Билет 1. Координатный способ описания движения. Скорость и ускорение

Движение материальной точки считается заданным, если известно, как меняется её положение со временем в выбранной системе отсчёта. Материальной точкой называют тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

В координатном способе описания движения положение точки задаётся её координатами как функциями времени:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t).$$

Таким образом, физическая задача сводится к исследованию зависимостей координат от времени.

Скорость характеризует быстроту и направление изменения положения точки. В координатной форме компоненты скорости определяются как производные координат по времени:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Следовательно, производная координаты по времени равна проекции вектора скорости на соответствующую ось. Если данная производная равна нулю, это означает отсутствие движения вдоль выбранной оси, но не обязательно покой точки в целом. Модуль скорости равен

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

и показывает реальную быстроту движения.

Ускорение характеризует изменение скорости со временем. В координатном способе компоненты ускорения равны вторым производным координат по времени:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}.$$

Физически ускорение может быть связано как с изменением модуля скорости, так и с изменением её направления. В частном случае равномерного прямолинейного движения ускорение равно нулю.

Билет 2. Векторный способ описания движения. Скорость и ускорение

Во векторном способе описания движения положение материальной точки задаётся радиус-вектором

$$\vec{r} = \vec{r}(t),$$

который направлен от начала координат к данной точке. Движение считается заданным, если известна зависимость радиус-вектора от времени. Этот способ описания является более общим и наглядным, так как не привязан к конкретному выбору системы координат.

Скорость в векторной форме определяется как производная радиус-вектора по времени:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории движения в данной точке, что связано с тем, что на бесконечно малом участке траектория локально совпадает с касательной.

Ускорение определяется как производная скорости по времени:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Ускорение характеризует изменение скорости как по величине, так и по направлению. В общем случае вектор ускорения не совпадает по направлению с вектором скорости. При разложении радиус-вектора по координатным осям векторный способ описания полностью эквивалентен координатному.

Билет 3. Естественный способ описания движения. Тангенциальное и нормальное ускорения

Естественный способ описания движения материальной точки. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения.

Положение материальной точки в естественном способе описания движения задаётся длиной пути

$$l = l(t),$$

отсчитываемой вдоль траектории от выбранного начала отсчёта.

Скорость материальной точки определяется как производная радиус-вектора по времени:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

В естественном способе описания скорость направлена по касательной к траектории и может быть записана в виде

$$\vec{v} = \frac{dl}{dt}\,\vec{\tau} = v\,\vec{\tau},$$

где $v = \dfrac{dl}{dt}$ — модуль скорости, а $\vec{\tau}$ — единичный касательный вектор.

Ускорение материальной точки определяется как производная скорости по времени:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Подставляя выражение для скорости, получаем

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(v\vec{\tau}) = \frac{dv}{dt}\,\vec{\tau} + v\,\frac{d\vec{\tau}}{dt}.$$

Величина

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}\,\vec{\tau}$$

называется тангенциальным ускорением и характеризует изменение модуля скорости.

Так как модуль касательного вектора постоянен, производная $\dfrac{d\vec{\tau}}{dt}$ направлена перпендикулярно $\vec{\tau}$, то есть вдоль главной нормали $\vec{n}$ к траектории.

При движении по окружности радиуса R при малом перемещении на дугу dl касательный вектор поворачивается на угол
$$d\alpha = \frac{dl}{R}.$$
Модуль изменения касательного вектора равен $d\alpha$, поэтому
$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{d\vec{\tau}}{dl}\frac{dl}{dt} = \frac{v}{R}\,\vec{n}.$$

Нормальная составляющая ускорения равна
$$\vec{a}_n = v\,\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{v^2}{R}\,\vec{n}.$$

Таким образом, ускорение материальной точки разлагается на две взаимно перпендикулярные составляющие:
$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$
где тангенциальное ускорение отвечает за изменение модуля скорости, а нормальное ускорение — за изменение её направления.

1. Билет 4.

Вращательное движение материальной точки. Угловая скорость и угловое ускорение. Связь линейных и угловых характеристик движения.

Вращательным движением материальной точки называется движение точки по окружности вокруг фиксированной оси. В этом случае положение точки удобно задавать не декартовыми координатами, а угловой координатой, характеризующей поворот радиус-вектора точки.

Положение точки при вращательном движении задаётся углом поворота
$$\varphi = \varphi(t),$$
отсчитываемым от выбранного начального направления. Угол измеряется в радианах. Связь угловой координаты с длиной дуги окружности радиуса R имеет вид
$$l = R\varphi.$$

Угловая скорость характеризует быстроту изменения угла поворота и определяется как производная угловой координаты по времени:
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$
Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения, а его направление определяется правилом правого винта. Для всех точек, вращающихся вокруг одной и той же оси, вектор угловой скорости одинаков.

Линейная скорость материальной точки связана с угловой скоростью следующим образом. Дифференцируя выражение $l = R\varphi$ по времени, получаем
$$v = \frac{dl}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt} = \omega R.$$

В векторной форме связь линейной и угловой скоростей записывается как

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r},$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор точки. Линейная скорость направлена по касательной к траектории и перпендикулярна радиусу.

Угловое ускорение характеризует скорость изменения угловой скорости и определяется как

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

При вращении вокруг неподвижной оси векторы $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ направлены вдоль оси вращения.

Ускорение материальной точки при вращательном движении разлагается на две взаимно перпендикулярные составляющие:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

где $\vec{a}_\tau$ — тангенциальное ускорение, а $\vec{a}_n$ — нормальное ускорение.

Тангенциальное ускорение связано с изменением модуля линейной скорости:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

С учётом связи $v = \omega R$ получаем

$$a_\tau = \varepsilon R.$$

Тангенциальное ускорение направлено по касательной к траектории и характеризует изменение величины скорости.

Нормальное ускорение обусловлено изменением направления линейной скорости и направлено к центру окружности. Его модуль равен

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Подставляя выражение для линейной скорости, получаем

$$a_n = \omega^2 R.$$

Нормальное ускорение также называют центростремительным.

При равномерном вращательном движении угловая скорость постоянна, угловое ускорение равно нулю,

$$\varepsilon = 0,$$

и тангенциальное ускорение отсутствует, однако нормальное ускорение остаётся отличным от нуля, поскольку направление скорости непрерывно изменяется.

Таким образом, угловые характеристики движения позволяют удобно описывать вращательное движение материальной точки, а связь линейных и угловых величин показывает, что изменение модуля скорости определяется угловым ускорением, тогда как изменение направления скорости связано с угловой скоростью.

Билет 5.

В классической (ньютоновской) механике движение тел описывается относительно системы отсчёта (СО). Одно и то же физическое явление может выглядеть по-разному в разных СО. Чтобы связать описания, используются **преобразования Галилея** — основа принципа относительности Галилея.

Они применимы между **инерциальными системами**, движущимися друг относительно друга **равномерно и поступательно**.

2. Определение систем отсчёта

Рассмотрим:

- Система K — «неподвижная» (лабораторная), инерциальная.
- Система K' — движется поступательно относительно K с постоянной скоростью $\vec{V}$.

В момент $t = 0$ начала координат совпадают. Время абсолютно: $t' = t$.

Пусть материальная точка имеет:

- $\vec{r}(t)$ — радиус-вектор в K,
- $\vec{r}\,'(t)$ — радиус-вектор в K'.

3. Преобразование радиус-вектора

$$\boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}\,'(t) + \vec{V}t}$$

Это правило сложения перемещений. Пример: лодка в реке — движение относительно воды плюс снос течением.

4. Преобразование скорости

Дифференцируя по времени:

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{V}}$$

— классическое правило сложения скоростей.

5. Преобразование ускорения

Поскольку $\vec{V} = \text{const}$:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}\,'}$$

Ускорение **инвариантно**. Это обеспечивает инвариантность второго закона Ньютона во всех инерциальных СО.