元，因此5×10^{11} W将要5万亿美元；第二，太阳能最佳收集地点（沙漠）往往离人口集中的地区很远，需要进行代价很高的远距离能量传送；第三，我们需要非常非常多的电池，用于白天的充电和晚上的供能。

9.5 倾斜的风车

风力涡轮机（现代风车）可产生多大的电功率？（把空气从涡轮机叶片扫过的区域中通过时的动能考虑进来。）



* *

提示 现代的风力涡轮机约有 10 层楼高。

提示 1秒钟内，有多少空气从涡轮机叶片扫过的区域中通过（以 kg 为单位）？

提示 取一个合理的稳定的风速。记住 2 mi/h ≈ 1 m/s。

提示 空气的密度约是 1 kg/m^3。

提示 空气的动能有多大？

提示 风力涡轮机能把多大比例的风能转化为电能？

答 风力涡轮机把风动能转化为电能。因此，要算出风力涡轮机产生的电功率，我们首先需要算出可用的动能。为了算出动能，我们需要知道空气的质量以及风速。从涡轮机叶片扫过的区域中通过的空气质量取决于叶片扫过的面积和风速。我们首先估算风速。

风力涡轮机摆在风力较强的地方。常见的稳定风速介于20～30 mi/h或者10～15 m/s。（低于这个范围就不能算风力较强，高于这个范围的情况很少见。）我们取10 m/s，因为这是一个比较理想的约整数。后面我们将会看到最终答案怎样由风速来决定。

现代的风力涡轮机约有10层楼高（有些甚至更高）。如果每层的高度为4 m或者12 ft，那么风力涡轮机约有40 m高。这意味着叶片约有40 m长，叶片扫过的面积约是：$A=\pi R^2=3\times(40\ \mathrm{m})^2=5\times10^3\ \mathrm{m}^2$。

在风速为10 m/s的情况下，空气每秒移动10 m。因此，在1 s内，从叶片扫过的区域中通过的空气的体积约为$V=10\ \mathrm{m}\times5\times10^3\ \mathrm{m}^2=5\times10^4\ \mathrm{m}^3$。因为空气的密度约是1 kg/m^3，因此这么多空气的质量约是$m=5\times10^4$ kg。换句话说，每秒穿过风力涡轮机叶片的空气有50 t!

现在可以计算出每秒钟通过的空气的动能了

$$KE_{空气}=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times5\times10^4\ \mathrm{kg}\times(10\ \mathrm{m/s})^2=3\times10^6\ \mathrm{J}$$

因此，穿过风力涡轮机叶片的风的功率是3×10^6 W或3 MW。这个可用功率很大。

现在我们需要估算出风力涡轮机从空气中获得动能并转化为电能的效率。这个效率必须大于1%（因为这已经很低了）而小于100%（因为这会使风完全停下来）。我们取几何平均值，估算效率为10%。这意味着在20mi/h（约10 m/s）的稳定风速下，风力涡轮机产生的可用功率约为3×10^6 W的10%，即3×10^5 W或者300 kW。

现在我们考虑风速的影响。如果我们使风速加倍，那么动能公式中的速度就加倍了，从而动能变成了原来的4倍（因为公式中要对速度求平

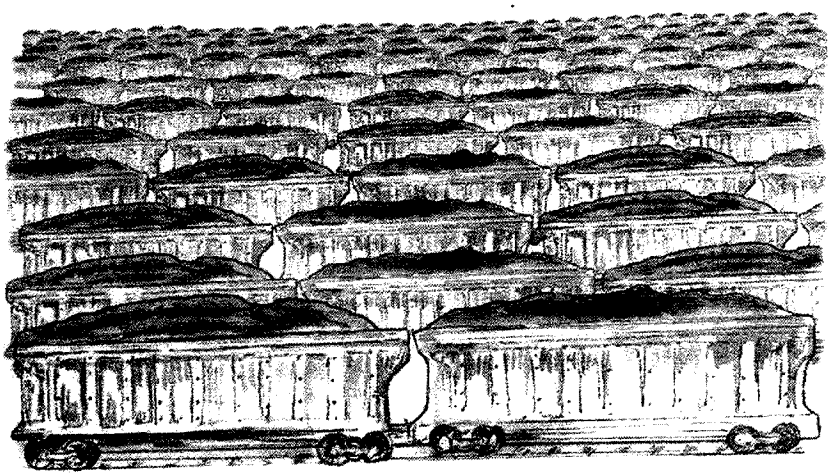
方）。然而，这样也使通过风力涡轮机叶片区域的空气质量加倍了，因此，使风速加倍会使可用动能变成原来的2^3=8倍。因此，如果我们的40 m的风力涡轮机在10 m/s的风速下能产生300 kW的电功率，那么在风速为20 m/s（约40 mi/h）的情况下会产生8倍的功率，即2.4MW。

现在又要进行令人忐忑不安的实际核对了。根据丹麦风工业协会的数据[23]，在最大风速不超过25 m/s的情况下，直径为92 m的风力涡轮机能产生的最大功率约为2.75 MW，平均功率约为1 MW。我们假想的风力涡轮机能在20 m/s的风速下产生约2.4 MW的功率，可见我们的估算是相当准的。

不幸的是，风能还不是很可靠，不能靠它来提供基本的电能。这也为使用更好的电池组增加了一条理由。

9.6 煤炭的功率

一个1 GW的燃煤发电站需要多少燃料？分别以千克/年和百吨货车/天为单位来表示你的答案。注意这个发电站用3 GW的热能来产生1 GW的电能。



* *

提示 发电站一年要用多少热能？

提示 煤近似于纯碳。

提示 1 kg的煤中含有多少摩尔碳分子？

提示 1 摩尔碳的质量为 12 g。

提示 在燃烧一个碳原子形成 CO_2 的过程中，我们可以得到 1.5 eV 的能量，详见7.1节。

答 为了算出1 GW的燃煤发电站一年所需的用煤量，我们需要估算一年中所需要的热能和煤的能量密度。燃油发电站、燃气发电站、燃煤发电站以及核能发电站利用自身燃料的热量烧水，然后用蒸汽来带动涡轮机并产生电能。大约只有1/3的热能被转化为电能，其他的2/3以热量的形式散发了。因此，一年里，1 GW的发电站需要燃烧足够的能量来产生

$$E_{年}=1\ \text{GW}\times3\times\pi\times10^{7}\ \text{s/年}=10^{17}\ \text{J/年}$$

的能量。

这么多热能来源于煤炭的化学能。燃烧一个碳原子可以获得1.5 eV的能量。1摩尔碳的质量为12 g=1.2×10^{-2} kg。因此，一千克含有$1/1.2\times10^{-2}=80$摩尔的碳。1摩尔有6×10^{23}个原子，因此，1 kg煤所含有的化学能等于

$$E_{煤}=1.5\ \text{eV/原子}\times6\times10^{23}\text{原子/摩尔}\times2\times10^{-19}\ \text{J/eV}\times80\text{摩尔/kg}$$
$$=10^{17}\ \text{J/kg}$$

另外，也可以把汽油（CH_2）的结果除以2得到答案，因为燃烧H_2所获得的能量和燃烧C所获得的能量相当，而H_2比C的质量要轻很多。这样得出的能量密度为$\frac{1}{2}\times4.5\times10^{7}\ \text{J/kg}=2\times10^{7}\ \text{J/kg}$。

与实际情况比较一下，可以发现煤的能量密度介于10 MJ/kg 和30 MJ/kg之间[15]，因此，我们的误差系数在3以内。

现在，我们可以计算出燃煤发电站一年所需要的煤量

$$M_{煤}=\frac{\text{所需的能量}}{\text{煤的能量密度}}=\frac{10^{17}\text{J/年}}{2\times10^{7}\text{J/kg}}=5\times10^{9}\text{kg/年}$$

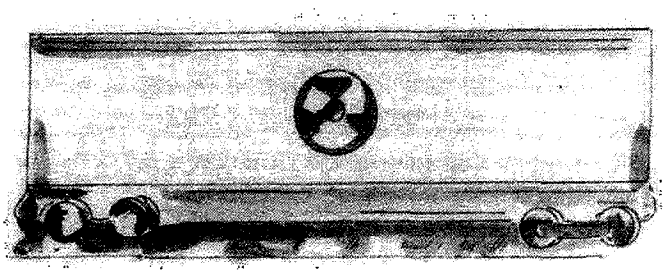
也就是500万吨煤炭！太多了！

我们试着感受一下这到底是多少煤炭。我们连1吨的煤都没法真正地想象出来，更不用说500万吨了。一节火车车厢可以运载约100 t的煤，一列很长的火车有100节车厢。因此，要载5×10^{6} t的煤，我们要5×10^{4}节火车车厢，即要安排500列有100节车厢的火车。这意味着一列100节车厢的火车所能运载的煤炭还不够我们的发电站用一天。

哇！这些煤炭确实很多啊！

9.7 核能

核反应一般有两种类型：裂变和聚变。我们利用地球上的裂变反应来制造核能与核爆炸，太阳和其他恒星利用聚变反应来制造太阳能。裂变（分裂）重元素（如铀和钚）会产生约200 MeV（兆电伏）的能量。把4个氢核（质子）聚变成一个氦核会产生28 MeV的能量。核反应可以把原子质量的0.1%到1%转化成能量。一个1 GW_e的核能发电站一年需要多少核燃料？



* *

提示 核能发电站制造1 GW_e的电功率需要3 GW的热功率（就跟前一个问题中的燃煤发电站一样）。

提示 铀的裂变同位素是^{235}U，其质量为235g/mol。

提示 燃料中仅有约5%的^{235}U，其他的^{238}U相对而言是惰性的。

提示 每次裂变会产生约200 MeV的能量。

答 为了每年产生1 GW的电功率，核能发电站所需的热能与燃煤发电站一样多。由前一个问题可知，所需热能为$E=10^{17}$ J/年。

这个热能来自^{235}U的裂变。裂变一个^{235}U原子能产生约200 MeV（2×10^{8} eV）的能量。1 mol^{235}U的质量为235 g，约0.24 kg。这说明每千克有4 mol。因此，^{235}U的能量密度为

$$E_{235U}=2\times10^{8}\ \text{eV/原子}\times\frac{6\times10^{23}\ \text{原子}}{1\ \text{mol}}\times\frac{2\times10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{eV}}\times4\ \text{mol/kg}$$
$$=8\times10^{13}\ \text{J/kg}$$

这比煤的能量密度大800万倍！然而，真实值比这小，因为只有5%的燃料是^{235}U，其他95%是相对惰性的^{238}U。这意味着有效的能量密度仅是8×10^{13} J/kg的5%，即Eu=4×10^{12} J/kg。

这说明一年中，1 GW的核能发电站大约需要

$$M\text{u}=\frac{\text{所需能量}}{\text{铀能密度}}$$
$$=\frac{10^{17}\ \text{J/年}}{4\times10^{12}\ \text{J/kg}}$$
$$=2\times10^{4}\ \text{kg/年}$$

或者说20 t的含5%的^{235}U的铀。因为铀的密度约为2×10^{4} kg/m^{3}，这个质量的铀可以形成一个边长为1 m（3 ft）的立方体。这样，一座核能发电站一整年所需的燃料只需要占据你餐桌底下的那么一点空间。[①]

① 我们不提倡在那里储存燃料，原因有两点：第一，你可能会经常撞到胫骨；第二，如果燃料被浓缩成这样小的体积，但是不带控制杆，那将进入临界状态，连锁反应会失控，你的厨房里将有一个强大的放射源。但是至少你的食物不会变冷。

9.8 坚固的表面

美国国土面积中不易损坏的面积比例是多少（比如，屋顶或路）？

* *

提示 大多数美国人都单独住。

提示 普通家庭屋顶的面积多大？

提示 商业建筑与住宅的面积相比如何？

提示 每幢楼有多少条道路？

提示 美国有约 3×10^8 人口。

提示 美国的国土面积有多大？见问题 9.4。

答 我们要估算美国房屋的常见尺寸，每户的道路数，并且还要为商业开发增加一些面积。

一般的二层楼约有2 000 ft^2的生活空间和1 000 ft^2的房顶面积。由于1 $m^2 \approx (3\ ft)^2 \approx 10\ ft^2$，所以房屋通常约有100 m^2的房顶面积。

现在我们要把道路的路面面积加进去。住宅通常宽10 m，深10 m。与邻居家的前门间的间距显然不止10 m（如两户之间没有间隙）而小于100 m（如两户之间相隔一个足球场那么大的空间）。我们取10 m和100 m的几何平均值，认为房屋间的间隔为30 m（100 ft）。因此，每座房屋有30 m长的道路。

这个道路的宽度是由街道两侧的房子共享的。郊区小道的宽度通常比一辆车（3 m）宽但比十辆车（30 m）窄，因此我们取宽度为10 m（30 ft）。这就说明每座房屋通常有一条30 m长、5 m宽，面积为150 m^2的道路。从而，每幢房子拥有100 m^2的房顶面积和150 m^2的道路面积，总计250 m^2。

我们早先曾估算过，3×10^8的美国人口形成了约10^8个家庭。所以，住宅的屋顶和道路所占面积约为$A=10^8\times2.5\times10^2\ m^2=2.5\times10^{10}\ m^2$。

商店、办公室和工厂的空间显然介于居住空间的1/10到10倍之间。因此，我们估算商业用房的屋顶和道路面积也是$2.5\times10^{10}\ m^2$。因此，美国的房顶和道路总面积是$A=5\times10^{10}\ m^2$或$5\times10^4\ km^2$。

另外，我们也可以这样来估算这个结果：考虑我们城市的人口密度以及房顶和道路密度。美国城市的人口密度通常约为2 000人/mi^2或者1 000人/km^2。以这个密度来计算，如果每个人都生活在城市里，那么城市占地

$$A=\frac{3\times10^8\text{人}}{10^3\text{人}/km^2}=3\times10^5\ km^2$$

你可以在谷歌地图上查看任何一个郊区，并估算出这个城市约有25%的面积是道路和屋顶（比10%多，但比50%少）。因此，道路和屋顶所占总

面积约为$10^5\ km^2$，与前一种方法得到的结果一致（相差不到两倍）。事实上，根据美国国家海洋和大气局（NOAA）在2004年做的调查[24]，$1.1\times10^5\ km^2$是不易损坏的。这个结果只比我们的两个估算结果稍微高一点点。

我们已经在问题9.4中估算出美国的陆地面积为$8\times10^6\ km^2$。因此，美国道路和房屋覆盖面积比例为

$$F=\frac{\text{房屋和道路面积}}{\text{美国国土面积}}=\frac{8\times10^4\ km^2}{8\times10^6\ km^2}=10^{-2}$$

即约为1%。这大约是我们在前面估算出的用太阳能取代美国所需的电能所需的土地比例的两倍。这个结果使前面的答案更直观了：为了给美国供应足够的太阳能，我们需要相当于全国屋顶和道路的一半面积的太阳能面板。哇！

PDG

第10章

大　气

飞机、风筝、飘拂的秀发，哦，还有呼吸，都依赖于大气。我们来研究一下你吸进去的空气来自谁的呼吸、植物提供了多少氧气以及汽车排放了多少CO_2。

提示 大气的重量给地球表面上每平方英寸施加了15 lb 的力，或者说给地球表面上每平方米施加了 10^5 N 的力。

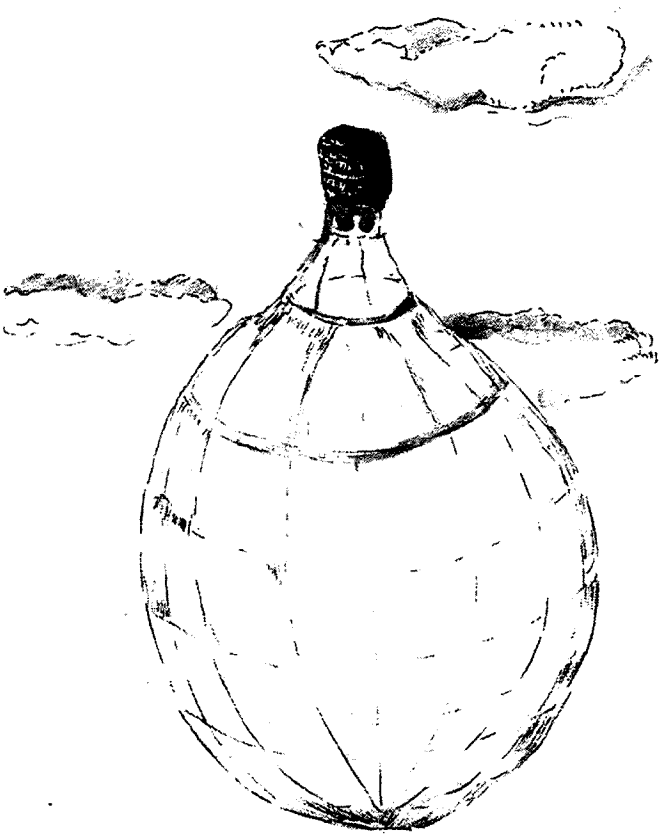
提示 10^5 N 是 10^4 kg 的物体的重力。

提示 地球的表面积是多少？

提示 地球的半径约是 6×10^6 m。

提示 如果你忘记了球体的表面积，你可以把地球看作立方体来计算。

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *



大气的质量是多少？

10.1 进入稀薄的空气中

答 大气压强可以用很多不同的方法来测量。它可以表示为每平方英寸15 lb的作用力，或者每平方米10^5 N的作用力，或者是760 mm（约30 in.）的水银柱高度，或者是10 m的水柱高度。最后两种测量方法只是表明了，在某个特定区域上方的大气重量和足以覆盖该区域的760 mm高的水银柱（或者足以覆盖该区域的10 m高的水柱）的重量是相同的。

我们可以使用上述任意一种方法来估算大气的质量。为了实现这一目的，我们只需要用地球表面积（用适当的单位表示）乘以单位面积的质量就可以了。例如，如果用每平方英寸15 lb，我们就需要以平方英寸为单位计算出地球的面积；如果用760 mm高的水银柱，我们就不得不计算出足以覆盖整个地球表面（包括海洋）的760 mm深水银的重量（或者足以覆盖整个地球表面的10 m深的水的重量）。

我们要用的是压强是10^5 N/m^2，因此我们不必用平方英寸作为单位了。10^5 N是10^4 kg物体的重力（因为$F_{重力}=mg$，其中$g=10$ m/s^2）。

现在我们要求出地球的表面积。我们恰好记得球体表面积的计算公式是$A=4\pi R^2$，但不是每个人都记得的。在不记得球体表面积计算公式的情况下，你可以假设地球是个立方体，这样的话，六个面中每个面的面积都是$(2R)^2=4R^2$，所以总面积就是$24R^2$。对本书而言这个结果是很接近真实值的，也省去记住那个讨厌公式的麻烦了。如果你不介意的话，我们还是用那个准确等式

$$A_{地球}=4\pi R^2\approx 12\times(6\times10^6\ \mathrm{m})^2\approx 4\times10^{14}\ \mathrm{m}^2$$

因此，大气质量就约是

$$M_{大气}=10^4\ \mathrm{kg/m^2}\times4\times10^{14}\ \mathrm{m^2}=4\times10^{18}\ \mathrm{kg}$$

即400亿亿千克，比阿尔卑斯山脉还要重！

10.2 古老的空气

你每次吸气可以吸入亚历山大大帝最后一口气中的多少分子？

* *

提示 假设在过去的 2 000 年中空气已经完全混合了，所以分子都是随机分布的。

提示 每次呼吸的体积是多少？

提示 每次呼吸有多少个分子？

提示 1 摩尔气体包含 6×10^{23} 个分子，体积为 20 L。

提示 大气可供呼吸多少次？

答 要回答这个问题，我们需要估算出亚历山大大帝呼出的最后一口气中所含的分子数以及你在几秒钟之前的呼吸所占大气的比例。后者也就等于大气可供呼吸的次数。

呼吸一次的体积大约是1 L(约1夸脱)。该体积显然大于一杯(约1/4 L)而少于1 gal（约4 L)。我们无法得知1 L空气中的分子数量，但我们知道1 mol中分子的数量。1 mol包含了约6×10^{23}个分子，(标准气温和压强下的气体的）体积为20 L。因此1L的呼吸约包含了1 mol的1/20，也就是约3×10^{22}个分子。

现在我们需要求出大气可供呼吸的次数。我们既可以用呼吸的体积(此时要用到大气的体积）也可以用呼吸的质量（此时可以用刚才估算出的大气质量）来估算。既然我们都爱偷懒，那就从质量下手吧。[①]空气的平均密度大约比水小1 000倍。由于1 L水的质量约为1 kg，所以1 L空气的质量约为1 g。你也可以通过分子的质量来计算空气的质量，我们1 L的呼吸量约是1/20 mol。空气由氮分子（分子质量为$2\times14=28$）和氧分子(分子质量为$2\times16=32$）组成，所以平均分子量是30。1 mol空气的质量约为30 g。因此，空气的密度d=(30 g /mol)/(20 L/ mol）=1.5 g/L。(1 g与1.5 g之间的区别来自于近似误差，在本书中可以忽略。)

(由前一个问题可知）大气的总质量为$m_{大气}=4\times10^{18}$ kg$=4\times10^{21}$ g。由于每次呼吸的质量约为1g，即每次吸入空气的比例为$\frac{1}{4\times10^{21}}$。因此，你吸入的亚历山大大帝(AG)呼出的最后一口气中的分子数为

$$
\begin{aligned}
N_{AG} &= 大气中亚历山大大帝分子数\times吸入空气的比例 \\
&= 3\times10^{22}个分子\times\frac{1}{4\times10^{21}} \\
&= 8个分子
\end{aligned}
$$

① 这样还可以使我们绕开大气高度的问题。跟海洋不一样，大气会随着高度的增加而变得稀薄，但是从来都不会真正地消失。外太空的界限大概在海拔100～300 km (约60～200 mi)。可供人们呼吸的最高海拔略低于珠穆朗玛峰的高度（约10 km)。

因此，你仅仅从亚历山大大帝（孔子、拉美西斯……）的最后一口气（倒数第二口气……）中吸进了8个分子。

我们希望你能慎重对待并关爱那些分子。①

① 啊哈，我们从量子力学和热力学得知，所有的氧分子都是相似的，不可以像宏观物质那样被赋予标记[25]。因此，这个问题其实是毫无意义的。下面的类比可能有助于理解：如果你用一张20美元的钞票购买了价值20美元的物品，6个月后，我们又给了你20美元（因为你是我们忠实的读者），这可能恰好是6个月前你支付的那张钞票（因为每张纸币都有着独一无二的编号）。但是如果你购物时使用的是信用卡，6个月后我们又打了20美元到你的账户，在这种情况下，再去问这是不是同一张钞票就完全没有意义了。不过，知道每次吸入的分子数与大气可供呼吸的次数大约相等还是挺有趣的。

提示 我们利用空气中的氧气来氧化我们的食物，从而获取能量。被利用过的氧气又以 CO_2 或 H_2O 的形式呼出。

提示 吸入的氧气实际被使用了多少？

提示 人工呼吸是可行的。你呼出的空气中有足够的氧气使一个人存活了。

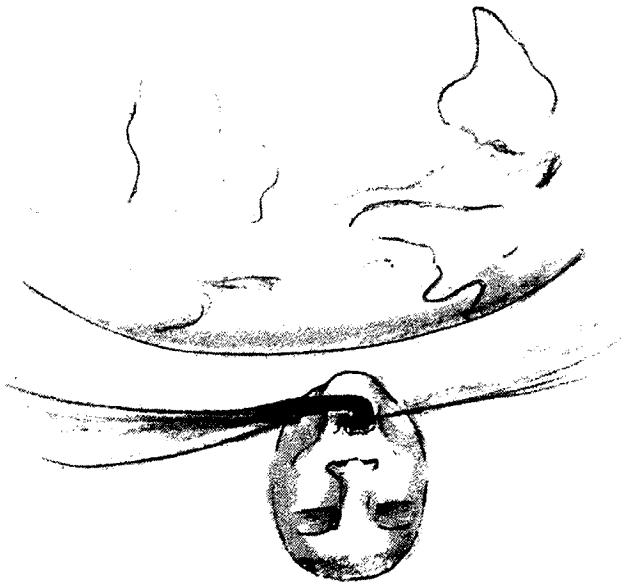
提示 每次呼吸的质量是多少？

提示 我们呼吸的频率是多少？

提示 地球上约有 6×10^9 人。

提示 所有人呼入（和呼出）所有的大气需要消耗多少时间？

****



10.3 吸收氧气

在忽略所有其他作用的情况下，人类的呼吸要消耗完空气中全部氧气的10%需要多长时间？

答 我们要估算出每次呼吸所消耗的氧气量，继而估算出消耗大气中10%的氧气所需要的呼吸次数。我们知道，在急救车到达之前，心肺复苏（CPR）可以用来维持人的生命。这说明我们通过人工呼吸强行充入被救者肺内的空气中含有足以维持其生命的氧气（甚至对那些病重到需要做心肺复苏的人也有效）。这说明每次呼吸我们只使用了相对较少的氧气，我们估算吸入的氧气只被利用了10%（远多于1%但远少于100%）。

这表明我们现在要算出人类一次吸入（呼出）所有空气（这样会消耗完全部氧气的10%）所需要的时间。注意，我们完全避免去了解大气中氧气的含量了。[①]

在前一个问题中，我们估算出了每次的呼吸量约为1 L，质量约为1 g，并且大气一共可供呼吸约4×10^{21}次。因此，我们只要估算出人类完成4×10^{21}次呼吸所需要的时间就可以了。地球上共约有6×10^{9}人口，这意味着所需的呼吸次数为

$$N_{\text{呼吸次数}}=\frac{4\times10^{21}\text{次呼吸}}{6\times10^{9}}=7\times10^{11}\text{次}$$

我们每隔几秒钟就会呼吸一次。按每4 s呼吸一次计算的话，我们需要

$$t=7\times10^{11}\times4\ \text{s/次}=3\times10^{12}\ \text{s}\times\frac{1\text{年}}{\pi\times10^{7}\ \text{s}}=10^{5}\text{年}$$

也就是十万年。

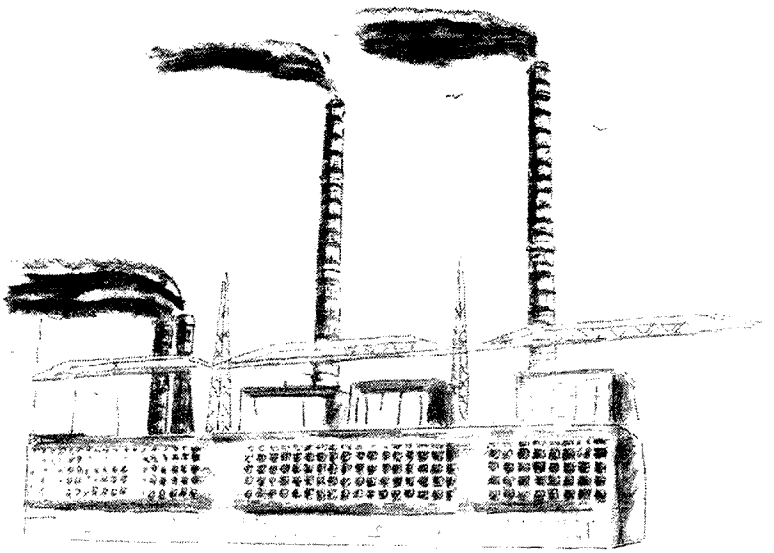
我们每个个体都活不了那么长的时间，但是其他动物也在帮助我们消耗氧气。由于地球上人类（至少原始人类）的历史可以追溯到几百万年前，而动物的历史可以追溯到几亿年前，所以植物在补充氧气方面作出了很大的贡献。

---

① 如果你很好奇，那就告诉你吧，大气中氧气含量约为20%；如果你不是很好奇，为什么来看这个脚注呢？

10.4 煤中的 CO_2

一个1 GW_e的燃煤发电站每年释放多少CO_2（以kg为单位）到空气中？这占整个大气质量的比例是多少？



* *

提示 见问题 9.6。

提示 每千克的碳可产生出多少千克 CO_2？

提示 碳和氧的有相同的原子量。

答 释放到大气中的CO_2量与发电站燃烧的碳量是成正比的。如果所有的碳都被完全燃烧，那它将从烟囱中以CO_2的形式完全地散发出来。幸运的是，我们知道1 GW_e的燃煤发电站一年要用多少煤——在问题9.6中的估算结果是5×10^9 kg。每个碳原子被氧化后生成一个CO_2分子。碳和氧气都是相对较轻的元素，原子量也差不多一样。[①]因此，每个CO_2分子的质量约是碳原子的3倍。因此，一个1 GW_e的燃煤发电站每年释放到空气中的CO_2总量为

$$M_{CO_2}=3\times5\times10^9\ \text{kg}=2\times10^{10}\ \text{kg}$$

这看上去很多，我们拿它跟大气的质量比比。我们在问题10.1中算出了大气质量约为4×10^{18} kg。可见，这家发电站每年给大气增加的CO_2比例为

$$f=\frac{2\times10^{10}\ \text{kg}}{4\times10^{18}\ \text{kg}}=5\times10^{-9}$$

也就是每10亿份增加5份。如果你还记得第3章中环绕赤道的高尔夫球的话，那么可以说绕地球一圈所需的10亿个高尔夫球中有5个是CO_2高尔夫球。尽管这似乎不是很多，但要知道发电站也是很多的。

一个以甲烷（CH_4）为燃料的天然气发电站每GW产生的CO_2只有燃煤发电站的1/3，因为它是氧化了氢和碳：碳氧化成了CO_2，而四个氢原子氧化成了两个水分子（H_2O）。由于有三次反应，因此产生的能量是单个碳原子的3倍。

注意，CO_2是无色气体。你看到烟囱中冒出来的“烟”是没有被完全燃烧的燃料、杂质（例如灰烬）和水汽（冷凝的水蒸气）的混合物。

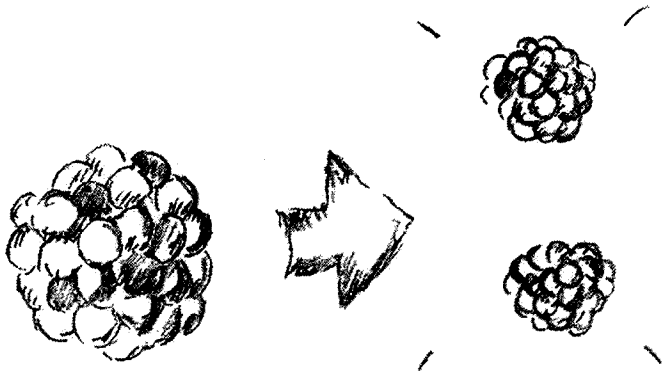
还要注意，CO_2自然地存在于大气中，浓度为万分之几。植物吸进CO_2，呼出O_2。因此CO_2并不（像烟雾一样）是一种直接对人类有害的标准污染物。它可能造成的所有伤害都是间接的。

---

① 如果你坚持要精确些，碳的原子量是12，氧的原子量是16。

10.5 健康地发热

1 GW_e的核能发电站一年产生多少高浓度（即具有强放射性的）核废弃物？



* *

提示 见问题9.7。

提示 使用过的燃料大多数是强放射性的废弃物。

答 核反应堆里的核燃料主要由铀的两种同位素^{235}U和^{238}U构成。^{235}U裂变成更小的核子，其中大多数都具有强放射性。在反应堆里，裂变产生的核子与^{238}U遭受着大量的放射，这也会产生很多强放射性的副产品。所以，所有的燃料都变成了强放射性的废弃物。这是核能发电站所产生的强放射性核废物的主要来源。所以，强放射性废弃物的质量介于燃料质量的1倍到10倍之间。我们取几何平均数3倍来计算。

幸运的是，我们知道1 GWe的核电站一年所用的核燃料数量。我们在问题9.7 中估算出结果是2×10^4 kg。所以，一个核电站产生的核废弃物的质量为

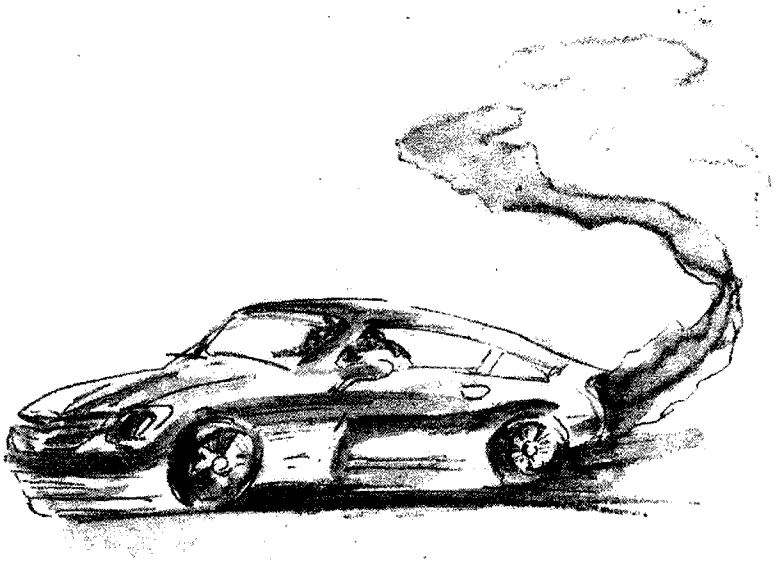
$$M_{核废弃物}=3\times2\times10^4\ \text{kg}=6\times10^4\ \text{kg}$$

即大约每年会产生60 t强放射性的核废物。

这种废物极端危险。另一方面，它很紧凑坚固，那就应该更容易被安全处理掉。

10.6 汽车排放的 CO_2

一辆小汽车每年排放多少CO_2（以kg为单位）到空气中？全美国所有的小汽车的总排量呢？



* * * \

答 我们已经估算出美国的小汽车每年平均大约能行驶10^4 mi，并且每加仑汽油可供行驶20 mi。这表明汽车每年约消耗（10^4 mi/年）/（20 mi/gal）=500 gal的汽油。以4 L/gal来计算，这就是每年2 000 L了。

现在我们要把体积转化为质量。1 L水的质量约是1 kg，而汽油比水要轻一些，但是我们不需要考虑这一差别。因此，你的车每年大约要燃烧2 000 kg的汽油。也就是2 t的汽油，比大多数的小汽车的质量还要大！

汽油是一种碳氢化合物，每个碳原子对应两个氢原子。由于碳的原子量为12，氢的原子量为1，我们可以忽略氢的原子量（也确实是这么做的）。两个氧原子与一个碳原子结合生成CO_2，这两个氧原子的总原子量为32。因此，CO_2的原子量（44）大约是碳原子量（12）的4倍。因此，你的小汽车每年将排放$4\times2\,000$ kg=8×10^3 kg的CO_2。

但美国不止有一辆车。正如我们在问题5.1中讨论过的，美国一共有约3×10^8人口，人均拥有0.5辆小汽车，因此，美国的小汽车排放总量约为

$$M_{CO_2}=8\times10^3\ \text{kg/车}\cdot\text{年}\times1.5\times10^8\ \text{车}=1\times10^{12}\ \text{kg/年}$$

即10亿吨（10^9 t）。

现在对比一下现实状况。根据美国能源部的资料[26]，2004年美国的CO_2总排量约是60亿吨。包括小汽车、卡车、火车、飞机在内的交通运输工具所排放的CO_2约为20亿吨，仅为我们所估算的小汽车的排气量的两倍。

排出的CO_2貌似很多，我们再将其与大气质量对比一下。开车会导致大气中的CO_2每年增加如下比例：

$$f=1\times10^{12}/4\times10^{18}=2\times10^{-7}$$

即五百万分之一。要是你还记得第3章中所提到的环绕地球的高尔夫球，这个比例相当于环绕赤道所需的10亿个高尔夫球中的200个。这要比大气中CO_2的自然含量（200 ppm或2×10^{-4}）低1 000倍。

如果我们想要减少交通运输中的气体排放所引起的温室效应，要么少开车，要么开低油耗的车。少开车的意思是说跟别人合用车[1]或者住得离单位近一些（这样就限制了我们对居住地及邻居的选择）。驾驶低油耗的车意味着要花更多的钱来购买混合动力车（但并非所有的混合动力车都有较好的油耗）或者开辆小一点的车。如果你驾驶的是电动汽车，电能多多少少还是需要通过燃烧化石燃料生成。或者，我们可以通过立法来让别人为减排买单。选择权在我们手上。

① 合用车也有得腕管综合症的风险。

10.7 用树木吸收 CO_2

一片1 km^2的新树林[1]每年可以吸收多少CO_2（以kg为单位）？树木吸收CO_2释放O_2（太谢谢你们了！），并利用碳造出更多树木。这里假设森林都在雨水充沛的温带（例如新泽西州[2]或德国）。

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

提示 平均要20年以上。

提示 树木大部分质量都是由碳构成的。

提示 估算20年后所有树木的总质量。

提示 如果20年后你砍倒所有的树木，然后将其压缩，在树林的面积上可以铺出多厚的一层？

① 这样就不用考虑树木枯死或腐坏的情况了。

② 也许新泽西州是“垃圾填埋场”，但是我向你保证，那里也有一些美丽的树林。

答 这是个很好的问题，因为一共可以用四种完全不同的方法来解答。我们可以估算：（1）20年树龄的树木的数量和尺寸；（2）如果我们砍伐所有树木并将其压缩，那么可以压缩成多厚？（3）树木所用的太阳能，以及利用该太阳能可以将多少CO_2转化成碳？（4）树木所用的水分，以及用这些水中的氢可以制造多少纤维素。如果取20年的平均值，方法（1）和（2）的效果会更好。

最简单的方法是估算20年后把树林砍倒并压缩，在树林的面积上可以铺出的厚度。一棵20年的树木砍倒压缩后厚度不到1 m，因此，生物质层肯定大于1 cm(10^{-2} m或1/2 in.)而小于1 m，我们取几何平均值，用0.1 m（约4 in.）作为厚度。因此，生物质的体积约为$V=(10^3\ \mathrm{m})^2\times 0.1\ \mathrm{m}=10^5\ \mathrm{m}^3$。由于木头的密度与水的密度（$10^3\ \mathrm{kg/m^3}$）近似一样，因此总质量约为$M=10^3\ \mathrm{kg/m^3}\times 10^5\ \mathrm{m}^3=10^8\ \mathrm{kg}$。因为这个质量中绝大部分是碳，而$CO_2$的质量大约是碳的4倍，我们可以估算1 km^2的新森林20年内可以吸收约4×10^8 kg的CO_2，即每年吸收约2×10^7 kg的CO_2。

现在试试用太阳能的方法来解答。地球轨道上的可用太阳能功率约是$10^3\ \mathrm{W/m^2}$，考虑夜晚、云层以及大气因素，只有大约10%的能量对树木是可用的。经过十亿年的进化，树木对太阳能的使用效率肯定大于1%（但肯定小于100%），因此我们假设效率为10%。[①]其中一部分能量可能要用于维持树木自身的新陈代谢，我们假设可用能量的50%用于繁殖更多的树。因此，在考虑了夜晚和云层的影响（10%）、能量转化率（10%）以及繁殖更多树木所耗能量（50%）之后，$10^3\ \mathrm{W/m^2}$中只有5×10^{-3}或者说5 $\mathrm{W/m^2}$被用来繁殖树林。因此可用的能量约为

$$E=5\ \mathrm{W/m^2}\times\pi\times 10^7\ \mathrm{s/年}\times 10^6\ \mathrm{m^2/km^2}\times 6\times 10^{18}\ \mathrm{eV/J}=10^{33}\ \mathrm{eV/年\text{-}km^2}$$

我们将焦耳转化为电子伏是因为从CO_2中分离出碳原子需要1.5 eV的能量（标准化学反应能量）。因此我们每年可以从6×10^{32}个CO_2分子中分离

① 这跟目前最好的太阳能光电池的功效是一样的。

出碳原子。这些CO_2的质量约为

$$M_{CO_2}=\frac{6\times10^{32}\text{分子/年}}{6\times10^{23}\text{分子/mol}}\times44\ \text{g/mol 二氧化碳}$$
$$=4\times10^{10}\text{g/年}=4\times10^{7}\text{kg/年}$$

这个结果是前一种方法得出的结果的两倍，对于如此炯异的两类方法来说算是不错的了。

现在让我们跟事实对比一下。根据《能量百科全书》[27]，平均日照范围在100～200 W/m^2，太阳能的捕获效率范围为0.2%～5%。产出最高的是刚果的一个种植园，年产量达到了36 t/公顷或4 ×10^6 kg/km^2。我们的估算结果比这个最高产量还要大10倍。

10.8 化树为油

在过去的8 000年里，人类为了耕种大量砍伐树林。假设所有被砍伐的森林都被燃烧或者被氧化了，那么有多少吨的CO_2排放到大气中了呢？以百万分率（ppm）来算是多少？

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

答 我们需要估算出被砍伐的树林面积以及单位面积上的生物量。先考虑面积。地球表面积中约有25%是陆地。我们估算最初有一半的陆地是树林，其中又有一半被砍伐了。因此，人类砍伐了占地球面积约1/4的树林。这个估算结果显然与真实结果的差距显然在4倍之内，因为我们砍伐的面积肯定小于100%而多余1/16（即6%）。地球的表面积（见问题10.1）是

$$A_{地球}=4\pi R^2=4\pi(6\times10^3\ \mathrm{km})^2=4\times10^8\ \mathrm{km}^2$$

陆地面积约是地球表面积的1/4，即$10^8\ \mathrm{km}^2$。人类砍伐的树林面积约是这个值的1/4，即$2\times10^7\ \mathrm{m}^2$。

现在我们要求出生物质的量。从上一个问题中可知，新生森林每年可以制造不到$4\times10^6\ \mathrm{kg/km}^2$的生物质。然而，在森林变得成熟之后，它就成了一个稳态系统，即腐坏（即被氧化）树木的量等于再生树木的量。一片森林生长成熟至少需要10年，但用不了100年。[①]我们取几何平均值，用30年来计算。因此，伐木耕地产生了约$30\times4\times10^6\ \mathrm{kg/km}^2=10^8\ \mathrm{kg/km}^2$的再生物质。由于$CO_2$的质量是碳的4倍，因此这相当于$4\times10^8\ \mathrm{kg/km}^2$的$CO_2$。在继续计算之前，先来对比一下实际情况：树林的再生物约为10^7 kg碳/km^2[28]，因此，我们的估算结果10^8高出了10倍。

用实际的再生物质密度来计算，砍伐森林释放了

$$M_{CO_2}=2\times10^7\ \mathrm{km}^2\times4\times10^7\ \mathrm{kg/km}^2=8\times10^{14}\ \mathrm{kg}$$

的CO_2，是全美国小汽车每年排放量的10^4倍。

换句话说，大气的总质量只有4×10^{18} kg，因此，这相当于大气质量的百万分之200（200 ppm）。目前大气中CO_2的浓度大约为350 ppm，因此这个排放量是很大的。

哇！也许正是由于在过去的数万年中对树林的砍伐，我们才避开了又一个冰河世纪。[29]不过也许不是这样。

---

① 这里的成熟定义指的是碳循环，而不是树林中树木的种类。

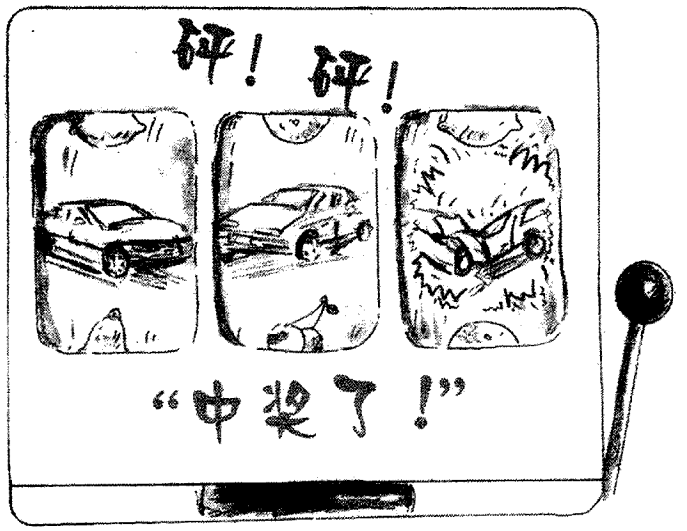
第11章

风　险

生命中充满了危险，有些事情比其他事情要危险得多。我们真的需要担心鲨鱼的袭击吗？在飞机上，我们必须将婴儿安放在专用座位么？在解决了这些问题后，你将能看穿政客和推销员的恐吓伎俩。

11.1 道路上的赌博

（在美国）开车行驶每英里死亡的风险有多高？美国人由于车祸致死的比例是多少？



* *

提示 美国人每年驾车的车程总共有多少英里？见问题5.1。

提示 每年大约有 4×10^4 美国人死于交通事故。

提示 美国人口数量大约是 3×10^8。

提示 我们的平均寿命是多少？

提示 如果我们的平均寿命是100年，那么每年将有1/100的人死去。

答 我们需要估算出驾车的总英里数以及死于路上的总人数。在问题5.1中，我们曾经估算出美国人每年的车程大约是2×10^{12} mi。每年大概有4×10^{4}美国人死于交通事故。因此，死亡的风险大约是

$$R=\frac{4\times10^{4}\text{死亡人数}}{2\times10^{12}\ \text{mi}}=2\times10^{-8}\text{死亡人数/mi}$$

哇！每1亿英里只会死两个人。听起来相当安全。

让我们从另一个角度来看这个数据。我们计算出你（读者）丧生车祸的可能性。我们中的任何人死于车祸的可能性等于死于车祸的美国人的比例。也就是说，如果50个美国人中有一个死于车祸，那么你死于事故的几率也是1/50。

现在我们需要估算出每年有多少美国人死亡。美国总人口数为3×10^{8}。人的平均寿命为75岁（虽然我们都希望自己远远超过这个值），因此，每年每75个美国人中有一人死亡。这意味着每年死亡的人数为

$$N_{\text{死亡人数}}=\frac{3\times10^{8}\text{美国人}}{75\text{年}}=4\times10^{6}\text{死亡人口/年}$$

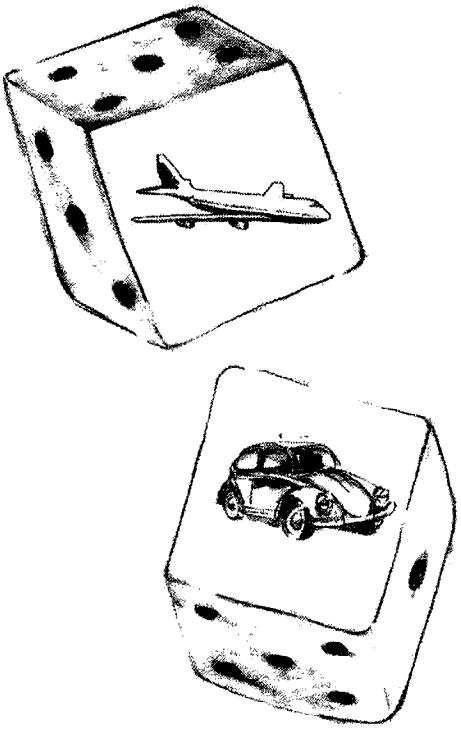
因此，人在一生中死于车祸的概率为

$$P_{\text{死于车祸}}=\frac{4\times10^{4}\text{车祸死亡人数/年}}{4\times10^{6}\text{死亡人口/年}}=0.01$$

即1%。因此，1%的人将死于车祸。（这是从出生开始计算的总可能性。但是由于读者你的年龄比那要略大一些，你死于车祸的可能性或多或少降低了。太好了！）

11.2 飞机的真相

在美国，乘大型客机平均每英里死亡的风险有多大？与驾车相比如何？



* *

提示 美国人每年飞行的总英里数是多少？

提示 我们一年乘多少次飞机？见第1章。

提示 每次飞行的距离有多远？

提示 大飞机坠毁的频率如何？

提示 每次飞机坠毁大约有多少人丧生？

答 我们需要估算出每年飞行的总英里数和死亡的总人数。在第1章中，我们曾经估计过美国人每年大约飞行7×10^8次。平均每次飞行的距离介于300 mi（这个距离更适合驾车）和3 000 mi（从纽约到洛杉矶的距离）之间，我们取几何平均值1 000 mi。因此，美国人飞行的总里程数为$d=7\times10^8$次$\times10^3$ mi/次$=7\times10^{11}$ mi，这是我们驾车行程的1/3。

大型客机并不是每年都会坠毁的。很好！坠毁的频率低于每年一次但高于每10年一次，我们取其几何平均数，估算为每3年一次（因为$3\approx\sqrt{1\times10}$）。一旦飞机坠毁，大约会有100人丧生，因此，大型客机坠毁会造成每年大约30人丧生。这意味着每英里死于大飞机坠毁的概率为

$$R=\frac{30\text{死亡人数/年}}{7\times10^{11}\text{mi/年}}=4\times10^{-11}\text{死亡人数/mi}$$

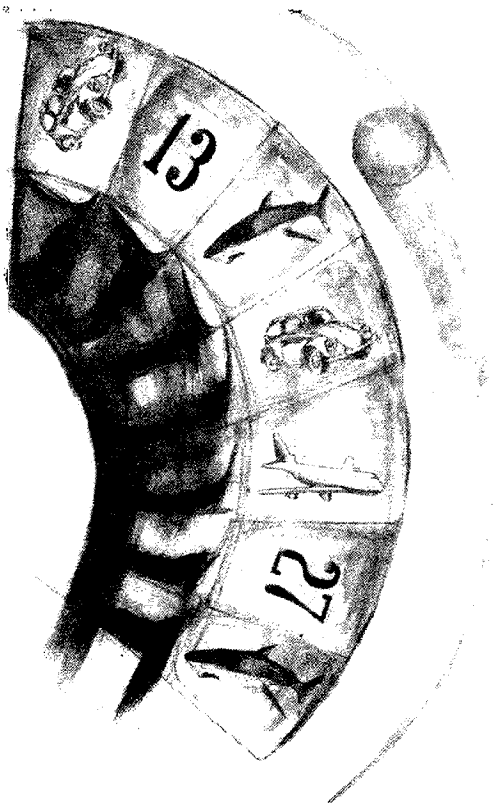
这几乎比驾车安全1 000倍！

注意，用每英里的死亡人数来表示飞机的安全系数有点误导，因为几乎所有的坠毁都发生在起飞或降落的时间。飞行3 000 mi的飞机和飞行300 mi的飞机坠毁的可能性几乎一样大。

这意味着有些飞行安全措施是带有误导性的。例如，如果在飞机上我们要求将婴儿安置于婴儿座上，这是在浪费生命。因为父母们需要为婴儿付婴儿座位的票钱，那将会使得乘坐飞机变得更昂贵。从而愿意乘坐飞机的家庭会减少，选择驾车的家庭会增多。由于驾车的危险性远远超过乘坐飞机，因此在飞机上使用婴儿座会导致更多的人丧生于车祸。

11.3 生命就像海滩

比较在海滩遭鲨鱼袭击致死与驾车前往海滩致死的风险。



提示 在美国每年有多少人被鲨鱼杀死？

提示 被鲨鱼袭击是极具新闻价值的，可以假设每一例都会在全国范围内报道。

提示 普通的夏日一般有多少人去海滩？

提示 夏季一般有多长时间？

提示 人们驾车去海边停多远？

提示 每美里有 2×10^{-8} 人丧生于车祸。

* * * \

答 鲨鱼袭击总会引起恐慌，且总是很有新闻价值。任何一个人被鲨鱼袭击致死总会成为全国新闻。我们每隔几年就会听到沙滩上有人丧命于鲨鱼袭击。这就意味着每年大约有一起灾祸发生（对人类来说，我们每年杀死的鲨鱼数量要多得多）。实际情况是，美国大约每半年发生一次此类袭击。

现在我们需要估计每年去海滩的人数。大约10%的美国人居住在离海岸不到20 mi的地方（当然在1%到100%之间）。其中每个夏日约有10%的人去海边。这意味着在7月份和8月份的任一天，约有$3\times10^8\times0.1\times0.1=3\times10^6$美国人在海滩上。因为7～8月份总共有60天，因此每年共有约$60\times3\times10^6=2\times10^8$的海滩游客。这个数字有点小，但也比较接近事实了，因为光是加利福尼亚每年就有10^8个海滩游客。[30]

每个海滩游客大约驾驶10 mi到达海滩（介于1mi到100mi之间）。因此，海滩游客的总车程大约是d=20 mi×2×10^8人=4×10^9 mi。这将导致如下的平均死亡人数：

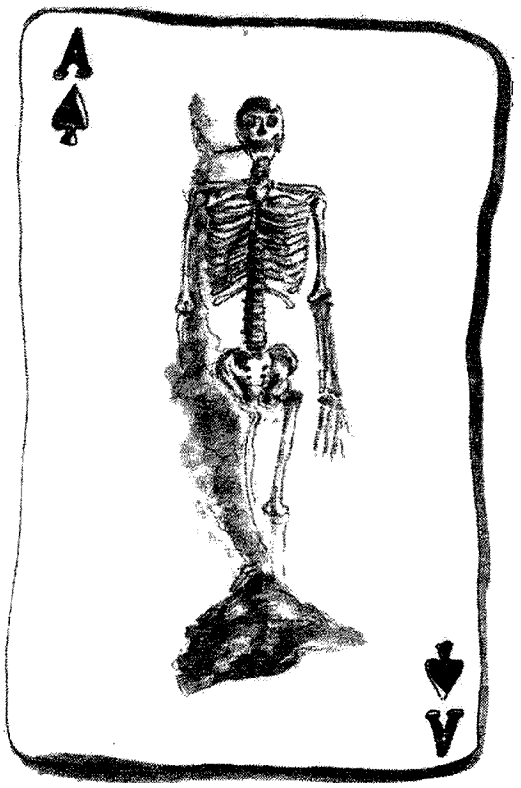
$$N_{死亡人数}=4\times10^9\ \text{mi}\times2\times10^{-8}\text{死亡人数/英里}=80$$

可见，驾车去海滩的危险程度大约比遭遇鲨鱼袭击高100倍。尽管如此，也许正因为如此，鲨鱼袭击才更受媒体和公众的关注。①

① 大家知道，交通事故可不是什么有意思的事情。

11.4 随烟消逝

老烟鬼平均每抽一根烟，寿命缩短多少？



* *

提示 老烟鬼抽多少烟？

提示 抽烟的人平均少活多少年？

答 我们需要估算出老烟鬼抽多少烟，以及他（她）会少活多少年。这里我们只考虑一般情况。也许你叔叔Joe抽起烟来像个大烟囱，直到97岁那年才在跳伞时被一个嫉妒的人枪杀了，但他还是很幸运。有些人很幸运，买彩票能够中大奖；但大多数博彩的人都是去送钱的。有些人虽然抽烟但活得也很长，但一般吸烟者都死得比较早。

吸烟致死的主因是肺癌和心脏病。这两种疾病都是慢性的，通常在50岁左右就开始发作。抽烟的人肯定会少活1年以上[①]、30年以下（因为吸烟从50岁左右才开始致命，而人类平均寿命不到80岁）。取1和30的几何平均值，吸烟者会比不吸烟的人少活5年。

如果你从18岁（可以合法买烟的年龄）开始吸烟，并一直吸到70岁死去的那一天，按每天1盒烟计算，你抽掉的烟约有

$$N = 50\text{年} \times 400\text{天/年} \times 20\text{支烟/天}$$
$$= 4\times10^5\text{支}$$

如果我们假设每支烟对死亡率的贡献是一样的，那么每支烟会导致你少活

$$t = \frac{5\text{年}}{4\times10^5\text{支}} = 10^{-5}\text{年} = 10^{-5}\text{年}\times\pi\times10^7\text{秒/年} = 300\text{秒} = 5\text{分钟}$$

也就是说，每支烟使你少活的时间跟抽这支烟所花的时间大致是一样的。

与实际情况比较一下[②]，《英国医学杂志》[31]刊登的一项研究发现，吸烟的人和不吸烟的人的平均寿命有6.5年的差别，并且吸烟者平均每天抽掉的香烟不到一盒。他们发现每支烟会使寿命减少11分钟。也许我们也应该早点出版的。

注意，前面对每支烟造成同等伤害的假设是无法证实的，可能也是无意义的。生物学系统通常都有一些阈值，低于这些阈值就无害。1 t的岩石能够把你碾碎，但最初的1 lb或1 kg岩石根本不会有什么不好的影响。类似地，吃两片退热静对你的头痛有好处，但吃一整瓶就能致死。

---

① 如果吸烟只会导致少活1年，我们就不需要大惊小怪地讨论吸烟了。

② 或者至少跟公开出版的研究结论比较一下。

第12章

未给出答案的问题

还有许许多多的问题可以提问和作答。看看我们周围的世界，应用一下你新获得的技能吧。下面是一组没有给出答案的问题，从这些问题开始吧。

(1) 清空洛克湖（或者伊利湖）需要用1 gal（约4 L）的桶装多少桶水？

(2) 美国人每年要抽掉多少烟？如果把这些烟首尾相连串起来，能延伸多远？

(3) 美国（或欧洲）有多少碟片租赁店？

(4) 此时有多少人正在用手机通话？

(5) 此时有多少人正在吃午饭？

(6) 人的头发的生长速度有多快（以m/s或mi/h为单位）？

(7) 全世界所有的海滩上一共有多少沙粒？

(8) 普通的（露天的）足球场上一般有多少草叶？

(9) 如果把美国一年销售出去的彩票堆起来，能堆多高？

(10) 美国人每年花在开车上的时间有多少？用小时、年和生命来表示你的结果。

(11) 你的自行车的平均速度是多少？把骑自行车的时间和赚钱养车的时间都算上。

(12) 如果把限速从65 mi/h降低到55 mi/h，美国能节省多少汽油？每节省1gal的汽油，需要多花几个小时开车？

(13) 汽车轮胎每年会在美国的公路上留下多少橡胶？（以kg为单位）

(14) 云层中大粒雨滴的重力势能有多大？

(15) 你开车高速撞上了高速公路上的障碍物（大型障碍物里面填充的是沙子）。你停下来的过程中，作用在你身上的力有多大？（假定你系着安全带，并且安全气囊适时地展开了。）

(16) 如果美国人把100年的所有垃圾都堆到第3章的垃圾填埋场，这些垃圾的重力势能有多大？

(17) 步枪子弹的动能有多大？

(18) 当棒球的接球手接到快掷的球时，他作用在球上的力有多大？

(19) 吃1kg的巧克力片饼干会释放多大的能量？

(20) 在现在这个时刻，美国（或欧洲）道路上所有交通工具的总动

能有多大?

(21) 如果从30层的建筑物顶上往下丢落一只水球，它触地时速度有多大?

(22) 人在天气炎热（T=98.6°F=37°C）时会出多少汗？以L/天为单位给出答案。(假设你摄取的能量只能通过出汗消耗掉。水蒸发时需要吸收约1 000 J/g的热量。)

(23) 人的一生通常需要消耗多少食物（以kg为单位）？与人自身的质量相比如何?

(24) 月球绕地球旋转时的动能有多大?

(25) ^{235}U的能量密度有多大？（以J/kg为单位）

(26) 如果每个美国人都改驾驶电动汽车，我们就可以使用更多的电能了。要提供这么多的电能，需要多少个1 GW的发电站?

(27) 太阳中每年有多少吨的氢转化为氦?

(28) 在太阳100亿年的寿命中，它的质量中有多大的比例被转化为能量？（假设太阳的输出功率在生命周期内是相对不变的。）

(29) 美国（或欧洲）有多少英里的路?

(30) 每个人每年向大气中呼出多少CO_2（以kg为单位）？所有人加起来呢?

(31) 大气在你身体外侧施加的力有多大?

(32) 要升起你的小汽车，需要多大的氦气球（以km^{3}为单位）？氦的密度约是空气密度的1/10。

(33) 吃一顿高脂肪的饭平均会使你的寿命减少多少?

附录 A

需要用到的数和公式

从很少的一点知识就能获得很多结论确实很神奇，但不管怎么说那一点知识还是很必要的。我们不认为多记一些东西是有害的。下面是本书用到的一些重要的数和公式。

A.1 有用的数

美国人口（2006年）$\approx 3 \times 10^8$

世界人口（2006年）$\approx 6 \times 10^9$

每摩尔物质所包含的微粒个数（阿伏伽德罗常数）$= 6 \times 10^{23}$

电子伏特/焦耳（eV/J）$= 6 \times 10^{18}$

1 m/s ≈ 2 mi/h

1年 $\approx \pi \times 10^7$ s

原子的大小 $\approx 10^{-10}$ m

地球半径 $\approx 6 \times 10^6$ m

地球到太阳的距离 $\approx 1.5 \times 10^{11}$ m

1食物卡路里 $\approx 4\times 10^3$ J

化学反应的能量= 1.5e V

1摩尔碳的质量=12 g

地球表面的重力加速度g=10 m/s^2

A.2　常用公式

势能$PE = mgh$

质量=体积×密度

动能$KE = mv^2/2$

功=力×距离

功=动能的改变量

能量=功率（W）×时间（s）

A.3　公制前缀

大　小	前　缀	简　写
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n

附录 B

尺寸对照表

长度（单位：m）	物　体
10^{11}	地球到太阳的距离（约1.5×10^{11}m）
10^{7} (10^{4} km)	地球的直径（约8 000mi，或1.3×10^{4}km）
10^{6} (10^{3} km)	新奥尔良到底特律的距离（约1 600km）
10^{5} (10^{2} km)	密歇根湖（长度）
10^{4} (10 km)	珠穆朗玛峰（高度）
10^{3} (1 km, 0.6 mi)	乔治华盛顿大桥
10^{2}	足球场（长度）
10^{1}	网球场
10^{0}	高个子男人的步幅
10^{-1} (10 cm)	人的手（宽度）
10^{-2} (1 cm)	方糖
10^{-3} (1 mm)	硬币（厚度）
10^{-4}	人的头发（厚度）
10^{-5}	人的细胞（直径）
10^{-6} (1 μm)	肥皂泡膜（厚度）
10^{-9} (1 nm)	小分子
10^{-10}	原子

面积（单位：m^2）	常见物体
10^{14}	地球的陆地面积
10^{12}	埃及、德克萨斯州

（续）

面积（单位：m^2）	常见物体
10^{11}	纽约州、冰岛
10^9	洛杉矶、弗吉尼亚滩
10^8	曼哈顿
10^6 (1 km^2)	伦敦市
10^4	足球场
10^2	排球场
10^0	小办公桌
10^{-4} (1 cm^2)	方糖（一个面的面积）
10^{-6} (1 mm^2)	钉头
10^{-8}	电脑显示器的像素

体积（单位：kg/m^3）	项
10^{18}	中子星、原子核
10^9	白矮星
10^4	铅、铁
10^3 (1 t/m^3, 1 kg/L, 1 g/cm^3)	水、人体
10^0	地球海平面的大气

质量（单位：kg）	物　体
10^{30}	太阳
10^{27}	木星
10^{21}	地球
10^{18}	地球上的海洋
10^{15}	地球的大气（估值）
10^{12}	2001年全球石油产量
10^{11}	全世界人口的总质量
10^{10}	吉萨金字塔
10^9	太阳每秒钟转换为能量的质量
10^8	航空母舰
10^7	泰坦尼克号

（续）

质量（单位：kg）	物　体
10^6	航天飞机的发射质量
10^5	最大的动物——蓝鲸
10^4	大象
10^3 (1 t)	小汽车
10^2	狮子、体型较大的人
10^1	微波炉、体型较大的猫
10^0	1升或1夸脱水
10^{-1}	人类的肾、苹果、大老鼠
10^{-2}	致命剂量的咖啡因、成年老鼠、大硬币
10^{-3} (1 g)	方糖
10^{-4}	一杯咖啡中的咖啡因
10^{-6} (1 mg)	蚊子
10^{-7}	致命剂量的蓖麻毒素
10^{-9} (1 μg)	中等大小的沙粒
10^{-12} (1 ng)	人类的细胞
10^{-27}	中子、质子、氢原子
10^{-30}	电子

参考文献

[1] A. Asaravala. Landing a job can be puzzling. *Wired.com*, June 2003. http://www.wired.com/news/culture/0,1284,59366,00.html.

[2] J. Kador. *How to Ace the Brain Teaser Interview*. McGraw-Hill, New York City, 2004. http://www.jkador.com/brainteaser/

[3] W. Poundstone. *How Would You Move Mount Fuji*? Little, Brown, New York, 2003.

[4] C. Swartz. First, the answer. *The Physics Teacher* 33:488, 1995.

[5] P. Morrison. Fermi questions. *American Journal of Physics*, 31:626, 1963.

[6] T. Isenhour. Private communication. Originally attributed to H. Jeffries.

[7] G. Lucier and B.-H. Lin. Americans relish cucumbers. *Agricultural Outlook*, page 9, 2000. www.ers.usda.gov/ publications/agoutlook/dec2000/ao277d.pdf

[8] T. L. Isenhour and L. G. Pedersen. *Passing Freshman Chemistry*. Harcourt Brace Jovanovich, New York, 1981.

[9] Basic facts: municipal solid waste (US). Technical report, US Environmental Protection Agency, Washington, DC, 2006. http://www.epa.gov/msw/facts.htm

[10] P. Jillette and Teller. Recycling. *Bullsh*t*! 2004.

[11] Stanford Comprehensive Cancer Center. Stanford bmt body surface area calculator, 2006. http://bmt.stanford.edu/calculators/bsa.html

[12] *McGraw-Hill Encyclopedia of Science & Technology*. McGraw-Hill Professional, New York, 2004.

[13] G. Elert. The physics hypertextbook, 2006. http://hypertextbook.com/facts/1998/ StevenChen.shtml

[14] N. Juster. *The Phantom Tollbooth*. Knopf, New York, 1961.

[15] G. Elert. The physics hypertextbook, 2006. http://hypertextbook.com/physics/matter/energychemical/

[16] I. Buchmann. *Batteries in a Portable World.* CadexElectronics, Richmond, BC, Canada, 2001. http://www.batteryuniversity.com/index.htm

[17] L. Brown. *Plan B: Rescuing a Planet Under Stress and a Civilization in Trouble.* W.W. Norton, New York, 2003. http://www, earth- policy. org/Books/PB/PBch8_ss4.htm

[18] M. S. Matthews T. Gehrels, and A. M. Schumann, editors. *Hazards Due to Comets and Asteroids.* University of Arizona Press, Tucson, AZ, 1994. http://seds.lpl.arizona.edu/nineplanets/nineplanets/meteorites.html

[19] International energy outlook 2006. Technical Report DOE/EIA-0484(2006), DOE Energy Information Administration, Washington, DC, 2006. http://www.eia.doe.gov/oiaf/ieo/world.html

[20] W. Thomson. On the age of the sun's heat. *Macmillan's Magazine* 5:288, 1862. Reprinted in *Popular Lectures and Addresses*, vol. 1, by Sir William Thomson. Macmillan, London, 1891.

[21] Sea level and climate. Technical Report Fact Sheet 002-00, US Geological Survey, Washington, DC, 2000. http://pubs.usgs.gov/fs/fs2-00/

[22] *The World Factbook 2006.* Central Intelligence Agency, Office of Public Affairs, Washington, DC, 2006. https://www.cia.gov/cia/publications/factbook/index.html

[23] Danish Wind Industry Association. Wind turbine power calculator. http://www.windpower.org/en/tour/wres/pow/index.htm

[24] C. D. Elvidge et al. U.S. constructed area approaches the size of Ohio. *Eos, Trans.* AGU 85:233, 2004. http://www.agu. org/pubs/crossref/2004/2004EO240001.shtml

[25] G. Grimvall. Socrates, Fermi, and the second law of thermodynamics. *American Journal of Physics*, 72:1145, 2004.

[26] Emissions of greenhouse gases in the United States 2004. Technical Report DOE/EIA-0573(2004), DOE Energy Information Administration, Washington, DC, 2005. http://www.eia.doe.gov/oiaf/1605/ggrpt/carbon.html

[27] D. L. Klass. Biomass for renewable energy and fuels. In *Encyclopedia of Energy.* Elsevier, Amsterdam, 2004. www.beral.org/cyclopediaofEnergy.pdf

[28] R.A. Houghton. Aboveground forest biomass and the global carbon balance. *Global Change Biology* 11:945, 2005. www.whrc.org/resources/published_literature/pdf/HoughtonGCB.05.pdf

[29] W. Ruddiman. *Plows, Plagues and Petroleum.* Princeton University Press, Princeton, NJ, 2005.

[30] G. H. Burgess. California beach attendance, surf rescues, and shark attacks 1990—2000. International Shark Attack File, 2005. http://www.flmnh.ufl.edu/fish/Sharks/statistics/CAbeachattacks.htm

[31] M. Shaw, R. Mitchell, and D. Dorling. Time for a smoke? One cigarette reduces your life by 11 minutes. *British Medical Journal* 320:53, 2000. http://bmj.bmjjournals.com/cgi/content/full/320/7226/53

Guesstimation

Solving the World's Problems on the Back of a Cocktail Napkin

这也能想到？

巧妙解答无厘头问题

两位作者向我们展示了各种各样有趣而耐人寻味的“费米问题”，让人眼界大开。这本书深深地吸引了我。

——《纽约时报》

本书是一本训练左脑的书，它帮助我们回答当今求职面试过程中所提出的各种估算问题。

——《商业周刊》

如果有人问你：人体细胞数量与天空繁星数量比哪个多？1摩尔猫的质量有多大？每天有多少人经过我们的领空？面对这些无厘头问题，你恐怕会手足无措，毫无头绪。让我来告诉你怎样开启估算的魔力，巧妙解答这些问题。

不管你是好学上进的应聘者，还是对开拓思路很有兴趣的“小博士”，这本书都能投你所好，提高你的分析、思考和快速估算的能力。书中提供的分析思路很有创意，定能让你跳出思维的局限，学到其他书中没有讲到的诀窍。

ISBN 978-7-115-23212-0

9 787115 232120 >

ISBN 978-7-115-23212-0

定价：25.00元

图灵网站：www.turingbook.com　热线：(010)51095186

反馈/投稿/推荐信箱：contact@turingbook.com

有奖勘误：debug@turingbook.com

分类建议　科普读物/物理

人民邮电出版社网址：www.ptpress.com.cn