

ÓPTICA GEOMÉTRICA

En la óptica geométrica nos concentraremos en las imágenes que los sistemas ópticos forman de los objetos. La óptica geométrica parte de las leyes de Snell para la reflexión y la refracción.

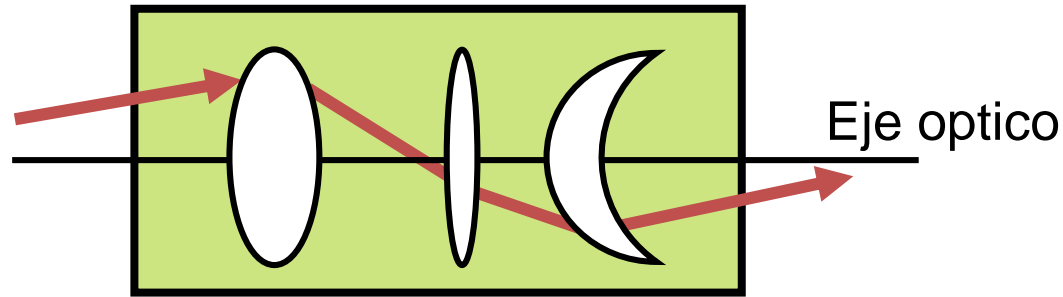
A partir de las **leyes Snell** y con consideraciones geométricas sobre los rayos luminosos es posible obtener las fórmulas que gobiernan el funcionamiento de los espejos, dióptricos y lentes (o sus combinaciones y en consecuencia de cualquier instrumento óptico)

LEY DE LA REFRACCIÓN

$$n_i \sin(\theta_i) = n_t \sin(\theta_t)$$

LEY DE LA REFLECCIÓN

$$\theta_i = \theta_r$$



Llamaremos sistema óptico al conjunto de superficies que separan medios de distinto índice de refracción.

Los sistemas ópticos centrados están formados por superficies cuyos centros están alineados sobre un mismo eje. La recta que une los centros se llama eje óptico.

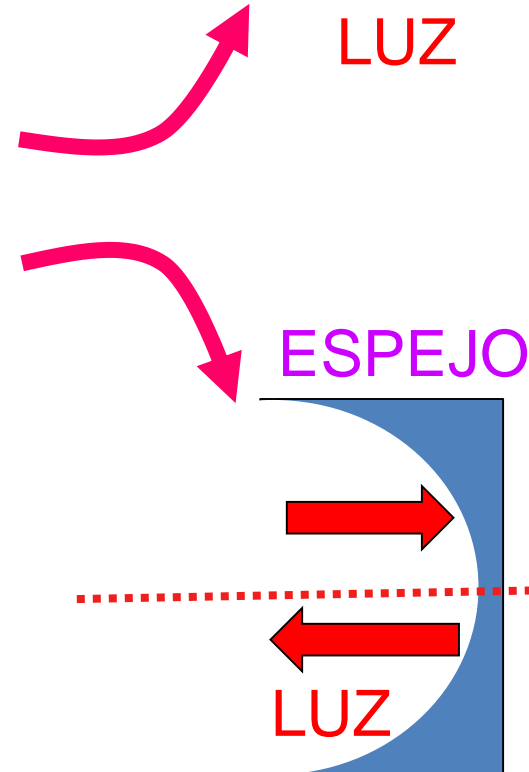
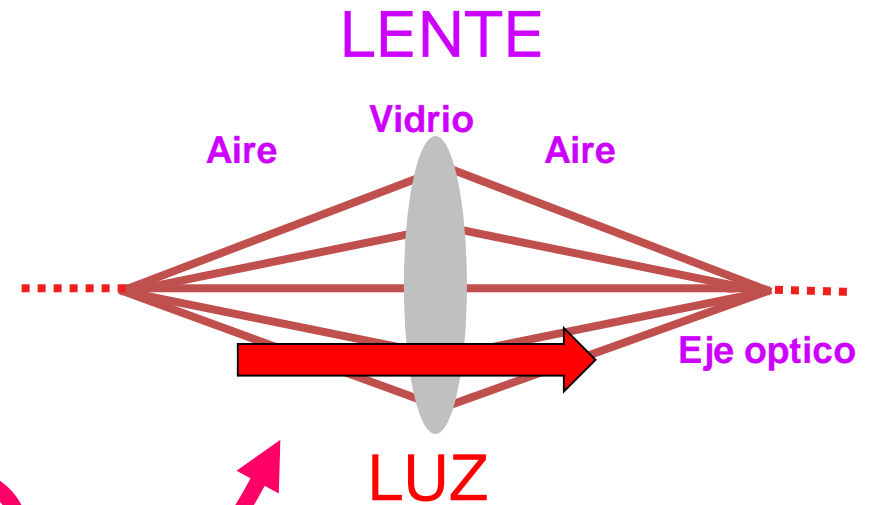
En nuestro análisis, se asumirá que todos los rayos se propagan en pequeños ángulos alrededor de el eje óptico.

ESTO ES LLAMADO APROXIMACIÓN PARAXIAL

Los sistemas formados por superficies refractantes se llaman **dióptricos** (ej. lentes).

En lo que sigue se presentarán las ecuaciones válidas para elementos ópticos con superficies esféricas

Si sus superficies son reflectantes se llaman **catóptricos** (ej. espejos).



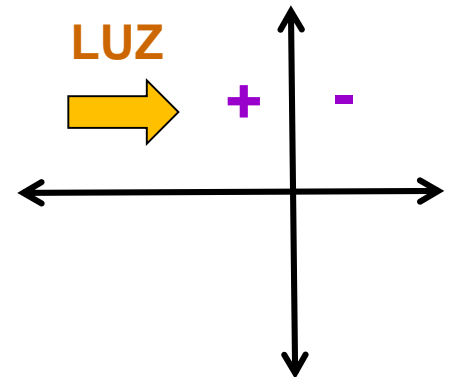
OPTICA GEOMÉTRICA

Las ecuaciones, los sistemas de referencia para los cuales fueron deducidas y las convenciones de signos empleadas, no pueden aislarse, forman un conjunto inseparable.

Ese conjunto no es único, el lector podrá encontrar tantos como libros consulte.

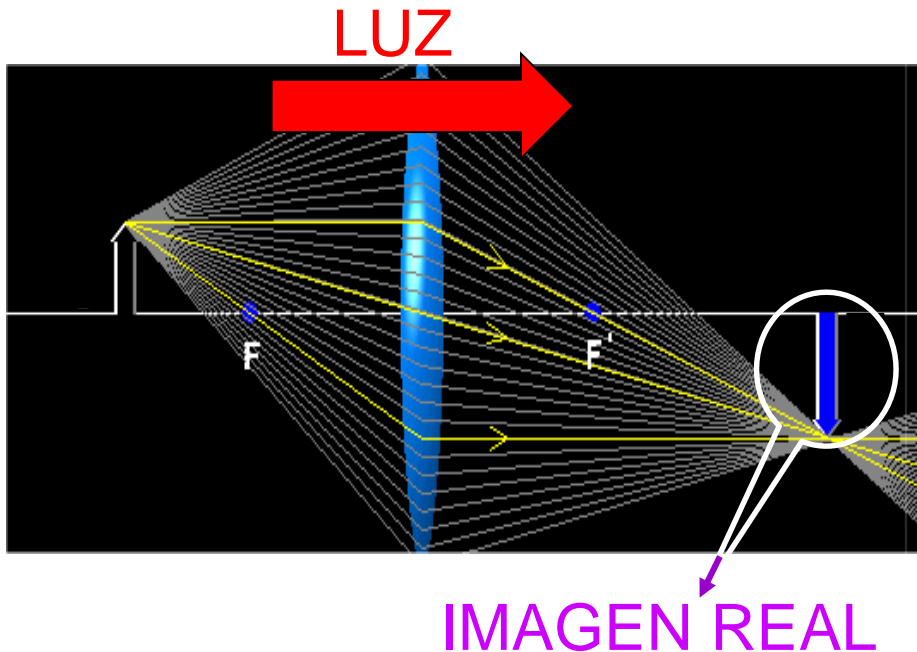
LA CONVENCION DE SIGNOS QUE USAREMOS (normas DIN 1335):

Luz desde izquierda,
signo + a izquierda, signo – a derecha.
signo + arriba, signo – abajo.

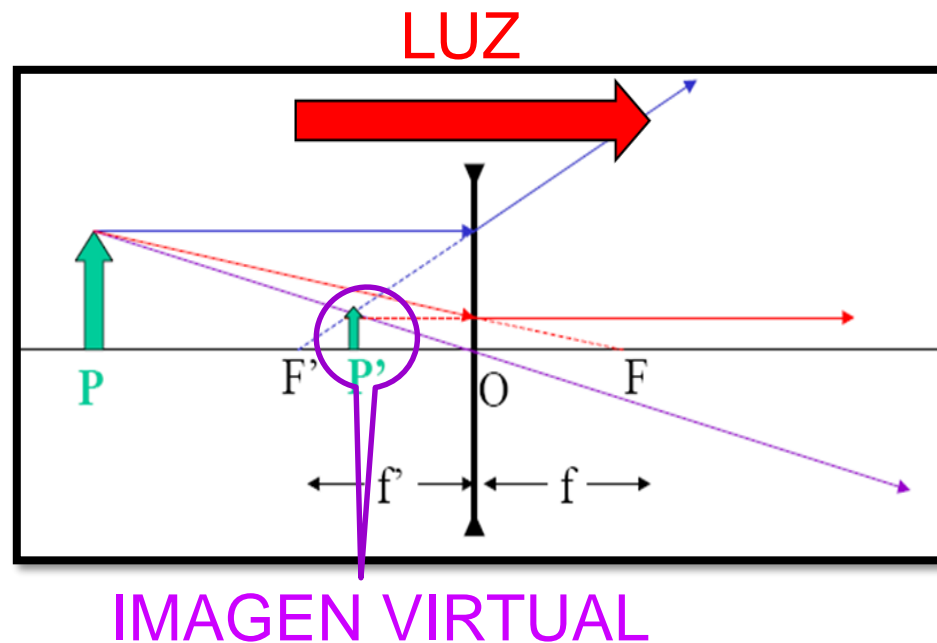


NATURALEZA DE LAS IMÁGENES

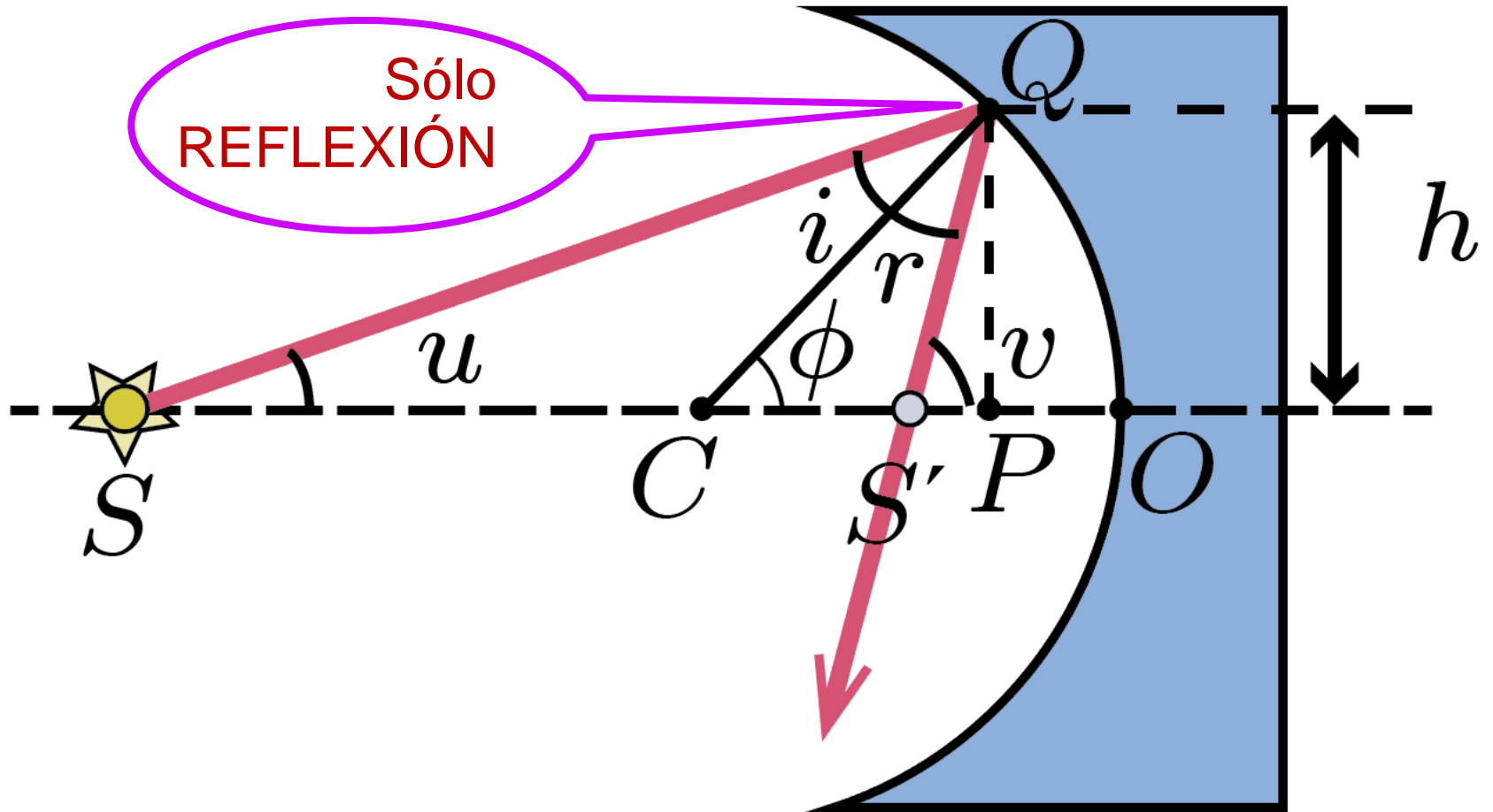
Los rayos emitidos desde un punto objeto luego de reflejarse o refractarse en distintas superficies vuelven a cortarse en un punto imagen: **imagen real**.



Cuando los rayos a la salida de un sistema no convergen, pero si se cortan sus prolongaciones en sentido contrario al de la propagación de la luz, entonces se tiene una **imagen virtual**.



ESPEJOS ESFÉRICOS



La distancia $OC \equiv R$ es el radio de curvatura del espejo.

Espejos esféricos

Geometría: El ángulo exterior a cualquier triángulo es la suma de los dos ángulos interiores opuestos.

$$u + i = \phi \text{ en } SQC$$

$$\phi + r = v \text{ en } SQS'$$

Ley de Snell:

$$i = r$$

$$u + v = 2\phi$$

Aproximación paraxial: Consideramos ángulos pequeños ($h \ll C$)
 $u, \phi, v \ll 1$ (rad), de manera que los ángulos se pueden reemplazar por sus tangentes

$$\frac{h}{SP} + \frac{h}{S'P} = \frac{2h}{CP}$$

Si los ángulos son pequeños
 Distancia OP aprox. 0, por lo tanto la distancia CP se puede aproximar a CO

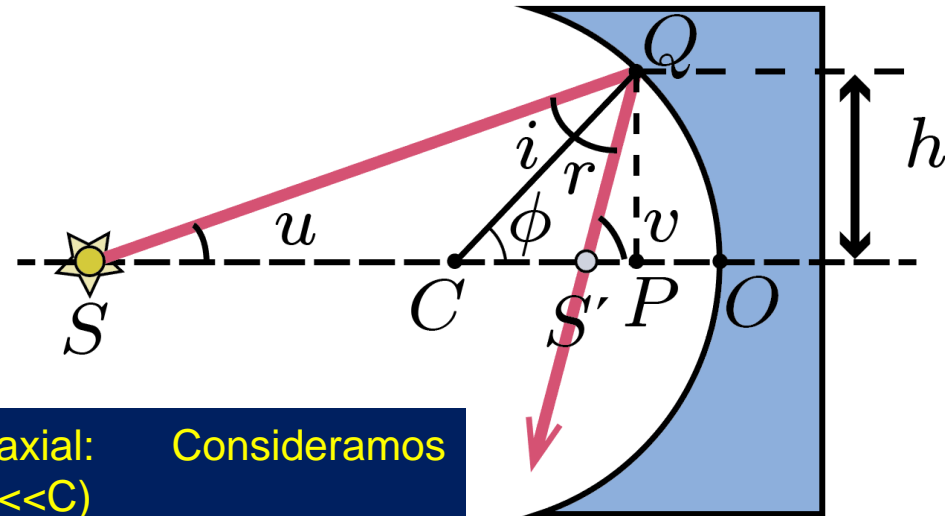
$$\frac{h}{SO} + \frac{h}{S'O} = \frac{2h}{CO}$$

Con la elección de la convención de signos

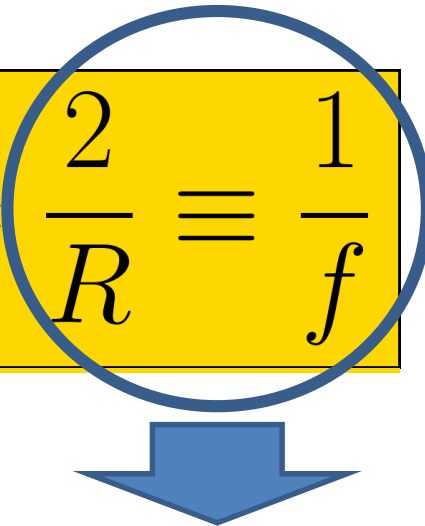
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} \equiv \frac{1}{f}$$

CONVENCIÓN DE SIGNOS

La luz viene desde izquierda,
 signo + hacia la izquierda, signo - a derecha.
 signo + arriba, signo - abajo.



Ecuación de Descartes

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} \equiv \frac{1}{f}$$


f y f' son coincidentes en espejos esféricos.

$x \equiv$ distancia objeto
 $x' \equiv$ distancia imagen

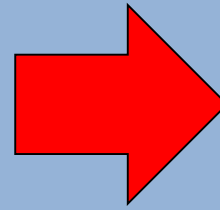
f es la distancia focal en los espejos esféricos f se encuentra en el punto medio entre el centro de curvatura y el vértice.

FOCO OBJETO: Lugar donde debe estar el objeto para que la imagen se forme en el infinito ($x' \rightarrow \infty$) $x = R/2 = f_{\text{objeto}} = f$. Los rayos que inciden pasando por el foco objeto salen paralelos al eje óptico.

FOCO IMAGEN: Si el objeto está muy lejos ($x \rightarrow \infty$) la imagen se forma en el foco imagen, $x' = R/2 = f_{\text{imagen}} = f'$. Los rayos que inciden paralelos pasan por el foco imagen.

Dos posiciones de objeto relevantes

- Si $x \rightarrow \infty$, entonces $x' \rightarrow f$.
- Si $x \rightarrow f$, entonces $x' \rightarrow \infty$.



**IMPORTANTE
PARA EL
TRAZADO DE
RAYOS**

Cuando un rayo incide paralelamente al eje, el rayo reflejado pasa por el foco, y, si el rayo incidente pasa por el foco el reflejado marcha paralelamente al eje.

Cuando un rayo incidente pasa por el centro de curvatura, el rayo reflejado recorre el mismo camino, pero en sentido inverso debido a que la incidencia es normal o perpendicular.

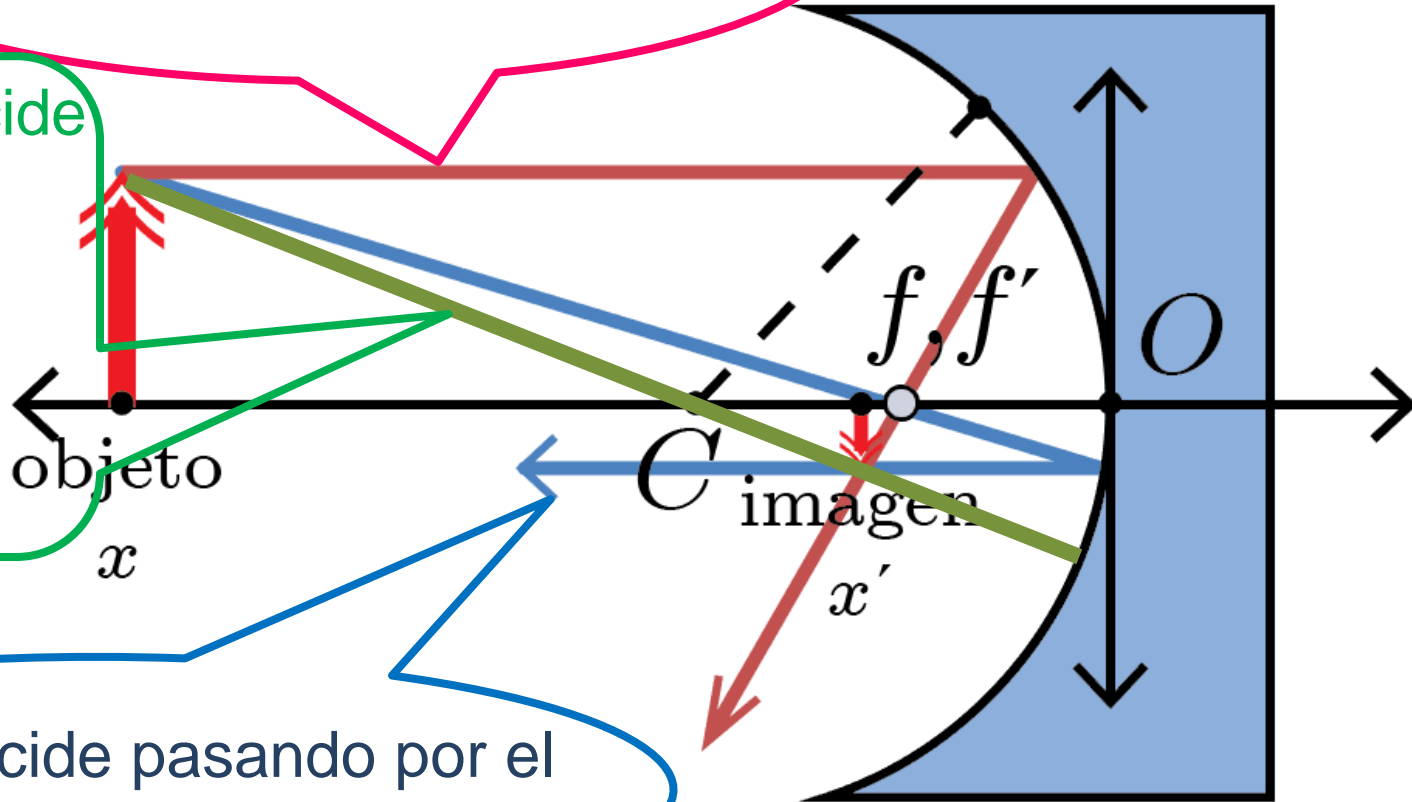
Con estas reglas, que son consecuencia inmediata de las leyes de la reflexión, es posible construir la imagen de un objeto situado sobre el eje principal cualquiera que sea su posición.

TRAZADO DE RAYOS

El rayo que incide paralelo al eje, pasa por el foco imagen.

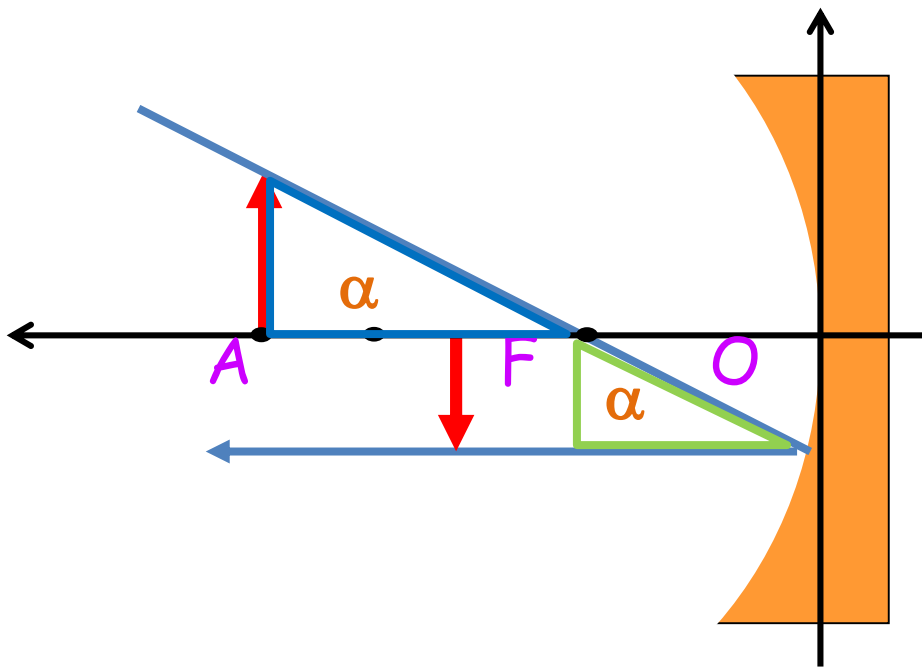
El rayo que incide pasando por el centro de curvatura, se refleja sin desviarse.

El rayo que incide pasando por el foco objeto, emerge paralelo al eje.



Magnificación o aumento longitudinal

El **aumento lateral o transversal** es la relación de alturas entre el objeto y la imagen. El signo indica la orientación relativa



$$m = \text{aumento lateral} = y' / y$$

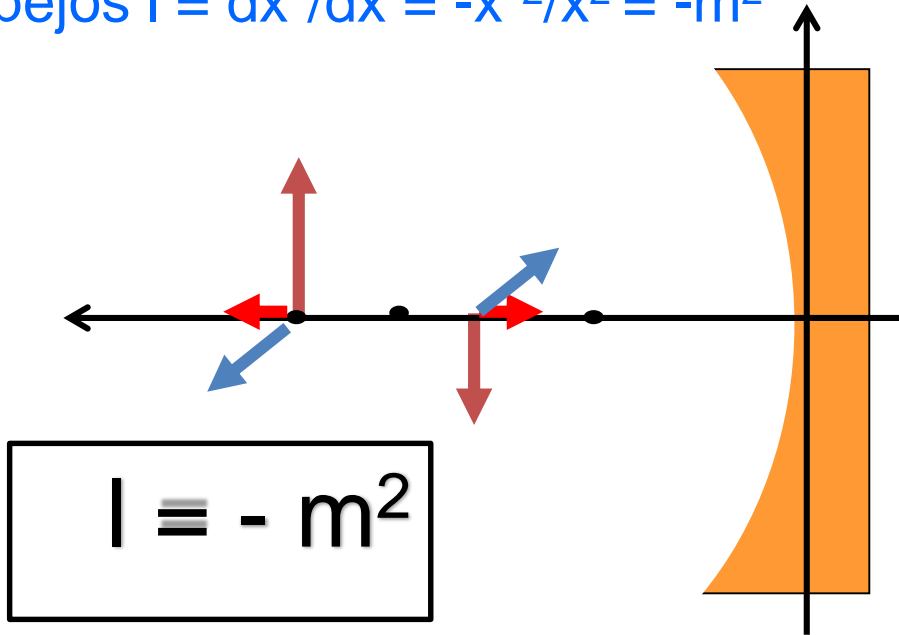
$$y' / y = -FO \operatorname{tg} \alpha / AF \operatorname{tg} \alpha \\ = -f / (x - f),$$

Utilizando $1/x + 1/x' = 1/f$,
resulta:

$$m = -x' / x$$

Magnificación o aumento longitudinal

Aumento axial ó longitudinal nos dice como crece la imagen en la dirección longitudinal. Si el objeto se extiende una cantidad dx en la dirección x , la imagen se extenderá una cantidad dx' . Se define como aumento longitudinal a la relación dx'/dx . Derivando de la ec. de los espejos $l = dx'/dx = -x'^2/x^2 = -m^2$



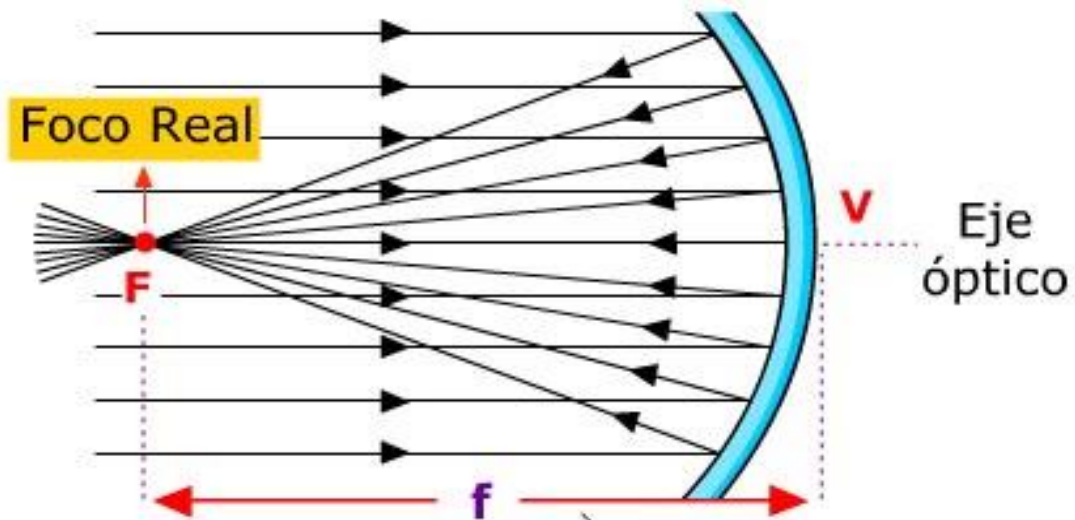
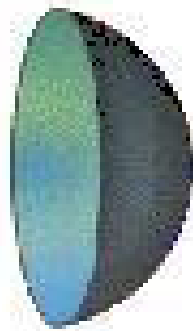
l (aumento axial o longitudinal) = dx'/dx

$l = -x'^2 / x^2 = -m^2$
(siempre negativo).

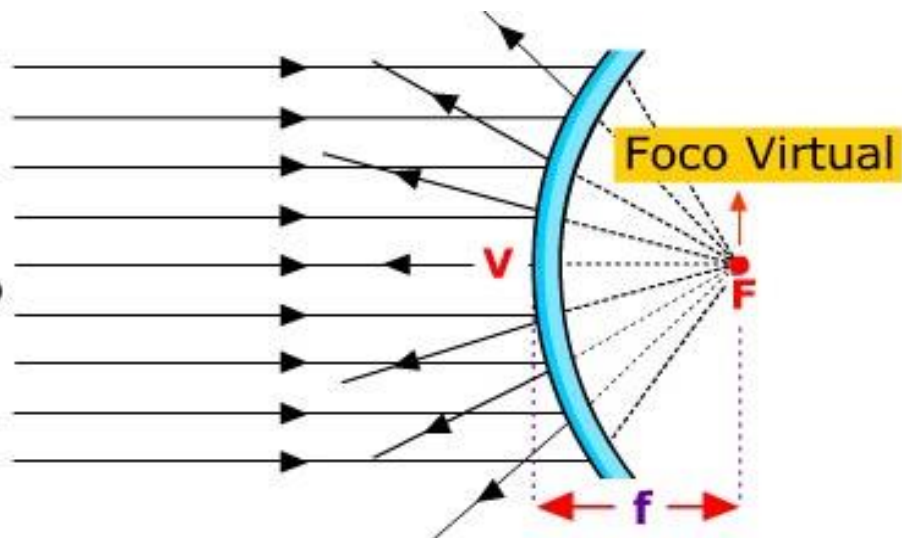
$-m^2$ entonces no existe simetría en la dirección longitudinal

Si tenemos una flecha que apunta hacia el espejo el signo negativo nos indica que la imagen avanza acercándose a nosotros

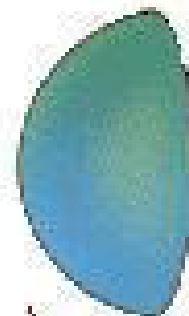
Espejo
Cóncavo



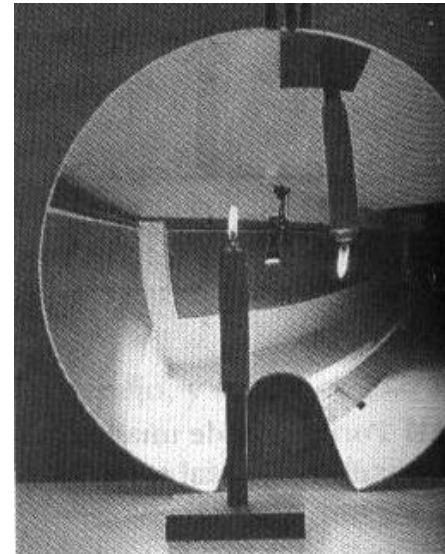
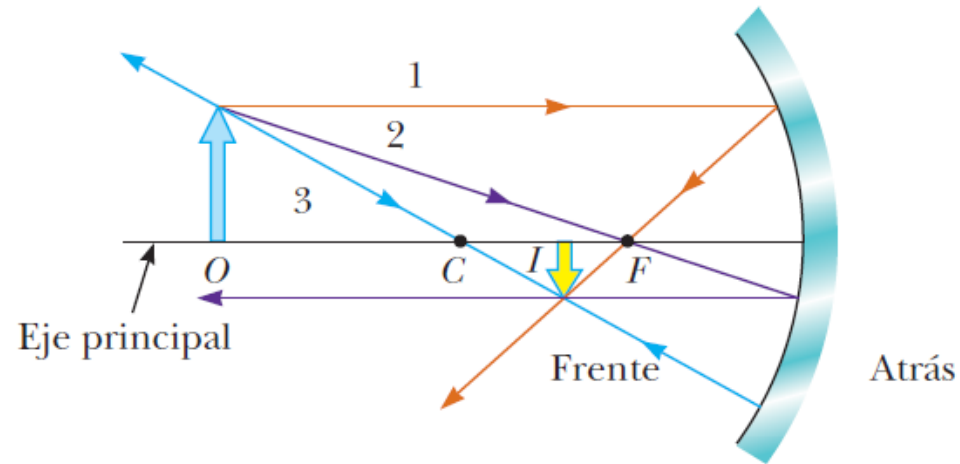
Eje
óptico



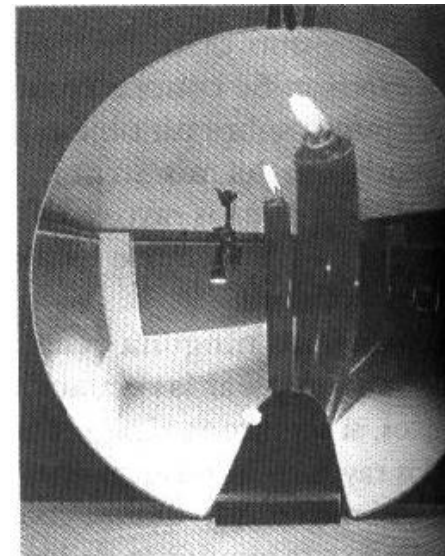
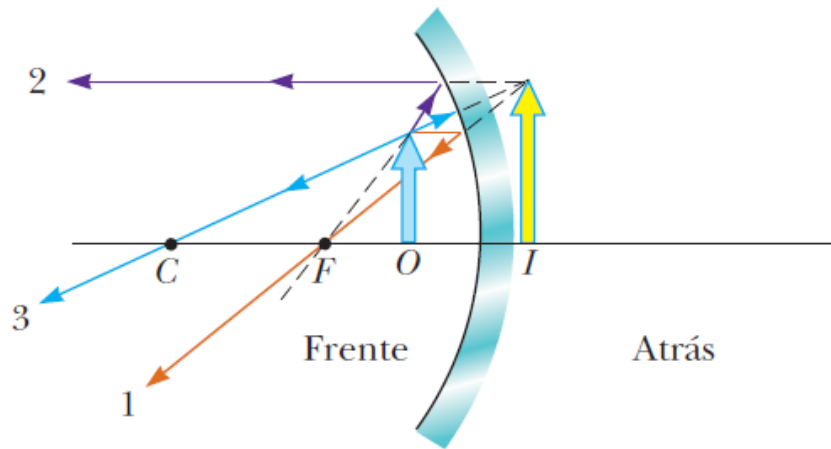
Espejo
Convexo



ESPEJOS CÓNCAVOS

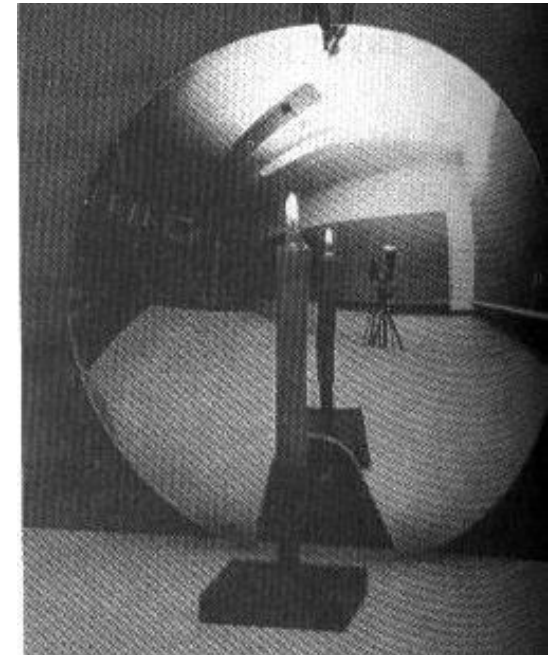
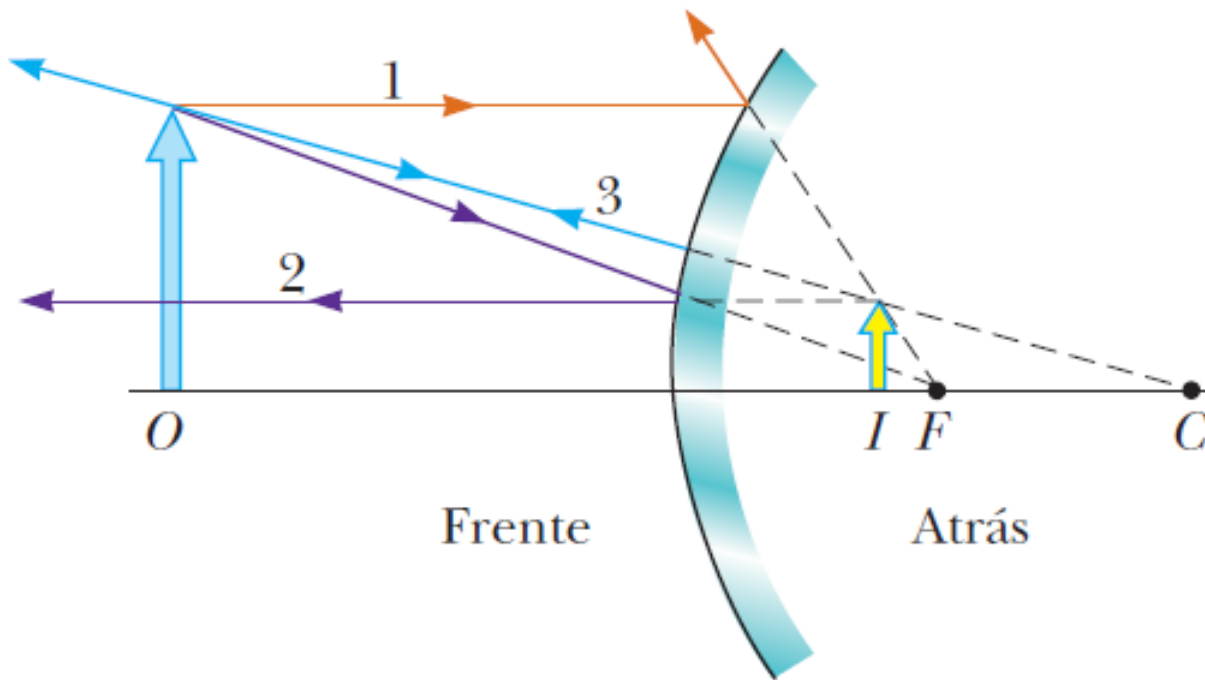


Espejo cóncavo
con el objeto antes
del foco
Imagen real e
invertida



Espejo
cóncavo con el
objeto entre el
foco y el vértice
Imagen virtual,
derecha y
mayor

ESPEJOS CONVEXOS



Espejo convexos

Imagen virtual, derecha y menor

Espejos planos

Se pueden considerar como el caso límite cuando $R \rightarrow \infty$,

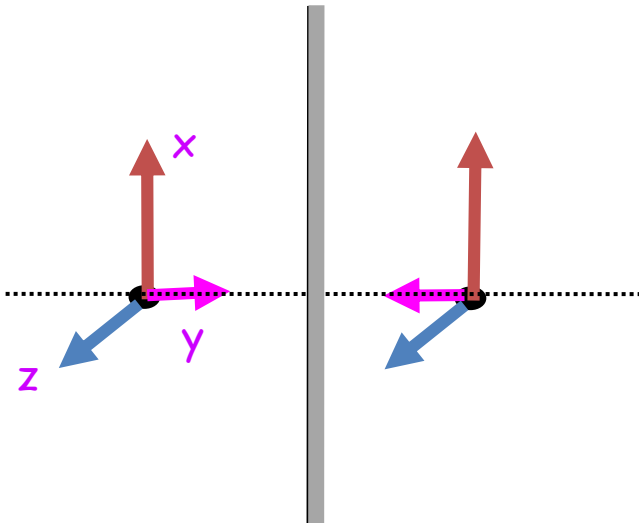
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

$$x' = -x$$

$$m = -x'/x = 1$$

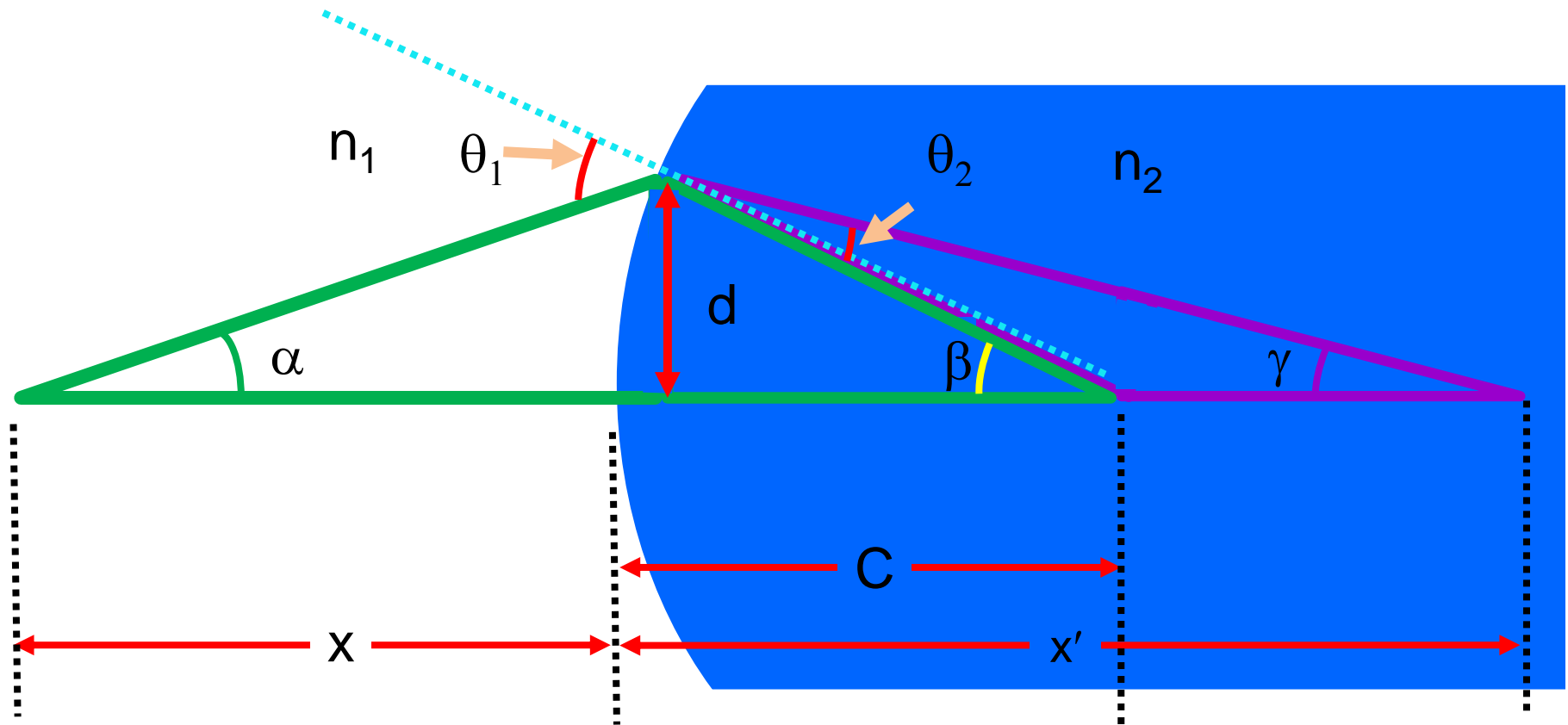
$$I = -m^2 = -1$$

Mano derecha se
convierte en
izquierda



Como $m_x = m_z = 1$ y $m_y = -1$, una mano derecha se convierte en una mano izquierda al reflejarse en un espejo plano.

Formación imágenes por refracción (dióptricos)

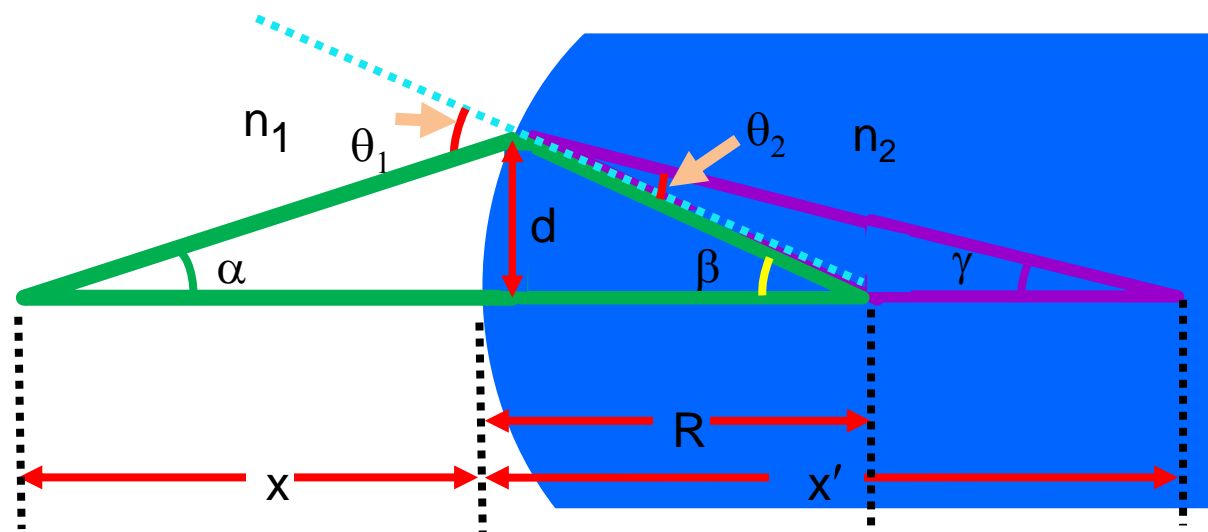


Ecuación dióptricos

$$\frac{n_1}{x} - \frac{n_2}{x'} = \frac{(n_2 - n_1)}{R}$$

CONVENCION SIGNOS

Luz desde izquierda,
signo + a izquierda, signo - a
derecha.
signo + arriba, signo - abajo.



Ley Snell

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

Aproximación paraxial: ángulos
pequeños $\sin \theta_1 \approx \theta_1$

$$\theta_1 = \alpha + \beta \quad \beta = \theta_2 + \gamma$$

Geometría: El ángulo exterior a cualquier
triángulo es la suma de los dos ángulos
interiores opuestos.

Combinando ec. anteriores y eliminando θ_1 y θ_2

$$n_1 \alpha + n_2 \gamma = (n_2 - n_1) \beta \quad (*)$$

$$\alpha \approx d / x \quad \beta \approx d / R \quad \gamma \approx d / x'$$

Sustituyendo en (*), considerando la
convención de signos y dividiendo por d resulta:

Aprox. paraxial: ángulos
pequeños, ángulos se pueden
reemplazar por sus tangentes
 $\tan \theta \approx \theta$

Ecuación dióptricos

$$\frac{n_1}{x} - \frac{n_2}{x'} = \frac{(n_1 - n_2)}{R}$$

$$\frac{n_1}{x} - \frac{n_2}{x'} = \frac{(n_1 - n_2)}{R}$$

Ecuación dióptricos

$$x' \equiv f' = \frac{-R n_2}{(n_1 - n_2)}$$

Foco imagen: posición imagen para objeto localizado en infinito

$$x \equiv f = \frac{R n_1}{(n_1 - n_2)}$$

Foco objeto: posición objeto para formar imagen en infinito.

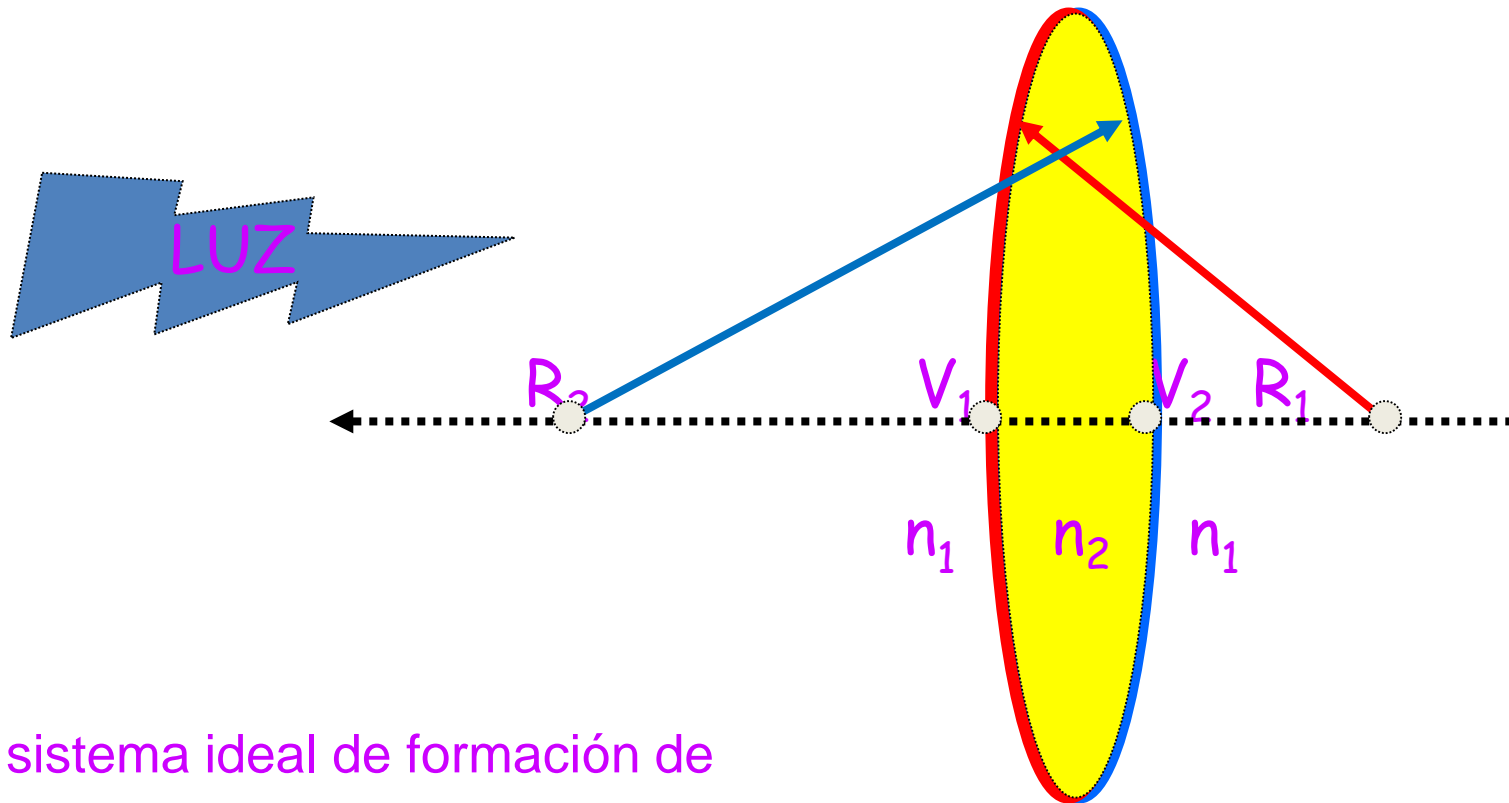
$$m = \frac{x' / n_2}{x / n_1}$$

aumento ó magnificación lateral dióptrico

$$L = - (f' / f) m^2 = (n_2 / n_1) m^2$$

aumento ó magnificación longitudinal dióptrico

LENTE: sistema óptico formado por la asociación de dos dióptricos que separan dos medios de índices de refracción que pueden ser diferentes, aunque normalmente están inmersos en aire ($n_1=1$) y donde al menos uno de esos dióptricos no es plano.

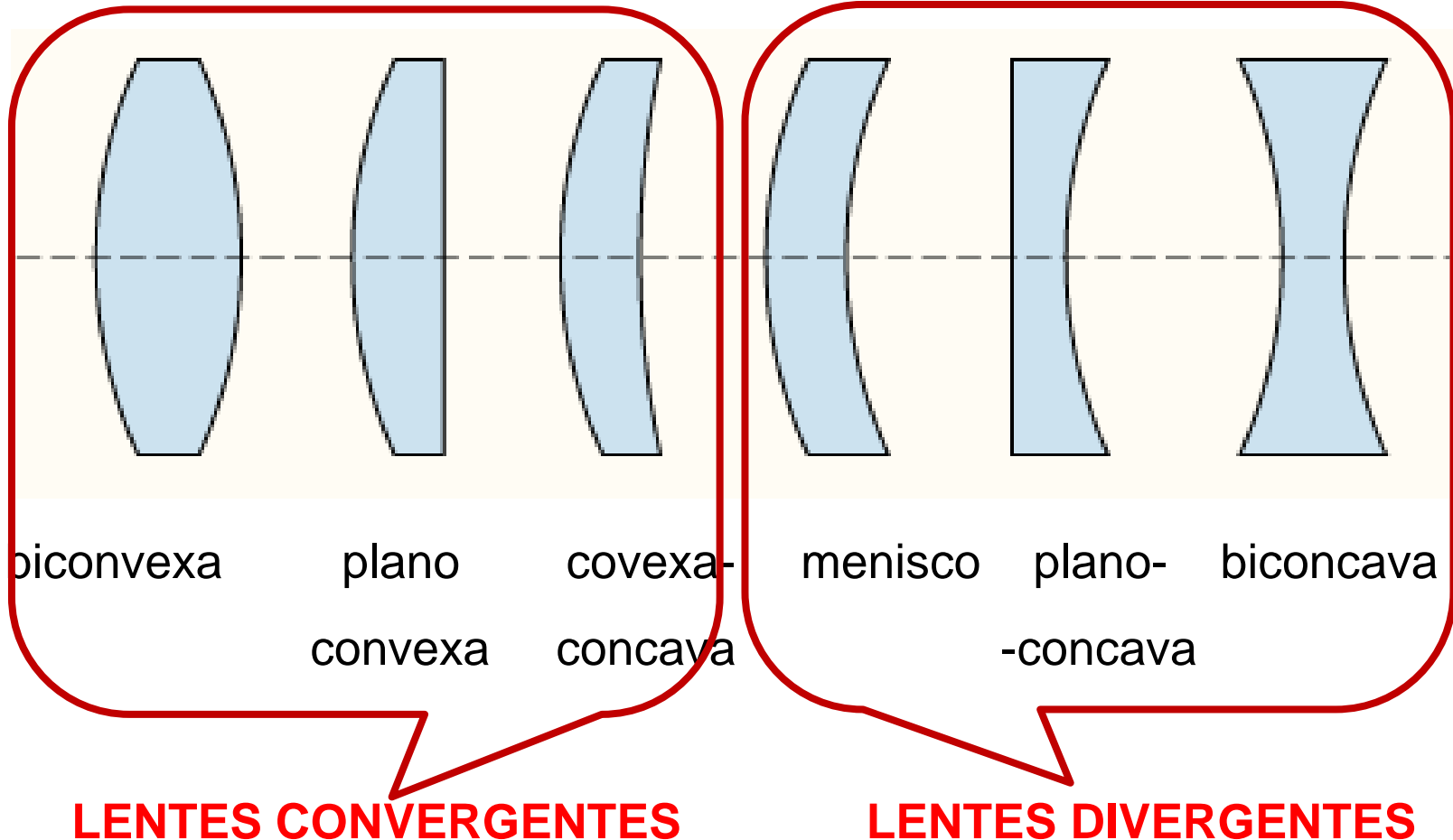


Un sistema ideal de formación de imágenes: cada punto del objeto se proyecta sobre un solo punto en la imagen

Lente biconvexa

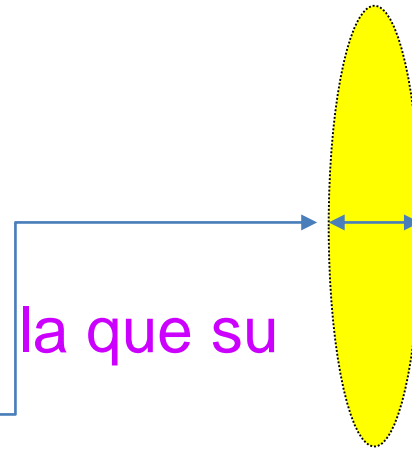
LENTEs

Según su geometría las lentes se clasifican en cóncavas ó convexas



LENTE DELGADAS

- Una lente delgada es aquella en la que su ancho es despreciable.

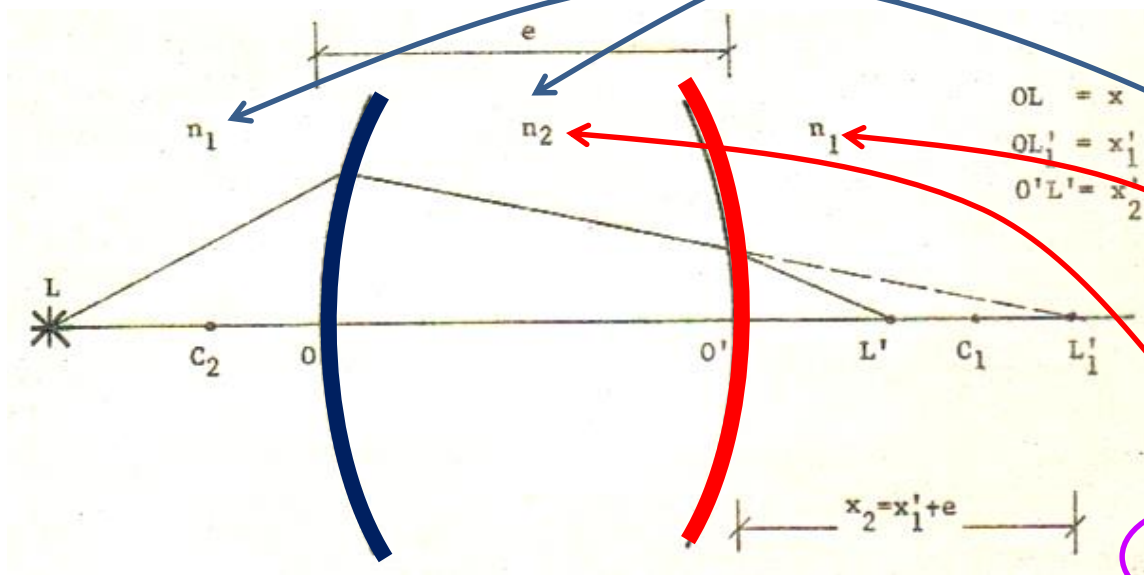


- El cálculo de la posición de la imagen formada por una lente puede hacerse mediante el cálculo sucesivo de las imágenes producidas por cada dióptrico
- La imagen producida por el primer dióptrico es el objeto para el segundo

Ecuación lentes delgadas

CONVENCION SIGNOS

Luz desde izquierda,
signo + a izquierda, signo - a
derecha.
signo + arriba, signo - abajo.



$$\frac{n_1}{x_1} - \frac{n_2}{x'_1} = \frac{(n_1 - n_2)}{R_1}$$

La imagen producida por el primer dióptrico es el objeto para el segundo

$$\frac{n_2}{x'_1 + e} - \frac{n_1}{x'_2} = \frac{(n_2 - n_1)}{R_2}$$

A partir ecuaciones anteriores

$$\frac{n_1}{x_1} - \frac{n_1}{x'_2} = \frac{(n_1 - n_2)}{R_1} + \frac{(n_2 - n_1)}{R_2}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

FOCOS

Foco Imagen: Si el objeto está muy lejos ($x \rightarrow \infty$), la imagen se forma en el foco imagen;

$$x = \infty \quad \frac{1}{x'} = \frac{1}{f'} = -\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

Los rayos que inciden paralelos al eje pasan por el foco imagen.

$$f = -f'$$

$$\text{Si } n_2 > n_1 \rightarrow \text{signo } f = \text{signo} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

Foco Objeto: lugar donde debe estar el objeto para que la imagen se forme en el infinito ($x' \rightarrow \infty$);

$$x' = \infty \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

Los rayos que inciden pasando por el foco objeto salen paralelos al eje óptico.

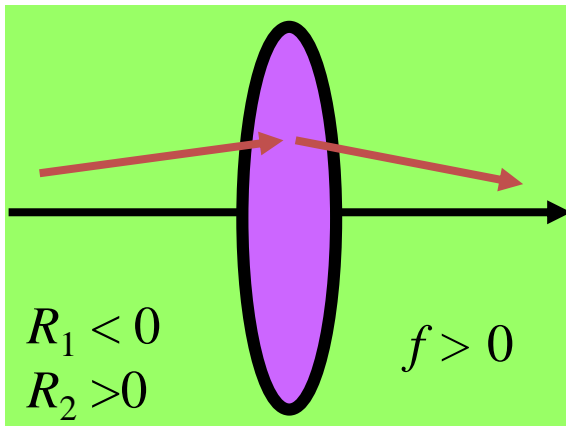
Foco imagen del lado opuesto del foco objeto

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

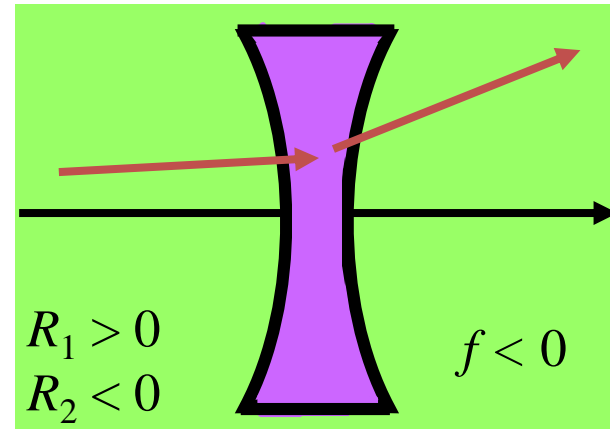
n_2 en gral vidrio (n
entre 1,5 y 1,7)

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

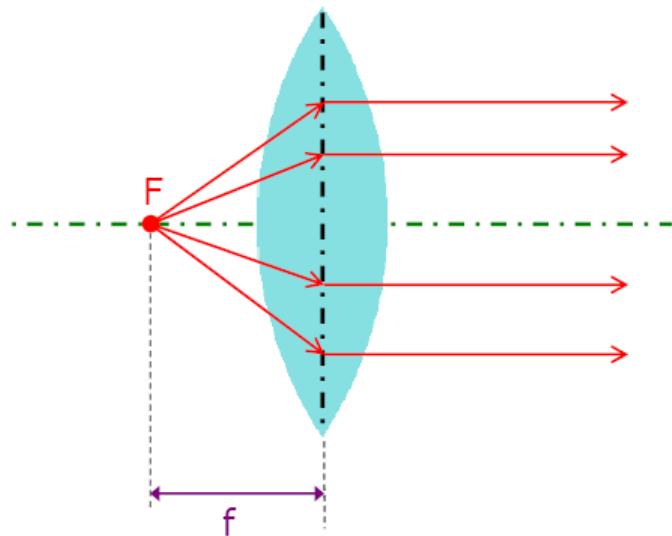
La cantidad, f , es la **distancia focal** de la lente. Este es el parámetro más importante de la lente. Puede ser positivo o negativo.



Si $f > 0$, la lente deflece los rayos hacia el eje



Si $f < 0$, la lente deflece los rayos fuera del eje



Foco objeto

$$x' \rightarrow \infty$$

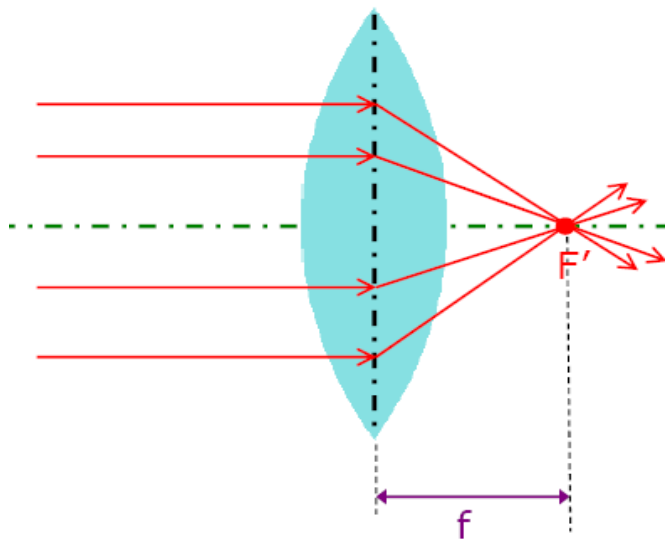
$$\frac{1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \frac{1}{f}$$

+

Si $n_2 > n_1$

+

$R_2 + // R_1 -$



Foco imagen

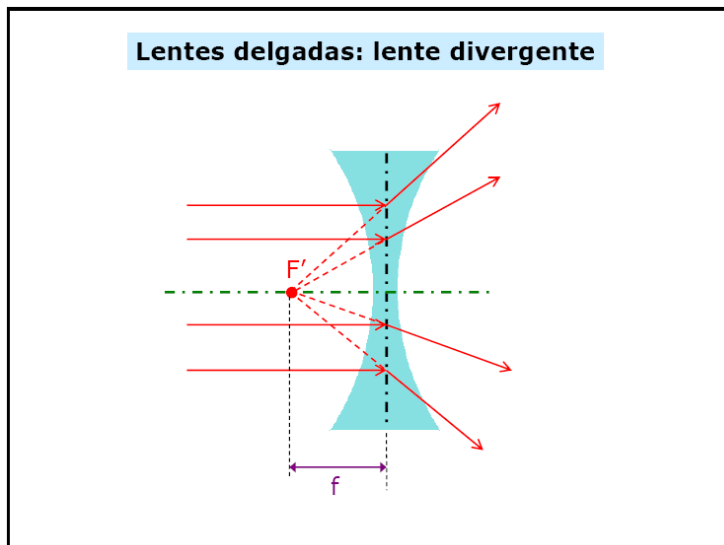
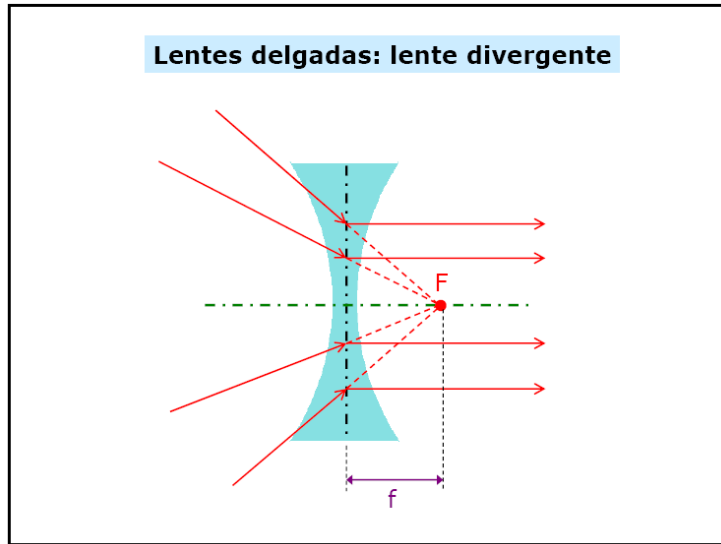
$$x \rightarrow \infty$$

$$-\frac{1}{x'} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = -\frac{1}{f'}$$

$$f = -f'$$

$$\boxed{\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}}$$

En una lente divergente,
el foco objeto es negativo



Foco Objeto

$$x' \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \frac{1}{f}$$

Si $n_2 > n_1$ ⁺ R_2 - // R_1 ⁻ $+$

$$x \rightarrow \infty$$

Foco imagen

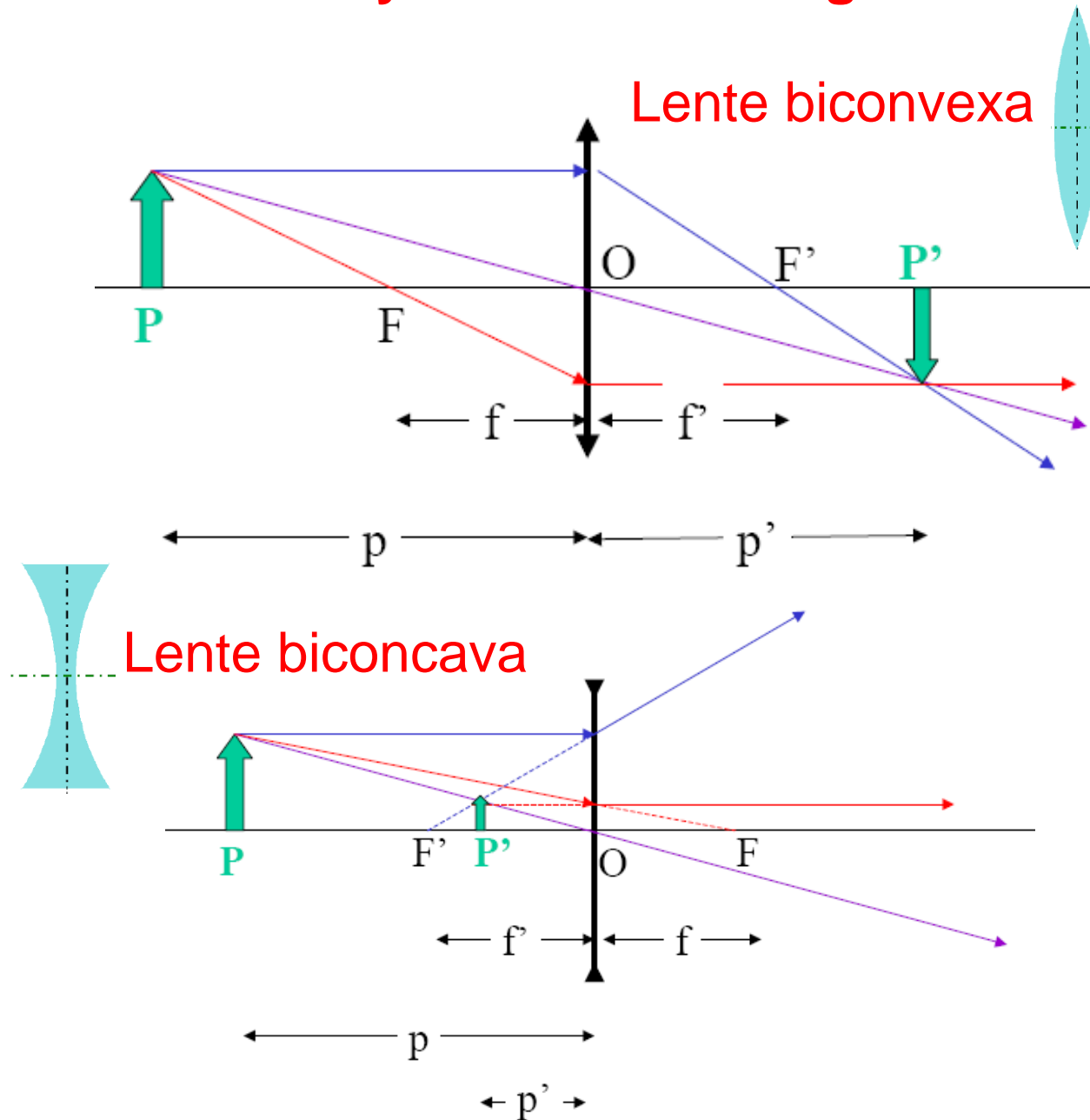
$$-\frac{1}{x'} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = -\frac{1}{f'}$$

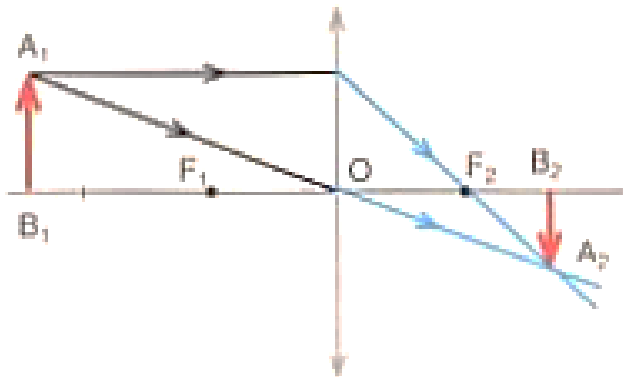
Si $n_2 > n_1$ ⁺ R_2 + // R_1 ⁺ -

$$f = -f'$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

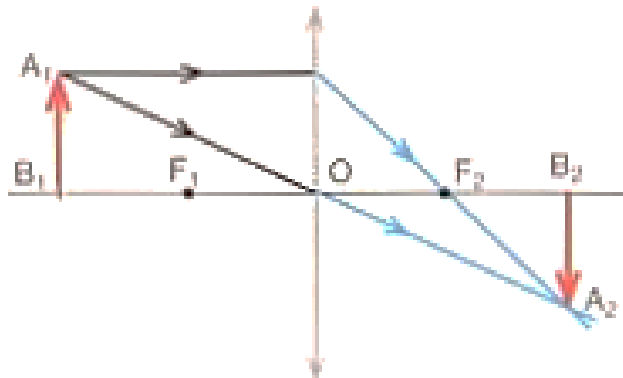
Trazado de rayos en lentes delgadas





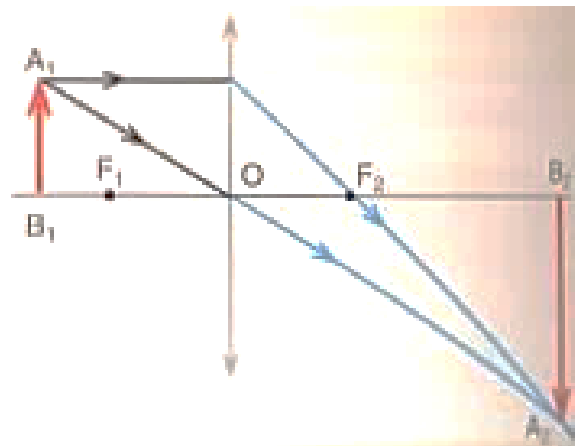
Posición del objeto entre el infinito y $2f$

Imagen real, invertida y menor



Posición del objeto a una distancia $2f$

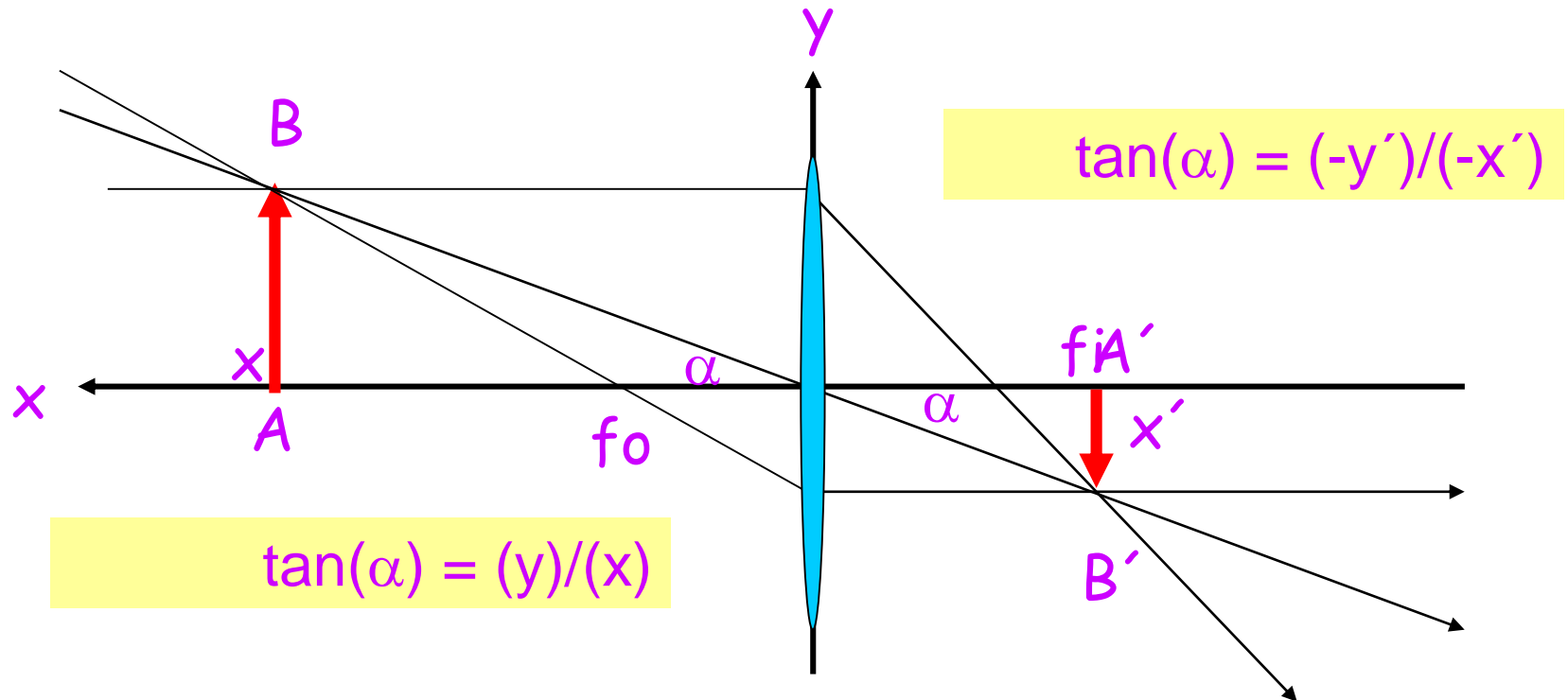
Imagen real, invertida e igual



Posición del objeto entre f y $2f$

Imagen real, invertida y aumentada

Aumentos (magnificaciones)



Aumento
transversal o lateral:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x}$$

Aumento transversal y longitudinal en lentes

Aumento transversal o lateral

$$m = y' / y = x' / x$$

A partir de la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

resulta

$$m = \frac{x'}{x} = \frac{f}{f - x}$$

Aumento axial ó longitudinal: $L \equiv dx'/dx$

$$L = \frac{dx'}{dx} = \frac{f(f - x) + xf}{[f - x]^2} = \left[\frac{f}{[f - x]} \right]^2 = m^2$$

L = m² SIEMPRE POSITIVA

$$L = m^2$$

Magnificación longitudinal debemos tener cuidado al considerar objetos tridimensionales

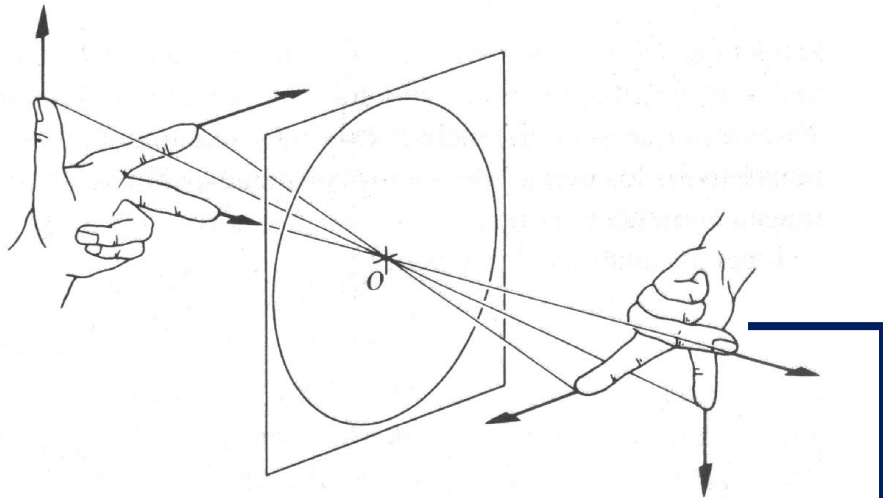
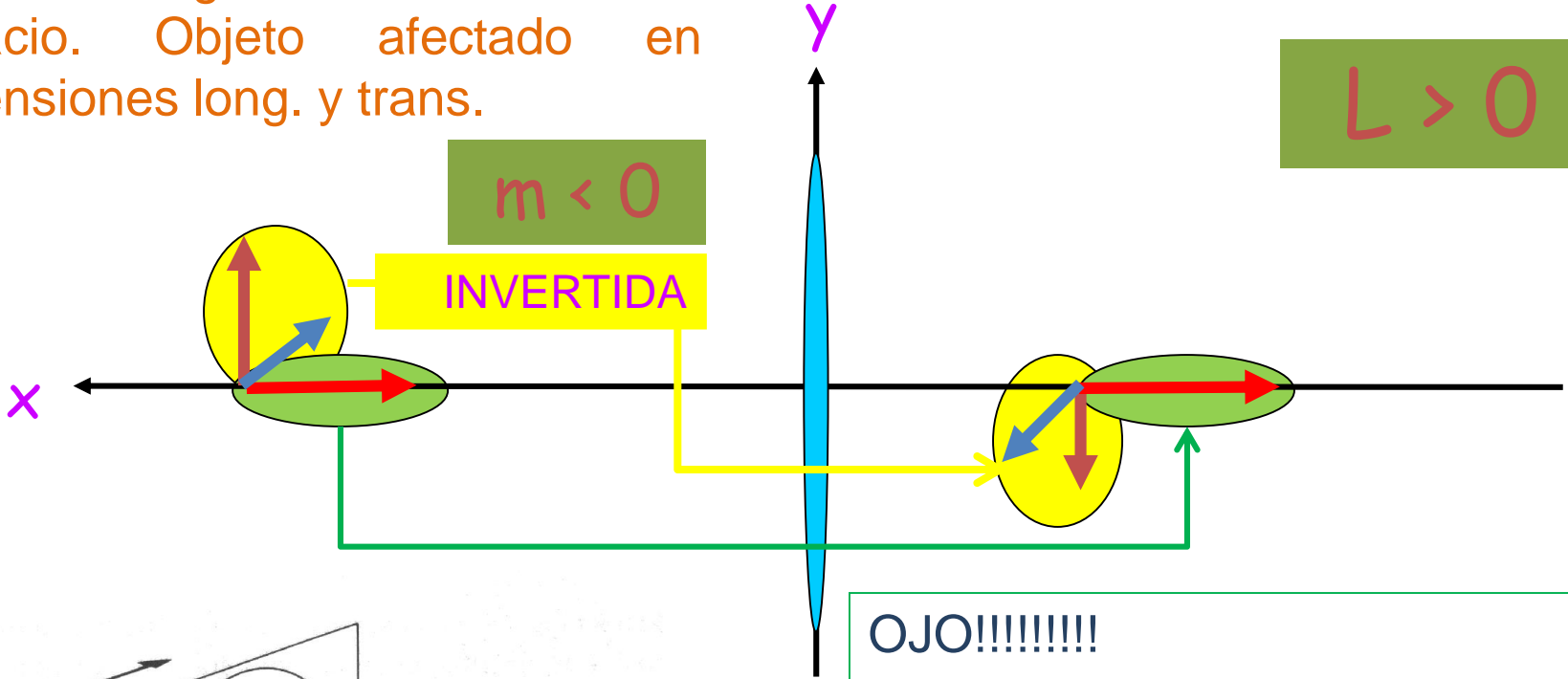
Imagen de un objeto tridimensional ocupa una región tridimensional del espacio. Objeto afectado en dimensiones long. y trans.

Aumentos

$$L > 0$$

$$m < 0$$

INVERTIDA



Orientación de la imagen para una lente delgada

OJO!!!!!!!!!!

Aunque hablamos de imagen invertida solo lo están las dimensiones transversales NO LAS LONGITUDINALES

Equivale a una rotación 180° alrededor del eje óptico

TRAZADO DE RAYOS LENTES DELGADAS

La posición y tamaño de la imagen pueden determinarse gráficamente a partir de la trayectoria de los rayos de luz saliendo del extremo del objeto pasan de forma real o virtual por alguno de los puntos axiales característicos de la lente (puntos focales y centro óptico). Estos rayos son:

- * el rayo que incide paralelo al eje
- * el rayo que pasa por el foco objeto
- * el rayo que pasa por el centro óptico

El rayo que incide paralelo al eje pasa por el foco imagen o diverge desde él

El rayo que pasa o se dirige al foco objeto sale paralelo

El rayo que pasa por el centro óptico no se desvía. Se debe a que en ese punto la lente se comporta como lamina plano paralela de grosor despreciable.

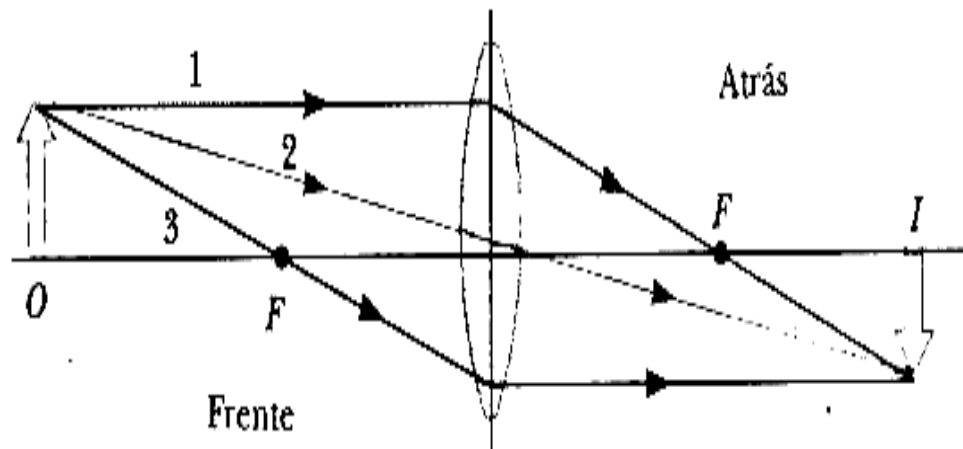
En trazado de rayos se ve la importancia de la determinación de los focos objetos e imagen:

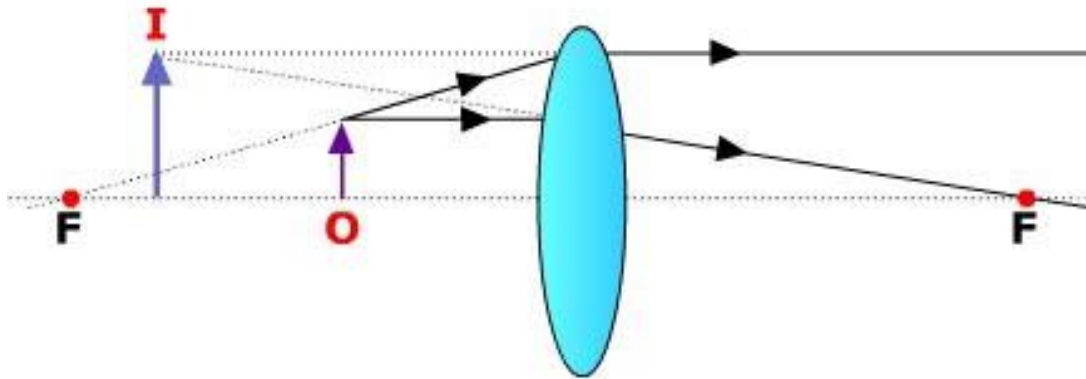
$$x' = \infty \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{f} = -(n-1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad \text{Foco objeto}$$

Todo rayo que incide en el sistema pasando por el foco objeto emerge del sistema paralelo al eje

$$x = \infty \quad \frac{1}{x'} = \frac{1}{f'} = -(n-1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad \text{Foco imagen}$$

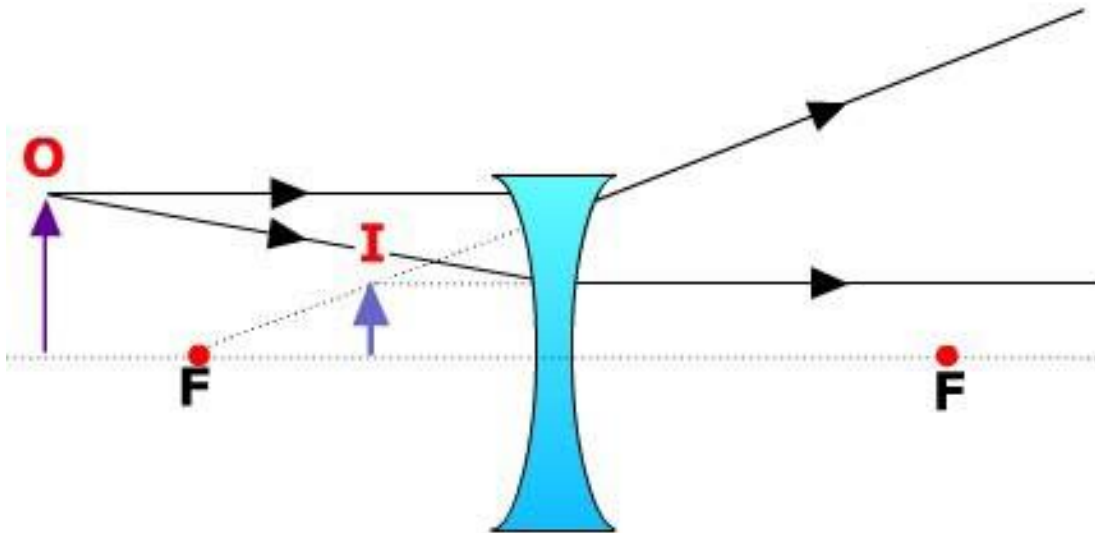
Todo rayo que incide en el sistema paralelo al eje emerge pasando por el foco imagen





Posición del objeto
entre el foco y la lente
Imagen virtual,
derecha y mayor

Objeto situado entre
el foco y la lente



Posición del objeto
entre el infinito y $2f$
Imagen virtual, derecha
y menor

INSTRUMENTOS ÓPTICOS

Los instrumentos se usan para formar imágenes, bien sea imágenes reales formadas sobre una pantalla ó película o imágenes virtuales para ser percibidas por el ojo humano.

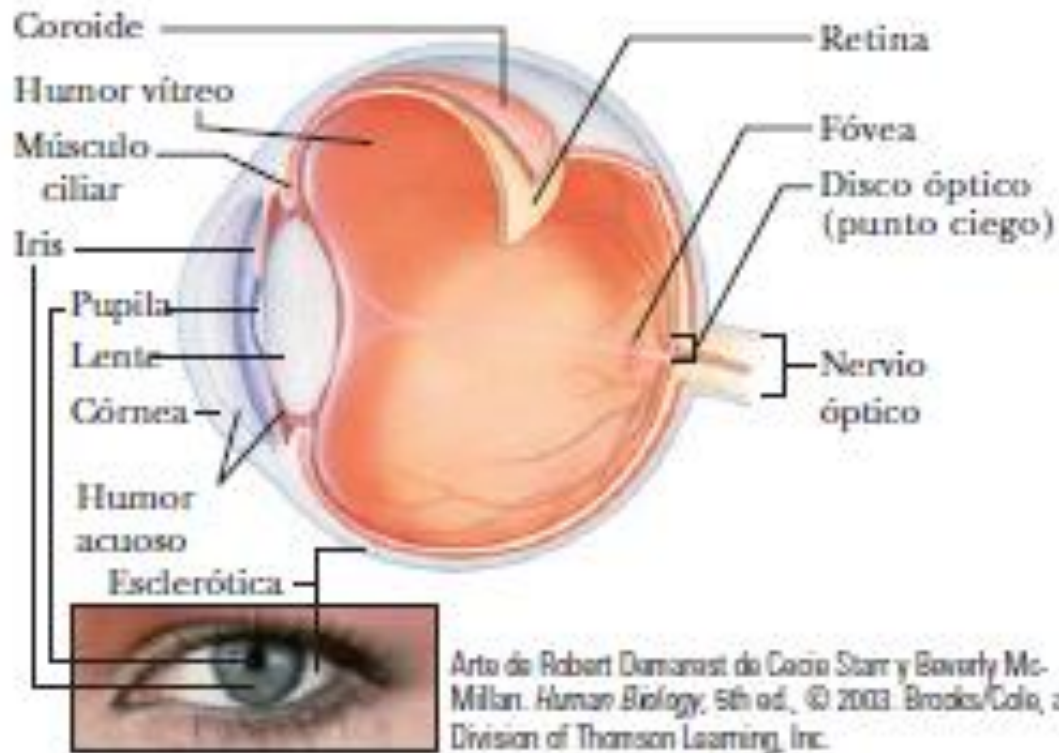
Instrumentos de proyección: cámara de fotos y proyector: forma imágenes reales sobre receptores

Instrumentos de visión: son usados para la observación visual diseñados para acoplarse al ojo humano. Estos forman imágenes virtuales de objetos reales

****Lupas y microscopios** destinados a aumentar el tamaño de objetos próximos

****Telescopios** destinados a la observación de objetos que se encuentran muy alejados o en el infinito y presentan tamaños reducidos desde el punto de vista de la observación.

El ojo humano



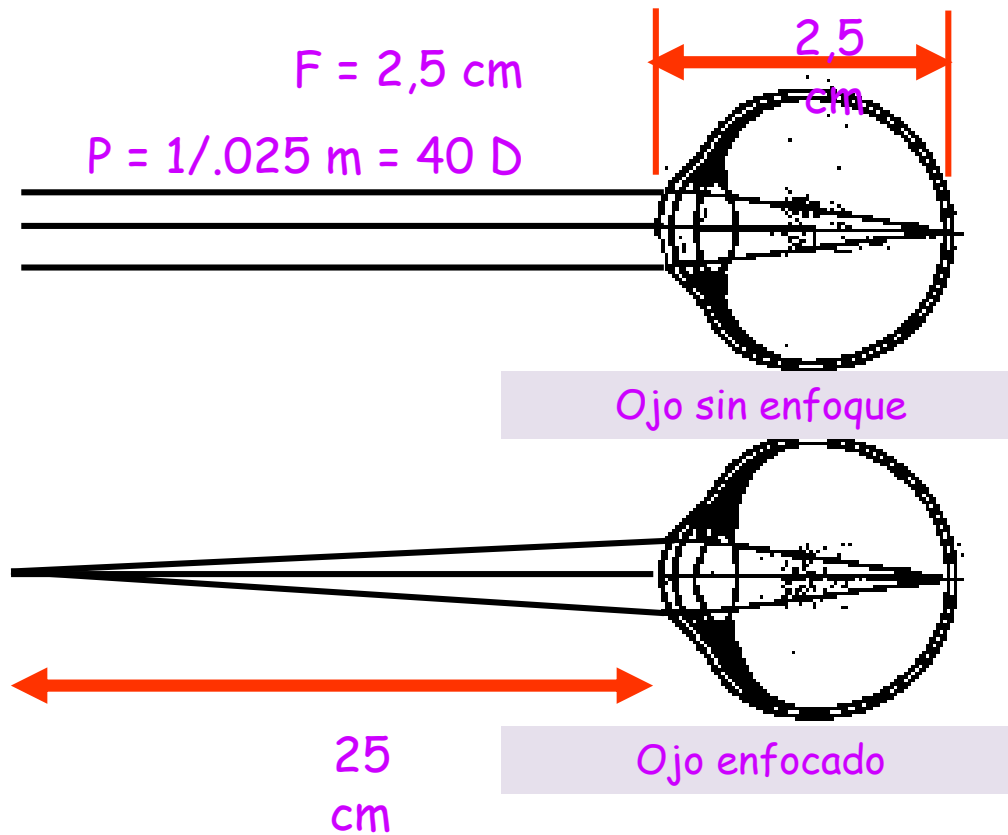
Modelo “ojo reducido” para esquematizar ojo humano concentra toda la potencia refractiva en un único dióptrico esférico.

El mecanismo de enfoque del ojo se caracteriza por ser capaz de variar la potencia manteniendo fijo el tamaño (músculo ciliar varia la curvatura del cristalino).

El punto más cercano al ojo que se puede ver nítido es el punto próximo y el más alejado el punto remoto.

El ojo humano

Enfoque



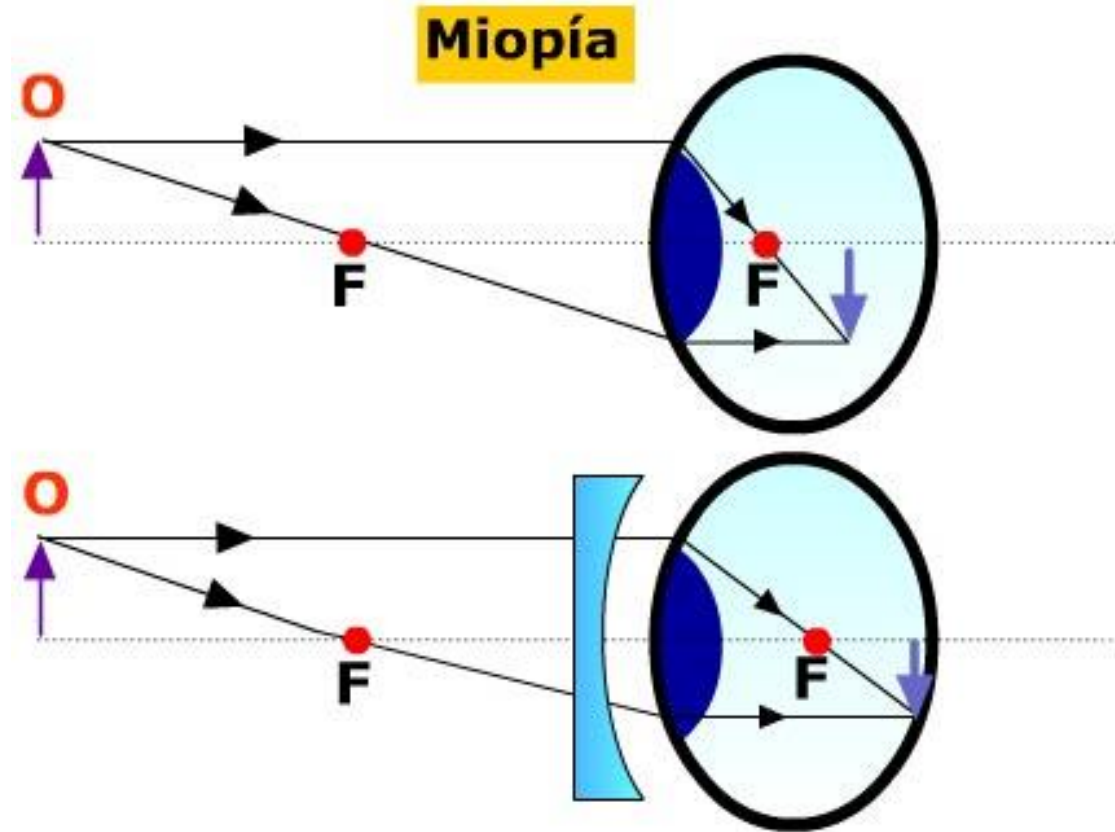
El ojo de refracción normal o emétrope es el que en reposo o sin acomodación enfoca sobre la retina la imagen de un objeto situado en el infinito.

Para enfocar un objeto sobre la retina, el cristalino cambia la curvatura de su superficie y forma imagen de un objeto ubicado a una distancia finita.

El ojo humano

Cuando el ojo miope enfoca al infinito, debido a un exceso de potencia, la imagen se forma por delante de la retina (consecuencia vision borrosa).

Para corregir se usan lentes divergentes que forman la imagen del punto remoto sobre la retina.



Disminuimos la potencia del
ojo

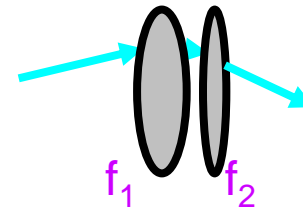
Anteojos

$$\text{Potencia} = 1 / f$$

Si f está en m, P queda expresada en dioptrías

Para lentes adosadas: $P = P_1 + P_2$

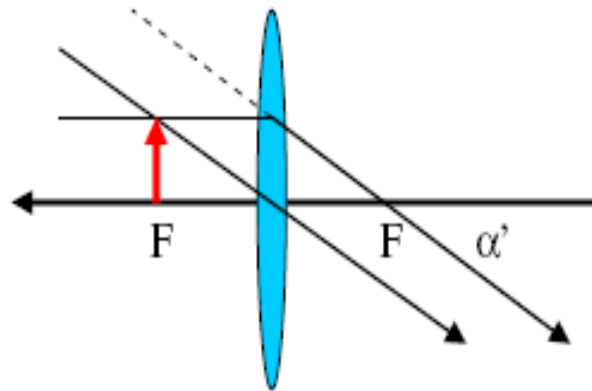
$$1/f_{\text{tot}} = 1/f_1 + 1/f_2$$



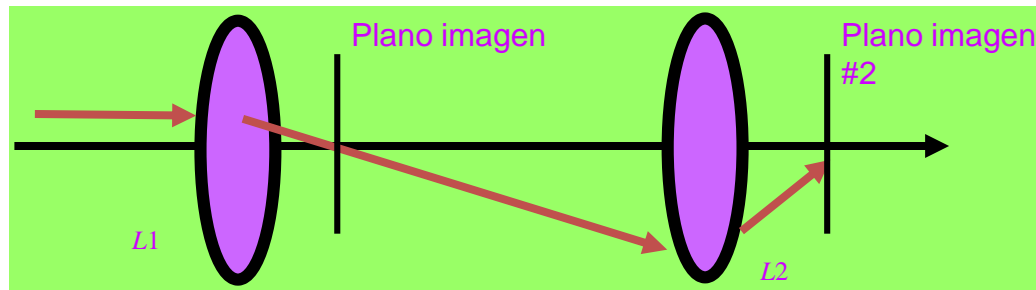
Lupa (instrumento de aumento)

La lupa es una lente convergente de distancia focal pequeña (5 – 10 cm)
Se emplea en combinación con el ojo observar objetos próximos de mayor tamaño.
El objeto se coloca entre la lupa y foco objeto \rightarrow imagen es virtual (ojo formará la imagen final real, en la retina)
Si objeto se coloca en el foco, imagen se forma en el infinito (rayos entran paralelos al eje del ojo y éste los enfoca en la retina sin esfuerzo (ojo descansado)).

Imagen
en el infinito



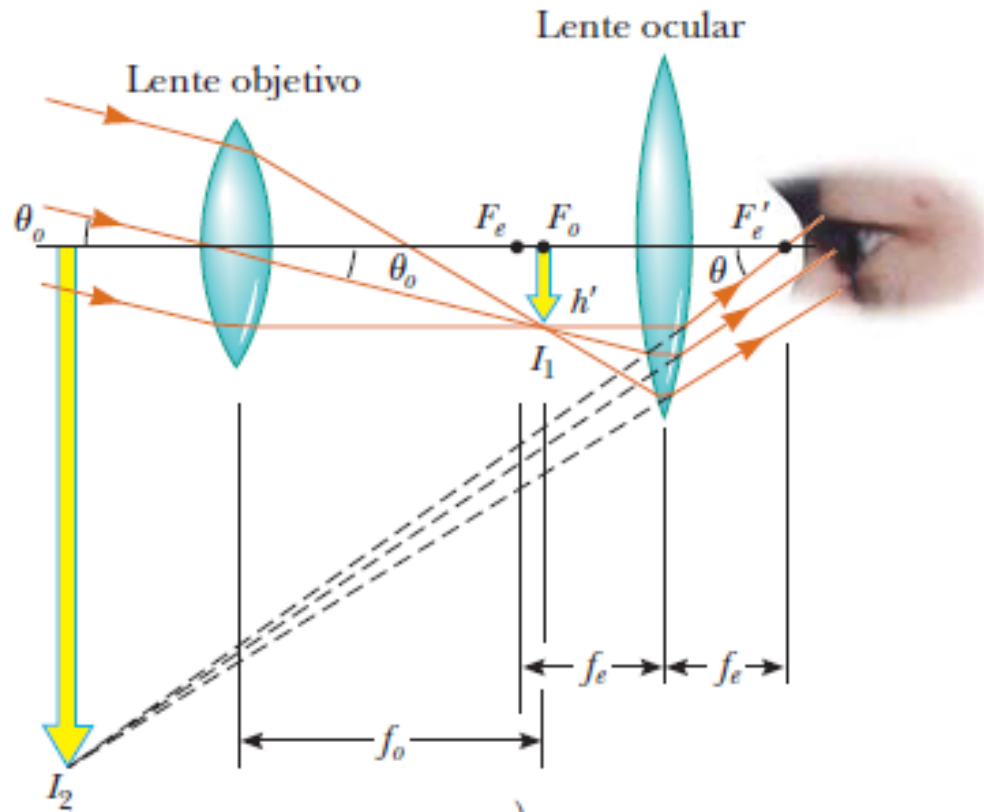
Telescopios



Un telescopio refractor consta de una lente convergente de distancia focal grande (50 cm) que forma una imagen intermedia en el plano focal de ocular, que a su vez forma la imagen final para ser visualizada por el ojo. La imagen intermedia formada por objetivos coincide, a través del ocular, con el punto remoto del observador.

La apertura queda determinada por el diámetro del objetivo que actúa como pupila de entrada del instrumento. Los anteojos ó telescopios de gran apertura permiten observar objetos de poca intensidad situados a grandes distancias que de otro modo serían imperceptibles para el ojo humano.

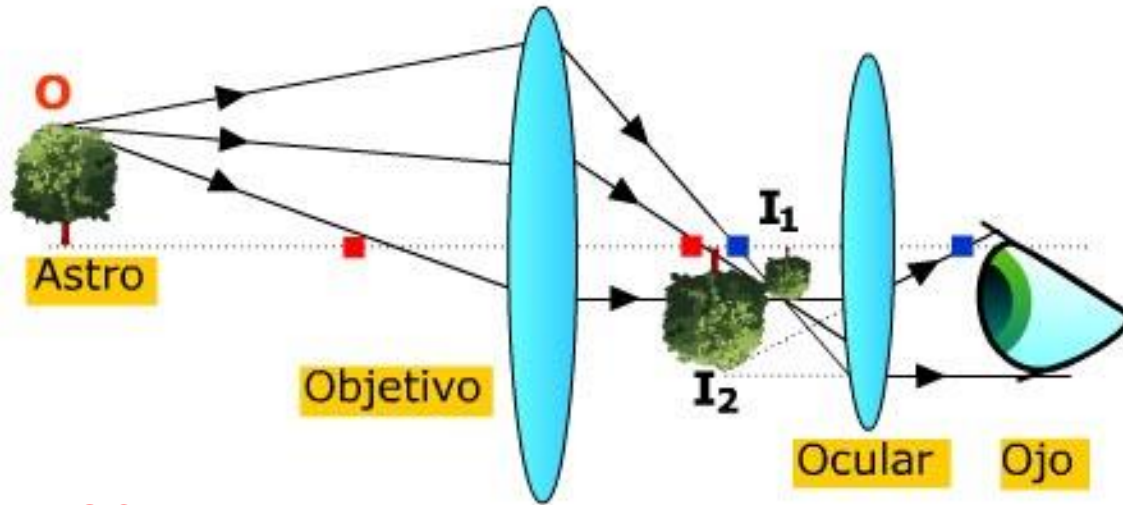
Telescopio de



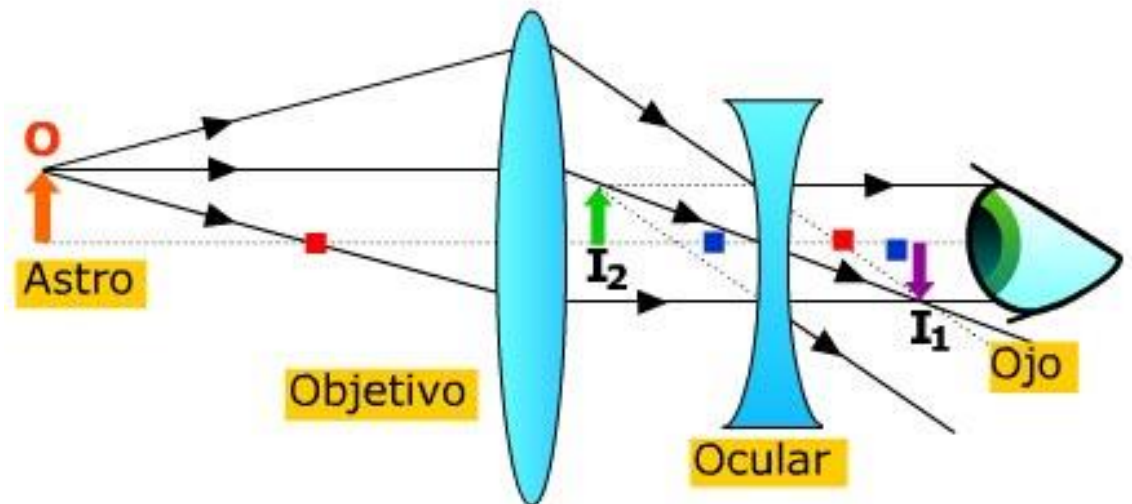
$$MA = \tan(\alpha') / \tan(\alpha) = - f_{ob} / f_{oc}$$

TELESCOPIO REFRACTORES

¿Qué tipo de lentes usan estos telescopios?

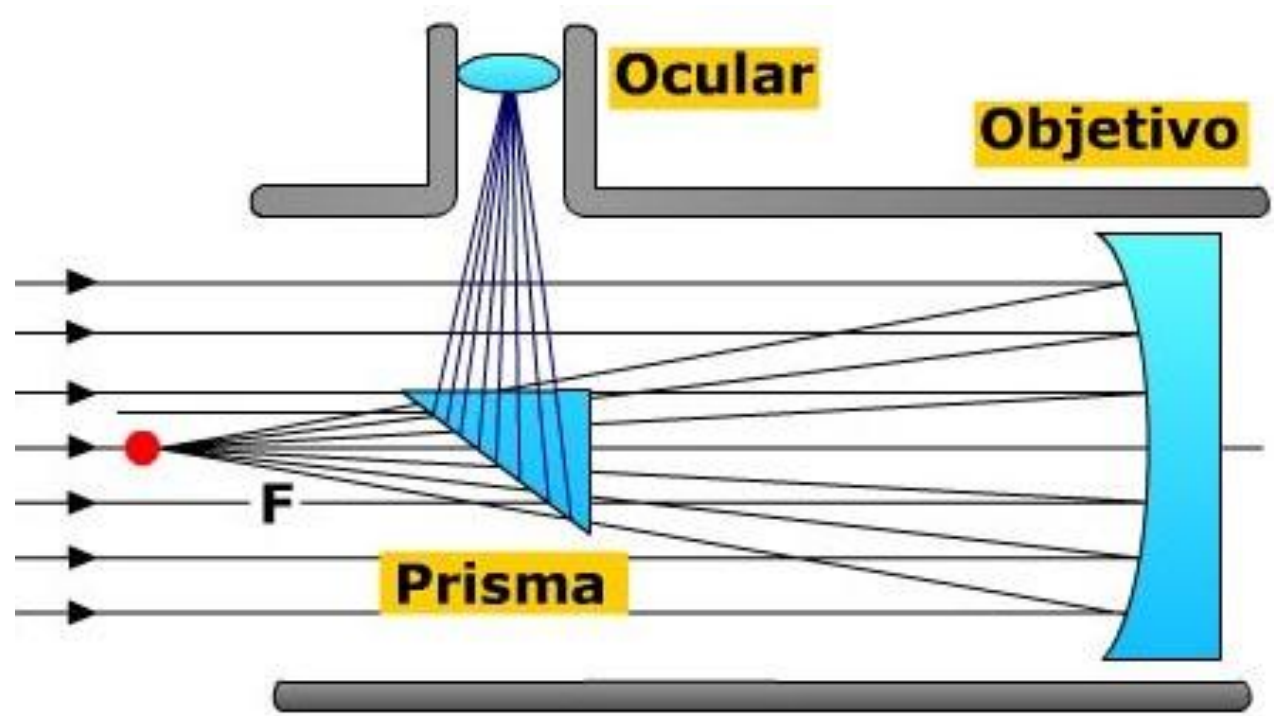


TELESCOPIO KEPLER



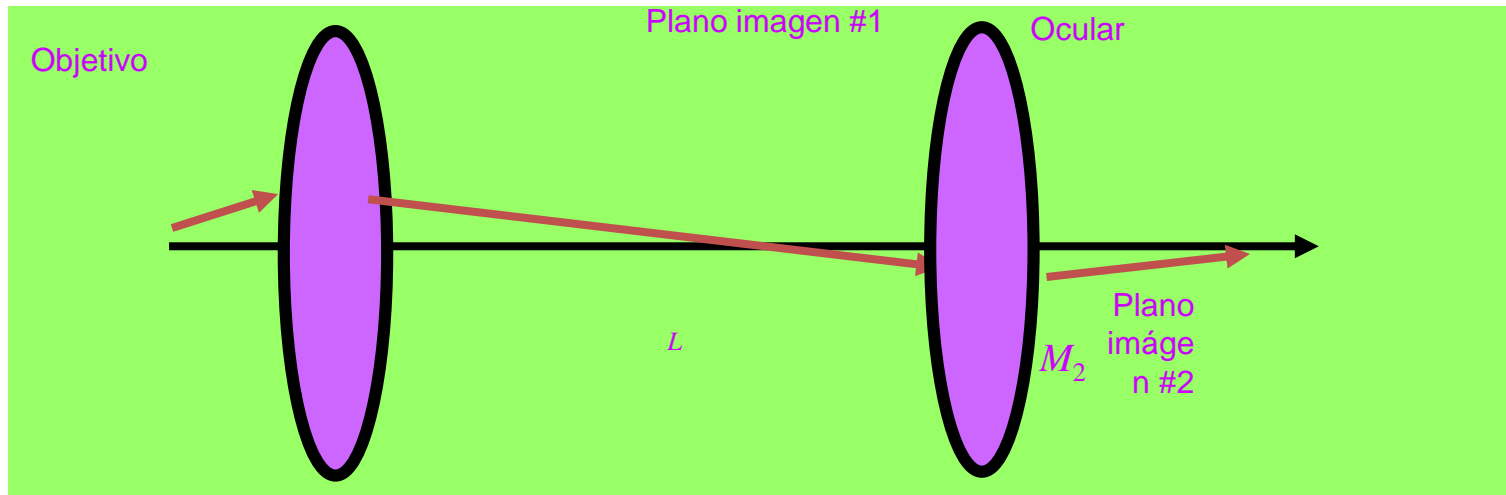
TELESCOPIO GALILEO

Telescopio Reflector de Newton



- Se basan en el principio de reflexión de la luz
- Utilizan espejos, recubiertos por una delgada capa de aluminio en lugar de lentes
- Consta espejo parabólico que hace converger la luz en el punto focal imagen. El segundo espejo (o prisma) desvía los rayos y los envía al ocular.
- Impide propagación a lo largo eje óptico

Microscopio



El microscopio, al igual que la lupa, sirve para observar objetos pequeños y próximos. Consta de 2 lentes convergentes separadas por una distancia tal que la lente próxima al objeto (objetivo) forma una imagen real en el punto focal de la otra lente convergente (ocular), que a su vez forma la imagen final en el infinito para ser visualizada por el ojo.

Normalmente los fabricantes de microscopios usan $L = 16$ cm. Para un objetivo de 5 mm de distancia focal y un ocular 10X, resulta una magnificación de 320.

Microscopio: ajuste normal

