Ejercicio 7 práctica test de Hipótesis

Un fabricante de estaciones de trabajo de computadora está probando un nuevo proceso de ensamble automatizado. El proceso actual tiene una tasa de defectos de 5%. En una muestra de 400 estaciones de trabajo ensambladas con el nuevo proceso, 15 tenían defecto. ¿Se puede concluir que el nuevo proceso tiene una tasa menor de defectos? Calcule el p-valor.

Solución:

Defino la v.a $X_i = \begin{cases} 1 & \text{si la i-ésima estación de trabajo ensamblada con el nuevo proceso es defectuosa} \\ 0 & \text{c.c} \end{cases}$

$$X_i \sim B(1,p)$$

p=P(estación de trabajo ensamblada con el nuevo proceso es defectuosa)

con lo cual, X=$\sum_{i=1}^{n} X_i$= cantidad de estaciones de trabajo ensambladas con el nuevo proceso, entre 400, con defectos

$$X \sim B(400,p)$$

Defino las hipótesis:

H_0: p=0,05 vs H_a: p<0,05 test unilateral por izquierda

Estadístico de prueba:

$Z=\frac{\hat{p}-0,05}{\sqrt{\frac{0,05(1-0,05)}{400}}} \approx N(0,1)\ si\ H_0\ \ es\ verdadera$

Utilizo el TCL, ya que el n es suficientemente grande.

Región de rechazo:

Rechazo H_0 a favor de H_a si: $z_{observado} < -z_\alpha$

No rechazo H_0: $z_{observado} \geq -z_\alpha$

Como en este ejercicio no nos dan un α específico debemos decidir a partir del p-valor, para ello debemos calcular $z_{observado} = \frac{(15/400)-0,05}{\sqrt{\frac{(0,05)(1-(0,05))}{400}}} = \frac{-0,0125}{0,0109}$= -1,146

p-valor=P (Rechazo H_0 con el valor observado del estadístico de prueba) =

P(Z<-1,146)≅ $\Phi(-1,146)$= 0,1251, por lo tanto, el p-valor es aproximadamente 0,1251

TCL

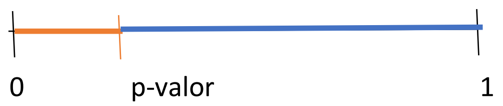
Regla de decisión a partir del p- valor:

Si p-valor ≤ α, rechazo H_0 (para cualquier α que sea ≥ que el p-valor voy a poder rechazar H_0)

Si p-valor > α, no rechazo H_0

Región de no rechazo — Región de rechazo

p-valor > α — p-valor ≤ α, rechazo H_0



Conclusión:

Si p-valor ≤ α, rechazo H_0 (para cualquier α que sea ≥ que el p-valor ($\cong 0{,}1251$) voy a poder rechazar H_0) es decir, que puedo afirmar que el nuevo proceso tiene una tasa menor de defectos. Sin embargo, para poder rechazar H_0 es necesario un p-valor chico, en este problema nos dió bastante grande.

Por ejemplo, si considerara que α=0,05, en este caso p-valor > α, no rechazaría H_0, es decir, no puedo afirmar que el nuevo proceso tiene una tasa menor de defectos.