



Projet

Commande prédictive d'un microréseau électrique

Master EEA 2^e année – Parcours I3A
Université de Perpignan Via Domitia

Encadrant : M. Julien Eynard

Étudiants : Mohamed IGADARNE

Table des matières

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introduction | 3 |
| 1.1 | Contexte et objectif | 3 |
| 1.2 | Démarche du projet | 3 |
| 2 | Description du microréseau et modèles | 4 |
| 2.1 | Données d'entrée et paramètres | 4 |
| 2.2 | Tarification (HP/HC) | 5 |
| 2.3 | Modèle photovoltaïque | 5 |
| 2.4 | Modèle batterie | 5 |
| 2.5 | Bilan de puissance | 6 |
| 3 | Commande prédictive : formulation mathématique | 6 |
| 3.1 | Objectif à minimiser (avec contraintes molles) | 6 |
| 3.2 | Nature du problème : commande prédictive non linéaire | 7 |
| 4 | Résultats — Cas de base (prédictions parfaites) | 7 |
| 4.1 | Implémentation sous MATLAB | 7 |
| 4.1.1 | Fonction <code>systeme.m</code> : dynamique et saturation de la batterie | 7 |
| 4.1.2 | Fonction <code>funobj.m</code> : calcul de la fonction objectif sur l'horizon | 7 |
| 4.1.3 | Script principal : optimisation MPC avec <code>fmincon</code> (SQP) | 7 |
| 4.2 | Les données utilisées | 8 |
| 4.3 | Résultats chiffrés | 8 |
| 4.3.1 | Analyse des résultats | 9 |
| 5 | Comparaison des cas : données réelles vs données prédites | 10 |
| 5.1 | Comparaison des signaux réels et prédits | 10 |
| 5.2 | Analyse des résultats pour chaque cas | 12 |
| 5.3 | Résultats : coûts totaux | 14 |
| 5.4 | Discussion et analyse des résultats | 14 |
| 6 | Étude 2 — Méthodes d'optimisation : SQP vs PSO (Q51–Q52) | 14 |
| 6.1 | Test de différents points initiaux (Question 51) | 14 |
| 6.1.1 | Résultats | 15 |
| 6.1.2 | Analyse des résultats | 15 |
| 6.1.3 | Analyse des profils E_b et P_{rr} | 16 |
| 6.2 | Étude de l'influence de la méthode d'optimisation : SQP vs PSO (Question 52) | 16 |
| 6.2.1 | Principe : optimisation locale (SQP) vs optimisation globale (PSO) | 16 |
| 6.2.2 | Paramétrage PSO et contrainte temps réel | 16 |
| 6.2.3 | Résultats : profils temporels et comparaison des performances | 17 |
| 6.2.4 | Analyse des figures et discussion | 17 |
| 7 | Étude de l'influence de la batterie (Q53–Q65) | 18 |
| 7.1 | Cas extrêmes : sans batterie et capacité maximale | 19 |
| 7.2 | Capacité maximale utile (Q55) | 19 |
| 7.3 | Gains bruts et extrapolations (Q56–Q58) | 19 |
| 7.4 | Impact du prix d'achat (Q59–Q62) | 20 |
| 7.5 | Étude paramétrique par paliers de 10 kWh (Q63–Q65) | 20 |
| 7.5.1 | Q63–Q64 – Coût total et gain brut extrapolés sur 10 ans en fonction de C_b | 20 |
| 7.5.2 | Q65 – Gain / perte net sur 10 ans en fonction de C_b (prix d'achat inclus) | 22 |
| 7.5.3 | Conclusion et recommandation (influence de la capacité batterie) | 23 |

1 Introduction

1.1 Contexte et objectif

La transition énergétique s’accompagne d’une transformation profonde des systèmes électriques : augmentation de la demande, électrification de nombreux usages (mobilité, chauffage), exigences accrues de qualité et de continuité de service, et intégration massive de sources renouvelables. Dans ce contexte, le pilotage de l’énergie devient un enjeu central, car l’équilibre production–consommation doit être assuré en permanence, tout en limitant les coûts et en respectant des contraintes techniques (puissance disponible, limites d’échange, contraintes de sécurité et de fonctionnement).

Par ailleurs, l’essor des énergies renouvelables, en particulier le photovoltaïque, introduit une variabilité et une intermittence qui rendent la gestion plus complexe : la production dépend fortement des conditions météorologiques, tandis que la consommation suit des profils difficiles à maîtriser. Cette incertitude crée des écarts entre l’énergie disponible et l’énergie demandée, pouvant entraîner des échanges non souhaités avec le réseau, des surcharges locales ou une exploitation sous-optimale des ressources. Dans ce cadre, le concept de **micro-réseau** (*microgrid*) s’impose comme une architecture pertinente : il regroupe localement production, consommation et éventuellement stockage, tout en restant capable d’échanger de l’énergie avec le réseau principal.

Le stockage par batteries constitue alors un levier important pour renforcer la flexibilité d’un micro-réseau : il permet de décaler l’énergie dans le temps, de lisser certaines fluctuations et de mieux valoriser une production locale. Cependant, pour exploiter efficacement cette flexibilité, une simple stratégie réactive est souvent insuffisante. L’intérêt est d’anticiper l’évolution future de la charge et de la production afin de décider, au bon moment, quand stocker, quand restituer, et dans quelle mesure échanger avec le réseau.

Dans cette optique, la commande prédictive (MPC) est particulièrement adaptée : elle s’appuie sur des prévisions à horizon fini, résout à chaque instant un problème d’optimisation sous contraintes, puis applique une décision de commande en tenant compte des limites physiques et contractuelles du système.

L’objectif de ce projet est de mettre en œuvre une stratégie MPC pour la gestion énergétique d’un **micro-réseau résidentiel** (PV–batterie–réseau), afin de minimiser le coût de l’énergie échangée avec le réseau sous tarification heures pleines/heures creuses, tout en respectant les contraintes d’abonnement et les limites de stockage.

1.2 Démarche du projet

Ce projet traite la gestion énergétique d’un microréseau résidentiel composé d’une maison consommatrice d’électricité (P_c), d’une production photovoltaïque (P_p), d’une batterie (E_b) et d’un échange bidirectionnel avec le réseau (P_r).

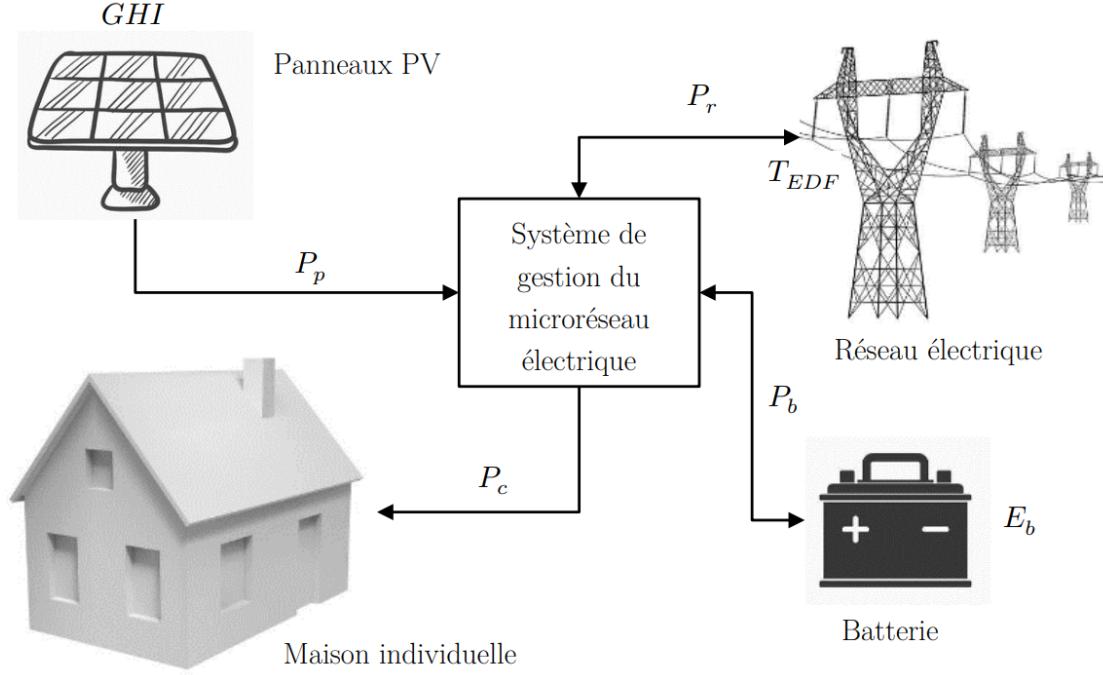


FIGURE 1 – Synoptique du microréseau électrique résidentiel.

Une stratégie de commande prédictive (MPC) est mise en œuvre sur un horizon de 24 h avec un pas $T_e = 10$ min et une simulation sur 7 jours. À chaque pas, un problème d'optimisation est résolu afin de minimiser le coût de l'énergie échangée, en tenant compte des contraintes d'abonnement et des saturations batterie (contraintes molles pénalisées).

Le rapport présente : (i) le cas de base, (ii) l'impact des erreurs de prédiction (PV/consommation), (iii) la sensibilité au point initial pour SQP, (iv) la comparaison SQP vs PSO (**particleswarm**), et (v) une étude techno-économique en fonction de la capacité de batterie (0 à 100 kWh) avec extrapolation sur 10 ans.

2 Description du microréseau et modèles

2.1 Données d'entrée et paramètres

La simulation se déroule sur $N_{\text{jours}} = 7$ jours avec un pas de temps $T_e = 10$ minutes. L'horizon de prédiction de MPC est de 24 h, soit :

$$H_p = \frac{24 \cdot 60}{T_e} = 144 \text{ pas.}$$

Le fichier `data_exemple.mat` fournit les séries temporelles nécessaires à la simulation et à la prédiction :

- GHI_{cs} : rayonnement global horizontal **prédit** (modèle ciel clair), utilisé pour calculer la puissance **prédite** produite par les panneaux photovoltaïque $P_{p,pred}$;
- GHI_{real} : rayonnement global horizontal **réel** sur toute la durée de simulation, utilisé pour calculer la puissance produite **réelle** par les panneaux photovoltaïque P_p ;
- P_c : puissance consommée **réelle** sur toute la durée de simulation ;
- $P_{c,pred}$: puissance consommée **prédite** sur toute la durée de simulation ;
- `temps_data` : vecteur temps associé aux séries.

2.2 Tarification (HP/HC)

On suppose que le tarif d'achat et le tarif de vente de l'électricité sont identiques, afin d'encourager l'autoconsommation et d'éviter une revente systématique de l'énergie produite, ce qui permet aussi de quantifier l'intérêt d'une stratégie de gestion et d'un stockage. La tarification est également basée sur des périodes d'heures pleines et d'heures creuses à prix différents, avec des plages horaires spécifiques. Ces plages sont définies dans le Tableau 1.

TABLE 1 – Tarification journalière de l'électricité.

| Période | Type | Tarif (€/kWh) |
|-------------|----------------|---------------|
| 00h00-05h50 | Heures creuses | 0.1228 |
| 06h00-07h50 | Heures pleines | 0.1579 |
| 08h00-11h50 | Heures creuses | 0.1228 |
| 12h00-13h50 | Heures pleines | 0.1579 |
| 14h00-15h50 | Heures creuses | 0.1228 |
| 16h00-21h50 | Heures pleines | 0.1579 |
| 22h00-23h50 | Heures creuses | 0.1228 |

2.3 Modèle photovoltaïque

La puissance photovoltaïque est estimée à partir du rayonnement solaire global horizontal (GHI) par :

$$P_p(t) = S \cdot r \cdot GHI(t) \cdot (1 - C_p),$$

avec :

- $S = 40 \text{ m}^2$: surface totale de panneaux,
- $r = 0.2$: rendement des panneaux,
- $C_p = 0.1$: coefficient de pertes.

Dans ce projet, on utilise deux séries de rayonnement :

- GHI_{real} (rayonnement réel mesuré) pour calculer la production réelle P_p ;
- GHI_{cs} (rayonnement prédit par un modèle ciel clair) pour calculer la production prédite $P_{p,pred}$.

2.4 Modèle batterie

L'état batterie est l'énergie E_b (kWh), évoluant selon :

$$E_b(k+1) = E_b(k) + P_b(k) \frac{T_e}{60}.$$

La batterie est contrainte par :

$$E_{b,min} = 0.1 C_b, \quad E_{b,max} = C_b.$$

Avec :

- $C_b = 100 \text{ kWh}$: la capacité maximale de la batterie.
- $E_{b,max}$ correspond à une batterie pleine.
- $E_{b,min}$ à un seuil minimal (10% de la capacité) pour ne pas dégrader les performances de la batterie.

2.5 Bilan de puissance

Le bilan de puissance relie batterie, réseau, PV et charge :

$$P_b(t) = P_r(t) + P_p(t) - P_c(t),$$

où :

- $P_c(t)$: puissance **consommée** par les charges de la maison (kW) ;
- $P_p(t)$: puissance **produite** par le générateur photovoltaïque (kW) ;
- $P_r(t)$: puissance **échangée avec le réseau** (kW) — positive si achat, négative si vente ;
- $P_b(t)$: puissance **demandée à la batterie** (kW) — positive en charge, négative en décharge.

Après saturation de la batterie (limites d'énergie $E_b \in [E_{b,\min}, E_{b,\max}]$), la puissance réellement échangée avec la batterie devient $P_{br}(t)$, ce qui impose une puissance réellement échangée avec le réseau P_{rr} :

$$P_{br}(t) = P_{rr}(t) + P_p(t) - P_c(t).$$

3 Commande prédictive : formulation mathématique

3.1 Objectif à minimiser (avec contraintes molles)

On souhaite minimiser, sur chaque horizon de prédiction H_p , le coût de l'énergie échangée avec le réseau. Ce coût correspond à la somme cumulée du produit du tarif d'achat/vente de l'électricité T_{EDF} et de la puissance réellement échangée avec le réseau P_{rr} , sur un pas de temps T_e . Les variables de décision sont les valeurs de la puissance échangée avec le réseau P_r à chaque pas de temps le long de l'horizon de prédiction.

La fonction objectif associée au coût d'énergie est :

$$f_{obj} = \sum_{k=1}^{H_p} \left(T_{EDF}(k) P_{rr}(k) \frac{T_e}{60} \right). \quad (1)$$

Pour respecter le contrat d'abonnement électrique, l'optimisation est soumise à des contraintes de type bornes. Cependant, en raison de la saturation de la batterie, la puissance commandée peut être corrigée, et la puissance réellement échangée avec le réseau P_{rr} peut dépasser les limites. On souhaiterait donc imposer les contraintes (dites *dures*) suivantes :

$$\begin{cases} P_{rr} > P_{r\min} \\ P_{rr} < P_{r\max} \end{cases} \quad (1.10)$$

Ces contraintes dures peuvent rendre le problème infaisable dans les cas où le système de stockage n'a pas la capacité d'y faire face, ce qui peut conduire à une optimisation sans solution admissible. Pour éviter cela, on réalise une relaxation en introduisant ces contraintes sous forme d'un vecteur de contraintes molles C_m ajouté à la fonction objectif :

$$C_m = \lambda ((P_{rr} < P_{r\min})(P_{r\min} - P_{rr}) + (P_{rr} > P_{r\max})(P_{rr} - P_{r\max})). \quad (2)$$

Avec $\lambda = 1\,000\,000$, un paramètre de pondération élevé sur ces contraintes. Finalement, la fonction objectif devient :

$$f_{obj} = \sum_{k=1}^{H_p} \left(T_{EDF}(k) P_{rr}(k) \frac{T_e}{60} \right) + \sum_{k=1}^{H_p} C_m(k). \quad (3)$$

À chaque pas de temps, on cherche la séquence optimale de commande réseau sur l'horizon de prédiction, notée \mathbf{P}_r^* , en résolvant le problème d'optimisation :

$$\mathbf{P}_r^* = \arg \min_{\mathbf{P}_r} f_{obj}(\mathbf{P}_{rr}).$$

avec $\mathbf{P}_r = [P_r(1) \cdots P_r(H_p)]^\top$ la séquence des puissances réseau sur l'horizon H_p .

3.2 Nature du problème : commande prédictive non linéaire

Le problème traité dans ce projet relève de la **commande prédictive non linéaire**. À chaque pas de temps, on optimise une séquence de commande réseau sur l'horizon, mais l'évaluation de la fonction objectif nécessite de simuler le comportement réel du système (batterie + réseau + PV + charge) sur cet horizon. Même si la variable de décision P_r est uniquement bornée, la quantité utilisée dans le coût est la puissance **réellement** échangée avec le réseau P_{rr} , qui dépend de la dynamique de la batterie et surtout de ses **saturation**s (bornes d'énergie) :

$$E_{b,\min} \leq E_b(k) \leq E_{b,\max}.$$

Lorsque ces bornes sont atteintes, la puissance demandée à la batterie est corrigée (passage de P_b à P_{br}), ce qui modifie le bilan de puissance et donc la valeur de P_{rr} . Cette logique introduit des saturations, rendant la relation entre la commande \mathbf{P}_r et P_{rr} **non linéaire**.

Par conséquent, la fonction objectif est non linéaire par rapport à \mathbf{P}_r , et le problème d'optimisation résolu à chaque itération est un **problème d'optimisation non linéaire sous contraintes** (bornes sur la commande \mathbf{P}_r).

4 Résultats — Cas de base (prédictions parfaites)

4.1 Implémentation sous MATLAB

L'implémentation est structurée autour de trois éléments : une fonction de simulation du système (`systeme.m`), une fonction objectif (`funobj.m`) et un script principal qui exécute la commande prédictive en résolvant à chaque pas un problème d'optimisation via `fmincon`.

4.1.1 Fonction `systeme.m` : dynamique et saturation de la batterie

La fonction `systeme.m` modélise l'évolution de l'énergie stockée dans la batterie et applique les saturations liées aux limites d'énergie. Elle prend en paramètres d'entrée :

- $P_b(k)$: le vecteur de puissance désirée échangée avec la batterie,
- $E_b(k)$: l'énergie initiale dans la batterie,
- C_b : la capacité de la batterie,
- T_e : la période d'échantillonnage.

En sortie, elle retourne :

- $E_b(k+1)$: le vecteur de l'énergie stockée dans la batterie.
- $P_{br}(k)$: le vecteur de la puissance réellement échangée avec la batterie.

4.1.2 Fonction `funobj.m` : calcul de la fonction objectif sur l'horizon

La fonction `funobj.m` évalue le critère à minimiser sur l'horizon de prédiction à partir d'une séquence candidate de commande réseau \mathbf{P}_r . Elle intègre :

- le coût de l'énergie échangée avec le réseau,
- le terme de contraintes molles C_m lorsque P_{rr} sort des bornes d'abonnement.

La fonction simule l'évolution de la batterie (via la fonction `systeme.m`) afin d'obtenir la puissance réellement échangée avec le réseau $P_{rr}(k+j)$, puis calcule f_{obj} (scalaire).

4.1.3 Script principal : optimisation MPC avec `fmincon` (SQP)

Le script principal exécute la commande prédictive sur toute la durée de simulation. À chaque itération k , il résout le problème d'optimisation sous contraintes via `fmincon` en utilisant l'algorithme SQP. Les options utilisées sont définies par `optimoptions` :

- `Algorithm = 'sqp'` (méthode SQP),
- `MaxFunctionEvaluations = 10000`,

- `MaxIterations` = 1000,
- `Display` = 'off' (affichage désactivé).

La solution fournit une séquence optimale \mathbf{P}_r^* , et seule la première commande $P_r(k+1)$ est appliquée au système « réel » via `système.m`. L'état de la batterie est ensuite mis à jour, puis l'itération suivante est lancée jusqu'à la fin de la simulation.

4.2 Les données utilisées

Dans cette section, on considère un **cas de base** où les prédictions sont supposées parfaites : la consommation P_c et le rayonnement GHI (donc la production photovoltaïque P_p) sont connus de façon exacte sur l'horizon de prédiction. Ainsi, l'optimisation est réalisée en utilisant P_c et P_p (données réelles) sur l'horizon, ce qui correspond à un scénario idéal de **prédictions parfaites**.

Les résultats obtenus sont présentés dans la section suivante.

4.3 Résultats chiffrés

La Figure 2 est composée de trois sous-figures :

- **Sous-figure 1 : Énergie batterie**

Évolution de l'énergie stockée E_b (kWh) en fonction du temps.

- **Sous-figure 2 : Puissances du microréseau**

Évolution des puissances P_c (consommation), P_p (production PV), P_{br} (puissance batterie réelle) et P_{rr} (puissance réseau réelle) en fonction du temps t .

- **Sous-figure 3 : Coût et tarif**

Graphique à double échelle (`yyaxis`) : à gauche le coût instantané C_r (euros) en fonction du temps, et à droite le tarif T_{EDF} (EUR/kWh) en fonction du temps.

La Figure 3 représente la variation des mêmes grandeurs sur une seule journée, afin d'analyser clairement le comportement.

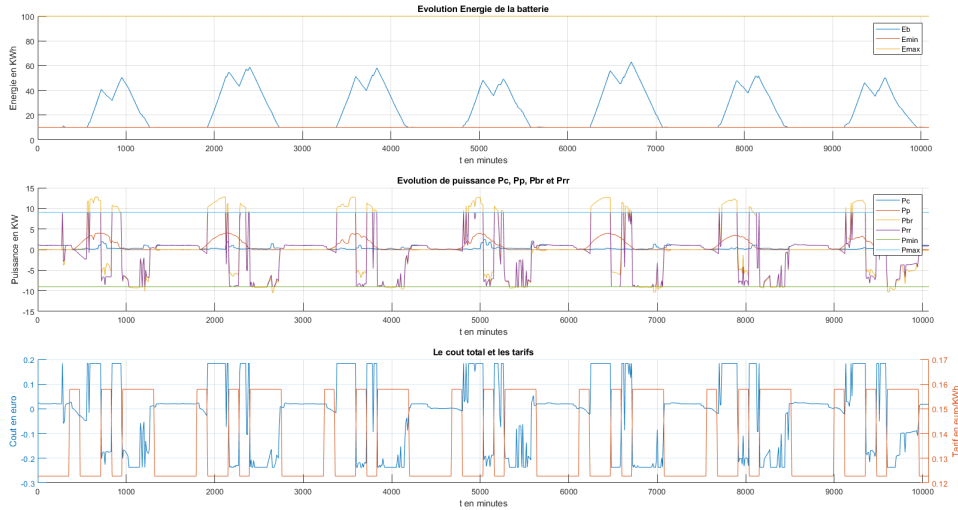


FIGURE 2 – Résultats du cas de base (prédictions parfaites).

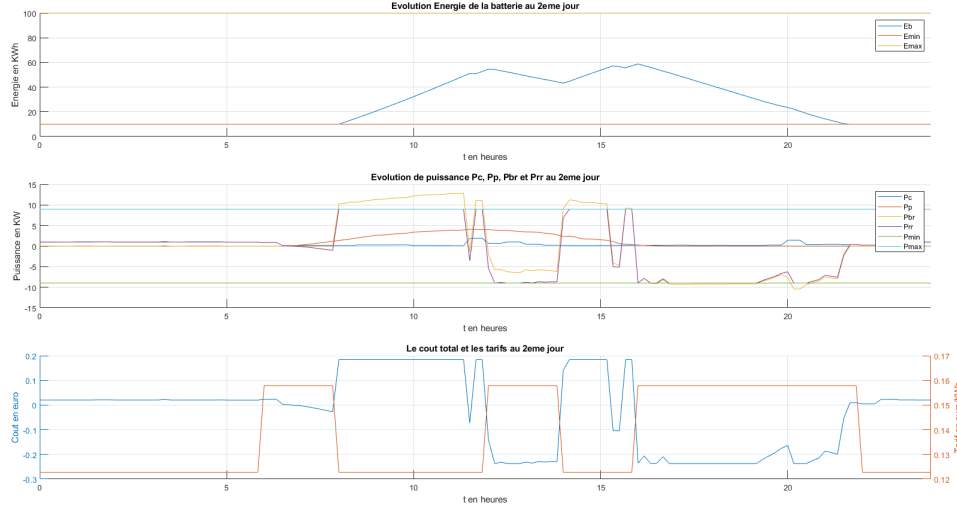


FIGURE 3 – Résultats du cas de base (prédictions parfaites) sur une journée.

4.3.1 Analyse des résultats

On remarque que :

- **Évolution de l'énergie batterie** : l'énergie E_b varie entre la borne minimale fixée à $E_{b,\min} = 10$ kWh et une valeur maximale d'environ 63 kWh, alors que la capacité nominale de la batterie est $C_b = 100$ kWh. Cela indique que, pour cette stratégie de gestion, la batterie est **sur-dimensionnée** : on n'exploite pas toute la capacité disponible, mais environ 63% au maximum.
- **Phases de charge** : la batterie se charge principalement lorsque deux conditions sont réunies :

1. disponibilité d'une production photovoltaïque (présence d'énergie solaire),
2. période de tarif faible (heures creuses).

On observe ainsi que la charge n'apparaît pas la nuit après 22h (malgré le tarif faible), car la production PV est nulle. La charge démarre plutôt en matinée, lorsque l'ensoleillement devient suffisant et que le tarif reste avantageux. Dans ces phases, $P_{br} > 0$ (charge batterie) et la puissance échangée avec le réseau est généralement positive ($P_{rr} > 0$), ce qui conduit à un coût instantané $C_r > 0$ (achat d'énergie).

- **Phases de décharge** : lorsque la batterie dispose d'énergie et que le tarif augmente (heures pleines), la stratégie MPC privilégie la décharge. La puissance batterie devient alors négative ($P_{br} < 0$) afin :

- de contribuer à l'alimentation de la charge en complément du PV,
- et, selon les situations, d'injecter une partie de l'énergie vers le réseau.

Dans ce cas, la puissance réellement échangée avec le réseau peut devenir négative ($P_{rr} < 0$), ce qui se traduit par un coût instantané négatif ($C_r < 0$), interprété comme un gain (vente d'énergie) sous l'hypothèse « achat = vente » utilisée dans l'étude.

- **Respect des contraintes réseau** : la puissance réellement échangée avec le réseau P_{rr} reste comprise entre -9 kW et $+9$ kW, conformément aux limites du contrat d'abonnement.
- **Cas défavorables (batterie minimale et absence de PV)** : lorsque la batterie atteint sa borne minimale ($E_b \approx 10$ kWh) et que la production PV est nulle, le réseau fournit l'énergie nécessaire pour couvrir la consommation. La puissance P_{rr} devient alors principalement positive, et le coût augmente en conséquence.

- **Lien entre P_{br} et P_{rr} :** on observe que P_{br} et P_{rr} présentent presque la même allure, et en particulier le même signe à la majorité des instants. Cela indique que la charge/décharge de la batterie se fait en grande partie via le réseau : lorsque $P_{br} > 0$ (charge), P_{rr} est généralement positif (achat d'énergie) ; lorsque $P_{br} < 0$ (décharge), P_{rr} est généralement négatif (injection). Ce comportement reste dans la zone admissible imposée par le contrat, $P_{rr} \in [-9, 9]$.
- **Rôle du PV en limite d'échange réseau :** lorsque P_{rr} est proche de ses limites (saturation à ± 9 kW), la capacité du réseau à absorber ou fournir davantage de puissance est limitée. Dans ces zones, l'évolution de P_{br} suit davantage celle de la production photovoltaïque P_p , ce qui indique que la batterie se charge principalement à partir de l'énergie PV (absorption des excédents) lorsque le réseau ne peut plus augmenter l'échange.

Coût et tarif. La superposition du coût instantané $C_r(t)$ et du tarif $T_{EDF}(t)$ met en évidence l'arbitrage : la stratégie privilégie (dans la mesure du possible) les échanges favorables en heures creuses et limite les achats en heures pleines.

Le coût total de l'électricité échangée avec le réseau sur l'ensemble des 7 jours est :

$$C_{r,tot} = -20.31 \text{ EUR.}$$

Un coût total négatif signifie que, sur la période considérée, le microréseau a généré un gain net, ce qui est cohérent avec l'hypothèse de l'étude où le tarif d'achat et de vente de l'électricité est identique.

5 Comparaison des cas : données réelles vs données prédites

Dans cette partie, on étudie l'impact des erreurs de prédiction sur la stratégie MPC. Trois scénarios sont considérés, selon les signaux utilisés sur l'horizon de prédiction :

- **Cas 1 (mixte) :** P_c (réel) et $P_{p,pred}$ (prédit),
- **Cas 2 (mixte) :** $P_{c,pred}$ (prédit) et P_p (réel),
- **Cas 3 (prédit) :** $P_{c,pred}$ (prédit) et $P_{p,pred}$ (prédit).

Remarque importante. Les signaux prédits ne sont utilisés que pour **calculer** la séquence optimale \mathbf{P}_r^* sur l'horizon. Conformément au principe MPC, **seule la première commande** $P_r(k+1)$ est appliquée, puis l'évolution du système est simulée avec les **grandeurs réelles** (notamment P_c et P_p), afin d'évaluer de manière réaliste la sensibilité de la commande aux erreurs de prévision.

5.1 Comparaison des signaux réels et prédits

La Figure 4 présente, sous forme de trois sous-figures, la comparaison entre les séries réelles et les séries prédites, tracées en fonction du temps :

- (a) GHI_{real} et GHI_{cs} ,
- (b) puissance PV réelle P_p et puissance PV prédite $P_{p,pred}$,
- (c) consommation réelle P_c et consommation prédite $P_{c,pred}$.

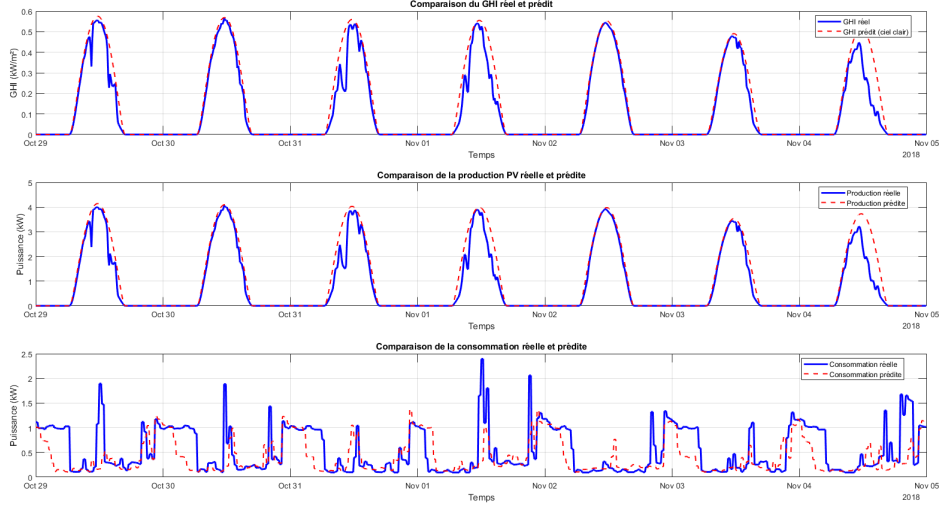


FIGURE 4 – Comparaison des signaux réels et prédits.

D’après la Figure 4, l’allure des signaux prédits est relativement proche des signaux réels pour le rayonnement GHI et la puissance PV produite, tandis qu’un écart important apparaît pour la puissance consommée.

Cette observation peut être quantifiée à l’aide de l’indicateur fit , qui permet d’évaluer la qualité d’un signal prédit par rapport au signal réel. Plus le fit est élevé, plus la prédiction est proche du signal réel ; un fit faible indique au contraire une erreur de prédiction importante. La relation de calcul du fit est donnée par :

$$fit(x, \hat{x}) = 100 \times \left(1 - \frac{\|x - \hat{x}\|_2}{\|x - \langle x \rangle\|_2} \right), \quad \text{avec} \begin{cases} x : \text{vecteur des mesures,} \\ \hat{x} : \text{vecteur des prédictions de } x, \\ \langle x \rangle : \text{vecteur constant égal à la moyenne de } x. \end{cases} \quad (3.1)$$

Les résultats du calcul de fit sont représentés dans le Tableau 2 :

TABLE 2 – Indicateur fit entre signaux réels et prédits.

| Signal | Comparaison | Fit (%) |
|---------------|----------------------------|---------|
| Rayonnement | GHI_{real} vs GHI_{cs} | 70.1 |
| Production PV | P_p vs $P_{p,pred}$ | 70.1 |
| Consommation | P_c vs $P_{c,pred}$ | 9.4 |

Ces valeurs confirment les observations de la Figure 4. Les $fits$ de GHI et de P_p sont identiques, ce qui est cohérent puisque la puissance photovoltaïque est obtenue par une relation linéaire :

$$P_p(t) = S r GHI(t) (1 - C_p).$$

En revanche, le fit très faible de la consommation (9.4%) montre que la prédiction $P_{c,pred}$ est peu fiable sur la période considérée.

On dispose donc d’erreurs de prédiction (particulièrement marquées sur P_c). La section suivante analyse comment ces erreurs affectent la stratégie de commande (coût total et profils optimisés) dans les trois cas étudiés.

5.2 Analyse des résultats pour chaque cas

Comme pour le cas de base, l'analyse des résultats est réalisée à l'aide d'une figure composée de trois sous-figures (**subplot** en colonne). Cette figure est générée **pour chacun des trois cas** de données utilisées sur l'horizon de prédiction (Cas 1, Cas 2 et Cas 3). Pour chaque cas, on trace :

- **Sous-figure 1 : Énergie batterie**

Évolution de l'énergie stockée E_b (kWh) en fonction du temps.

- **Sous-figure 2 : Puissances du microréseau**

Évolution des puissances P_c (consommation), P_p (production PV), P_{br} (puissance batterie réelle) et P_{rr} (puissance réseau réelle) en fonction du temps t .

- **Sous-figure 3 : Coût et tarif**

Graphique à double échelle (**yyaxis**) : à gauche le coût instantané C_r (euros) en fonction du temps, et à droite le tarif T_{EDF} (EUR/kWh) en fonction du temps.

Ces figures permettent de comparer directement l'influence des signaux utilisés sur l'horizon de prédiction sur la trajectoire de batterie, les échanges réseau et le coût total.

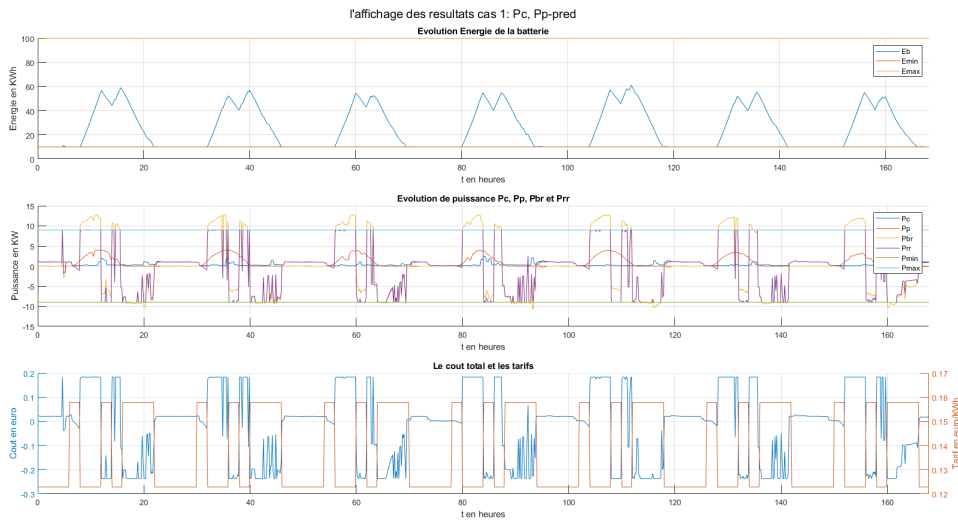


FIGURE 5 – Résultats du Cas 1 : P_c (réel) et $P_{p,pred}$ (prédit).

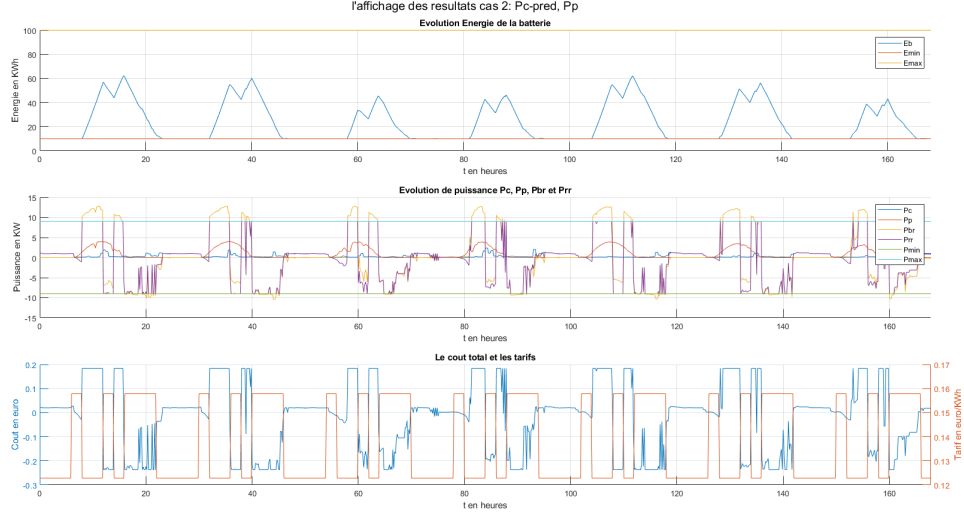


FIGURE 6 – Résultats du Cas 2 : $P_{c,pred}$ (prédit) et P_p (réel).

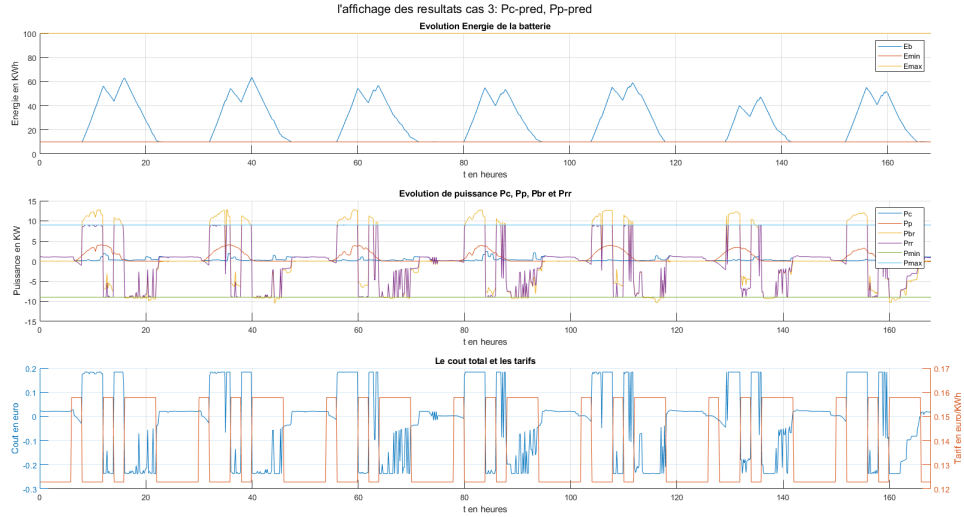


FIGURE 7 – Résultats du Cas 3 : $P_{c,pred}$ (prédit) et $P_{p,pred}$ (prédit).

D'après ces trois figures, on observe que l'allure générale des signaux reste globalement similaire dans les trois cas, ce qui indique que la stratégie MPC conserve le même comportement global. Cependant, des différences apparaissent principalement au niveau :

- **Du niveau de charge/décharge de la batterie** : la tendance de charge et de décharge est comparable, mais les niveaux de charge atteints diffèrent d'un cas à l'autre. Par exemple, au Jour 1, les deux premiers pics de E_b sont :
 - Cas de base : ≈ 40 kWh puis ≈ 50 kWh,
 - Cas 1 ($P_c, P_{p,pred}$) : ≈ 56 kWh puis ≈ 59 kWh,
 - Cas 2 ($P_{c,pred}, P_p$) : ≈ 57 kWh puis ≈ 62 kWh,
 - Cas 3 ($P_{c,pred}, P_{p,pred}$) : ≈ 56 kWh puis ≈ 63 kWh.
- **Des fluctuations de puissance** : on observe également des différences dans les fluctuations de la puissance batterie réelle P_{br} et de la puissance réseau réelle P_{rr} , notamment lors des phases où le système est proche des contraintes (saturation batterie ou limites ± 9 kW).

5.3 Résultats : coûts totaux

Le Tableau 3 synthétise les coûts totaux obtenus sur 7 jours pour le cas de base et les trois cas étudiés.

TABLE 3 – Comparaison des coûts totaux sur 7 jours.

| Scénario | Données utilisées sur l’horizon | $C_{r,tot}$ (EUR) |
|-------------|--|-------------------|
| Cas de base | P_c (réel), P_p (réel) | −20.31 |
| Cas 1 | P_c (réel), $P_{p,pred}$ (prédit) | −20.86 |
| Cas 2 | $P_{c,pred}$ (prédit), P_p (réel) | −19.99 |
| Cas 3 | $P_{c,pred}$ (prédit), $P_{p,pred}$ (prédit) | −20.69 |

On remarque que les coûts totaux obtenus sur 7 jours dans les trois cas restent du même ordre de grandeur que celui du cas de base. En classant les résultats par ordre croissant (du plus négatif au moins négatif), on obtient :

$$\text{Cas 1} < \text{Cas 3} < \text{Cas de base} < \text{Cas 2}.$$

Ainsi, le Cas 1 présente le gain net le plus élevé (coût le plus négatif), tandis que le Cas 2 est le moins favorable (coût le moins négatif).

5.4 Discussion et analyse des résultats

Théoriquement, on s’attend à ce que le **cas de base** (utilisation de P_c et P_p réels sur l’horizon) fournisse la meilleure performance, car l’optimisation MPC est réalisée avec une information parfaite. À l’inverse, l’utilisation de signaux prédits ($P_{c,pred}$, $P_{p,pred}$) introduit une information imparfaite susceptible de dégrader la planification de charge/décharge (sur-charge, sous-charge, ou décalage des échanges réseau à des instants moins favorables).

Mais pratiquement, dans notre simulation, les trois cas donnent des **coûts totaux du même ordre de grandeur** et des **allures très proches** des grandeurs (E_b , P_{br} , P_{rr}). Les écarts observés restent faibles, ce qui ne permet pas de mettre en évidence de manière suffisamment nette et raisonnable l’influence des erreurs de prédiction sur la commande calculée.

Ce résultat, contre-intuitif au premier abord, peut s’expliquer par plusieurs facteurs :

- le problème MPC est **non linéaire** et **non lisse** à cause de la saturation batterie (correction de P_b en P_{br}) et de la pénalisation des contraintes molles ;
- la résolution numérique par SQP cherche une solution **localement optimale** et ne garantit pas, en général, l’optimum global ; selon l’initialisation et la structure locale du problème, il est possible d’obtenir des solutions très proches, voire parfois légèrement meilleures en coût, même avec des profils prédits (effet numérique et optimum local).

Conclusion. Malgré ces limites d’interprétation fine, le résultat principal est clair : la commande MPC développée est **globalement robuste** vis-à-vis des erreurs de prédiction sur ce cas d’étude, puisque les performances (coût total) et les trajectoires restent proches du cas idéal.

6 Étude 2 — Méthodes d’optimisation : SQP vs PSO (Q51–Q52)

6.1 Test de différents points initiaux (Question 51)

Dans un problème MPC résolu par `fmincon` (algorithme SQP), la solution peut dépendre du **point initial** fourni au solveur, en particulier lorsque la fonction objectif est non linéaire et non

lisse (saturation batterie et pénalisation des contraintes molles). Afin d'évaluer la sensibilité des résultats, trois initialisations du vecteur de décision \mathbf{P}_r sur l'horizon H_{pr} sont testées :

- **Init 1** : $P_{r,0}(k+j) = 1 \text{ kW}$, $j = 1, \dots, H_{pr}$ (initialisation constante),
- **Init 2** : $P_{r,0}(k+j) = 0 \text{ kW}$, $j = 1, \dots, H_{pr}$ (initialisation nulle),
- **Init 3** : $P_{r,0}(k+j) = P_{c,H}(k+j) - P_{p,H}(k+j)$, $j = 1, \dots, H_{pr}$ (initialisation basée sur un bilan sans batterie : $P_b \approx 0$).

Pour chaque initialisation, la commande MPC est exécutée sur l'ensemble des 7 jours. Les critères de comparaison sont :

- le **coût total** sur la simulation $C_{r,tot}$,
- le **temps total de calcul** (somme sur toutes les itérations de l'optimisation),
- et, qualitativement, la **trajectoire** $E_b(t)$ et les échanges réseau $P_{rr}(t)$.

6.1.1 Résultats

Les résultats obtenus sont présentés dans la Figure 8, où l'on compare l'évolution de l'énergie batterie E_b et de la puissance réseau réellement échangée P_{rr} pour les trois cas d'initialisation. Le temps d'optimisation et le coût total sont également résumés dans le Tableau 4.

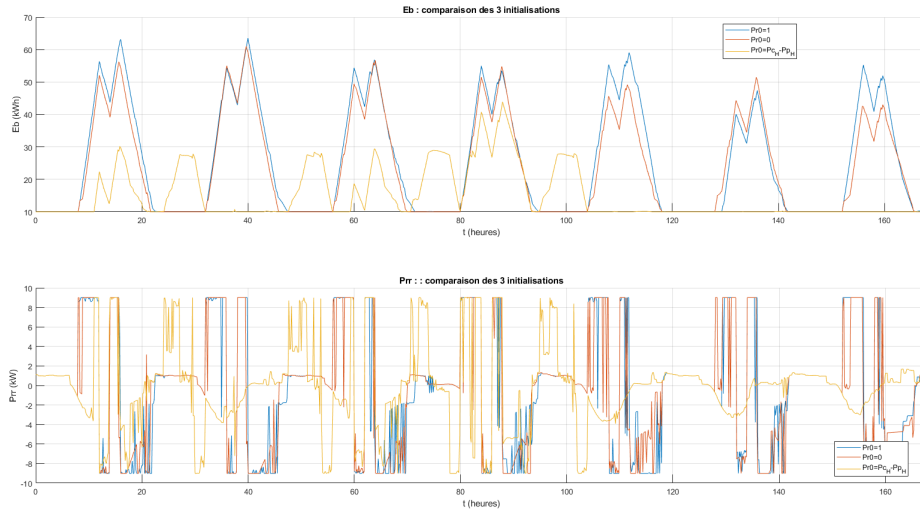


FIGURE 8 – Comparaison des trois initialisations.

TABLE 4 – Influence du point initial sur le coût total et le temps de calcul.

| Initialisation | $C_{r,tot}$ (EUR) | Temps total (s) |
|--|-------------------|-----------------|
| Init 1 : $P_{r,0} = 1$ | -20.69 | 250.0646 |
| Init 2 : $P_{r,0} = 0$ | -19.91 | 207.2770 |
| Init 3 : $P_{r,0} = P_{c,H} - P_{p,H}$ | -12.81 | 143.0726 |

6.1.2 Analyse des résultats

La Figure 8 montre que le choix du point initial influence la solution obtenue par le MPC, à la fois sur le plan **économique** (coût total), sur le **temps de calcul** et sur les **profils temporels** de l'énergie batterie E_b et des échanges réseau P_{rr} . Les résultats chiffrés sont synthétisés dans le Tableau 4.

- **Coût total.** Les initialisations **Init 1** ($P_{r,0} = 1$) et **Init 2** ($P_{r,0} = 0$) fournissent des coûts totaux proches, respectivement $C_{r,tot} = -20.69$ EUR et $C_{r,tot} = -19.91$ EUR. En revanche, **Init 3** ($P_{r,0} = P_{c,H} - P_{p,H}$) conduit à un coût nettement moins favorable ($C_{r,tot} = -12.81$ EUR), ce qui traduit une stratégie d'exploitation de la batterie beaucoup moins efficace sur l'ensemble des 7 jours.
- **Temps de calcul.** Le temps total diminue de manière significative : 250.06 s (Init 1) → 207.28 s (Init 2) → 143.07 s (Init 3). Ainsi, l'initialisation 3 accélère la convergence numérique, mais au prix d'une perte importante de performance économique.

6.1.3 Analyse des profils E_b et P_{rr}

L'observation des courbes permet de distinguer deux comportements :

- **Initialisations 1 et 2.** Les profils $E_b(t)$ et $P_{rr}(t)$ sont **très proches**. L'énergie batterie présente la même tendance de charge/décharge, avec seulement de faibles écarts sur le niveau de charge maximal. Du côté réseau, P_{rr} suit une dynamique comparable, même si l'on observe une différence au niveau de quelques variations rapides (pics et transitions) dans certains intervalles, sans impact majeur sur le coût total.
- **Initialisation 3.** Ce cas se démarque nettement : les cycles de charge/décharge sont **différents** (en nombre et en forme), la batterie atteint une charge maximale beaucoup plus faible (environ ~ 30 kWh contre $\sim 50-60$ kWh pour Init 1 et Init 2) et, sur les deux dernières journées, la batterie devient presque **inactive**. Cela indique une stratégie qui se rapproche d'un fonctionnement *faiblement assisté par batterie*, ce qui explique directement le coût total moins négatif.

Choix retenu. Pour la suite de l'étude, on retient l'**initialisation 1** ($P_{r,0} = 1$), car elle fournit le meilleur coût total parmi les trois essais. Bien que son temps de calcul soit le plus élevé, il reste **compatible avec une mise en œuvre en temps réel** : la contrainte pratique impose que l'optimisation soit réalisée en un temps inférieur au pas d'échantillonnage T_e . Ici, $T_e = 10$ minutes (600 s) et le temps mesuré est d'environ 250 s (soit ≈ 4 minutes), ce qui demeure acceptable.

6.2 Étude de l'influence de la méthode d'optimisation : SQP vs PSO (Question 52)

6.2.1 Principe : optimisation locale (SQP) vs optimisation globale (PSO)

Afin de limiter les effets liés au point initial et, plus généralement, éviter une convergence vers un optimum local défavorable, on compare ici deux méthodes d'optimisation :

- **SQP (fmincon)** : méthode d'optimisation **locale** sous contraintes. À chaque itération, SQP construit une approximation quadratique locale du problème et converge généralement rapidement, mais elle peut être sensible à l'initialisation et ne garantit pas un optimum global.
- **PSO (particleswarm)** : méthode heuristique d'optimisation **globale**. Elle fait évoluer un essaim de particules (solutions candidates) et explore plusieurs régions de l'espace de recherche (plusieurs bassins d'attraction). Elle peut donc trouver des solutions plus performantes, au prix d'un temps de calcul plus important (nombre d'évaluations de la fonction objectif beaucoup plus élevé).

6.2.2 Paramétrage PSO et contrainte temps réel

La performance et le temps de calcul de PSO dépendent fortement du paramétrage, notamment de la taille de l'essaim. Deux valeurs ont été testées :

- **SwarmSize = 100** : temps total = 574.846 s,
- **SwarmSize = 200** : temps total = 1218.861 s.

Le pas d'échantillonnage MPC vaut $T_e = 10$ minutes, soit 600 s. La contrainte pratique impose que l'optimisation soit réalisée en un temps inférieur à T_e . Ainsi, on retient **SwarmSize** = **100** (car $574.846 < 600$ s), tandis que **SwarmSize** = **200** est écarté (car $1218.861 > 600$ s).

Les options utilisées dans MATLAB sont :

```
% Options SQP
opt_sqp = optimoptions("fmincon","Algorithm","sqp","Display","off", ...
    "MaxFunctionEvaluations",10000,"MaxIterations",1000);

% Options PSO
opt_pso = optimoptions("particleswarm","Display","off", ...
    "SwarmSize",100,"MaxIterations",1000,"FunctionTolerance",1e-6);
```

6.2.3 Résultats : profils temporels et comparaison des performances

Comme pour le cas de base, les résultats sont analysés à partir d'une figure composée de trois sous-figures (**subplot** en colonne) représentant (i) l'énergie batterie E_b , (ii) les puissances P_c , P_p , P_{br} et P_{rr} , et (iii) le coût instantané C_r en regard du tarif T_{EDF} via **yyaxis**.

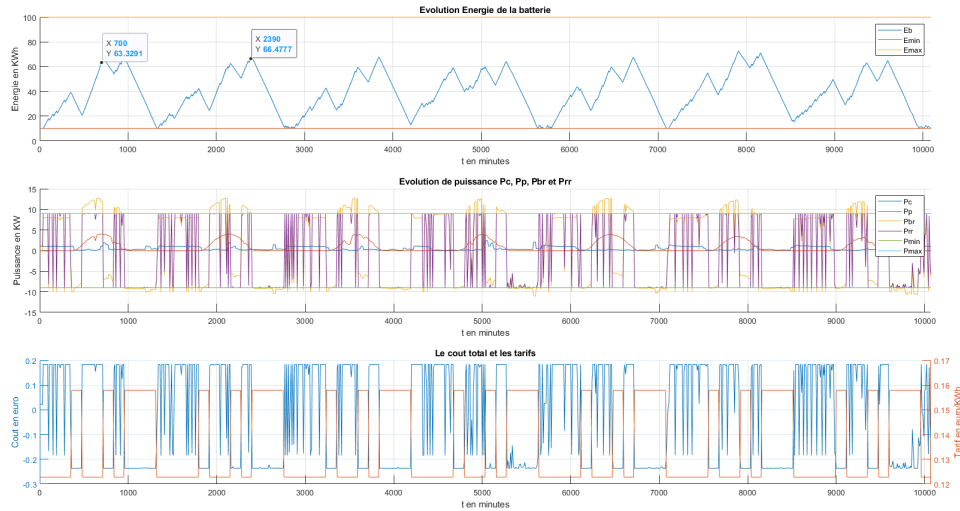


FIGURE 9 – Résultats obtenus avec PSO.

Les résultats numériques obtenus sur 7 jours sont résumés dans le Tableau 5.

TABLE 5 – Comparaison SQP vs PSO : coût total et temps de calcul.

| Méthode | $C_{r,tot}$ (EUR) | Temps total (s) |
|------------------------------------|-------------------|----------------------|
| SQP (fmincon, SQP) | -20.69 | 222.575 |
| PSO (particleswarm, SwarmSize=100) | -28 | 574.846 |
| PSO (particleswarm, SwarmSize=200) | -28.12 | 1218.861 ($> T_e$) |

6.2.4 Analyse des figures et discussion

Différences sur les profils batterie E_b . Les profils obtenus avec SQP et PSO présentent des comportements sensiblement différents :

- **Comportement avec SQP.** La batterie commence à se charger au début de la période d'ensoleillement (vers 7h) et atteint généralement un maximum de l'ordre de $\sim 50\text{--}60$ kWh. La décharge démarre ensuite (vers 16h environ) et se poursuit jusqu'à ramener l'énergie E_b à sa borne minimale. Une fois cette borne atteinte, la batterie devient **inactive** : on observe alors $P_{br} \approx 0$ et E_b reste constant, souvent sur une longue durée (typiquement entre ~ 21 h et ~ 7 h du jour suivant). La batterie ne recommence à fonctionner qu'au retour de l'ensoleillement.
- **Comportement avec PSO.** La batterie est globalement **plus sollicitée** sur l'ensemble de la journée. Durant les périodes de PV, E_b atteint des maxima plus élevés, de l'ordre de $\sim 60\text{--}70$ kWh, ce qui montre une utilisation plus importante du stockage. De plus, même en absence de PV (nuit), la batterie reste **active** : on observe des phases de charge/décharge liées à l'arbitrage tarifaire (achat en heures creuses et restitution en heures pleines), avec des niveaux pouvant atteindre environ ~ 40 kWh. Autrement dit, PSO exploite davantage la batterie pour maximiser l'arbitrage économique, y compris lorsque la production solaire est nulle.

Différences sur les puissances P_{br} et P_{rr} . Une autre différence notable concerne la présence de **pics** sur P_{br} et P_{rr} avec PSO. Ces pics peuvent s'interpréter comme la conséquence d'une stratégie plus "agressive" :

- PSO cherche à **profiter de l'arbitrage** (charger en heures creuses, décharger en heures pleines), tout en **limitant l'achat réseau** lorsqu'il existe déjà de l'énergie disponible dans la batterie ;
- lorsqu'une demande de puissance survient alors que la batterie est en cours de charge (depuis le réseau ou depuis le PV), l'algorithme peut modifier brutalement la décision optimale au pas suivant afin de répondre à cette demande tout en restant dans les contraintes. Cela peut se traduire par des transitions rapides et donc des pics sur P_{br} (et alors sur P_{rr}).

Analyse quantitative : performance et temps de calcul. Les résultats numériques montrent que PSO améliore nettement le coût total :

$$C_{r,tot}^{PSO} = -28 < C_{r,tot}^{SQP} = -20.69,$$

ce qui correspond à un gain net plus important sur 7 jours (sous l'hypothèse "achat = vente").

En contrepartie, le temps de calcul total est significativement plus grand :

$$222.575 \text{ s (SQP)} \quad \text{vs} \quad 574.846 \text{ s (PSO)}.$$

Ce comportement est attendu car PSO évalue la fonction objectif sur un ensemble de particules à chaque itération. De plus, l'augmentation du nombre de particules dégrade fortement le temps de calcul (cas SwarmSize=200).

Choix retenu pour la suite. Dans cette étude, la méthode **PSO** (SwarmSize=100) fournit la meilleure performance économique (coût total le plus faible) tout en restant compatible avec la contrainte temps réel ($574.846 < T_e = 600$ s). Malgré un temps de calcul supérieur à SQP, ce compromis reste acceptable. On retient donc **PSO (SwarmSize=100)** pour la suite de l'étude.

7 Étude de l'influence de la batterie (Q53–Q65)

Dans cette partie, on étudie l'impact de la capacité de stockage C_b sur le coût total d'énergie échangée avec le réseau. L'algorithme MPC retenu précédemment est conservé pour toutes les simulations (mêmes tarifs, même pas d'échantillonnage T_e , même horizon H_p), et l'on fait varier la capacité de batterie.

7.1 Cas extrêmes : sans batterie et capacité maximale

Q53 – Coût total sans batterie ($C_b = 0$). En annulant la capacité de stockage ($C_b = 0$), la batterie ne peut ni stocker ni restituer d'énergie, et le système se comporte comme un microréseau PV-réseau sans stockage. Le coût total sur 7 jours est :

$$C_{r,tot}(0) = -6.7841 \text{ EUR.}$$

Q54 – Coût total avec la capacité maximale ($C_b = 100 \text{ kWh}$). On simule ensuite le système avec la capacité nominale maximale, $C_b = 100 \text{ kWh}$. Le coût total sur 7 jours est :

$$C_{r,tot}(100) = -28 \text{ EUR.}$$

7.2 Capacité maximale utile (Q55)

Détermination graphique. La Figure 10 présente l'évolution du coût total sur 7 jours $C_{r,tot}(C_b)$ en fonction de la capacité C_b (par paliers de 10 kWh). La capacité utile est repérée comme la plus petite capacité à partir de laquelle le coût devient quasi-identique à celui obtenu avec $C_b = 100 \text{ kWh}$ (plateau de performance). Dans notre cas, on obtient $C_{b,utile} = 70 \text{ kWh}$.

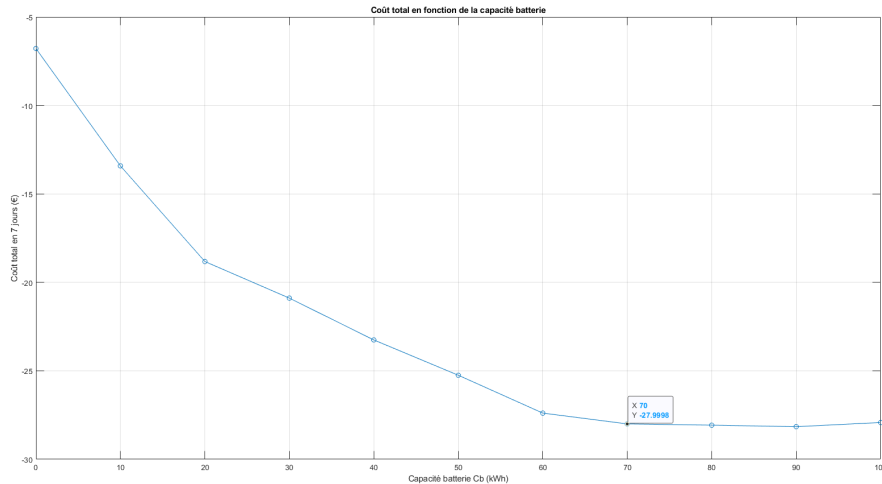


FIGURE 10 – Coût total sur 7 jours en fonction de la capacité de batterie.

Autrement dit, au-delà de 70 kWh, l'amélioration du coût sur 7 jours devient marginale par rapport au cas $C_b = 100 \text{ kWh}$.

7.3 Gains bruts et extrapolations (Q56–Q58)

Q56 – Gain brut sur 7 jours. Le gain brut procuré par la batterie (par rapport au cas sans batterie) est :

$$G_{7j} = C_{r,tot}(0) - C_{r,tot}(C_{b,utile}) = 21.22 \text{ EUR.}$$

Q57 – Gain brut extrapolé sur 52 semaines. L'extrapolation annuelle (52 semaines) donne :

$$G_{1an} = 52 G_{7j} = 1103.44 \text{ EUR/an.}$$

Q58 – Gain brut extrapolé sur 10 ans. Sur 10 ans (durée de vie batterie), on obtient :

$$G_{10an} = 10 G_{1an} = 11034.4 \text{ EUR.}$$

7.4 Impact du prix d'achat (Q59–Q62)

Q59–Q60 (Prix 2019 : 200 EUR/kWh). En 2019, le prix est estimé à 200 EUR/kWh. Le prix d'achat de la batterie utile vaut :

$$P_{bat,2019} = 200 C_{b,utile} = 200 \times 70 = 14000 \text{ EUR.}$$

Le gain net sur 10 ans en intégrant l'achat devient :

$$G_{10an,2019}^{net} = G_{10an} - P_{bat,2019} = 11034.4 - 14000 = -2965.6 \text{ EUR.}$$

On obtient donc une **perte** sur 10 ans dans le contexte 2019.

Q61–Q62 (Prix 2030 : 100 EUR/kWh). En 2030, le prix est estimé à 100 EUR/kWh. Le prix d'achat devient :

$$P_{bat,2030} = 100 C_{b,utile} = 100 \times 70 = 7000 \text{ EUR,}$$

et le gain net sur 10 ans :

$$G_{10an,2030}^{net} = G_{10an} - P_{bat,2030} = 11034.4 - 7000 = 4034.4 \text{ EUR.}$$

Dans ce contexte, l'investissement devient **rentable**.

7.5 Étude paramétrique par paliers de 10 kWh (Q63–Q65)

7.5.1 Q63–Q64 – Coût total et gain brut extrapolés sur 10 ans en fonction de C_b

Les deux Figures 11 et 12 présentent l'évolution du coût total et du gain brut extrapolés sur 10 ans, $C_{10an}(C_b)$, en fonction de la capacité de la batterie C_b (par paliers de 10 kWh).

Coût total extrapolé sur 10 ans. On définit :

$$C_{10an}(C_b) = 520 C_{r,tot}(C_b),$$

Gain brut extrapolé sur 10 ans. Le gain brut sur 10 ans (référence : sans batterie) est :

$$G_{10an}^{brut}(C_b) = 520 (C_{r,tot}(0) - C_{r,tot}(C_b)),$$

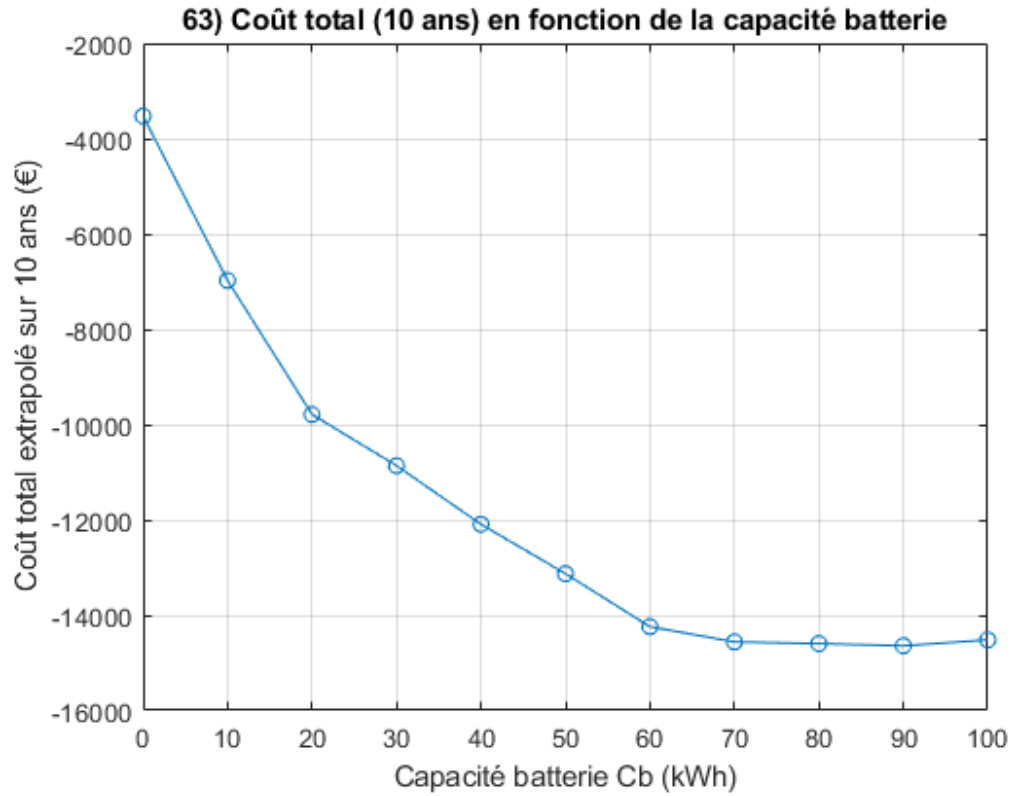


FIGURE 11 – Coût total extrapolé sur 10 ans en fonction de la capacité de batterie.

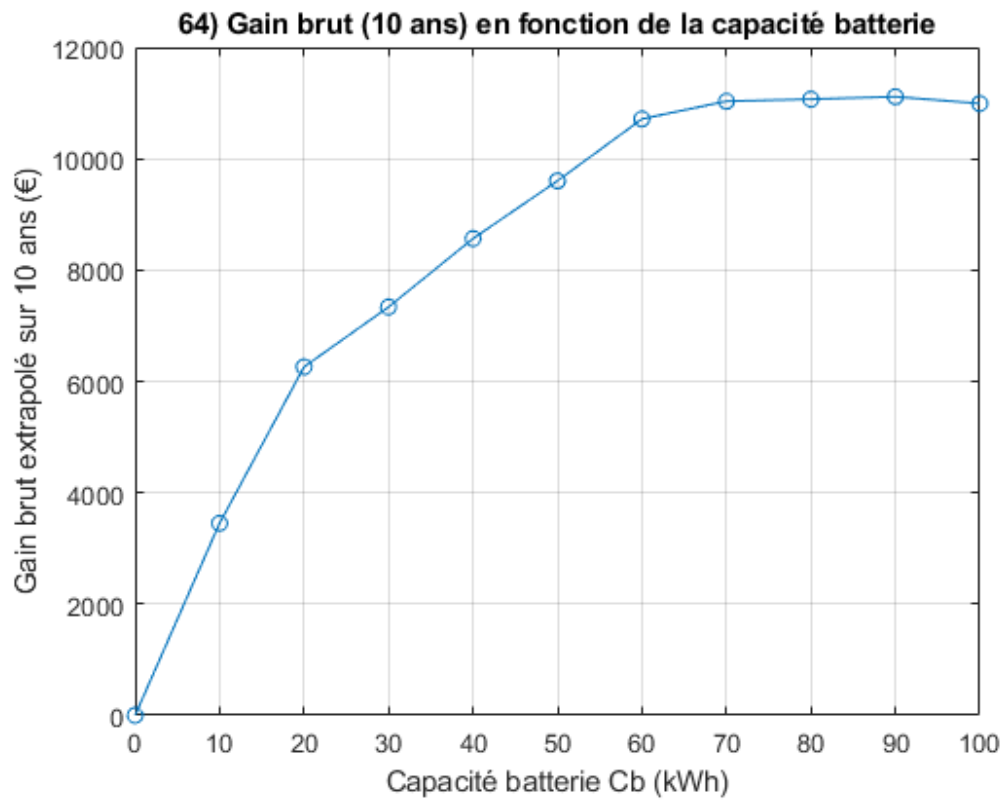


FIGURE 12 – Gain brut extrapolé sur 10 ans en fonction de la capacité de batterie.

Dans cette étude, le **gain brut** sur 10 ans est directement lié au **coût total** sur 10 ans : réduire le coût (le rendre plus négatif) revient à augmenter le gain brut. Ainsi, les deux courbes portent la même information et conduisent à une analyse identique.

L'observation des Figures 11 et 12 met en évidence :

- **Tendance globale** : quand C_b augmente, le coût total sur 10 ans devient de plus en plus **négatif** (donc plus avantageux), et, de façon équivalente, le gain brut augmente. Cela traduit une meilleure capacité d'arbitrage (stockage/déstockage) et une réduction des achats en périodes défavorables.
- **Zone la plus rentable (0–70 kWh)** : l'amélioration est très marquée entre 0 et 70 kWh. Dans cette plage, chaque augmentation de capacité apporte un bénéfice économique significatif (baisse du coût / hausse du gain).
- **Plateau de performance au-delà de 70 kWh** : à partir d'environ $C_b \approx 70$ kWh, les courbes atteignent un **plateau** : la variation devient faible et peu remarquable. Autrement dit, augmenter la capacité au-delà de 70 kWh n'apporte qu'un gain marginal.
- **Évolution de la pente** : la pente est la plus forte sur $[0, 20]$ kWh, puis elle reste significative mais plus faible sur $[20, 70]$ kWh, et devient quasi nulle pour $C_b > 70$ kWh.

Ces résultats confirment la notion de **capacité utile** : ici, $C_{b,utile} \approx 70$ kWh correspond au point à partir duquel les gains supplémentaires deviennent marginaux.

7.5.2 Q65 – Gain / perte net sur 10 ans en fonction de C_b (prix d'achat inclus)

Dans cette question, on s'intéresse à la rentabilité *nette* sur 10 ans en tenant compte du coût d'investissement initial. Le gain net sur 10 ans est défini par :

$$G_{10an}^{net}(C_b) = G_{10an}(C_b) - P_{bat}(C_b),$$

où $G_{10an}(C_b)$ est le gain brut extrapolé sur 10 ans (issu des économies / arbitrages d'énergie), et $P_{bat}(C_b)$ est le prix d'achat de la batterie.

Deux scénarios de coût d'achat sont considérés :

$$P_{bat,2019}(C_b) = 200 C_b, \quad P_{bat,2030}(C_b) = 100 C_b,$$

(en EUR, avec C_b en kWh).

La Figure 13 présente l'évolution du gain (ou de la perte) net sur 10 ans en fonction de la capacité C_b , par paliers de 10 kWh, pour les deux scénarios.

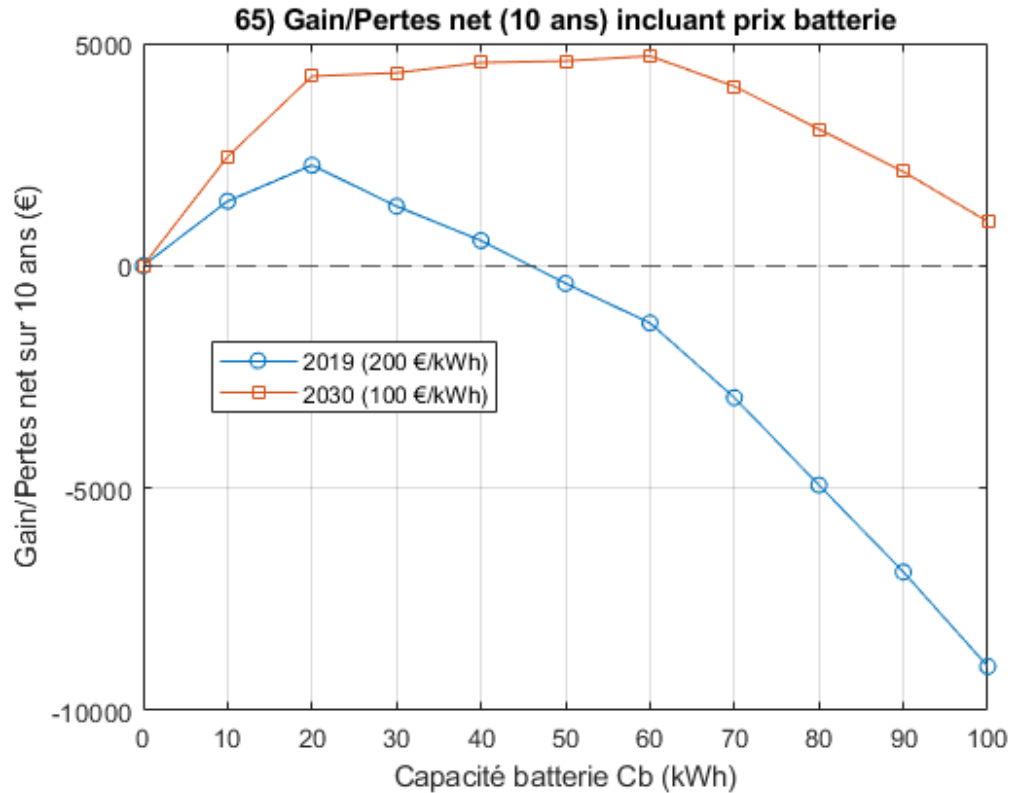


FIGURE 13 – Gain/perte net sur 10 ans en fonction de la capacité C_b (scénarios : 2019 et 2030).

Analyse. La Figure 13 met en évidence que l'intégration du coût d'achat modifie fortement la conclusion économique : augmenter la capacité améliore le *gain brut*, mais peut dégrader le *gain net* si l'investissement devient dominant.

- **Scénario 2019 (200 EUR/kWh).** Entre 0 et 20 kWh, l'augmentation de capacité est bénéfique : le gain net reste positif et augmente jusqu'à environ 2260 EUR pour $C_b = 20$ kWh (maximum de la courbe). Au-delà de 20 kWh, le gain net diminue progressivement, puis devient **négatif à partir de 50 kWh**, ce qui signifie que l'investissement n'est plus compensé par les gains d'exploitation. Ensuite, plus la capacité augmente, plus la perte nette s'accroît.
- **Scénario 2030 (100 EUR/kWh).** On distingue trois zones :
 - **Zone 1 : 0–20 kWh.** La pente est fortement positive : augmenter C_b améliore nettement le gain net.
 - **Zone 2 : 20–60 kWh.** Le gain net continue d'augmenter, mais plus modérément : il atteint un maximum d'environ 4714 EUR pour $C_b = 60$ kWh.
 - **Zone 3 : au-delà de 60 kWh.** La pente devient négative : le gain net diminue lorsque la capacité augmente. Il reste toutefois positif sur la plage étudiée (jusqu'à 100 kWh, environ 990 EUR), ce qui traduit une rentabilité encore présente mais un intérêt économique décroissant.

7.5.3 Conclusion et recommandation (influence de la capacité batterie)

L'étude du coût seul (sans prendre en compte l'investissement) conduit à une capacité dite *utile* d'environ 70 kWh, car au-delà de cette valeur l'amélioration du coût devient peu significative. Cependant, l'intégration du coût d'achat modifie fortement la conclusion : le prix d'investissement devient un facteur déterminant pour la rentabilité nette. Ainsi, la capacité optimale au sens économique dépend directement du prix de la batterie. À partir des résultats obtenus,

on retient les recommandations suivantes :

- **Scénario 2019 (200 EUR/kWh)**. Le gain net sur 10 ans est maximal pour une capacité relativement faible :

$$C_b \approx 20 \text{ kWh}, \quad G_{10an}^{met} \approx 2260 \text{ EUR}.$$

Recommandation 2019 : une batterie d'environ **20 kWh** maximise la rentabilité tout en limitant l'investissement.

- **Scénario 2030 (100 EUR/kWh)**. La baisse du prix d'achat rend rentable une capacité plus élevée :

$$C_b \approx 60 \text{ kWh}, \quad G_{10an}^{met} \approx 4714 \text{ EUR}.$$

Recommandation 2030 : une batterie d'environ **60 kWh** offre le meilleur compromis entre performance économique et coût d'investissement.

8 Conclusion générale et perspectives

Ce projet a permis de mettre en œuvre une stratégie de **commande prédictive (MPC)** pour la gestion énergétique d'un microréseau résidentiel (PV–batterie–réseau) soumis à une tarification variable. La démarche a couvert l'ensemble de la chaîne : **modélisation des flux de puissance**, prise en compte des **contraintes physiques** de stockage (saturation énergétique), formulation d'un **problème d'optimisation sous contraintes** avec pénalisation de contraintes molles, puis **implémentation sous MATLAB** et simulation sur une semaine.

Les principaux résultats montrent l'intérêt concret de la MPC pour réaliser un **arbitrage temporel** : stocker l'énergie lorsque les conditions sont favorables (tarif faible et/ou excédent PV) et la restituer ou l'injecter lorsque le tarif est élevé. Sur le cas de base, la stratégie respecte les limites imposées par le contrat d'abonnement et produit un **coût total négatif** sur 7 jours, signe d'un gain net sous l'hypothèse étudiée (tarif d'achat = tarif de vente). La comparaison des scénarios utilisant des données prédites ($P_{c,pred}$, $P_{p,pred}$) met en évidence une **robustesse globale** de la commande : malgré des écarts entre signaux réels et prédits (notamment sur la consommation), les performances restent du même ordre que le cas idéal, ce qui confirme l'intérêt de l'approche en présence d'incertitudes. L'étude de l'initialisation a montré que la solution numérique peut dépendre du point initial, tandis que l'utilisation d'un algorithme global (PSO) permet d'explorer davantage l'espace de solutions au prix d'un **temps de calcul plus élevé**. Enfin, l'étude économique sur la capacité batterie a permis d'identifier une **capacité utile** (plateau de performance autour de 70 kWh) et de proposer des recommandations d'investissement sur 10 ans : une capacité d'environ 20 kWh en 2019 (200 EUR/kWh) et d'environ 60 kWh en 2030 (100 EUR/kWh), montrant l'impact majeur du **coût d'achat** sur la rentabilité.

Plusieurs améliorations peuvent être envisagées pour rendre l'étude plus réaliste et augmenter les performances :

- **Tarification achat/vente différenciée** : lever l'hypothèse "achat = vente" et considérer un tarif de revente plus faible, voire nul selon le cadre réglementaire. Cela modifierait fortement la stratégie (priorité à l'autoconsommation et limitation des injections).
- **Prise en compte du rendement et du vieillissement** : intégrer un rendement de charge/décharge, une puissance maximale batterie, ainsi qu'un coût d'usure (dégradation liée aux cycles). Ces éléments évitent des sollicitations trop agressives et rapprochent l'optimisation d'un usage réel.
- **Amélioration des prédictions** : utiliser des modèles de prévision plus performants pour P_c et P_p (apprentissage automatique, modèles probabilistes), et/ou intégrer des intervalles d'incertitude plutôt qu'une seule trajectoire.
- **MPC robuste / stochastique** : formuler une MPC tenant compte explicitement des incertitudes (robuste ou stochastique) afin d'obtenir une commande moins sensible aux erreurs de prévision et plus sûre vis-à-vis des contraintes.

- **Optimisation plus rapide** : réduire le temps de calcul (réglage des solveurs, horizon adaptatif, warm-start, formulation QP si possible, ou approche explicite) pour viser une implantation embarquée ou des pas de temps plus courts.
- **Extension du microréseau** : ajouter d'autres sources et usages (véhicule électrique, pompe à chaleur, charges pilotables, groupe électrogène) afin d'étudier une gestion multi-énergies plus représentative.

En conclusion, ce travail met en évidence l'apport de la **commande prédictive** pour piloter un système énergétique contraint et variable, et fournit une base solide pour des développements plus réalistes, notamment en intégrant des incertitudes, des contraintes technologiques détaillées et une modélisation économique plus proche des conditions réelles.