Por:

Ian Gabriel Cañas Fernández, 1092228

Profesor: Juan S. Pérez R., Asignatura: INL367L, Secc 01

Resumen:

El presente laboratorio estará apreciando el método por agrupamiento, que busca la partición por grupos de una cantidad dada de observaciones, cada una perteneciendo a un valor medio más cercano. Es decir, se procurará encontrar patrones e identificarlos en un dataset. Además, se procurará aplicar este método, llamado k-means, para realizar una segmentación por colores de una imagen.

Ejercicios previos:

P3.1. Algoritmo k-Means.

Para la búsqueda de sentido a un conjunto de datos sin etiquetas pero con distinción aparente, se reconoce el algoritmo k-Means, que procura la agrupación de los valores observados a una cantidad K de centroides que conforman buenas representaciones de datos. El funcionamiento de este algoritmo se ve plasmado por Alpaydin en la Ilustración 1:

Initialize
$$m_i, i=1,\ldots,k$$
, for example, to k random \mathbf{x}^t Repeat

For all $\mathbf{x}^t \in \mathcal{X}$

$$b_i^t \leftarrow \begin{cases} 1 & \text{if } \|\mathbf{x}^t - \mathbf{m}_i\| = \min_j \|\mathbf{x}^t - \mathbf{m}_j\| \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

For all $\mathbf{m}_i, i=1,\ldots,k$

$$\mathbf{m}_i \leftarrow \sum_t b_i^t \mathbf{x}^t / \sum_t b_i^t$$
Until \mathbf{m}_i converge

Figure 7.3 k -means algorithm.

$$B = \begin{bmatrix} b_1^1 & b_1^2 & \cdots & b_1^K \\ b_2^1 & b_2^2 & \cdots & b_2^K \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_N^1 & b_N^2 & \cdots & b_N^K \end{bmatrix}$$

Notas: $i = \{1, ..., K\}$, donde K representa el número de clusters. \mathbf{m}_i representa los centroides (medias) de los clusters, $x^t \in \mathcal{X}$ para $t = \{1, ..., |\mathcal{X}|\}$ son los vectores de datos y b_i^t indica las asociaciones de cada vector de datos a un cluster.

Ilustración 1. Psudocódigo de K-Means.

Este algoritmo da a entender que se ubican varios centros en posiciones al azar en el dataset y a partir de ello se va reajustando su posición en base a los grupos de datos cercanos a este. Dándole importancia a ciertas mediciones para cada centroide.

P3.2. Empleo de K-Means para realizar una segmentación por colores de una imagen.

Para esta sección, busca aplicar el algorimo implementado en la sección anterior en la segmentación por colores de una imagen sustituyendo los píxeles de la imagen original por los centroides de los racimos (clústers) encontrados a los que pertenecen.

Además, se solicita comparar los resultados obtenidos mediante este método y mediante el uso de la función modefilt a un tamaño de filtro de 9x9, y así comparar los resultados que este obtenga.

E3.1 Implementación en Matlab de K-Means.

En la Erreur! Source du renvoi introuvable, se puede observar el algoritmo que genera la base de datos de las "observaciones" como creando una gráfica con grupos seccionados por categorías. En la Ilustración 3 se aprecia el algoritmo encargado de crear 5 centroides al azar a partir de cuyas coordenadas iniciará le reubicación de sus posiciones. En la Ilustración 4 se presenta el proceso utilizado para graficar los datos por colores según las distinciones que se tuvieron en

```
clc, clear
          hold off
 4
 5
          tic
 6
 7
          n = 300;
 8
          k=5;
9
          for i = 1:10
10
11
              mu(i) = rand*100;
              desvEst(i) = rand*15;
12
              varianza(i) = desvEst(i)^2;
13
              X(:,i) = normrnd(mu(i), desvEst(i), n, 1);
14
15
16
          Datos = [X(:,1) X(:,2); X(:,3) X(:,4); X(:,5) X(:,6); X(:,7) X(:,8); X(:,9) X(:,10)];
17
18
          plot(X(:,1),X(:,2), '.k',X(:,3),X(:,4), '.k',X(:,5),X(:,6), '.k',X(:,7),X(:,8), '.k',X(:,9),X(:,10), '.k')
19
20
```

Ilustración 2. Adaptación k-NN a varios tipos de distancias.

```
figure
22
23
          m = rand(k, 2)*100;
24
25
26
          hold on
27
          plot(m(:, 1), m(:, 2), '^b')
28
29
          dentro = true;
30
          iteraciones = 0;
31
          while dentro == true
32
          % for z=1:100
33
              iteraciones = iteraciones +1;
34
              r = m;
              B = zeros(n, k);
35
              for i = 1:length(Datos(:,1))
36
37
                       d = sqrt((sum(transpose(Datos(i, :) - m).^2)));
38
39
                   [dis, pos] = mink(d, 1);
40
41
42
                   B(i, pos) = 1;
43
44
45
              for 1 = 1:k
46
                  m(1, :) = sum(B(:,1).*Datos)/sum(B(:,1));
47
              end
48
              %z
49
              %plot(m(:, 1), m(:, 2), 'o')\
50
                e = sqrt(sum((nansum(abs(m-r))/k).^2));
51
              e = nansum(abs(m-r))/k;
              if e < 0.001
52
53
                   dentro = false;
54
                   iteraciones
55
              end
56
          end
```

Ilustración 3. Seteo y reagrupación de centroides.

```
b2 = reshape(B, [], 1);
58
59
                                        C = nan(n*k, k*2);
 60
                                         for a = 1:k*2
61
                                        % A = 1:10
62
                                         % [round(A/2); ~(mod(A, 2))+1]
63
64
65
                                                        newB = (Datos(logical(reshape(B(:,round(a/2)), [],1)), \sim (mod(a, 2))+1)); % round(k/2) representa cada value (mod(a, 2))+1); % round(k/2) representa cada val
                                                        newA = [newB; transpose(nan(1, n*k-length(newB)))];
66
                                                         C(:, a) = newA;
67
68
                                        end
69
 70
                                        % plot(m(:, 1), m(:, 2), 'o')
 71
72
                                        hold off
73
                                        plot(C(:,1), C(:,2), '.m',C(:,3),C(:,4), '.b',C(:,5),C(:,6), '.r',C(:,7),C(:,8), '.g',C(:,9),C(:,10), '.c');
 74
                                        hold on
 75
                                        %plot(C(:,1), C(:,2), '.k')
 76
                                        plot(m(:, 1), m(:, 2), '.k')
77
 78
                                        % fprintf ('Centroides en:\n')
 79
80
                                        x = m(:,1);
                                        y = m(:,2);
81
82
                                        Centroides = table(x, y)
83
84
85
                                         toc
```

Ilustración 4. Graficado de datos.

R3.1 Resultados:

En la Ilustración 5se puede apreciar el dataset generado para trabajar con este método y en la Ilustración 6 se aprecia en grandes rasgos varios resultados obtenidos volviendo a correr el mismo código para varios valores iniciales de centroides, todos generados al azar.

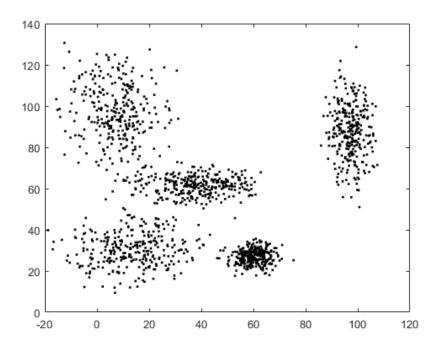


Ilustración 5. Dataset generado.

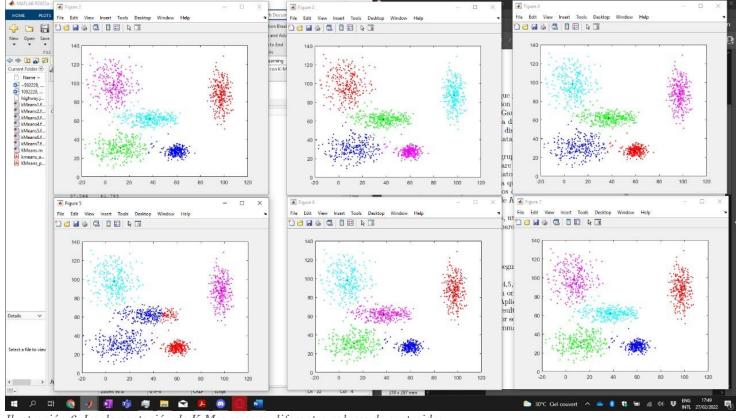


Ilustración 6. Implementación de K-Means para diferentes valores de centroides.

En la ilustración vista más atrás se puede apreciar que los valores de los centroides tienden a ubicarse en valores parecidos según sus posiciones iniciales, estas coordenadas y la cantidad de iteraciones que hayan tomado se presentan en Ilustración 7:

iteraciones =		iteraciones =		iteraciones =	
10		11		6	
Centroides =		Centroides =		Centroides =	
5×2 <u>table</u>		5×2 <u>table</u>		5×2 <u>table</u>	
x	У	x	У	x	У
				<u> </u>	2
7.0339	98.074	97.236	87.587	37.544	61 793
59.582	27.172	12.562		59.582	
	87.587	59.582		97.236	
	30.549	37.544	61.793	12.562	
	61.793	7.0339			98.074
Elapsed time is 0.238080 seconds.		Elapsed time is 0.205621 seconds.		Elapsed time is 0.165064 seconds.	
iteraciones =		iteraciones =		iteraciones =	
10		8		10	
Centroides =		Centroides =		Centroides =	
5×2 <u>table</u>		5×2 <u>table</u>		5×2 <u>table</u>	
x	У	x	У	x	У
					
59.582	27.172	97.236	87.587	7.0339	98.074
	30.549	22.229		59.582	27.172
	98.074		33.31	97.236	87.587
	61.793	NaN	NaN	12.562	30.549
97.236	87.587	7.2428	97.792	37.544	61.793
Elapsed time	is 0.194205 seconds.	Elapsed time	: is 0.207885 seconds.	Elapsed time	is 0.199725 seconds.

Ilustración 7. Centroides y cantidad de iteraciones para K-Means

A.3.1 Análisis:

Se ha podido observar que los centroides en casi todas las iteraciones se presentan prácticamente en los mismos lugares, a excepción de ciertos casos en que un centroide se pierda por no ser el más cercano a ningún dato, pero al ser un caso poco probable podemos tener garantía o suficiente seguridad de que el algoritmo es suficientemente útil para reconocer la presencia de patrones y clasificarlos como tal. Se observa que este método tiene cierto comportamiento inverso a los kNN, pues este último crea patrones a partir de etiquetas y k-Means crea una etiqueta a partir de patrones.

E3.2 Implementación en Matlab de K-Means.

En la Ilustración 8, Ilustración 9 y Ilustración 10 se puede observar el algoritmo implementado para el filtrado de la imagen, retomando el funcionamiento del algoritmo implementado en kMeans, siendo adaptado a tres dimensiones, generalizándose así a un espacio n-dimensional con k-clústers. Nótese que los datos han sido cambiados de uint8 a int32; 32 porque se llega a trabajar con valores mayores a 16 bits y con signos por los valores negativos que surgen en los cálculos en la línea 37.

```
clc
 2
          clear
 3
4
          I = imread('highway.jpg');
          I = int32(I);
6
          %size('highway.jpg')
 7
8
          Ir = I(:, :, 1);
9
          Ig = I(:, :, 2);
10
          Ib = I(:, :, 3);
11
          Irmoda = modefilt(I(:, :, 1), [9,9]);
12
          Igmoda = modefilt(I(:, :, 2), [9,9]);
13
          Ibmoda = modefilt(I(:, :, 3), [9,9]);
14
15
          %colormap([Ir Ig Ib])
16
17
          %k = input('Introduzca la cantidad de colores: ');
          k=6:
18
19
          m = rand(k,3)*256;
20
          m = int32(m);
21
          [filas, columnas, capas] = size (I);
22
          IkMeans = int32(nan(filas, columnas, capas));
23
24
          IModa = int32(nan(filas, columnas, capas));
25
26
          dentro = true;
27
          iteraciones = 0:
28
```

Ilustración 8. Preparación de datos.

```
29
     while dentro == true
30
              iteraciones = iteraciones +1;
                dentro = false;
31
32
              B = zeros(filas, columnas, k);
33
              B = int32(B);
34
              r = m;
35
     for i = 1:filas
36
                  for j = 1:columnas
37
                       d = sqrt(sum(transpose((reshape(I(i, j, :), 1,3) - m).^2)));
38
                       [dis, pos] = mink(d, 1);
39
                       B(i, j, pos) = 1;
40
                  end
41
              end
              for 1 = 1:k
42
                  m(1, :, :) = sum(B(:,:,1).*I, [1 2])/sum(B(:,:,1), [1 2]);
43
44
              e = sqrt(sum((nansum(abs(m-r))/k).^2));
45
46
              if e < 0.01
47
                  dentro = false;
48
                   iteraciones
49
                   for i = 1:filas
50
                       for j = 1:columnas
51
                           mi = m(logical(reshape(B(i, j,:),k,1)), :);
                           IkMeans(i,j,:) = mi;
52
53
                       end
54
                  end
55
              end
56
```

Ilustración 9. Reasignación de color según centroides.

```
58
          I = uint8(I);
          IkMeans = uint8(IkMeans);
59
60
          IModa(:,:,1) = Irmoda;
61
          IModa(:,:,2) = Igmoda;
          IModa(:,:,3) = Ibmoda;
62
          IModa = uint8(IModa);
63
64
65
          figure
          imshow(I)
66
          title('Imagen original')
67
68
69
          figure
          imshow(IkMeans)
70
71
          title('kMeans aplicado')
72
73
          figure
74
          imshow(IModa)
75
          title('Filtro de moda')
76
```

Ilustración 10. Muestreo de resultado.

R3.2 Resultados:

En la Ilustración 11 se observa la imagen original; en la Ilustración 12 se observa el filtro de moda aplicado y en la Ilustración 13 a la Ilustración 17 se presentan los resultados aplicando kMeans para los valores de k = 3, 4, 5, 6.



Ilustración 11. Imagen original.

Filtro de moda



Ilustración 12. Filtro de moda aplicado a imagen.

kMeans aplicado



Ilustración 13. Filtrado con k = 3.

kMeans aplicado



Ilustración 14. Filtrado con k = 4.

kMeans aplicado

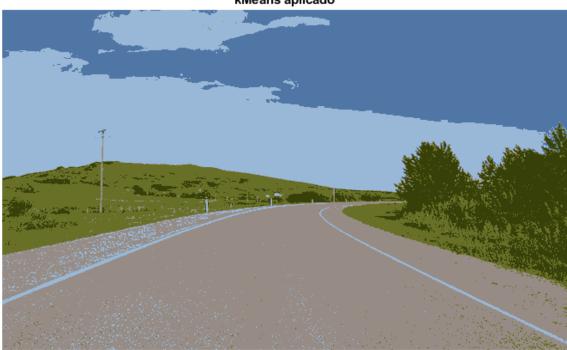


Ilustración 15. Filtrado con k = 5, primera corrida.

kMeans aplicado



Ilustración 16. Filtrado con k = 5, segunda corrida.

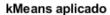




Ilustración 17. Filtrado con k = 6.

A.3.2 Análisis:

Con el uso de kMeans se ha podido simplificar la imagen original a varias imágenes filtradas, especialmente se ha podido observar que mientras mayor sea el valor de k, mayor es el detalle del resultado de la imagen, reconociendo asimismo que se parecería más a la imagen original y que, a la vez es menos comprimida. Finalmente, se pudo ver que el uso del filtrado por moda lo que afecta a la imagen original es en el de hacerla más borrosa.