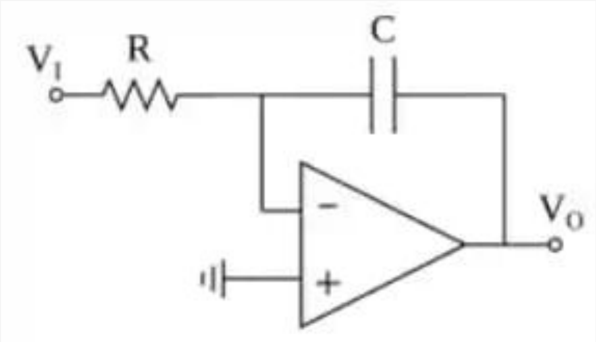
CÁLCULO NUMÉRICO
2025.1

APLICAÇÃO DA INTEGRAL SIMPLES

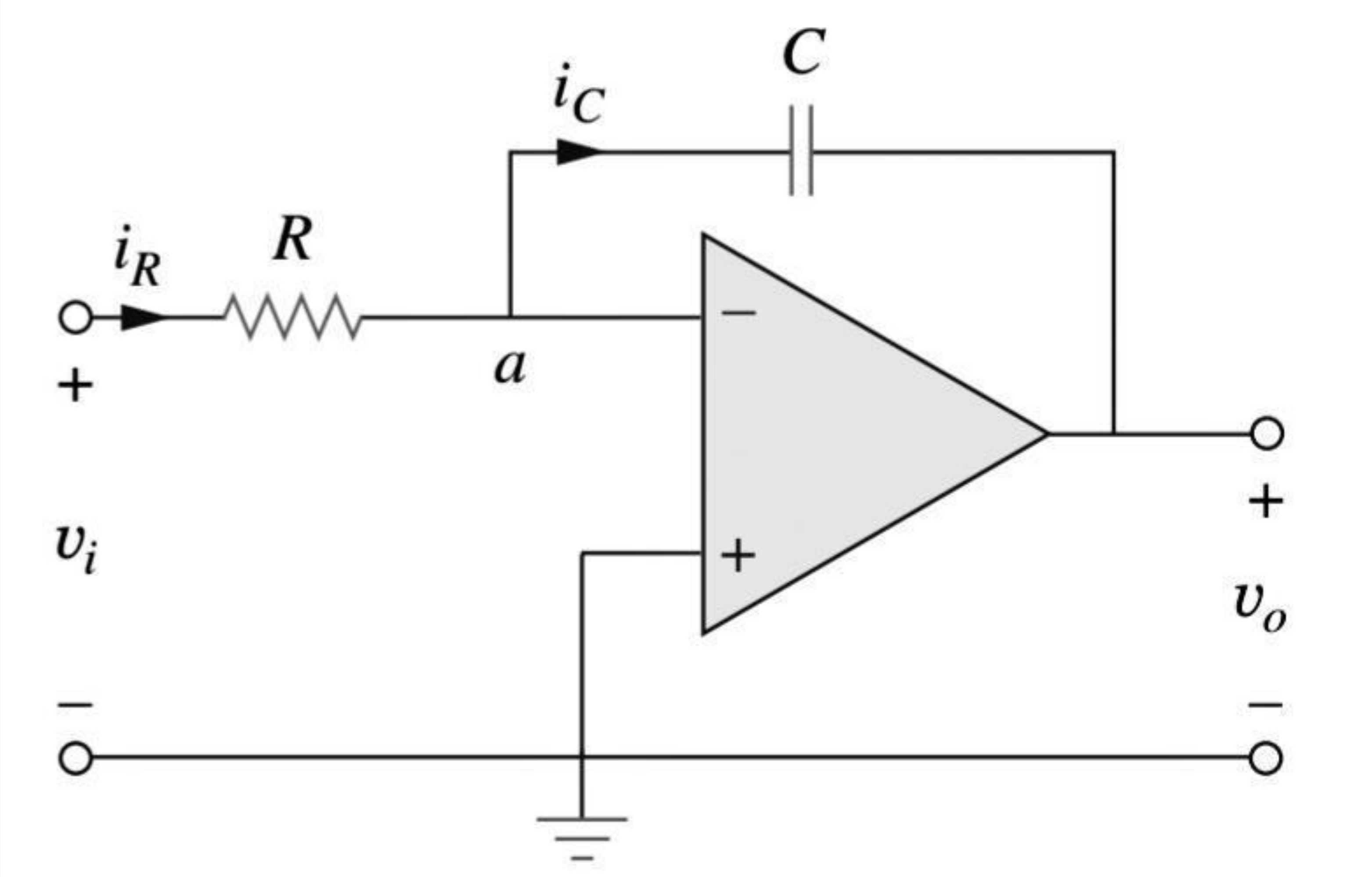
Amplificador integrador



Igor Rodrigues

Integrador é um circuito com amplificador operacional cuja saída é proporcional à integral do sinal de entrada.
É dado por:

$$v_o = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_i(\tau)\,d\tau$$



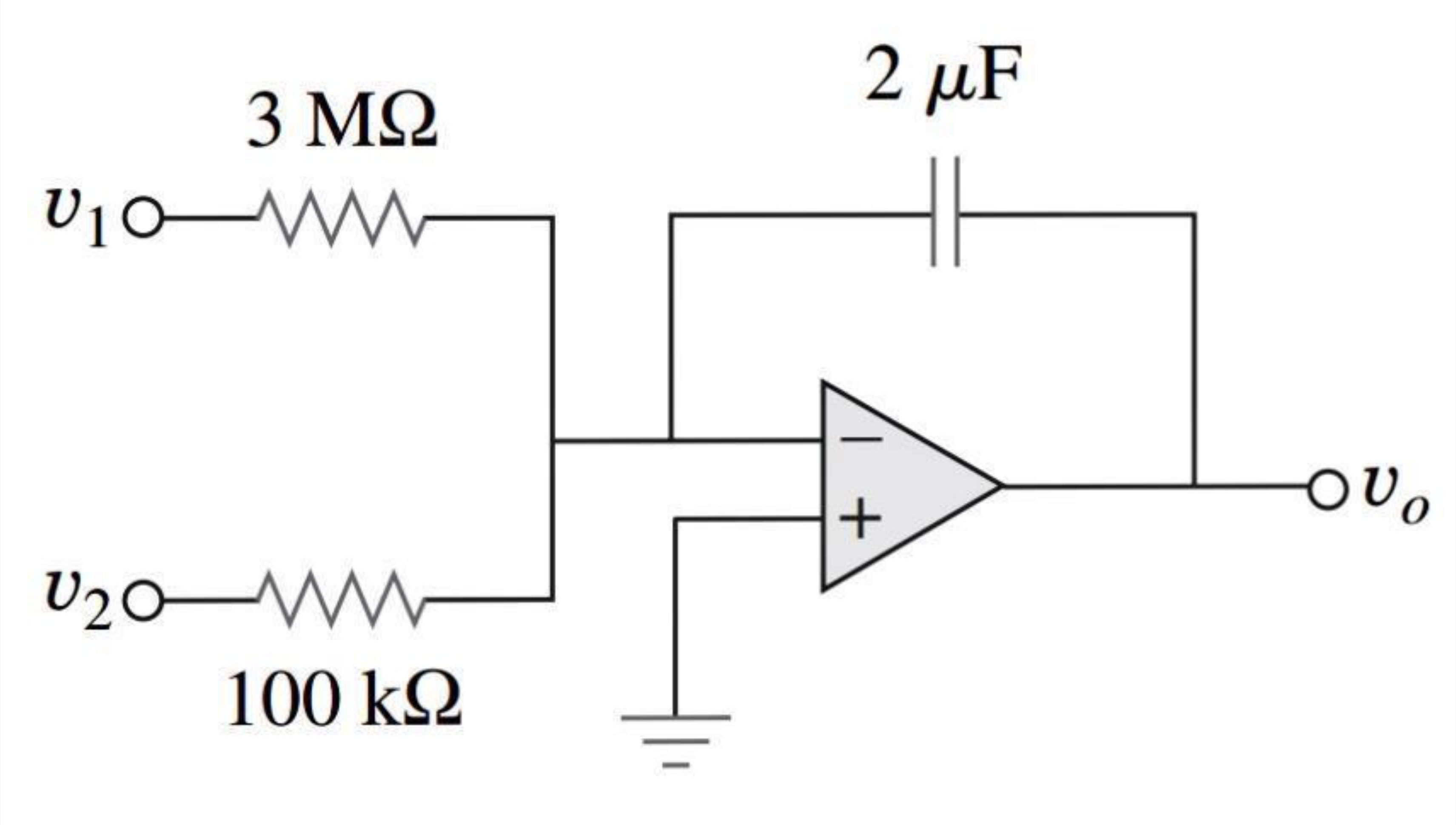
Para garantir que o capacitor esteja descarregado, assume-se que $v_o(0)=0$.

APLICAÇÃO

FONTE: Sadiku

Considere o circuito integrador somador representado na figura abaixo , com as seguintes tensões de entrada $v1(t) = 10 \cdot sin(2t)\ mV$ e $v2(t) = 8 \cdot cos(3t)\ mV$.

Suponha que a tensão no capacitor seja inicialmente zero, e que o circuito opera como um integrador ideal, determine a tensão de saída $vo(t)$ no instante $t : [0, \pi/4]$.



SOLUÇÃO ALGÉBRICA

Tensão de saída $vo(t)$

$$v_o(t) = -\frac{1}{R_1C}\int_0^t v_1(\tau)\,d\tau - \frac{1}{R_2C}\int_0^t v_2(\tau)\,d\tau$$

Cálculo das constantes

$$\frac{1}{R_1C} = \frac{1}{100 \times 10^3 \cdot 2 \times 10^{-6}} = \frac{1}{0.2} = 5$$
$$\frac{1}{R_2C} = \frac{1}{300 \times 10^3 \cdot 2 \times 10^{-6}} = \frac{1}{0.6} = \frac{5}{3}$$

Integração de $v1(t)$

$$\int_0^t v_1(\tau)\,d\tau = \int_0^t 10\sin(2\tau)\,d\tau = 10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\cos(2\tau)\right)\Big|_0^t$$
$$= -5\left[\cos(2t) - 1\right]$$

Integração de $v2(t)$

$$\int_0^t v_2(\tau)\,d\tau = \int_0^t 8\cos(3\tau)\,d\tau = 8 \cdot \left(\frac{1}{3}\sin(3\tau)\right)\Big|_0^t$$
$$= \frac{8}{3}\sin(3t)$$

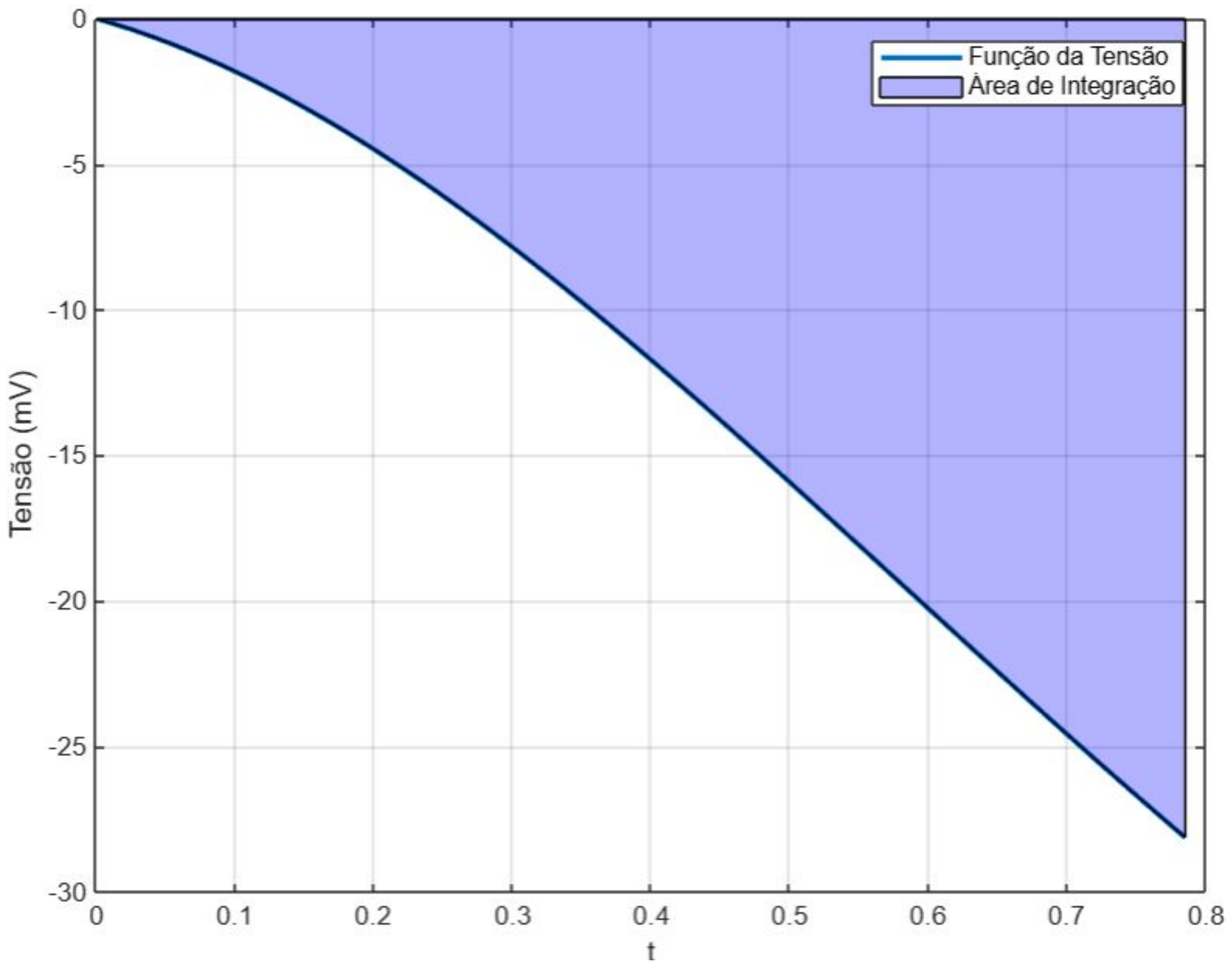
Substituindo na expressão de $vo(t)$

$$v_o(t) = -5 \cdot [-5(\cos(2t) - 1)] - \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{8}{3}\sin(3t)\right)$$
$$= 25(\cos(2t) - 1) - \frac{40}{9}\sin(3t)$$

Resultado Final

$$v_o(t) = 25(\cos(2t) - 1) - \frac{40}{9}\sin(3t) \quad \text{(em mV)}$$

$$v_o(t) = 25(\cos(2t) - 1) - \frac{40}{9}\sin(3t) \quad \text{(em mV)}$$



SOLUÇÃO ANALÍTICA

Valores das tensões de entrada no intervalo de t :$[0, \pi/4]$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} v_1(\tau)\,d\tau = -5\left[\cos\left(2\cdot\frac{\pi}{4}\right)-1\right] = -5\left(\cos\frac{\pi}{2}-1\right) = -5(0-1) = 5\ \text{mV}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} v_2(\tau)\,d\tau = \frac{8}{3}\sin\left(3\cdot\frac{\pi}{4}\right) = \frac{8}{3}\sin\frac{3\pi}{4} = \frac{8}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{8\sqrt{2}}{6} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \approx 1.8856\ \text{mV}$$

Tensão de saída vo no intervalo de t :$[0, \pi/4]$

$$v_o\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{R_1C}\int_0^{\frac{\pi}{4}} v_1(\tau)\,d\tau - \frac{1}{R_2C}\int_0^{\frac{\pi}{4}} v_2(\tau)\,d\tau = -5\times 5 - \frac{5}{3}\times 1.8856$$

$$v_o\left(\frac{\pi}{4}\right) = -25 - 3.1427 = -28.1427\ \text{mV}$$

SOLUÇÃO NUMÉRICA (MATLAB)

Foram usados os métodos de Newton-Cotes (com polinômios interpoladores de grau 1, 2 e 3) e Gauss-Legendre (não-iterativo e interativo)

Newton-Cotes com polinômio interpolador de grau 1 : -0.028142623534686
Newton-Cotes com polinômio interpolador de grau 2 : -0.028142696805444
Newton-Cotes com polinômio interpolador de grau 3 : -0.028142696805658
Gauss-Legendre não-interativo: -0.028142696805274
Gauss-Legendre interativo: -0.028142696805273