

Ingeniería Práctica N° 3

Ejercicio 1.

Se sabe que la duración en horas, de un foco de 75 Watts tiene una distribución aproximadamente normal, con una desviación estándar de 25 horas. Se toma una muestra aleatoria de 20 focos, la cual resulta tener una duración promedio de $\bar{x} = 1014$ horas.

a) Construya un intervalo de confianza del 95% para la duración media.

b) Supóngase que se desea una confianza del 95% en que el error en la estimación de la duración media sea menor que 5 horas.

c) ¿Qué tamaño de muestra debe utilizarse?

d) Supóngase que se desea que el ancho total del intervalo de confianza sea de 6 horas, con una confianza del 95% ¿Qué tamaño de muestra debe utilizarse para este fin?

a) X_i : "Duración, en horas, del i -ésimo foco de 75 Watts"

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$n = 20$$

$$X_i \sim N(\mu, 25^2) \quad \text{Normal - Varianza conocida}$$

X_i r.a. independientes entre sí.

$$\bar{x} = 1014.$$

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \alpha/2 = 0.025 \Rightarrow \pm z_{0.025} = 1.96$$

Función Pivote: $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

$$IC_{(0.95)}(\mu) = \left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad \text{intervalo aleatorio}$$

$$\begin{aligned} IC_{(0.95)}(\mu) &= \left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad \text{intervalo real} \\ &= \left(1014 - 1.96 \times \frac{25}{\sqrt{20}} ; 1014 + 1.96 \times \frac{25}{\sqrt{20}} \right) \\ &= (1003,043 ; 1024,957) \end{aligned}$$

b)
$$\text{Error} = \frac{\text{long } IC(\mu)}{2} = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{25}{\sqrt{n}} \stackrel{\text{Se quiere}}{< 5}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1.96 \times 25}{5} \right)^2 < n$$

$$\Rightarrow 96,04 < n \quad \text{Rta: } n \geq 97$$

c)
$$\text{Long } IC(\mu) = 2 \cdot z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \times 1.96 \times \frac{25}{\sqrt{n}} \stackrel{\text{Se quiere}}{=} 6$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2 \times 1.96 \times 25}{6} \right)^2 = n$$

$$\Rightarrow 266,78 = n \quad \text{Rta: } n = 267$$