

Transferência de frequência em modelos de neurônios de disparo

Felipe Lucas Gewers

[⟨felipe.gewers@usp.br⟩](mailto:felipe.gewers@usp.br)

Instituto de Física de São Carlos
Universidade de São Paulo

25/02/2019

Sumário

- 1 Introdução
- 2 O Neurônio
 - Classificação Neuronal com Base no Padrão de Disparo
- 3 Transferência de Frequência e Modelos de Neuronios
- 4 Transferência de Frequência do Neurônio Integra-e-Dispara
 - O Modelo Integra-e-Dispara com Escoamento
 - Função de Ganho do Neurônio Integra-e-Dispara
 - Transferência Estacionaria do Neurônio Integra-e-Dispara
 - Transferência Dinâmica do Neurônio Integra-e-Dispara
- 5 Transferência de Frequência do Neurônio de Izhikevich
 - O Modelo de Izhikevich
 - Função de Ganho do Neurônio de Izhikevich
 - Transferência Estacionaria do Neurônio de Izhikevich
 - Comparação de Modelos de Sinapses
- 6 Conclusão



Introdução

Introdução

- Todas as faculdades mentais do ser humano são intrinsecamente relacionadas com o sistema nervoso.
- Nas últimas décadas foi realizado um grande progresso no entendimento do sistema nervoso.
- Isto devido em parte ao amplo número de abordagens diferentes utilizadas.
- Modelos matemáticos que se propõem a reproduzir as características de neurônios e populações neuronais.
- Alta correlação entre a frequência de disparos de neurônios e respostas motoras e sensoriais associadas.
- Principalmente para estímulos longos e constantes.

Objetivos

- O objetivo do trabalho apresentado é obter e caracterizar a transferência de frequência através de modelos de neurônios de disparo, mais especificamente:
 - Modelo de neurônio integra-e-dispara com escoamento.
 - Modelo de neurônio de Izhikevich.
- Associar as relações de frequências com os principais parâmetros dos modelos utilizados.
 - Evidenciar a dependência das transferências de frequência com os parâmetros do modelo.
 - Investigar e delimitar regiões no espaço dos parâmetros de acordo com o comportamento dinâmico.
 - Estudar transição de um regime dinâmico para outro.



Motivação

- Útil por fornecer resumidamente, o modo de operação do neurônio em termos de sua frequência de disparos.
- Validação dos modelos neuronais, através da comparação dos resultados obtidos com os equivalentes biológicos.
- Formulação de uma metodologia baseada somente em codificação por frequência média de disparos.
- Simulação de experimentos neuronais que utilizam do conceito de frequência média.



O Neurônio

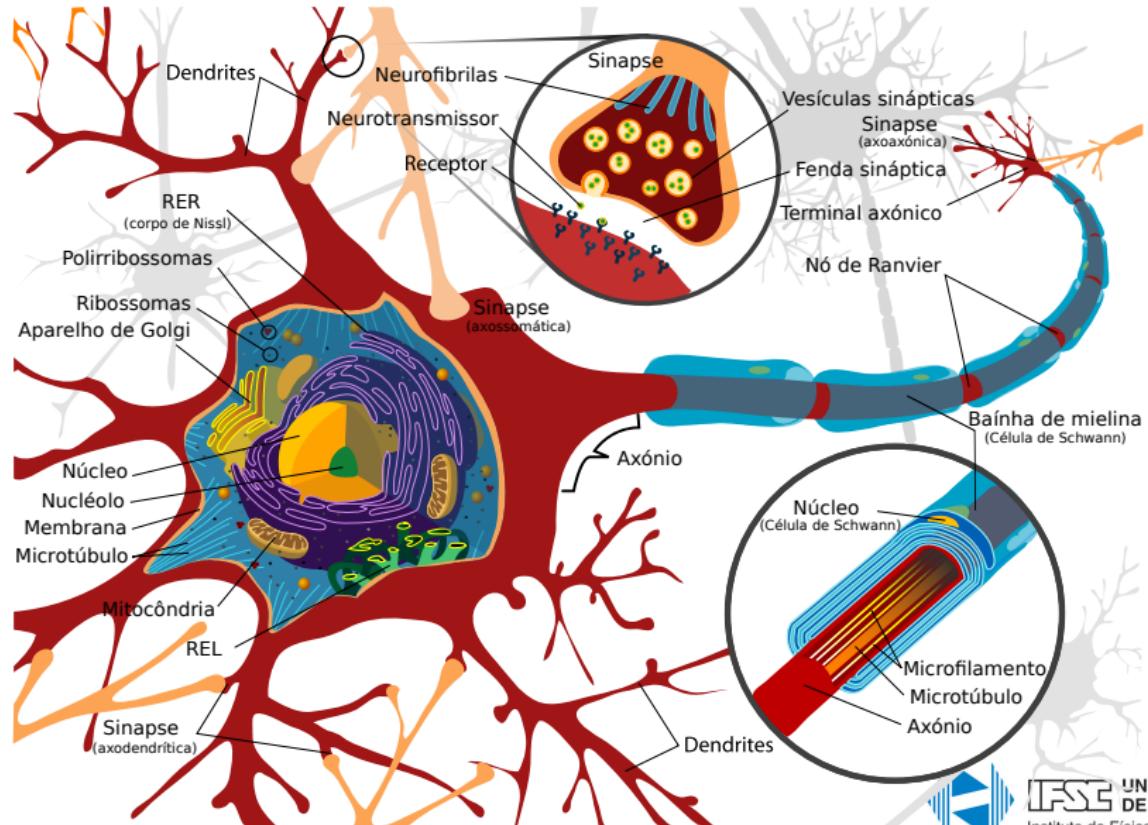


O Neurônio

- Os neurônios são as unidades básicas do processamento nervoso.
- O neurônio típico é normalmente dividido em três partes:
 - Soma.
 - Axônio.
 - Dendritos.
- A variação do potencial da membrana que é utilizada como sinalização, com o potencial de repouso sendo a linha de base desses sinais.
- O processamento de informação de um neurônio pode ser dividido em quatro etapas sequenciais:
 - Recepção.
 - Integração.
 - Sinalização.
 - Secreção.



Morfologia do Neurônio Típico



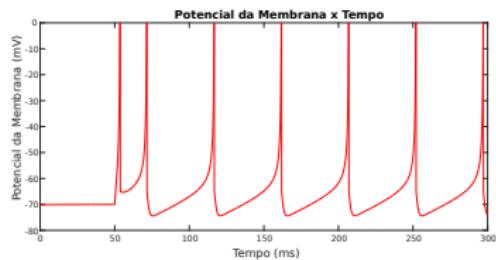
Classificação Neuronal com Base no Padrão de Disparo

- Neurônios podem ser classificados de acordo com o seu padrão de disparo a certos estímulos.
- Em relação a resposta a degrau de corrente contínua, as principais categorias de neurônios neocorticais são:
 - Neurônio de disparo regular (RS)
 - Neurônio de bursting intrínseco (BI)
 - Neurônio de chattering (CH)
 - Neurônio de disparo rápido (FS)
 - Neurônio de disparo a baixo limiar (LTS)
 - Neurônio talamo-cortical (TC)

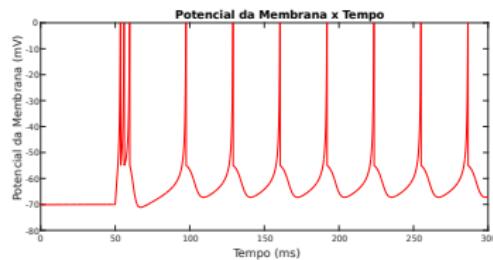


Classificação Neuronal com Base no Padrão de Disparo

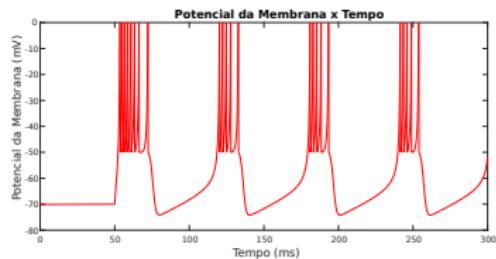
Neurônio de Disparo Regular



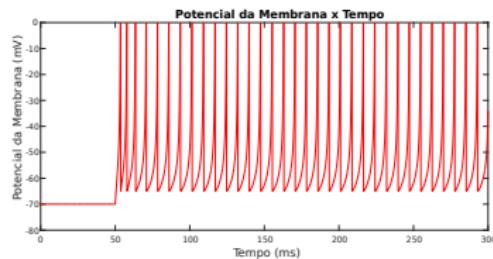
Neurônio de Bursting Intrínseco



Neurônio de Chattering

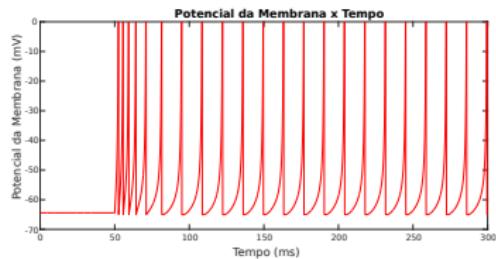


Neurônio de Disparo Rápido

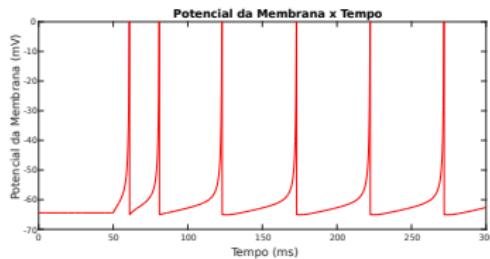


Classificação Neuronal com Base no Padrão de Disparo

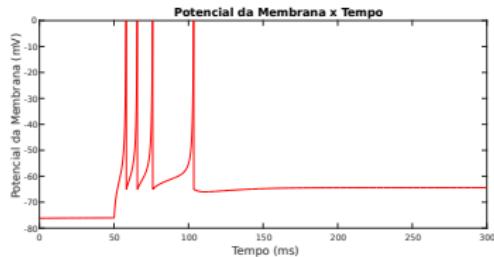
Neurônio de Disparo a Baixo Limiar



Neurônio Cortical do Talamo



Neurônio Cortical do Talamo



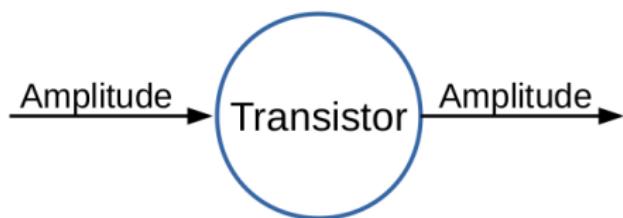
Transferência de Frequênciā e Modelos de Neuronios

Transferência de Frequêcia

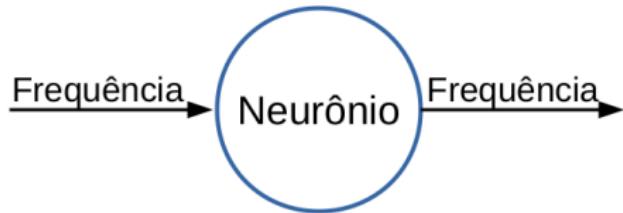
- Frequêcia dos disparos de um neurônio corresponde a um importante aspecto da transmissão e processamento da informação em redes neuronais.
- O principal objetivo do trabalho é caracterizar a transferêcia de frequêcia por um único neurônio.

Transferência de Frequênci

Função de Transferênci



Transferênci de Frequênci



Transferência de Frequêcia

- Neste trabalho é investigado a transferência de frequêcia utilizando principalmente três diferentes conceitos:
 - Função de ganho.
 - Transferêcia de frequêcia estacionaria.
 - Transferêcia de frequêcia dinâmica.
- A forma de calculo da frequêcia instantânea foi definida com base na frequêcia media de disparos:

$$\nu(t) = \frac{n_{sn}(t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (1)$$

Modelos de Neurônio

- O neurônio é o elemento básico de processamento do sistema nervoso.
- Modelos matemáticos da atividade eletroquímica de um único neurônio.
- Podem ser divididos normalmente em:
 - Modelos de neurônio baseados em condutância.
 - Modelos de neurônio de disparo.
- Foram utilizados os modelos de neurônios de disparo:
 - Modelo de neurônio integra-e-dispara com escoamento.
 - Modelo de neurônio de Izhikevich.

Transferência de Frequênciā do Neurônio Integra-e-Dispara

Modelo de Neurônio Integra-e-Dispara com Escoamento

- Modelo de neurônio de disparo bastante simples, e provavelmente o mais conhecido.
- Redes de neurônios integra-e-dispara são ferramentas para o estudo das funções cerebrais já muito bem estabelecidas.
- Descrevendo um amplo espectro de dinâmicas e funções corticais como:
 - Estados up-down.
 - Estados síncronos e assíncronos autossustentados.
 - Memória de trabalho.
 - Tomada de decisão.
 - Atenção.
 - Ritmogênese.
 - Etc...

Modelo de Neurônio Integra-e-Dispara com Escoamento

- O estado do neurônio é determinado apenas pelo seu potencial da membrana.
- Quando despolarizado o potencial da membrana decai exponencialmente até o valor de repouso.
- Potencial de ação não é reproduzido explicitamente.
- O potencial da membrana é descrito por:

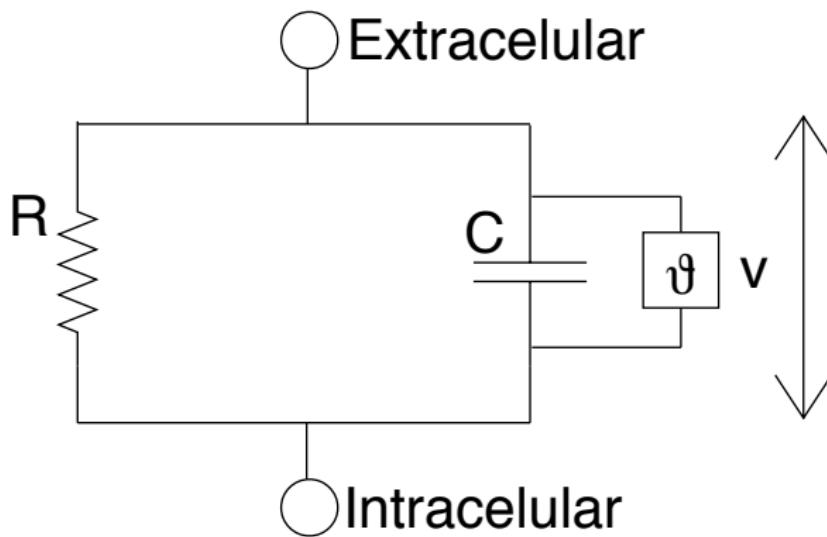
$$\tau_m \frac{dv(t)}{dt} = v_r + RI(t) - v(t) \quad (2)$$

- Com o critério de disparo:

$$t^{(f)} : \quad v(t^{(f)}) = \vartheta \quad (3)$$

Modelo de Neurônio Integra-e-Dispara com Escoamento

- Circuito equivalente:



Modelo de Neurônio Integra-e-Dispara com Escoamento

- Após o disparo $v(t)$ é imediatamente alterado para o valor do potencial de restabelecimento v_{as} :

$$\lim_{t \rightarrow t^{(f)}^+} = v_{as} \quad (4)$$

- Pode-se estabelecer um período refratário absoluto τ_{abs} , de modo que:

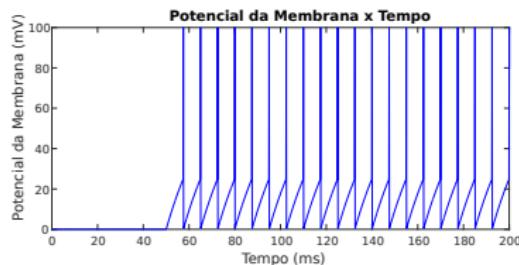
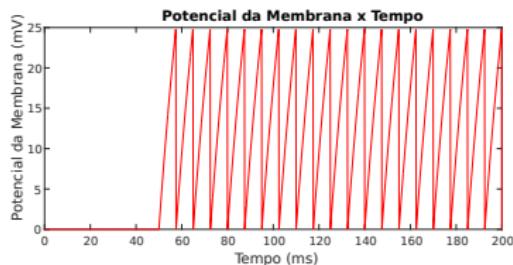
$$v(t + t^{(f)}) = v_{as}, \quad 0 \leq t \leq \tau_{abs} \quad (5)$$

- Devido ao modelo não possuir memória além do último disparo, não é possível reproduzir adaptação e bursts.



Modelo de Neurônio Integra-e-Dispara com Escoamento

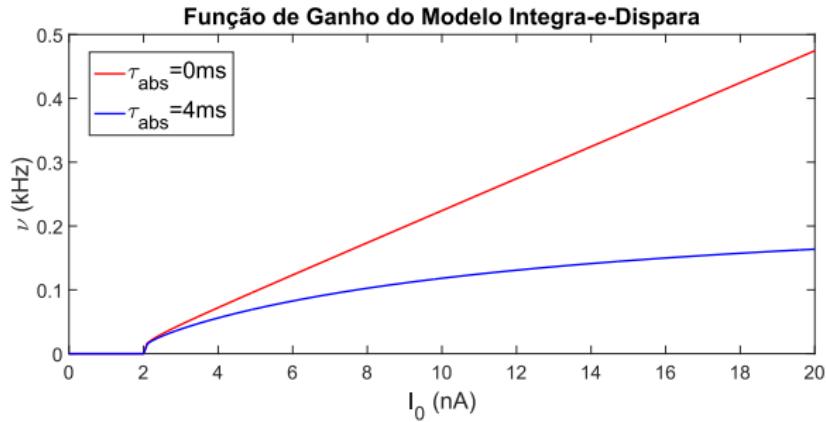
- Evolução do potencial da membrana em escala de potencial de repouso zero. Com potencial de restabelecimento e período refratário absoluto nulos.



Função de Ganho LIF

- A função de ganho do neurônio integra-e-dispara é dada por:

$$\nu(I_0) = \left[\tau_{abs} + \tau_m \ln \left(\frac{RI_0 - v_{as}}{RI_0 - \vartheta} \right) \right]^{-1} \quad (6)$$



Transferência de Frequência do Neurônio Integra-e-Dispara

- Será utilizado um neurônio integra-e-dispara:
 - Com período refratário absoluto nulo $\tau_{abs} = 0ms$.
 - Uma entrada sináptica excitatória de correntes pós-sinápticas deltas de Dirac.
 - Entrada sináptica não depende do potencial da membrana.
- Essas condições são uma boa aproximação de:
 - Um neurônio cortical disparo rápido.
 - Estimulado por um único trem de spikes espaçado.
 - Correntes pós-sinápticas AMPA.
- Com isso o trem de spikes que estimula o neurônio:

$$I(t) = C \sum_a \alpha_E \delta(t - t^{(a)}) \quad (7)$$

Transferência de Frequênciia Estacionaria LIF

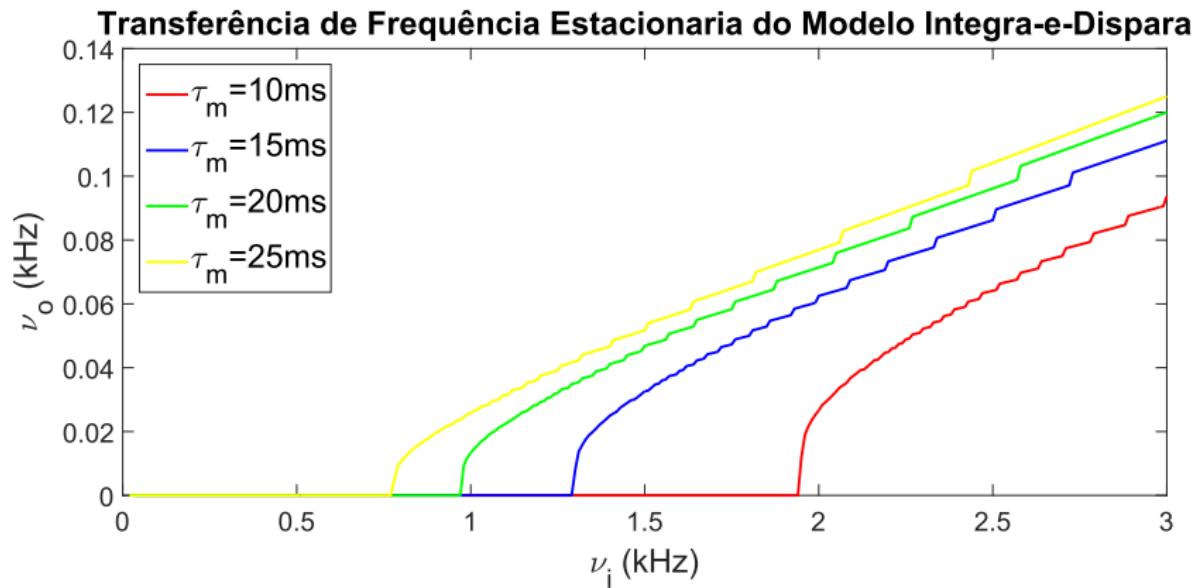
- A função de transferência estacionaria do neurônio integra-e-dispara é dada por:

$$\nu_o(\nu_i) = \frac{\nu_i}{N(\nu_i)} \quad (8)$$

$$N = \text{ceil} \left\{ \frac{P - \tau_m \ln \left[-\frac{\left(1 - \exp \frac{P}{\tau_m}\right) \left(-\frac{\alpha_E \exp \frac{P}{\tau_m}}{1 - \exp \frac{P}{\tau_m}} - \vartheta \right)}{\alpha_E} \right]}{P} \right\} \quad (9)$$

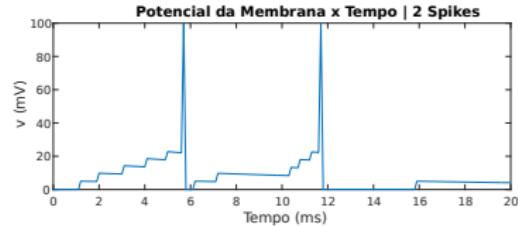
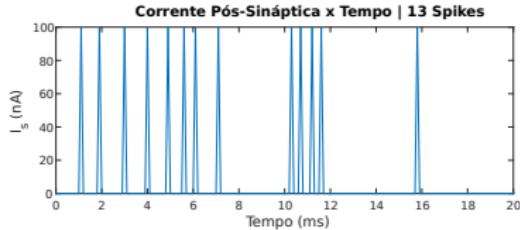
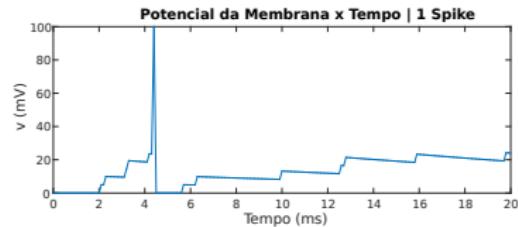
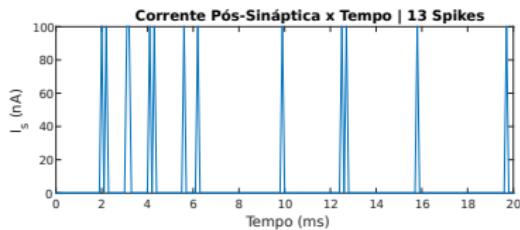


Transferência de Frequêcia Estacionaria LIF



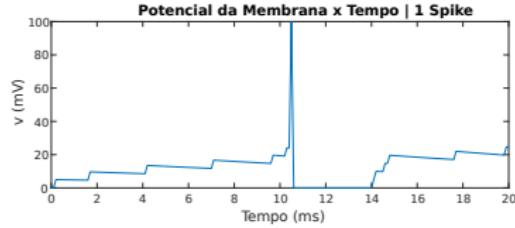
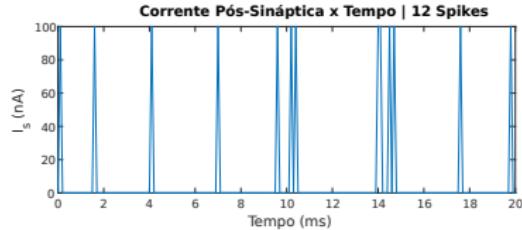
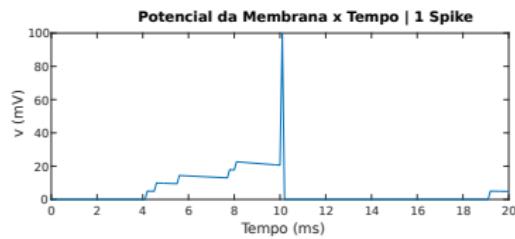
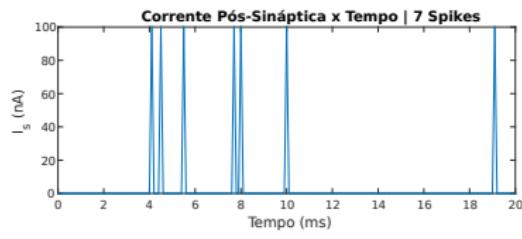
Transferência de Frequência Dinâmica LIF

- Não é possível obter uma função que associe a frequência instantânea de saída a de entrada do neurônio.
- Considerando uma janela de frequência $\Delta t = 20ms$, mesma frequência de entrada podem gerar diferentes saídas:



Transferência de Frequência Dinâmica LIF

- Diferentes frequências de entrada podem gerar saídas com mesma frequência:



Transferência de Frequência Dinâmica LIF

- Para obter a transferência de frequência dinâmica foram utilizadas simulações numéricas.
- A equação utilizada para o potencial da membrana foi:

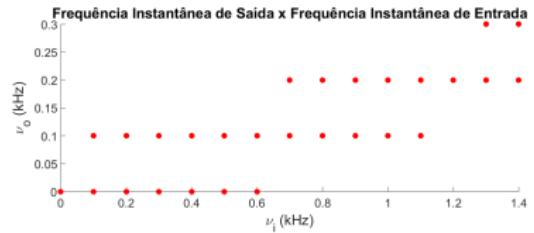
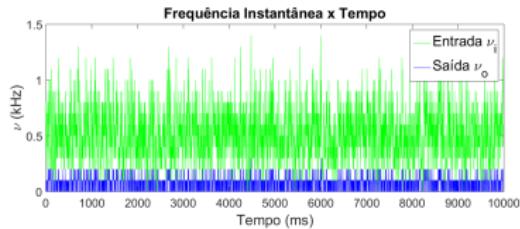
$$v(t) = v_r + \alpha_E \sum_a \exp\left(-\frac{t - t^{(a)}}{\tau_m}\right) \Theta(t - t^{(a)}) \quad (10)$$

- Limiar crítico $\vartheta = 25mV$.
- Tempo de execução $t = 10000ms$, com $dt = 0.1ms$.
- Estímulo é um trem de spikes aleatório, utilizando Poisson homogêneo.
- A amplitude do potencial pós-sináptico excitatório α_E e a constante de tempo da membrana τ_m são os principais parâmetros livres.

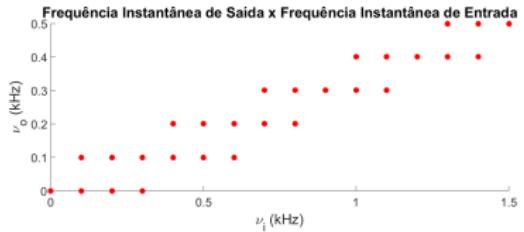
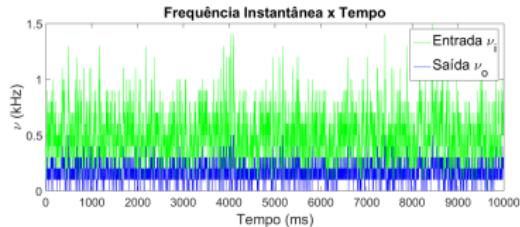


Transferência de Frequênciâ Dinâmica LIF

$$\alpha_E = 5mV / \tau_m = 20ms$$

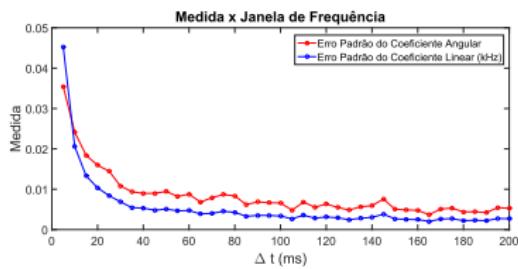
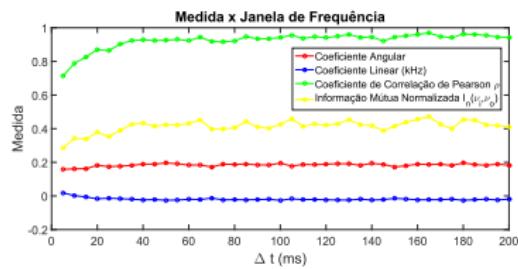


$$\alpha_E = 10mV / \tau_m = 20ms$$



Transferência de Frequêcia Dinâmica LIF

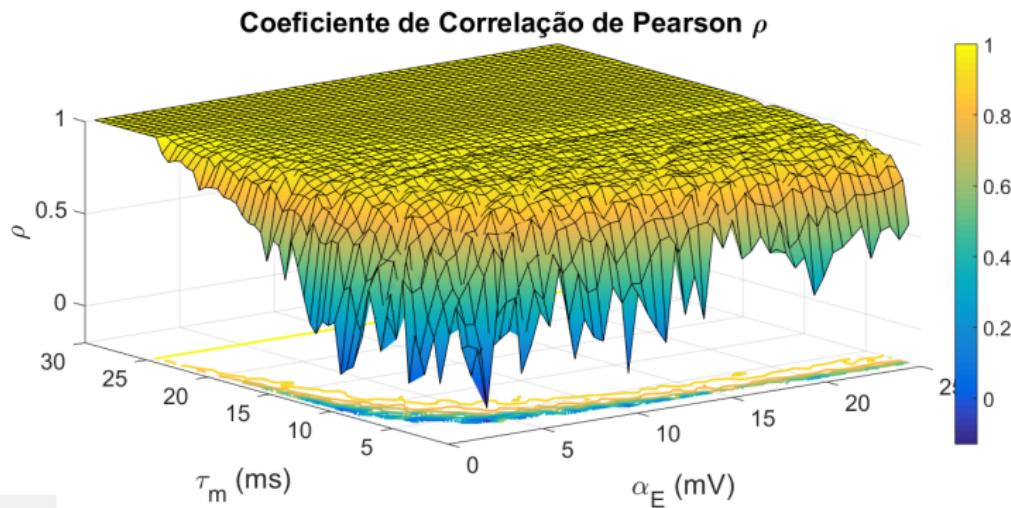
- A transferência de frequêcia dinâmica é caracterizada de acordo com sua linearidade.
- Foi definido $\Delta t = 80ms$ por se mostrar estar em uma região estável:



- A maneira como a frequêcia foi definida implica que ela assume apenas valores discretos.
- A possibilidade de uma combinação particular de frequêcia instantânea de entrada e saída existir depende apenas da dinâmica do modelo e seus parâmetros.

Transferência de Frequênciâ Dinâmica LIF

- Para quantificar a linearidade da frequênciâ dinâmica, foi obtido o coeficiente de Pearson:



Transferência de Frequênci a Dinâmica LIF

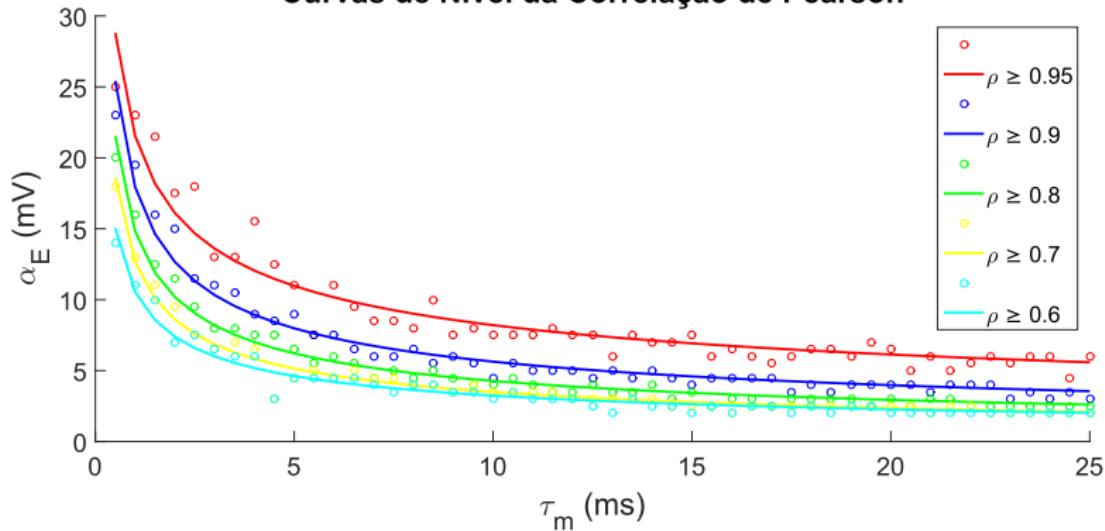
- Coeficiente de Pearson é crescente com α_E e τ_m .
- Pode-se dividir o espaço de parâmetros (α_E, τ_m) de acordo com a linearidade.
- Foi utilizado o método dos mínimos quadrados com a função modelo:

$$y = \varphi_1 x^{-\varphi_2} \quad (11)$$



Transferência de Frequênciâ Dinâmica LIF

Curvas de Nível da Correlação de Pearson



Transferência de Frequênciâ Dinâmica LIF

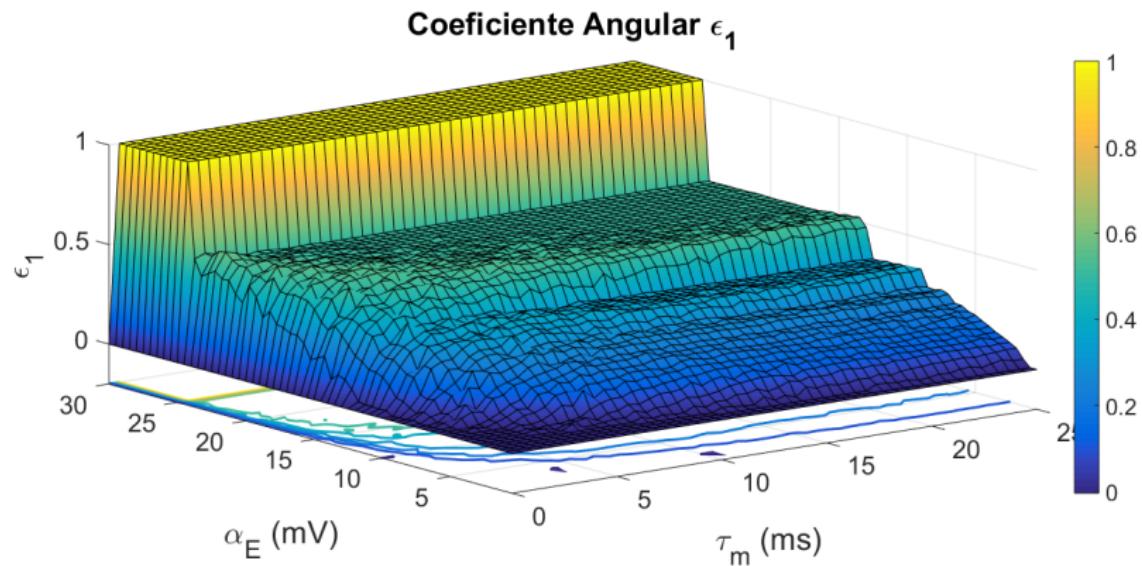
- Resta saber os parâmetros da reta que melhor aproxima a transferência de frequênciâ dinâmica.
- Utilizando o método dos mínimos quadrados, com a função modelo linear:

$$y = \epsilon_1 x + \epsilon_2 \quad (12)$$

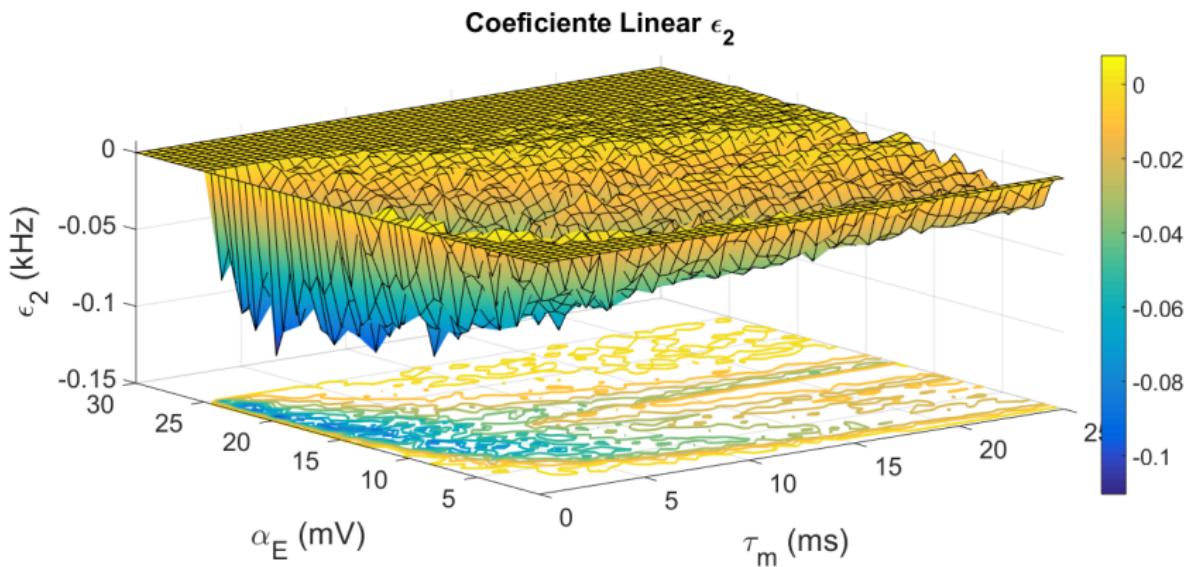
- Foram obtidos os coeficientes de ajuste ϵ_1 e ϵ_2 para diversos valores dos parâmetros α_E e τ_m .



Transferência de Frequênciâ Dinâmica LIF

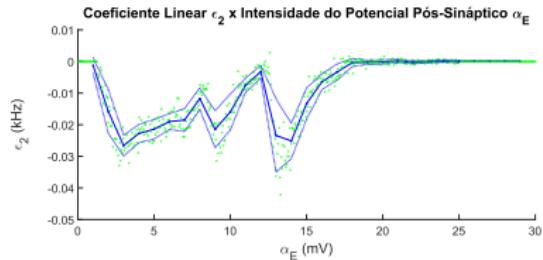
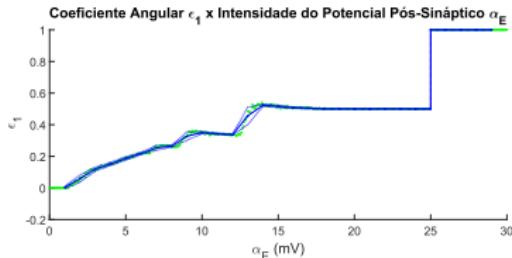


Transferência de Frequênciâ Dinâmica LIF



Transferência de Frequênciâ Dinâmica LIF

- Medidas realizadas variam apenas para pequenos valores de τ_m .
- Fixando $\tau_m = 20ms$:



- Coeficiente angular ϵ_1 possui uma dispersão pequena, e um comportamento característico de platôs.
- Coeficiente linear ϵ_2 possui uma grande dispersão e variação, valores na faixa de $1/\Delta t$.



Transferência de Frequênciа do Neurônio de Izhikevich

Modelo de Neurônio de Izhikevich

- Proposto em 2003 por Eugene M. Izhikevich.
- Possui maior realismo biológico do que o modelo integra-e-dispara, sendo capaz de simular diversos tipos de neurônios corticais com alta precisão e eficiência computacional.
- É capaz de reproduzir praticamente todos os resultados encontrados utilizando o modelo integra-e-dispara.
- Potencial de repouso e limiar crítico não são parâmetros diretos do modelo.

Modelo de Neurônio de Izhikevich

- O modelo é dado por um sistema de equações diferenciais ordinárias de duas dimensões:

$$\frac{dv(t)}{dt} = 0.04v(t)^2 + 5v(t) + 140 - u(t) + I(t) \quad (13)$$

$$\frac{du(t)}{dt} = a(bv(t) - u(t)) \quad (14)$$

- Com a relação auxiliar pós disparo:

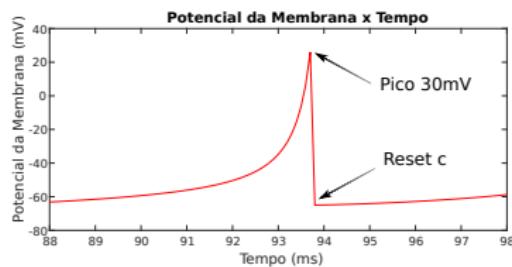
$$\text{Se } v(t) \geq 30mV, \text{ então } \begin{cases} v(t) \leftarrow c \\ u(t) \leftarrow u(t) + d \end{cases} \quad (15)$$



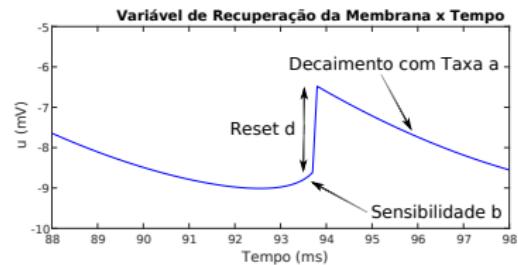
Modelo de Neurônio de Izhikevich

- Relação ilustrativa dos parâmetros:

(a)



(b)



Modelo de Neurônio de Izhikevich

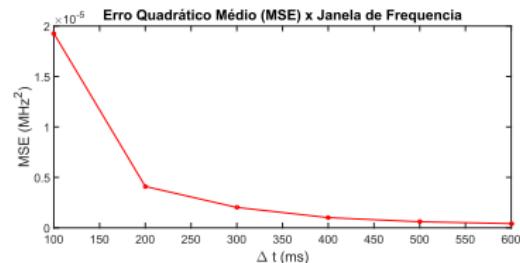
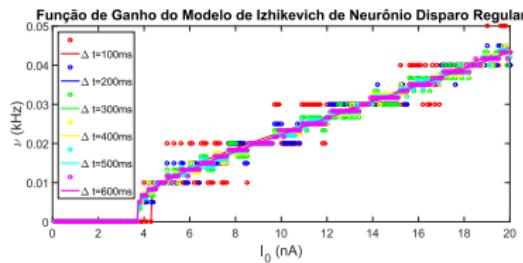
- Dependendo da escolha dos valores para os parâmetros, diversos padrões de disparos podem ser obtidos.

Tipo de Neurônios	a	b	c	d
Disparo Regular (RS)	0.02	0.2	-65	8
Bursting Intrínseco (IB)	0.02	0.2	-55	4
Chattering (CH)	0.02	0.2	-50	2
Disparo Rápido (FS)	0.1	0.2	-65	2
Disparo a Baixo Limiar (LTS)	0.02	0.25	-65	2
Neuronio Talamo-Cortical (TC)	0.02	0.25	-65	0.02

Fonte: (IZHIKEVICH, 2003)

Função de Ganho Izhikevich

- Memória além do último disparo dificulta obtenção analítica.
- Foi utilizado simulações computacionais.
- Foi definido $\Delta t = 400ms$ por ser uma região estável e consistente:



- Tempo de execução $t = 5000ms$, com $dt = 0.1ms$.

Função de Ganho Izhikevich

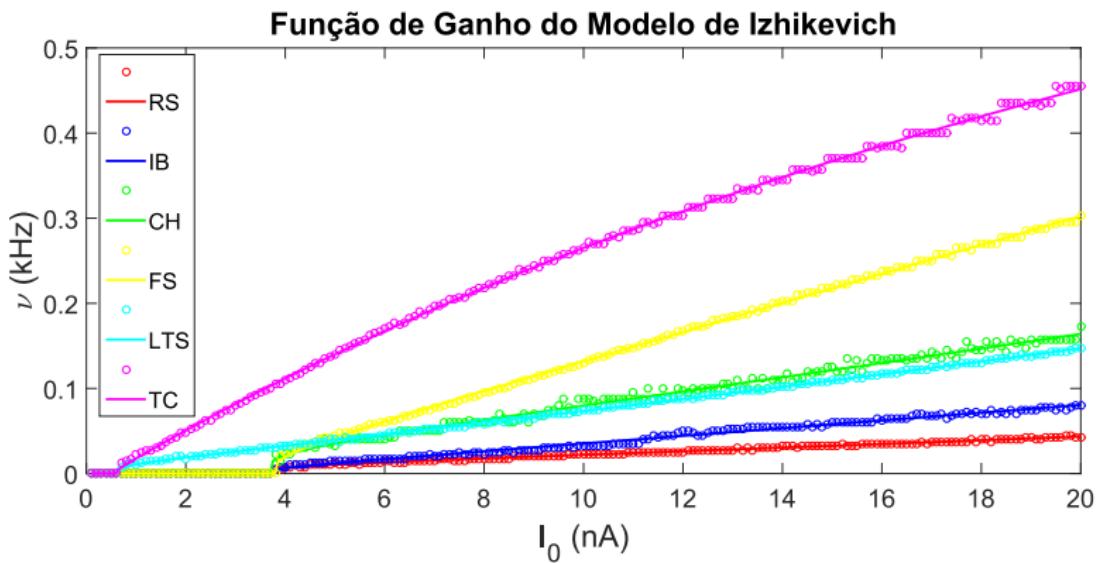
- Desse modo obteve-se a função de ganho para os típicos neurônios corticais.
- Foi realizado um ajuste (MMQ) sobre os pontos obtidos para a função de ganho.
- A função modelo foi baseada na função de ganho do modelo integra-e-dispara:

$$y = \left[\beta_1 \ln \left(\frac{x - \beta_2}{x - I_\theta} \right) + \beta_3 \right]^{-1} \quad (16)$$

- Sendo considerado para o ajuste somente pontos $I_0 \geq I_\theta$.



Função de Ganho Izhikevich



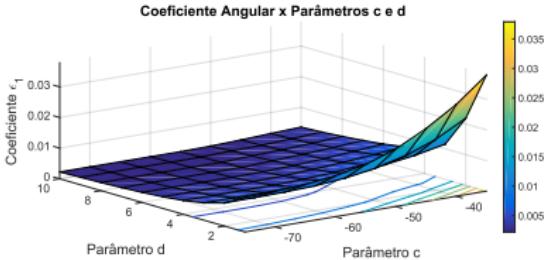
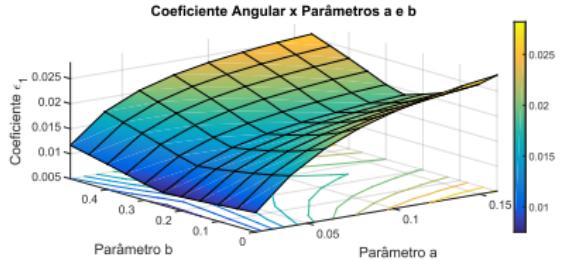
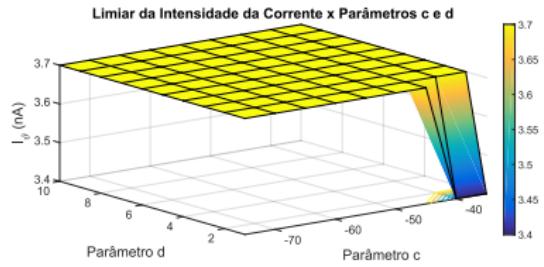
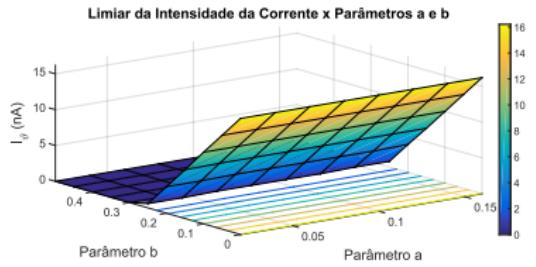
Função de Ganho Izhikevich

- A função modelo ajustou muito bem os dados.
- Pode-se inferir que o ganho dos dois modelos se comporta da mesma forma.
- Podendo assumir valores iguais dependendo dos parâmetros.
- Obteve-se a função de ganho para um grande espectro de valores dos parâmetros.
- A função modelo utilizada foi:

$$y = \epsilon_1(x - I_\vartheta) \quad (17)$$

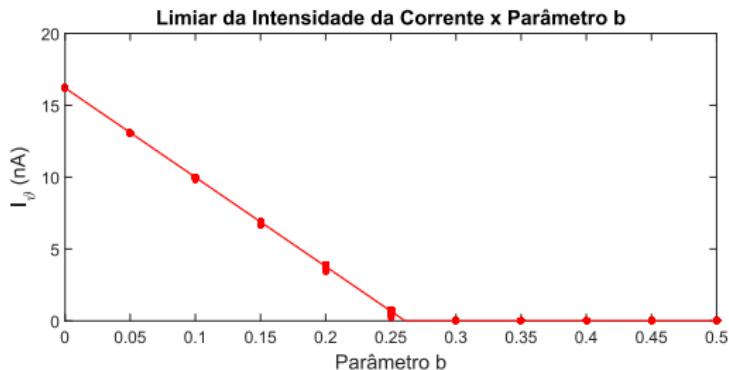
- Para representar graficamente foram fixados: $a = 0.02$, $b = 0.2$, $c = -65$ e $d = 2$.

Função de Ganho Izhikevich



Função de Ganho Izhikevich

- Aparentemente os parâmetros a , c e d não interferem em I_ϑ .
- Foi construído um plot de I_ϑ por b , com todas as combinações de (a,b,c) :



- O ajuste foi realizado utilizando o método dos mínimos quadrados, com uma função modelo linear.
- I_ϑ possui valores entre 0nA e 16.2nA , e é determinado linearmente por b .

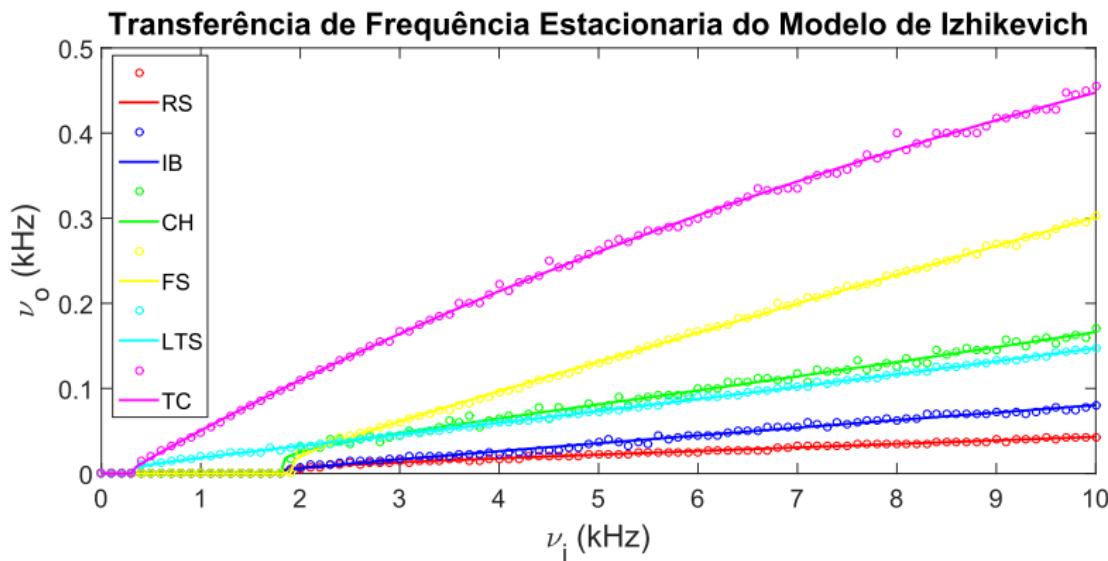
Transferência de Frequênciia Estacionaria Izhikevich

- É utilizado novamente de simulações computacionais.
- A corrente pós-sináptica utilizada é um valor fixo I_0 que atua em dt .
- Obteve-se a transferência de frequênciia estacionaria para os típicos tipos de neurônios corticais.
- Para ajustar a transferência estacionaria foi utilizado novamente a função modelo:

$$y = \left[\beta_1 \ln \left(\frac{x - \beta_2}{x - I_\theta} \right) + \beta_3 \right]^{-1} \quad (18)$$

- O ajuste foi realizado sobre os pontos em que $\nu_i \geq \nu_o$.

Transferência de Frequêcia Estacionaria Izhikevich



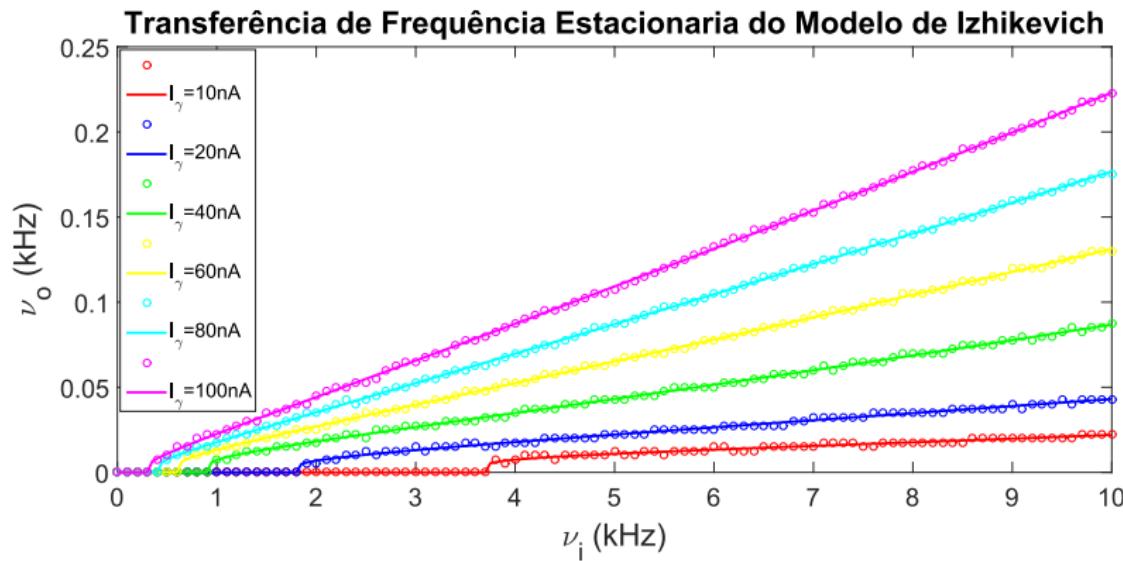
Transferência de Frequênciia Estacionaria Izhikevich

- Novamente a função modelo realiza um excelente ajuste.
- A função de ganho e a transferência estacionaria do modelo Izhikevich possuem comportamento semelhante ao ganho integra-e-dispara.
- A intensidade I_0 é um parâmetro da sinapse determinante na transferência estacionaria.



Transferência de Frequênciaria Estacionaria Izhikevich

- Transferência estacionaria de um neurônio de disparo regular:



Transferência de Frequênciia Estacionaria Izhikevich

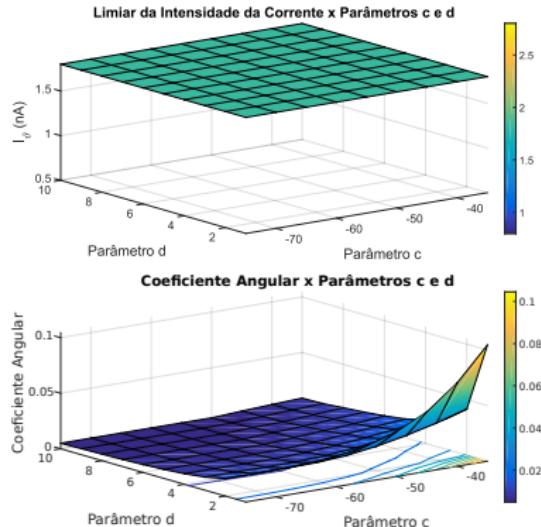
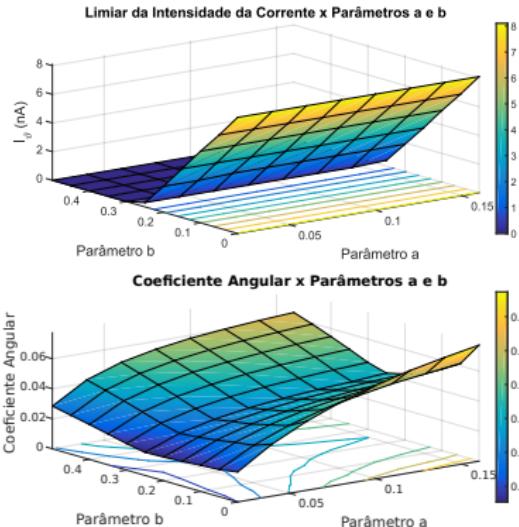
- Foi obtido a transferência de frequênciia estacionaria para um amplo espectro de valores de parâmetros.
- Foi utilizado um ajuste (MMQ) com a função modelo linear:

$$y = \epsilon_1(x - I_\theta) \quad (19)$$

- Para representação gráfica foi fixado: $a = 0.02$, $b = 0.2$, $c = -65$, $d = 2$ e $I_0 = 20nA$.

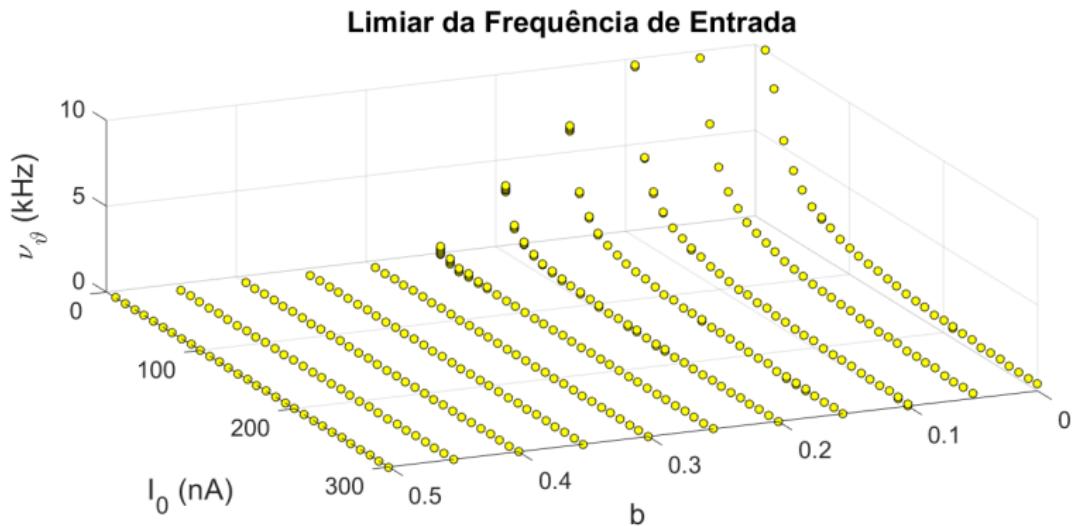


Transferência de Frequênci a Estacionaria Izhikevich



Transferência de Frequêcia Estacionaria Izhikevich

- Aparentemente o limiar de frequêcia ν_ϑ não depende de a , c e d , como no caso para a função de ganho.
- Foi construído um plot de ν_ϑ por b e I_0 , com todas as combinações de (a,b,c) :



Transferência de Frequênciia Estacionaria Izhikevich

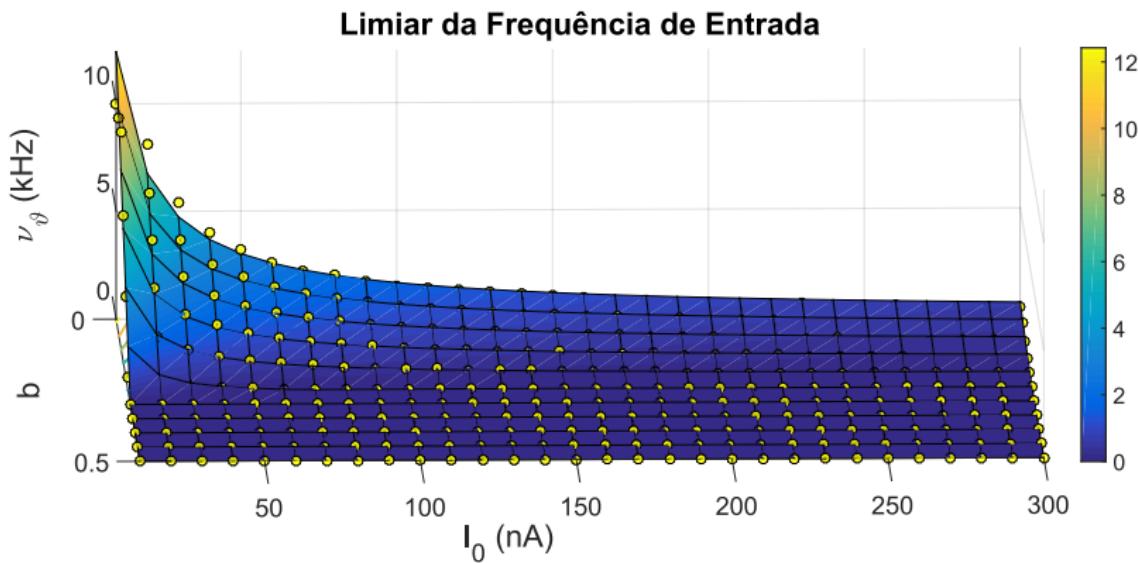
- Portanto ν_ϑ depende apenas de b e I_0 .
- Realizando um ajuste através do método dos mínimos quadrados, com a função modelo:

$$z = \frac{\lambda_1 x}{y^{\lambda_3}} + \frac{\lambda_2}{y^{\lambda_4}} \quad (20)$$

- Obtém-se uma boa aproximação para a superfície.

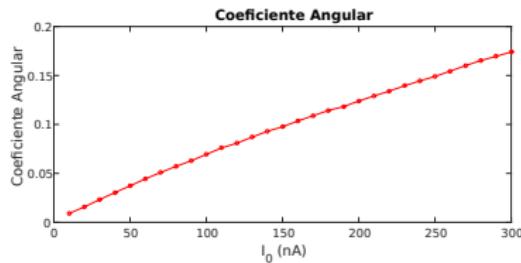
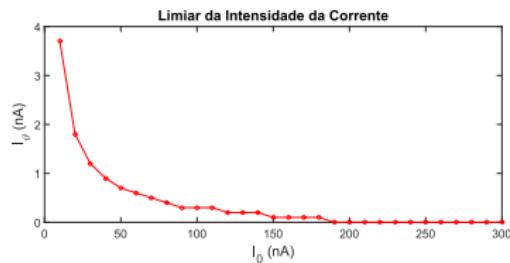


Transferência de Frequêcia Estacionaria Izhikevich



Transferência de Frequêcia Estacionaria Izhikevich

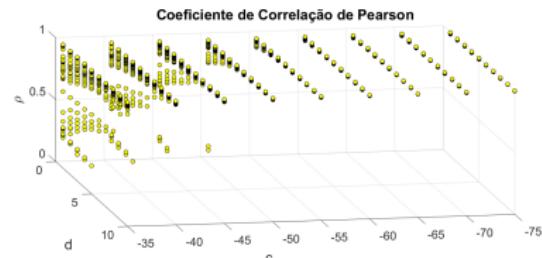
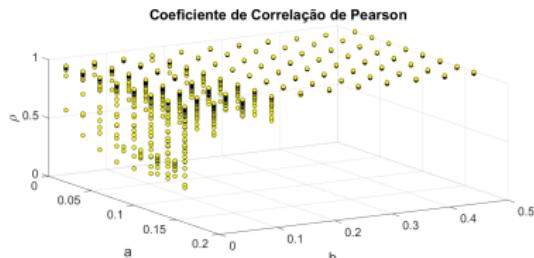
- Os coeficientes de ajuste da transferência estacionaria com relação a I_0 :



- A angulação da transferência é bem próxima do linear.

Transferência de Frequêcia Estacionaria Izhikevich

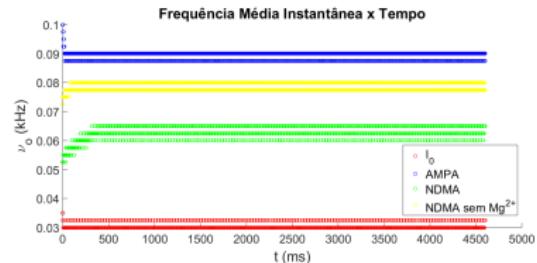
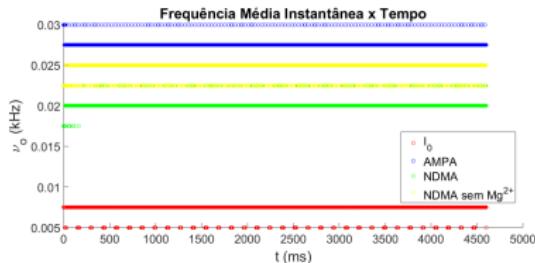
- Verificar essa linearidade em outras configurações.
- Foram construídos plots da correlação de Pearson com todas as configurações de (a, b, c, d) :



- Para valores de $c \leq -60$ ou de $b \geq 0.2$ a relação possui coeficiente de Pearson muito próximo de um, independente dos valores dos demais parâmetros.

Comparação de Modelos de Sinapses

- Modelo de sinapse utilizado anteriormente é bastante simplificado.
- Modelos com maior realismo biológico:
 - Depende do potencial da membrana.
 - Comportamento prolongado, que decai com o tempo.
- Investigar transferência de frequência estacionária, com modelos sinápticos mais realistas.
- Foi definido tempo de execução $t = 2000ms$. Frequência instantânea para $\nu_i = 2kHz$ e $\nu_i = 7kHz$:



Comparação de Modelos de Sinapses

- Em modelos mais realistas, a corrente injetada depende do potencial da membrana:

$$I_{syn}(t) = g_{syn}(t)(v - E_{syn}) \quad (21)$$

- Nos casos excitatórios tratados $E_{syn} = 0\text{mV}$.
- A condutância de modelos de sinapse AMPA:

$$g_{AMPA}(t) = \sum_f \bar{g}_{AMPA} e^{-(t-t^{(a)})/\tau_{AMPA}} \Theta(t - t^{(a)}) \quad (22)$$

Comparação de Modelos de Sinapses

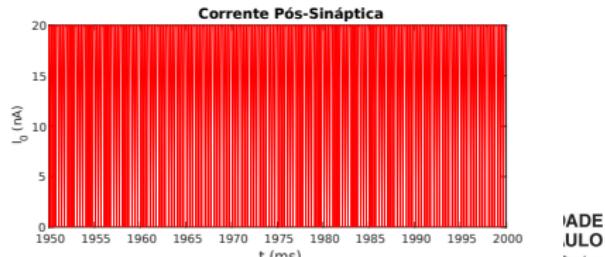
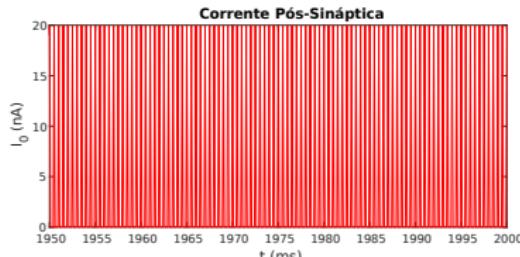
- A condutância de modelos de sinapse NDMA:

$$g_{NDMA}(t) = \sum_f \bar{g}_{NDMA} [1 - e^{-(t-t^{(a)})/\tau_{rise}}] e^{-(t-t^{(a)})/\tau_{decay}} g_\infty(v, [Mg^{2+}]_0) \Theta(t - t^{(a)}) \quad (23)$$

- Onde:

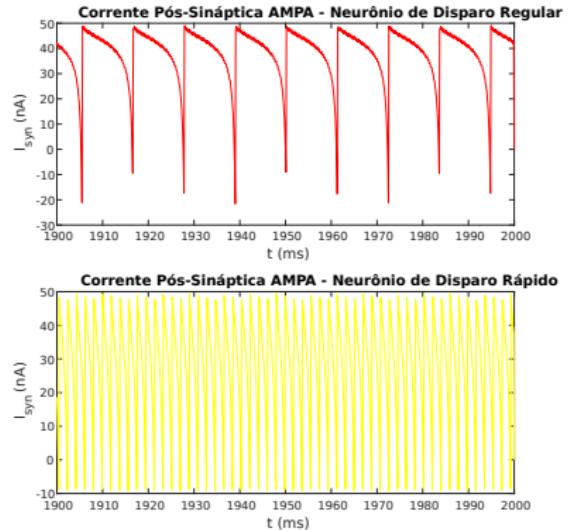
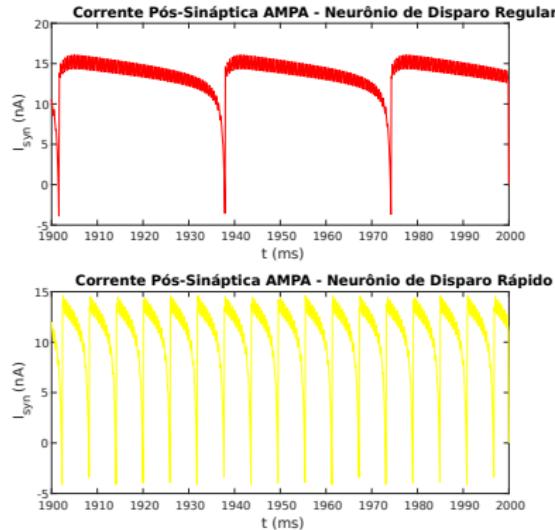
$$g_\infty(v, [Mg^{2+}]_0) = (1 + \beta e^{-\alpha v} [Mg^{2+}]_0)^{-1} \quad (24)$$

- Foi obtido a corrente injetada em cada instante de tempo, utilizando cada modelo de sinapse, para $\nu_i = 2\text{kHz}$ e $\nu_i = 7\text{kHz}$ e neurônios RS e FS. Modelo simples:



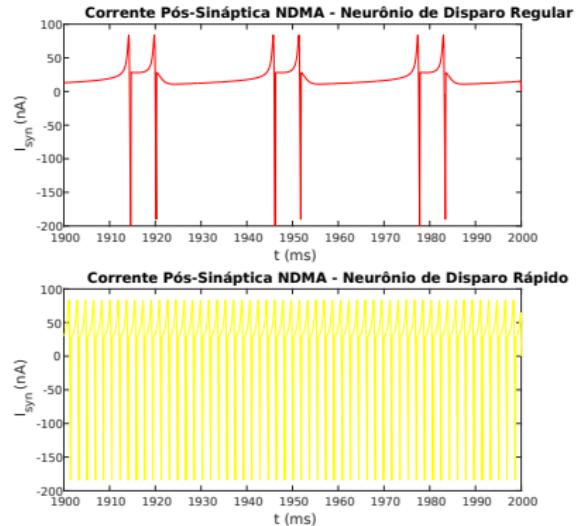
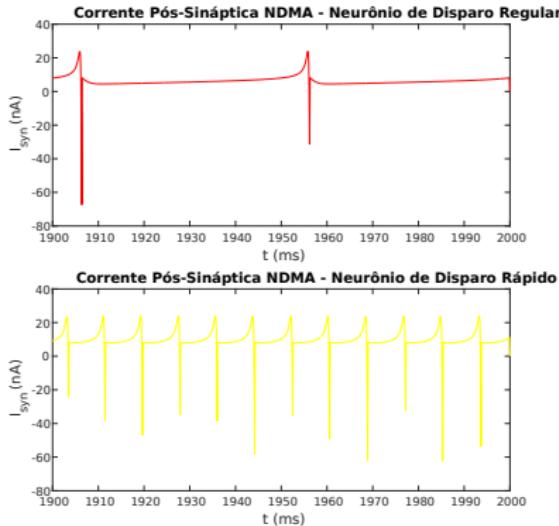
Comparação de Modelos de Sinapses

- Modelo de sinapse *AMPA*:



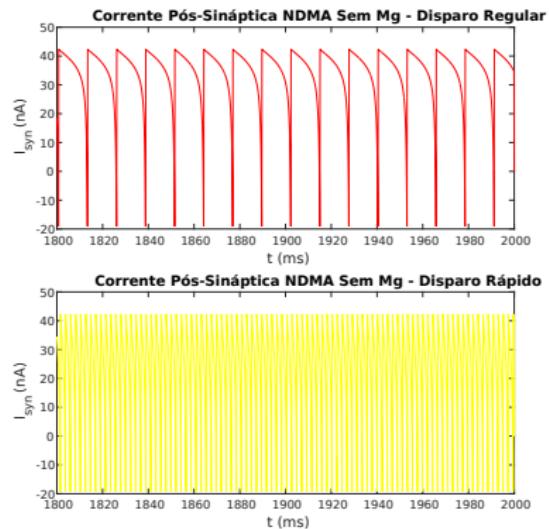
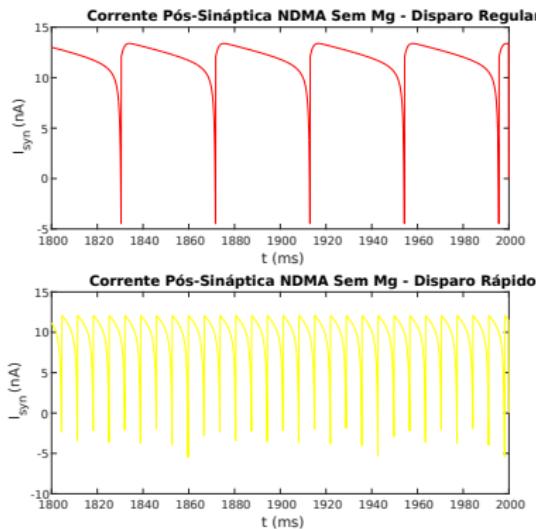
Comparação de Modelos de Sinapses

- Modelo de sinapse *NDMA*:



Comparação de Modelos de Sinapses

- Modelo de sinapse *NDMA* sem bloqueio de Mg^{2+} :



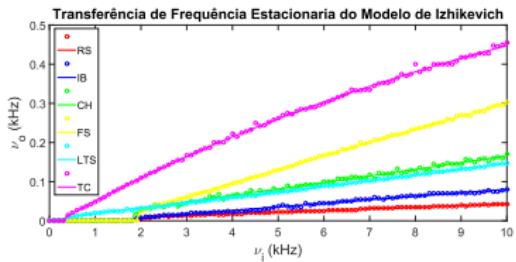
Comparação de Modelos de Sinapses

- Correntes injetadas são bastante diferentes do modelo simples.
- Modelo com apenas a dependência do potencial da membrana devido a E_{syn} , possui forma da corrente injetada definida.
- Foi obtido a transferência de frequência estacionaria, utilizando os modelos de sinapse apresentados, para os principais tipos de neurônios corticais.
- O ajuste foi realizado com o método dos mínimos quadrados, utilizando a função modelo baseada no ganho integra-e-dispara.

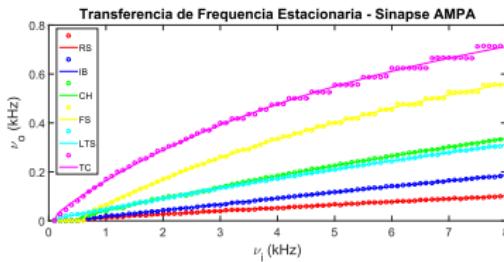


Comparação de Modelos de Sinapses

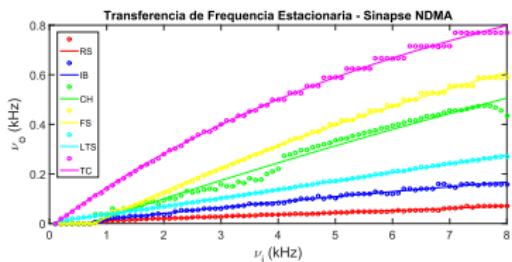
Modelo Simples



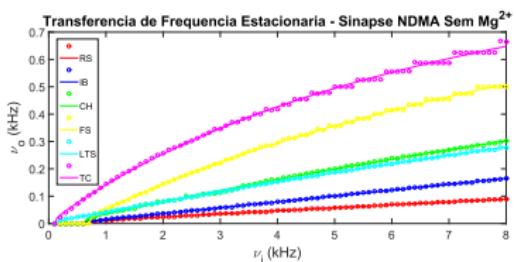
Modelo AMPA



Modelo NDMA

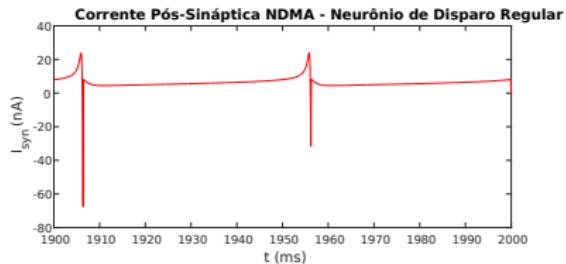
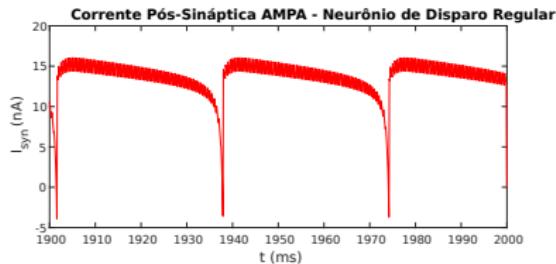


Modelo NDMA sem bloqueio



Comparação de Modelos de Sinapses

- Apesar das diferenças com relação a corrente injetada pela sinapse, as transferências estacionárias possuem formas semelhantes.



Conclusão



Conclusão

- Foi obtido a transferência de frequência dinâmica de um neurônio integra-e-dispara.
- Nas circunstâncias adotadas $\Delta t = 80ms$ é estável.
- Obteve-se o coeficiente de Pearson em termos dos parâmetros α_E e τ_m .
 - Utilizando MMQ dividiu-se o espaço de parâmetros de acordo com sua linearidade.
- Foi determinado os parâmetros da reta de melhor ajuste em termos de α_E e τ_m .
 - Coeficiente linear é normalmente negativo e não relevante.
 - Coeficiente angular possui comportamento de platôs.
 - Constante de tempo da membrana é apenas expressivo para valores pequenos.

Conclusão

- Foi evidenciado que $\Delta t = 400ms$ é consistente e estável.
- Obteve-se a função de ganho e transferência de frequência estacionaria dos principais tipos de neurônios corticais de Izhikevich.
 - Função modelo baseada no ganho integra-e-dispara realizou um excelente ajuste.
 - Coeficientes apresentados.
- Obteve-se as relações de frequência para um amplo espectro de parâmetros.
 - Foi realizado um ajuste linear.
 - Coeficientes obtidos em termos dos parâmetros.

Conclusão

- Função ganho:
 - Foi demonstrado que I_ϑ depende apenas de b .
 - A dependência é linear.
 - Valores possíveis entre $0nA$ e $16.2nA$.
 - Evidenciado relações de acréscimos do coeficiente angular.
- Transferência de frequência estacionaria:
 - Foi demonstrado que ν_ϑ depende apenas de I_0 e de b .
 - Foi construído uma função modelo e exposto os coeficientes do ajuste.
 - Para $c \leq -60$ ou $b \geq 0.2$, a relação entre I_0 e o coeficiente angular da transferência estacionaria é perfeitamente linear.

Conclusão

- Obteve-se a transferência estacionaria dos típicos neurônios corticais para modelos de sinapse puramente *AMPA*, *NDMA* e *NDMA* sem bloqueio de Mg^{2+} .
- Foi apresentado a corrente injetada para neurônios de disparo regular e rápido.
 - Correntes injetadas possuem formas bem diferentes.
 - Transferências estacionarias com comportamentos semelhantes.
 - Hipótese da semelhança com corrente contínua.
- Utilização de sinapses mais realistas não altera as características gerais da transferência estacionaria.



Futuros Desenvolvimentos

- Obter a transferência dinâmica do neurônio de Izhikevich e analisar suas características com respeito aos parâmetros do modelo.
- Transferência de frequência entre neurônios de uma rede.
- Transferência no caso do neurônio possuir duas ou mais entradas sinápticas.

Numerical Frequency Transference Analysis of a Leaky Integrate-and-Fire Neuron

Felipe L. Gewers^{1,*} and Luciano da F. Costa¹

¹*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, Brazil*

This work reports a transfer function-based approach to characterizing the operation of single neuronal cells in terms of the instantaneous frequency of the input and output signals. We adopt the leaky integrate-and-fire model. The transfer function is obtained by performing successive numeric-computational simulations and statistical regressions. Several interesting results are reported, including the identification of linearity in the transfer functions, as well as the identification of regions in the parameter space characterized by sharper transfer functions.

I. INTRODUCTION

Neuronal systems have been continuous and intensely investigate along the last decades because of their criticality in underlying human intelligence. The several approaches attempted so far vary in many aspects, focusing on smaller or larger scales of time, space and detail [1–5]. Because a single neuronal cell constitutes the basic processing element of the nervous system, it has received particular attention from both theoretical and experimental points of view. One approach that has been often adopted consists in modeling the electrochemical activity of a single neuronal cell in terms of a set of mathematical dynamical equations [6, 7]. Because these approaches

acterizing and modeling the nervous system. In the present work, we develop a transfer function approach to characterize the operation of single neuronal cells, with respect to the instantaneous frequency of the action potentials. More specifically, the input signal $x(t)$ is taken as the instantaneous frequency of the input spikes, while the output signal $y(t)$ corresponds to the instantaneous frequency of the output action potential spikes. We adopt the leaky integrate-and-fire model, and several numeric-computational simulations are performed for several model parameters and inputs. This allows us to estimate the transfer function of the instantaneous frequencies. Because of the memory property inherent to these systems, the obtained relationship is not exact in the sense that more than one distinct output can be

Principal Component Analysis: A *Natural Approach* to Data Exploration

Felipe L. Gewers,¹ Gustavo R. Ferreira,² Henrique F. de Arruda,³ Filipi N. Silva,^{1,4} Cesar H. Comin,^{5,*} Diego R. Amancio,^{3,4} and Luciano da F. Costa¹

¹São Carlos Institute of Physics, University of São Paulo, São Carlos, SP, Brazil
²Institute of Mathematics and Statistics, University of São Paulo, São Paulo, SP, Brazil

³Institute of Mathematics and Computer Science,
University of São Paulo, São Carlos, SP, Brazil

⁴School of Informatics, Computing and Engineering,
Indiana University, Bloomington, Indiana 47408, USA

⁵Department of Computer Science, Federal University of São Carlos, São Carlos, SP, Brazil

Principal component analysis (PCA) is often used for analysing data in the most diverse areas. In this work, we report an integrated approach to several theoretical and practical aspects of PCA. We start by providing, in an intuitive and accessible manner, the basic principles underlying PCA and its applications. Next, we present a systematic, though no exclusive, survey of some representative works illustrating the potential of PCA applications to a wide range of areas. An experimental investigation of the ability of PCA for variance explanation and dimensionality reduction is also developed, which confirms the efficacy of PCA and also shows that standardizing or not the original data can have important effects on the obtained results. Overall, we believe the several covered issues can assist researchers from the most diverse areas in using and interpreting PCA.

I. INTRODUCTION

Science has always relied on the collection, organization and analysis of measurements or data. A proverbial example that promptly comes to mind is the criticality

feature vector \vec{X}_i , existing in an N-dimensional feature space. PCA can then be understood as a statistical method in which the coordinate axes of the feature space are rotated so that the first axis results with the maximum possible data dispersion (as quantified by the statis-

Referencias

- BEAR, M. F.; CONNORS, B. W.; PARADISO, M. A. *Neuroscience*. : New York: Lippincott Williams & Wilkins, 2007.
- BURKITT, A. N. A review of the integrate-and-fire neuron model: I. homogeneous synaptic input. *Biological Cybernetics*, v. 95, n. 1, p. 1–19, 2006.
- GERSTNER, W.; KISTLER, W. M. *Spiking neuron models*: single neurons, populations, plasticity. : Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- IZHIKEVICH, E. M. Simple model of spiking neurons. *IEEE Transactions on Neural Networks*, v. 14, n. 6, p. 1569–1572, 2003.
- IZHIKEVICH, E. M. Which model to use for cortical spiking neurons? *IEEE Transactions on Neural Networks*, v. 15, n. 5, p. 1063–1070, 2004.
- KANDEL, E. R. et al. *Principles of neural science*. : New York: McGraw-hill, 2000. v. 4.



Agradecimentos

- A todos os presentes, em especial aos membros da banca.
- A Universidade de São Paulo.
- Ao cluster Euler.
- As agências de fomento CNPq, CAPES e FAPESP.