

Resueltos Lógica y Computabilidad

Ignacio E. Losiggio

February 15, 2019

1 Práctica 2 — Funciones \mathcal{S} -computables

1.1 Ejercicio 1

1.1.1 Definir *macros* para las siguientes pseudo-instrucciones (con su interpretación natural) e indicar en cada caso qué etiquetas se asumen “frescas”

- $V_i \leftarrow k$

$[R] \ V_i \leftarrow V_i - 1$
 $IF \ V_i \neq 0 \ GOTO \ R$
 $V_i \leftarrow V_i + 1$
 $\vdots \quad k \text{ veces}$
 $V_i \leftarrow V_i + 1$

Se toma sólo la etiqueta R cómo fresca.

- $V_i \leftarrow V_j + k$

$V_i \leftarrow k$
 $Z_a \leftarrow Z_a + 1$
 $IF \ Z_a \neq 0 \ GOTO \ C$
 $[S] \ V_j \leftarrow V_j - 1$
 $V_i \leftarrow V_i + 1$
 $Z_a \leftarrow Z_a + 1$
 $[C] \ IF \ V_j \neq 0 \ GOTO \ S$
 $IF \ Z_a \neq 0 \ GOTO \ F$
 $[L] \ V_j \leftarrow V_j + 1$
 $[F] \ Z_a \leftarrow Z_a - 1$
 $IF \ Z_a \neq 0 \ GOTO \ L$

Se toman las etiquetas S , C , L , F y la variable Z_a cómo frescas.

- $IF\ V_i = 0\ GOTO\ L$

$IF\ V_i \neq 0\ GOTO\ C$
 $Z_a \leftarrow Z_a + 1$
 $IF\ Z_a \neq 0\ GOTO\ L$
 $[C]\ Z_a \leftarrow Z_a + 1$

Se toman la etiqueta C y la variable Z_a cómo frescas.

- $GOTO\ L$

$Z_a \leftarrow Z_a + 1$
 $IF\ Z_a \neq 0\ GOTO\ L$

Se toma sólo la variable Z_a cómo fresca.

- 1.1.2 Definir dos pseudo-programas distintos en el lenguaje \mathcal{S} (usando las macros convenientes del punto anterior) que computen la función de dos variables $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Par aalguno de los dos, expandir las macros utilizadas prestando atención a la instanciación de variables y etiquetas frescas.

$Y \leftarrow X_1 + 0$ $GOTO\ B$ $[A]\ Y \leftarrow Y + 1$ $X_2 \leftarrow X_2 - 1$ $[B]\ IF\ X_2 \neq 0\ GOTO\ A$	$[A]\ IF\ X_1 = 0\ GOTO\ B$ $Y \leftarrow Y + 1$ $X_1 \leftarrow X_1 - 1$ $GOTO\ A$ $[B]\ IF\ X_2 = 0\ GOTO\ E$ $Y \leftarrow Y + 1$ $X_2 \leftarrow X_2 - 1$ $GOTO\ B$
--	--

Vamos a expandir la segunda de las formulaciones (por ser la que tiene macros más

simples).

```

[A] IF  $X_1 \neq 0$  GOTO Y
     $Z_1 \leftarrow Z_1 + 1$ 
    IF  $Z_1 \neq 0$  GOTO B
[Y]  $Z_1 \leftarrow Z_1 + 1$ 
     $Y \leftarrow Y + 1$ 
     $X_1 \leftarrow X_1 - 1$ 
     $Z_2 \leftarrow Z_2 + 1$ 
    IF  $Z_2 \neq 0$  GOTO A
[B] IF  $X_2 \neq 0$  GOTO Z
     $Z_3 \leftarrow Z_3 + 1$ 
    IF  $Z_3 \neq 0$  GOTO E
[Z]  $Z_3 \leftarrow Z_3 + 1$ 
     $Y \leftarrow Y + 1$ 
     $X_2 \leftarrow X_2 - 1$ 
     $Z_4 \leftarrow Z_4 + 1$ 
    IF  $Z_4 \neq 0$  GOTO B

```

1.1.3 Sea P el programa en \mathcal{S} que resulta de expandir todas las macros en alguno de los códigos del punto anterior. Determinar cuál es la función computada en cada caso:

- $\Psi_P^{(1)} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$f(x) = x$, se puede ver fácil desde planteo del ejercicio anterior, los parámetros no inicializados son ceros por lo que la función pedida se instancia como $f(x_1, 0) = x + 0$ y se transforma nuestra suma en la función identidad.

- $\Psi_P^{(2)} : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$

$f(x, y) = x + y$, la función pedida el ejercicio anterior.

- $\Psi_P^{(3)} : \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}$

$f(x, y, z) = x + y$, dado que ignoramos el tercer parámetro en ambas formulaciones del programa.