<u>Consistencia de estimadores puntuales</u>

Sea $\hat{\Theta}_n$ un estimador del parámetro θ, basado en una muestra aleatoria $(X_1, X_2, ..., X_n)$ de tamaño *n*. Se dice que $\hat{\Theta}_n$ es un estimador consistente de θ si

$$\lim P\left(\left|\hat{\Theta}_n - \theta\right| \geq \varepsilon\right) = 0 \quad \text{para todo } \varepsilon > 0$$

<u>Teorema</u>. Sea $\hat{\Theta}_n$ un estimador del parámetro θ basado en una muestra aleatoria
Si $\lim_{n\to\infty} E\left(\hat{\Theta}_n\right) = \theta$ y $\lim_{n\to\infty} V\left(\hat{\Theta}_n\right) = 0$, entonces $\hat{\Theta}_n$ es un estimador consistente de θ.

<u>Consistencia de estimadores puntuales</u>

<u>Ejemplo</u>:

Sea X una variable aleatoria que describe alguna característica numérica de los individuos de una población y sean $\mu = E(X)$ y $\sigma^2 = V(X)$ la esperanza poblacional y la varianza poblacional, respectivamente. Sea $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ la esperanza muestral basada en una muestra aleatoria . Entonces $\overline{X}$ es un estimador consistente de la esperanza poblacional $\mu = E(X)$.

Sabemos que

a) $E(\overline{X}) = \mu = E(X) \qquad \forall n$

b) $V(\overline{X}) = \dfrac{\sigma^2}{n} = \dfrac{V(X)}{n} \qquad \forall n$

La propiedad a) ya me dice que $\overline{X}$ es un estimador insesgado de $\mu = E(X)$.

Por otra parte si a) vale para todo *n*, también vale en particular en el límite $n \to \infty$:

$\lim_{n\to\infty} E(\overline{X}) = \mu = E(X)$.

Además, de b) deducimos inmediatamente que

$\lim_{n\to\infty} V(\overline{X}) = 0$.

Por lo tanto vemos que $\overline{X}$ es un estimador consistente de $\mu = E(X)$.