

# ДЗ-Векторы

19 октября 2024 г.

## 1 Базис

Базис – набор линейно независимых векторов, которыми можно выразить любой вектор в пространстве.

Пример 1:

$$e_1 = [1, 0]$$

$$e_2 = [0, 1]$$

Пример 2:

$$e_1 = [1, 0, 0]$$

$$e_2 = [0, 1, 0]$$

$$e_3 = [0, 0, 1]$$

## 2 Разложение вектора [20,45,34] по базису

Базис:

$$e_1 = [1, 0, 0]$$

$$e_2 = [0, 1, 0]$$

$$e_3 = [0, 0, 1]$$

$$[20, 45, 34] = 20 * e_1 + 45 * e_2 + 34 * e_3$$

### 2.1 Евклидово и манхеттенское расстояние

Евклидово расстояние – кратчайшее (минимальное) расстояние между двумя точками «по прямой, как ворона летит».

Манхеттенское расстояние – кратчайшее расстояние между двумя точками, если идти “прямыми углами” по координатным сеткам.

Евклидово расстояние – единственное между двумя точками, манхеттенских расстояний может быть несколько.

$$a=[23,-34,56], b=[45,67,-28]$$

**Евклидово расстояние:**  $D(a, b) = \sqrt{(23 - 45)^2 + (-34 - 67)^2 + (56 + 28)^2} = \sqrt{484 + 10201 + 7056} = 133,195345264$

**Манхеттенское расстояние**  $D(a, b) = |23-45| + |-34-67| + |56+28| = 22+101+84=207$

### 3 Метрическое пространство

Пусть есть множество  $X$ , для которого есть некая функция  $d(a,b)$ , которая позволяет вычислить расстояние между любыми элементами множества. Тогда метрическое пространство - пара  $(X,d)$ , а функция  $d(a,b)$  - метрика.

Метрика должна обладать следующими свойствами:

- неотрицательность, т.е. для каждого  $a$  и  $b$ , принадлежащих  $X$ ,  $d(a,b) \geq 0$ .  $d(a,b)=0$  тогда и только тогда, когда  $a=b$ .
- симметрия, т.е. для каждого  $a$  и  $b$ , принадлежащих  $X$ ,  $d(a,b)=d(b,a)$
- неравенство треугольника, т.е. для каждого  $a, b, c$ , принадлежащих  $X$ ,:  $d(a,c) \leq d(a,b)+d(b,c)$