

Resueltos Lógica y Computabilidad

Ignacio E. Losiggio

February 16, 2019

1 Práctica 3 — Funciones no-computables y conjuntos c.e.

1.1 Probar, usando una diagonalización, que las siguientes funciones no son computables:

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x^{(1)}(y) \downarrow \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} & f_3(x, y, z) &= \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x^{(1)}(y) \downarrow \wedge \Phi_x^{(1)}(y) > z \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \\ f_2(x, y) &= \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x^{(1)}(y) = 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} & f_4(x) &= \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x^{(1)}(x) \downarrow \text{ y } \Phi_x^{(1)}(x) \neq x \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \end{aligned}$$

1.1.1 $f_1(x, y)$

Si f_1 es computable entonces puedo construir el siguiente programa que lo use a cuyo número llamaremos e :

[A] IF $f_1(X_1, X_1) \neq 0$ GOTO A

Luego intentemos determinar el valor de $f_1(e, e)$. Supongamos que $f_1(e, e) = 1$.

$$f_1(e, e) = 1 \iff \Phi_e^{(1)}(e) \downarrow \iff f_1(e, e) = 0$$

1.1.2 $f_2(x, y)$

Armemos de vuelta una función que sea molesta:

[A] IF $f_2(X_1, X_1) \neq 0$ GOTO A
 $Y \leftarrow Y + 1$

E intentemos determinar el valor de $f_2(e, e)$ otra vez:

$$f_2(e, e) = 1 \iff \Phi_e^{(1)}(e) = 0$$

$$f_2(e, e) = 0 \iff \Phi_e^{(1)}(e) \neq 0 \vee \Phi_e^{(1)}(e) \uparrow \iff f_2(e, e) = 1 \vee f_2(e, e) \uparrow$$