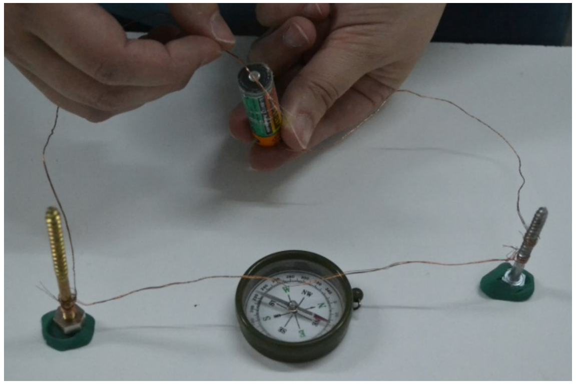
CAMPO MAGNÉTICO

Campo magnético de corrientes

Hasta 1819 se sabía que la fuente del campo magnético eran los materiales naturalmente "imantados" (piedra imán). Fenómenos magneticos observados por primera vez en la ciudad de Magnesia (Turquía) hacen 2500 años.
Se lo detectaba por la desviación de la aguja de una brújula ubicada en las cercanías del imán (cualitativo).

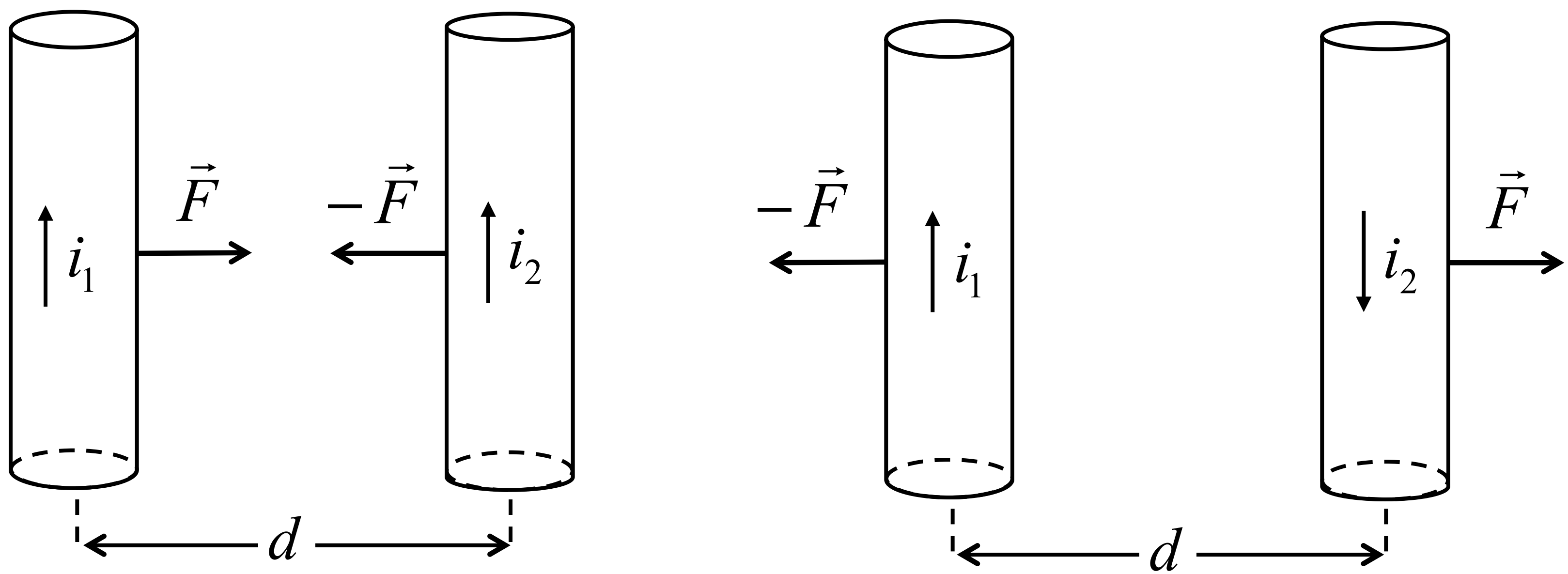
Los imanes naturales poseen dos "polos" llamados NORTE y SUR que ejercen fuerzas entre si:
Polos iguales de repelen Polos distintos se atraen.

No es posible obtener un polo aislado: cada vez que se parte un imán, se vuelven a observar dos polos.



En 1819, Hans Oersted descubre que la aguja de una brújula se desvía en presencia de un conductor por el que circula una corriente eléctrica

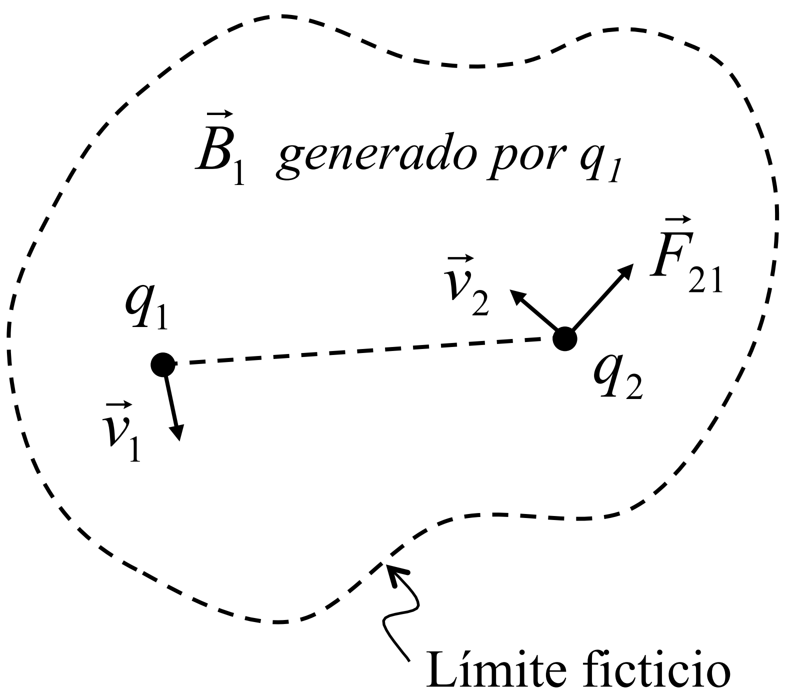
André Ampère (1775-1836) realiza experiencias con dos cables conductores por los que circula corriente



Fenómenos eléctricos: campo eléctrico (toda carga eléctrica genera en el espacio que la rodea un campo eléctrico)

Fenómenos magnéticos: campo magnético (toda carga en movimiento genera en el espacio que la rodea un campo magnético)

La interacción entre cargas en movimiento se puede describir como la fuerza que el campo magnético, generado por la primer carga en movimiento, ejerce sobre la segunda carga en movimiento



1) Cálculo del campo magnético generado por un elemento de corriente

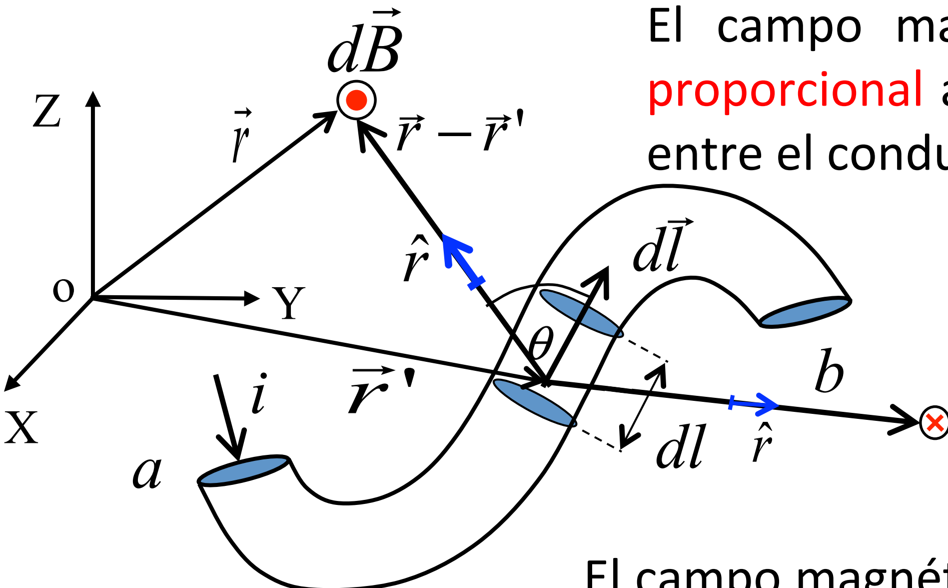
Ley de Biot-Savart

2) Cálculo de la fuerza que el campo magnético ejerce sobre una carga puntual moviéndose

Ley de Lorentz

Ley de Biot-Savart

En 1820 Jean-Baptiste Biot y Felix Savart realizaron experimentos cuantitativos para relacionar la fuerza ejercida por una corriente sobre un imán de prueba



El campo magnético es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el conductor y el punto a estudiar

$$dB \propto \frac{1}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^2}$$

El campo magnético es proporcional a la corriente

$$dB \propto i\,dl$$

El campo magnético es perpendicular a la dirección de la circulación de corriente y perpendicular al versor que se dirige desde un punto del conductor al punto a estudiar

$$d\vec{B} \propto (d\vec{l} \times \hat{r})$$

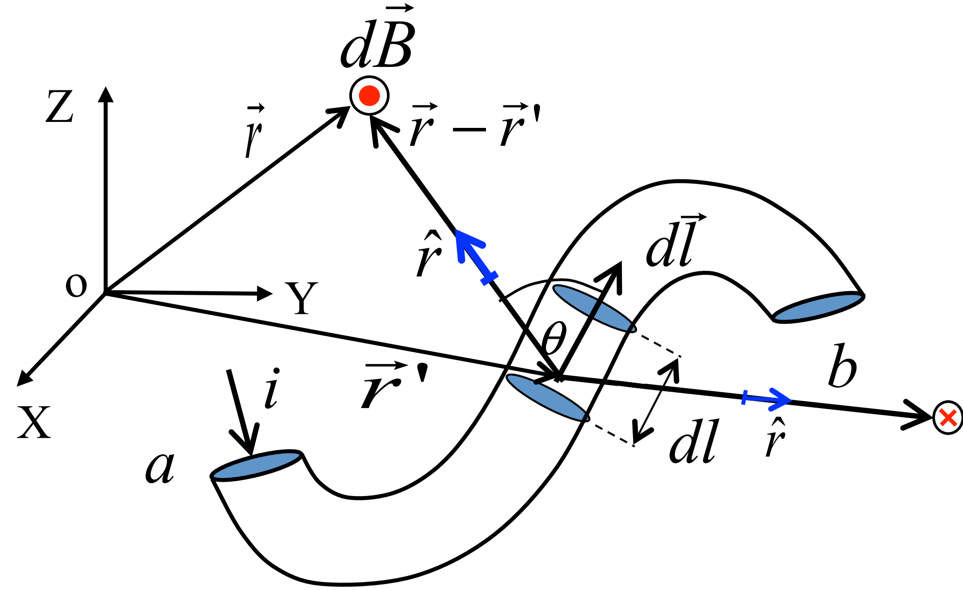
$$\boxed{d\vec{B} \propto \frac{i\,(d\vec{l} \times \hat{r})}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^2}}$$

$$dB \propto \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}$$

$$dB \propto i\,dl$$

$$d\vec{B} \propto (d\vec{l} \times \hat{r})$$

$$d\vec{B} \propto \frac{i\,(d\vec{l} \times \hat{r})}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}$$



$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{i\,(d\vec{l} \times \hat{r})}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}}$$

$$\vec{B} = \int d\vec{B} \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\int \frac{i(d\vec{l} \times \hat{r})}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}}$$

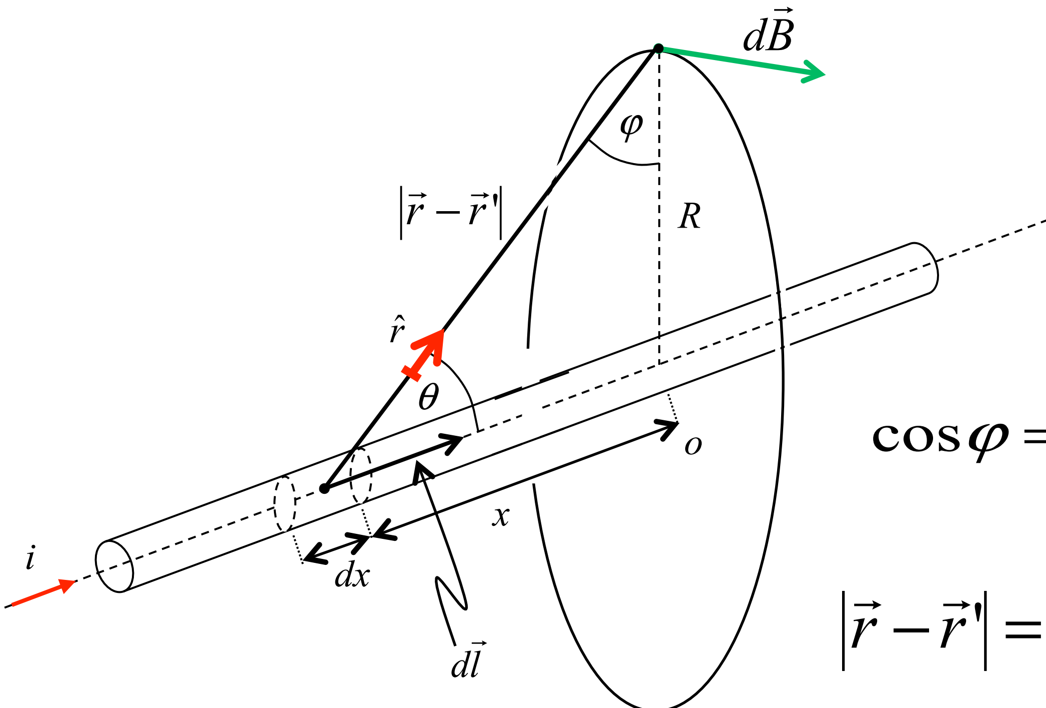
$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$$

Permeabilidad magnética

Unidad 1 T (Tesla)= m.N/A,

1G (Gauss) = 10^{-4} T.

Campo magnético generado por un hilo infinito

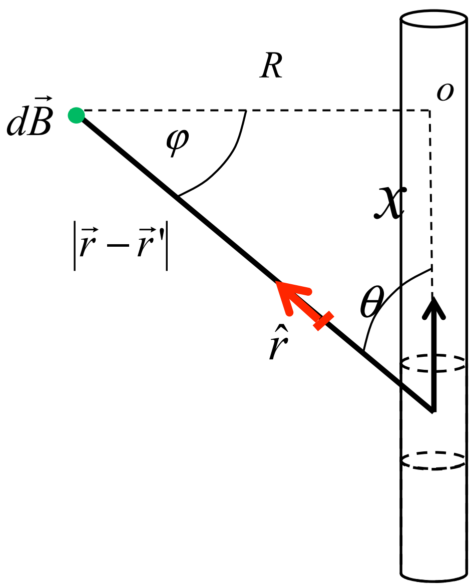


$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{i\,(d\vec{l}\times\hat{r})}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2}$$

$$|d\vec{l}\times\hat{r}| = |d\vec{l}||\hat{r}|\sin\theta = dx\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \qquad \tan\varphi = \frac{x}{R}$$

$$|\vec{r}-\vec{r}\,'| = (x^2+R^2)^{1/2} \qquad \frac{R}{\cos^2\varphi}\,d\varphi = dx$$



$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{i\cos\varphi\,dx}{\left(x^2+R^2\right)} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{i\cos\varphi\,d\varphi}{R}$$

$$|\vec{B}| = \int|d\vec{B}| = \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{i\cos\varphi\,d\varphi}{R}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{i}{R}\hat{\varphi}}$$

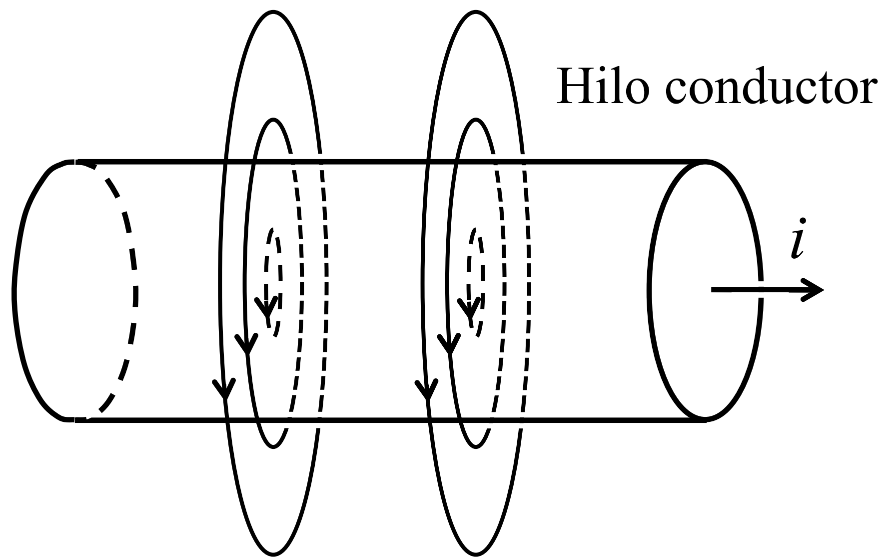
Líneas de campo magnético

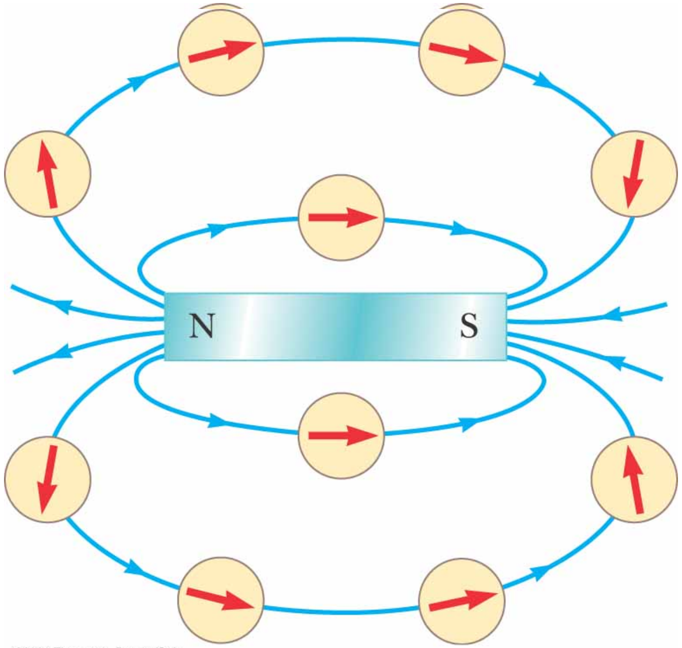
Dirección de la línea de campo en un punto corresponde con la dirección del campo en ese punto

Número de líneas por unidad de área perpendicular a la dirección del campo magnético es proporcional al campo en dicho punto

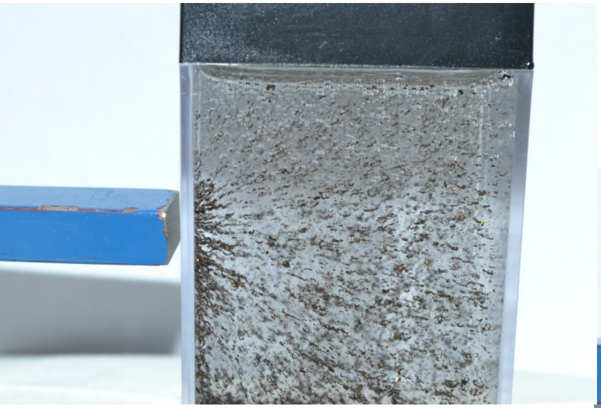
Las líneas de campo NO coinciden con la dirección de la fuerza

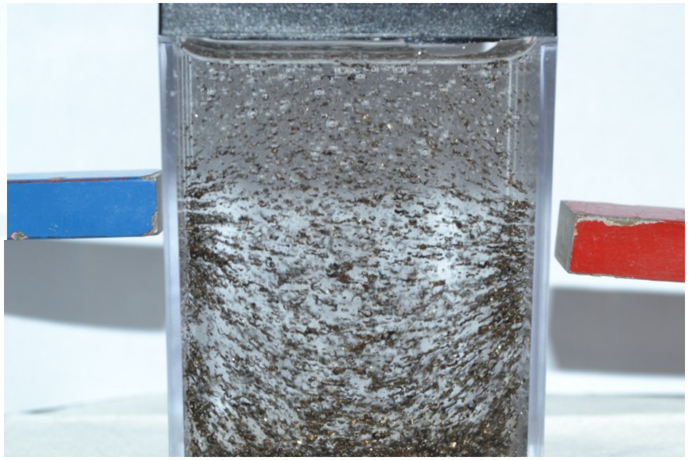
Las líneas de campo magnético son cerradas

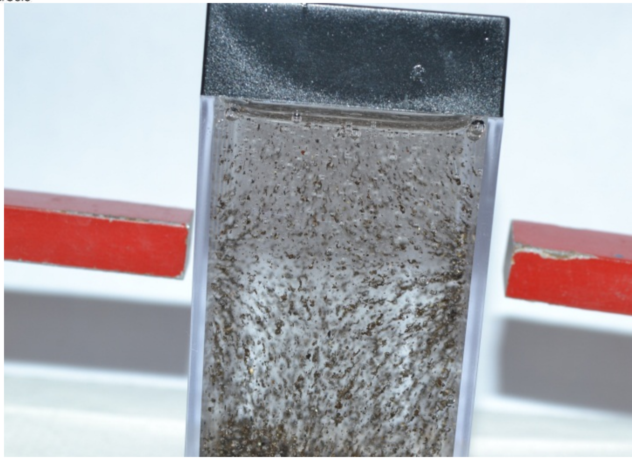




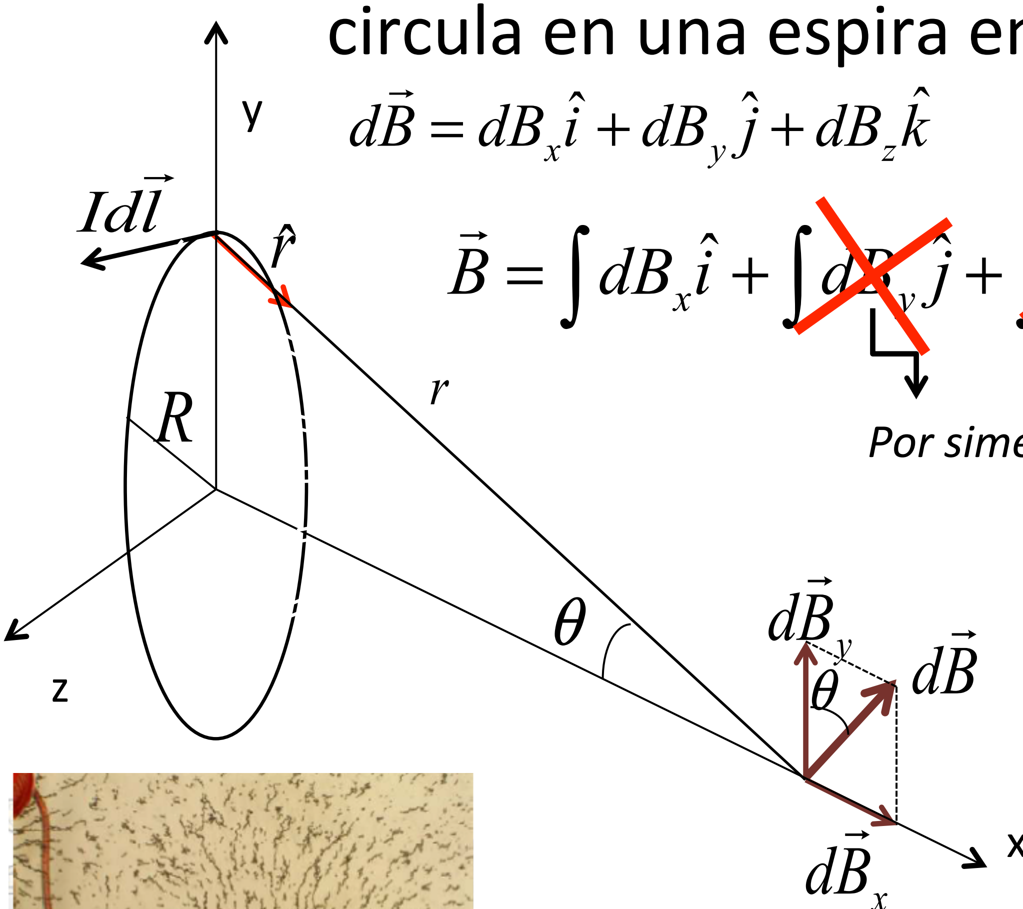
N
S







Campo magnético generado por una corriente que circula en una espira en el eje de la espira



$$d\vec{B} = dB_x\hat{i} + dB_y\hat{j} + dB_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = \int dB_x\hat{i} + \cancel{\int dB_y\hat{j}} + \cancel{\int dB_z\hat{k}}$$

Por simetría

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,(d\vec{l}\times\hat{r})}{r^2}$$

$$dB_x = \left|d\vec{B}\right|\sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$r = \sqrt{x^2+R^2}$$

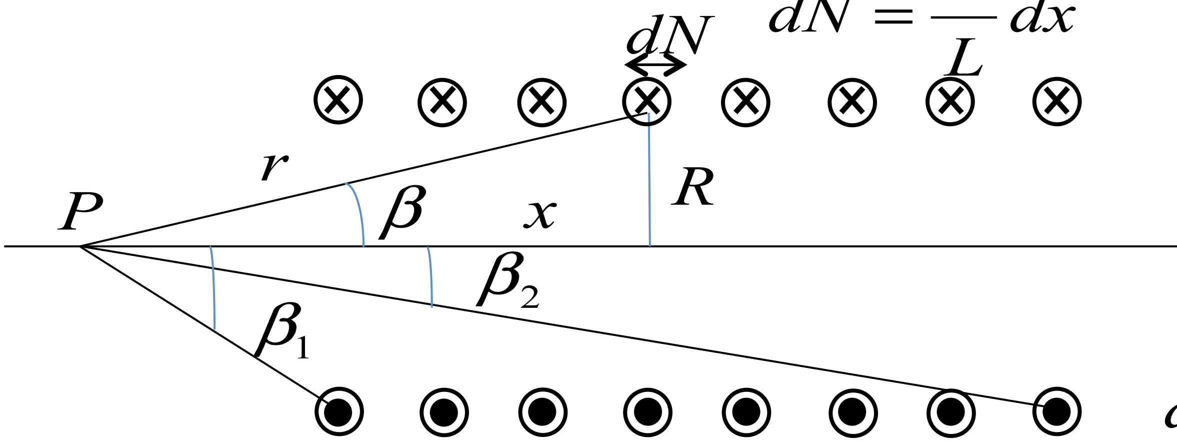
$$\left|d\vec{l}\times\hat{r}\right| = \left|d\vec{l}\right|\left|\hat{r}\right|\sin\frac{\pi}{2} = dl$$

$$dB_x = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\sin\theta\,dl}{x^2+R^2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,R\,dl}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

$$\boxed{B_x = \int dB_x = \int_0^{2\pi R}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,R\,dl}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_o}{2}\frac{I\,R^2}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}}$$

Campo magnético que genera una corriente que circula en un solenoide

$$dN = \frac{N}{L}dx$$



Módulo de campo de una espira en el eje x

$$B = \frac{\mu_o}{2}\frac{I\,R^2}{\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

$$dB = \frac{\mu_o}{2}\frac{I\,R^2}{\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}dN$$

$$x = \frac{R}{tg\beta} \quad \Rightarrow \quad dx = -\frac{R}{\sin^2\beta}d\beta$$

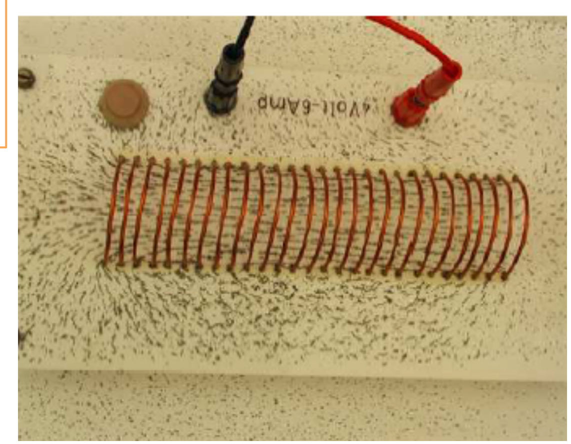
$$\left(x^2 + R^2\right)^{3/2} = \frac{R^3}{\sin^3\beta}$$

$$\boxed{B = \int_{\beta_1}^{\beta_2}\frac{\mu_o}{2}\frac{IN(-\sin\beta)}{L}d\beta = \frac{\mu_o}{2}\frac{IN}{L}(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)}$$

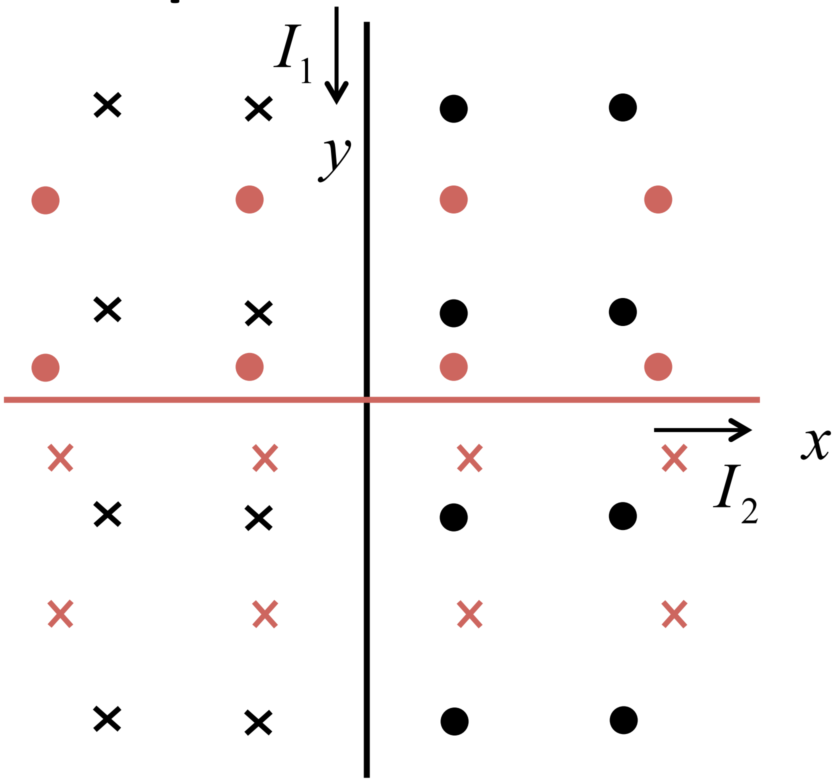
Para un solenoide infinito

$$\beta_2 = 0$$
$$\beta_1 = \pi$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{B = \mu_o\frac{IN}{L} = \mu_o In}$$



Campo de dos hilos conductores cruzados



$$\left|\vec{B}_1\right| = \frac{\mu_o I_1}{2\pi\left|x\right|} \qquad \left|\vec{B}_2\right| = \frac{\mu_o I_2}{2\pi\left|y\right|}$$

Primer cuadrante

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_o}{2\pi}\left(\frac{I_1}{\left|x\right|} + \frac{I_2}{\left|y\right|}\right)\hat{k}$$

Segundo cuadrante

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_o}{2\pi}\left(-\frac{I_1}{\left|x\right|} + \frac{I_2}{\left|y\right|}\right)\hat{k}$$

Tercer cuadrante

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -\frac{\mu_o}{2\pi}\left(\frac{I_1}{\left|x\right|} + \frac{I_2}{\left|y\right|}\right)\hat{k}$$

Cuarto cuadrante

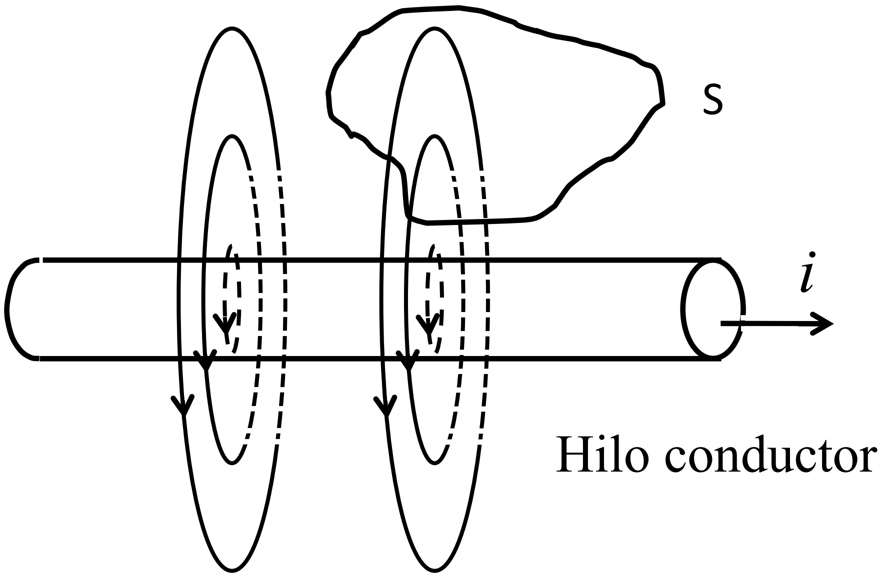
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_o}{2\pi}\left(\frac{I_1}{\left|x\right|} - \frac{I_2}{\left|y\right|}\right)\hat{k}$$

Valores típicos

	Campo magnético
Enana blanca	10 kT
Aceleradores de partículas	10 T
Resonancia magnética	1,5 T
Manchas solares	1T
Imán	0,01 T
Superficie de la Tierra	50 µT
Junto a un teléfono móvil	100 µT
Cerebro humano	10^{-13} T

Ley de Gauss para campo magnético

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

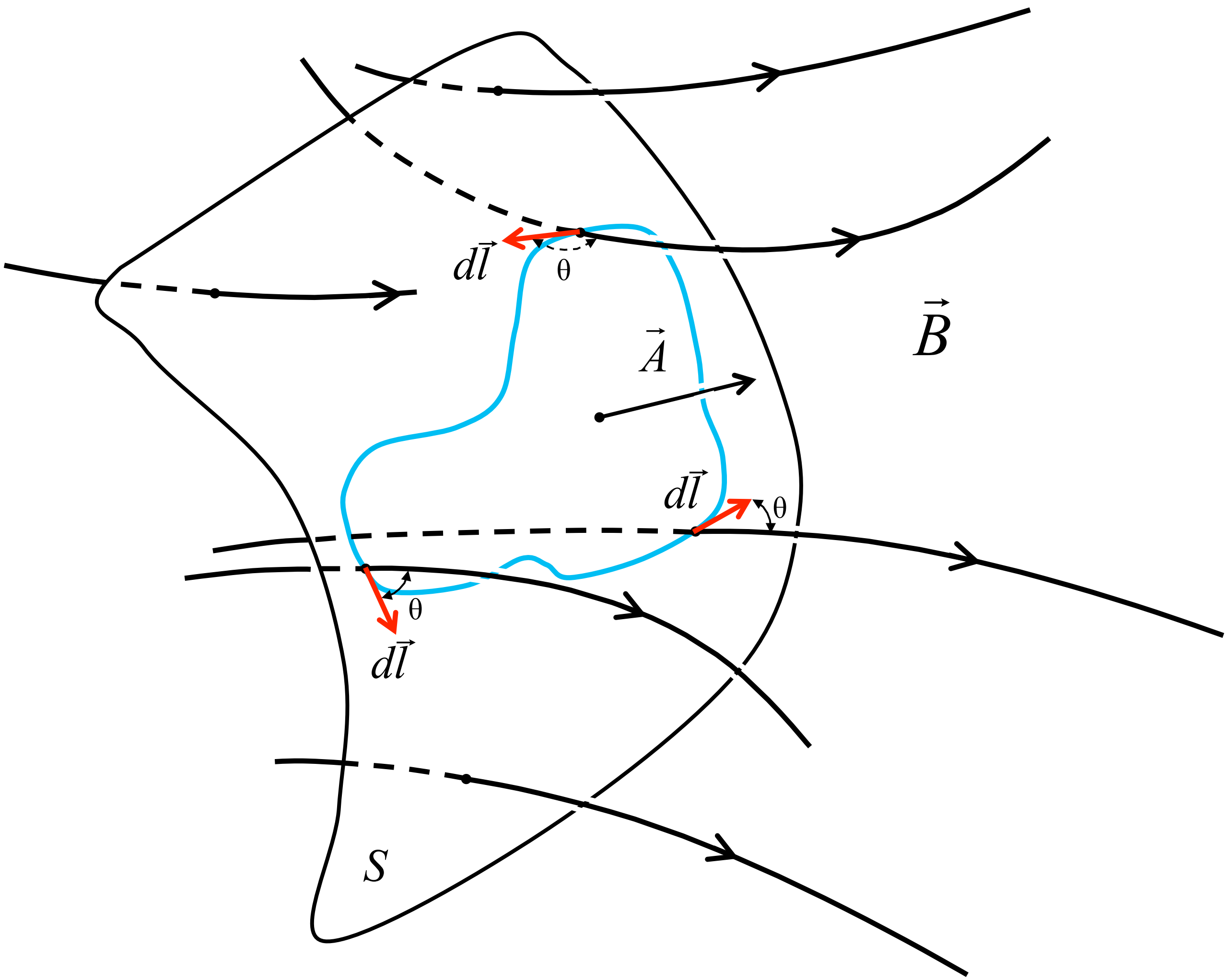


El flujo magnético en una superficie cerrada es cero

Esto se debe a que las líneas de campo son cerradas

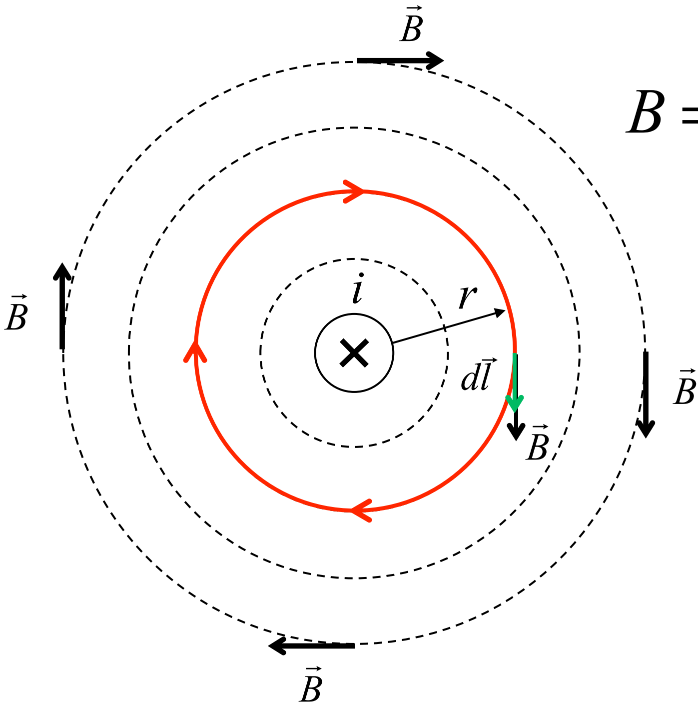
No existen monopolos magnéticos

Ley de Ampère



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = ?$$

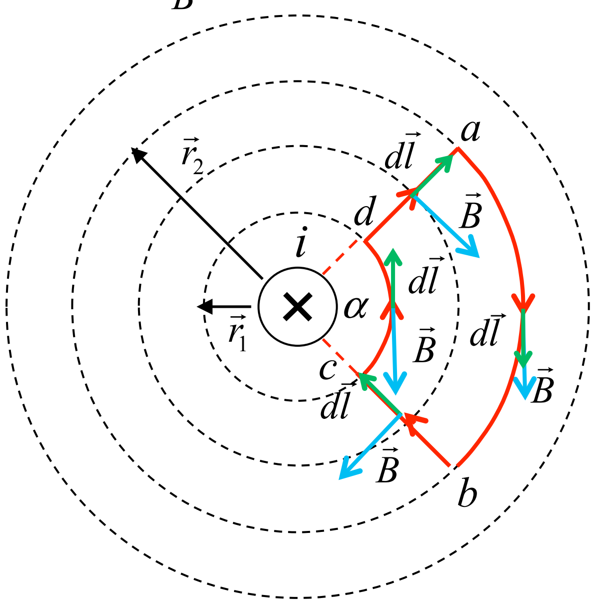
Para conductor rectilíneo



$$B=\frac{\mu_o i}{2\pi r}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint\left|\vec{B}\right|\left|d\vec{l}\right|\cos 0=\oint B\,dl$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\int_0^{2\pi r}\frac{\mu_o i}{2\pi r}dl=\mu_o i$$



El campo y la tangente a la curva son perpendiculares

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{l}+\cancel{\int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{l}}+\int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{l}+\cancel{\int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{l}}$$

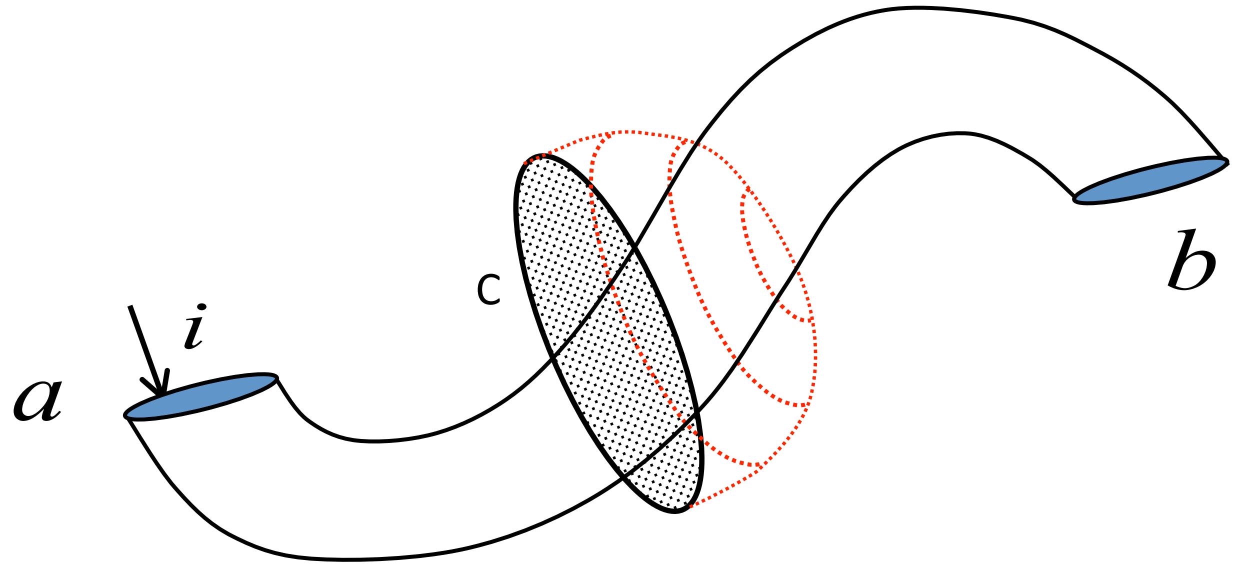
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\int_0^{\alpha r_2}\frac{\mu_o i}{2\pi r_2}dl-\int_0^{\alpha r_1}\frac{\mu_o i}{2\pi r_1}dl=0$$

Ley de Ampère

La circulación del campo magnético alrededor de cualquier curva cerrada es igual al producto de la permeabilidad por la corriente que atraviesa una superficie limitada por la curva

$$\boxed{\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o i}$$

$$i = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{A}$$



El campo magnético NO es conservativo

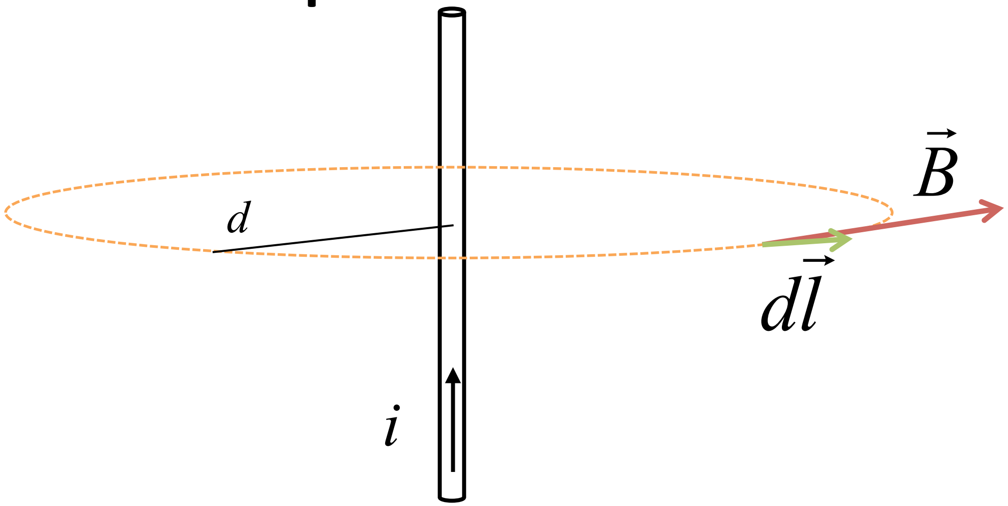
Las corrientes son las fuentes del campo magnético

La ley de Ampère es una ley física, vale siempre para campos magnéticos estáticos. Indica que las fuentes del campo magnético son las corrientes.

No siempre se puede utilizar la ley de Ampère para calcular el campo magnético.

Aplicaciones de la Ley de Ampère

Campo magnético generado por una corriente que circula en hilo conductor infinito

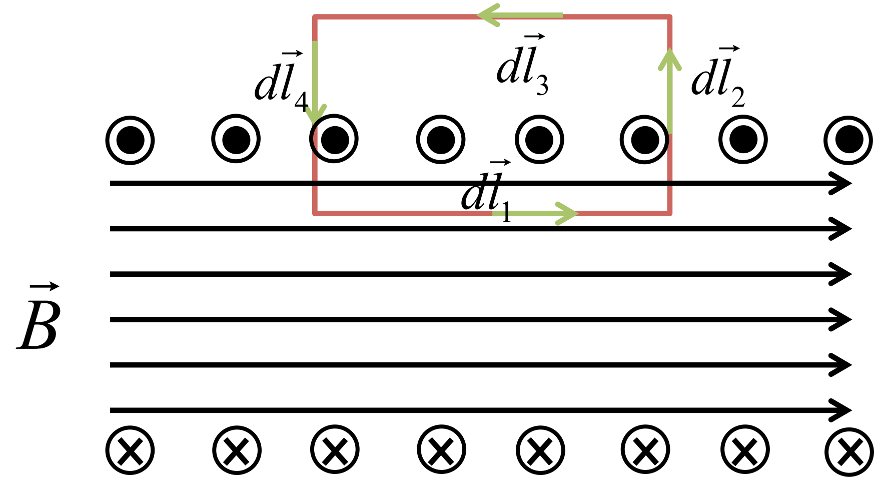


$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o i$$

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_C \left|\vec{B}\right|\left|d\vec{l}\right|\cos 0 = \left|\vec{B}\right|\int_0^{2\pi d} dl = 2\pi d\left|\vec{B}\right| = \mu_o i$$

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_o i}{2\pi d}$$

Campo magnético generado por una corriente que circula en solenoide



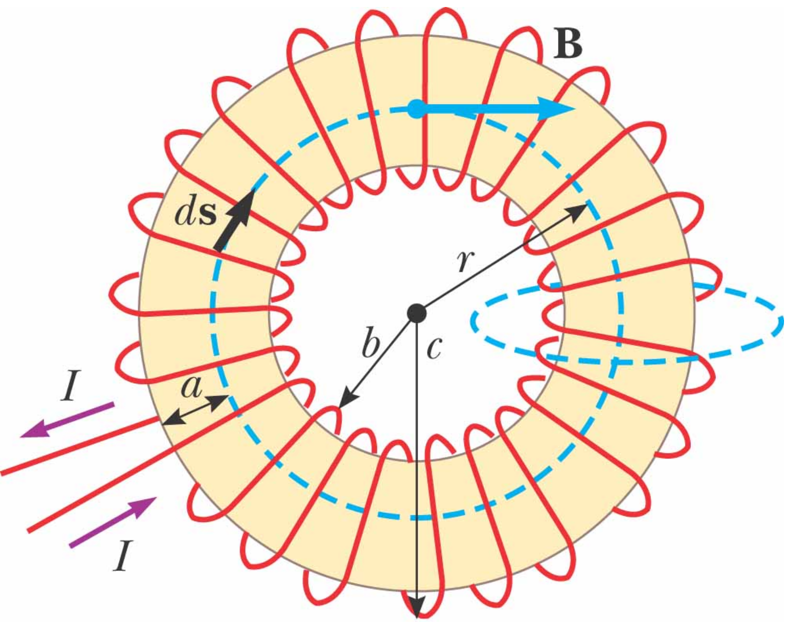
$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o I_{enc}$$

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{C_1} \vec{B}\cdot d\vec{l}_1 + \cancel{\int_{C_2} \vec{B}\cdot d\vec{l}_2} + \cancel{\int_{C_3} \vec{B}\cdot d\vec{l}_3} + \cancel{\int_{C_4} \vec{B}\cdot d\vec{l}_4} = \mu_o Ni$$

$$\int_{C_1} \vec{B}\cdot d\vec{l}_1 = \int_{C_1} \left|\vec{B}\right|\left|d\vec{l}_1\right| \cos 0 = \left|\vec{B}\right| \int_0^L dl_1 = \left|\vec{B}\right| L = \mu_o Ni$$

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_o Ni}{L} = \mu_o in$$

Campo magnético generado por una corriente que circula en toroide

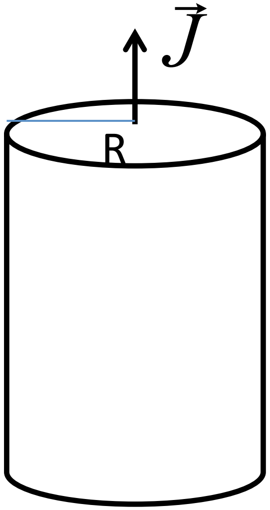


$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o I_{enc}$$

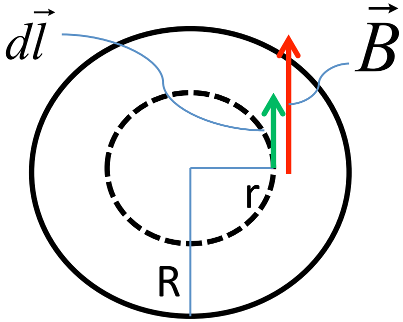
$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_C \left|\vec{B}\right|\left|d\vec{l}\right|\cos 0 = \left|\vec{B}\right|\int_0^{2\pi r} dl = 2\pi r\left|\vec{B}\right| = \mu_o NI$$

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_o NI}{2\pi r}$$

Ejemplo: calcular el campo magnético en todos los puntos del espacio de un conductor rectilíneo, de radio R, por el cual circula una corriente con densidad de corriente $J = ar$



Para r<R



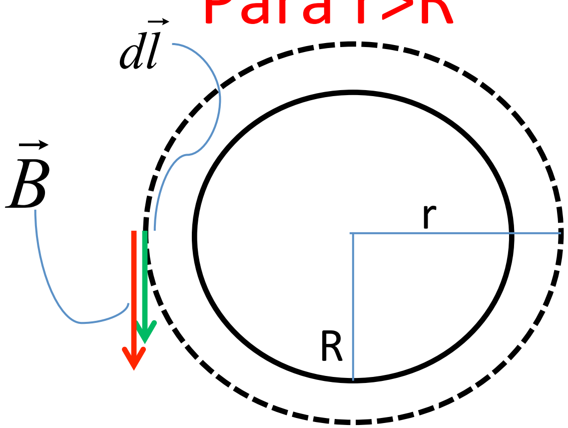
$$\boxed{\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o i} \qquad \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_C |\vec{B}||d\vec{l}| = B2\pi r$$

$$i = \int \vec{J}\cdot d\vec{A} = \int |\vec{J}||d\vec{A}| = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} ar\, rdrd\theta = \frac{2}{3}\pi a r^3$$

$$\boxed{B = \frac{1}{3}\mu_o a r^2}$$

r<R

Para r>R



$$i = \int \vec{J}\cdot d\vec{A} = \int |\vec{J}||d\vec{A}| = \int_0^{2\pi}\int_0^{R} ar\, rdrd\theta = \frac{2}{3}\pi a R^3$$

$$\boxed{B = \frac{1}{3}\frac{\mu_o a R^3}{r} = \frac{\mu_o i}{2\pi r}}$$

r>R

Leyes del campo electrostático y magnestostático

Leyes del campo electrostático y magnestostático

Ley de Gauss para el campo eléctrico

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_o}$$

Las cargas son las fuentes del campo eléctrico

Circulación del campo eléctrico

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

El campo electrostático es conservativo

Ley de Ampère

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o i$$

Las corrientes son las fuentes del campo magnético y éste no es conservativo

Ley de Gauss para el campo magnético

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$$

Las líneas del campo magnético son cerradas, no hay monopolos magnéticos