

Introducción al Procesamiento de Señales

Curso 2024

Tema 1 - Señales

Santiago Rodríguez

¡¡ BIENVENIDOS !!

Presentación de la Cátedra

Profesor Adjunto: Ing. Santiago Rodríguez

Jefe de Trabajos Prácticos: Ing. Germán Scillone

Ayudante Diplomado: Ing. Elián Hanisch

Ayudante Diplomado: Ing. Martín García

- Contenido
 - Clases teórico-prácticas
 - Ejercitación práctica y consulta
 - Práctica con utilitarios
 - Experiencias y demostraciones de laboratorio
- Moodle <https://catedras.linti.unlp.edu.ar/course/view.php?id=1249>

Pronto estará disponible en el Moodle de la cursada.

- Bibliografía
- Inscripción:
 - Siu-Guaraní
- Cursada
- Aprobación

Contexto de IPS

Contenido de la materia

Señales: 1D-MD. VIC y VID. Energía. Potencia.
Periodicidad.

Sistemas: Sistemas en general (SVIC-SVID). Linealidad.
Memoria. Causalidad. Estabilidad. Invarianza.

Sistemas Lineales: Respuesta impulsional. Convolución.
Superposición.

Análisis en frecuencia: TF y Serie de Fourier de SVIC. TFTD
y Serie de Fourier de SVID. Respuesta en
frecuencia. FFT.

Muestreo y reconstrucción: Teorema del muestreo.
Reconstrucción. Diezmado e interpolación.

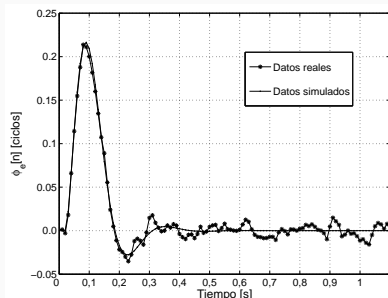
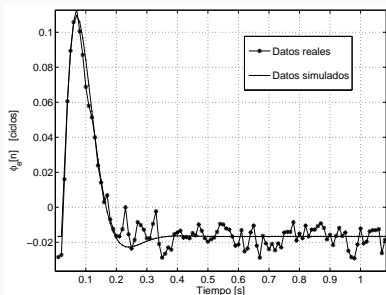
Transformadas operacionales: transformada de Laplace
(SVIC) y transformada \mathcal{Z} (SVID).

Aplicaciones: SLIT y SLID. Causalidad. Región de
convergencia. Estabilidad. Filtros digitales.

- Presentación de la materia.
- Contexto de IPS: mundo físico - transductor / sensor - conversión A/D (discretización en VI y amplitud) - computadora / procesamiento - conversión D/A - transductor / accionamiento - mundo físico.
- Explicación general determinístico vs aleatorio. Ejemplos.
- Señales 1D, 2D. Determinísticas, aleatorias. Ejemplos.

Definición: Funciones de una o más *variables independientes* que llevan información o que representan a una magnitud física.

Ejemplo: error de un lazo de enganche de fase en un receptor de GPS



¿Cómo comparamos estas señales? ¿Qué podemos decir?

Definición: Es una colección de uno o más *objetos* cuyas magnitudes físicas representativas interactúan entre sí.

Ejemplo 1: Circuito LC simple

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1/sC}{sL + (1/sC)} = \frac{1/LC}{s^2 + (1/LC)}$$

Ejemplo 2: Rueda de un auto, sin amortiguador

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = f(t) - ky \quad \Rightarrow_{Laplace} \quad \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1/m}{s^2 + (k/m)}$$

Dos sistemas bien *distintos*, pero con comportamiento *similar*: básicamente las mismas ecuaciones diferenciales.

- Descripción
- Señal
- Sistema
- Finalidad

Para qué?

1. Analizar y comprender el comportamiento.
2. Extraer información o PROCESAMIENTO.
3. Interactuar y sintetizar.

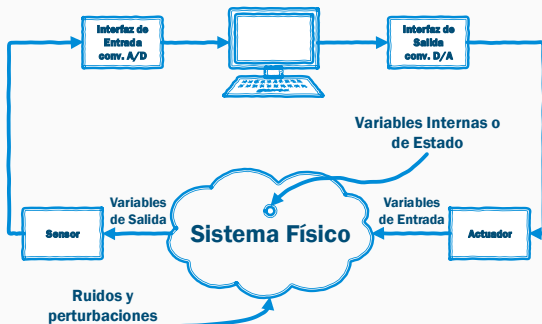
¿Sirve? ¿Dónde? Control automático; Comunicaciones; Electrónica de potencia; Bioingeniería; Geofísica; Sensado remoto; Radar; etc.

IPS: 1) y 2). Un poco de 3).

¿Cómo? análisis temporal, análisis frecuencial, diseño de sistemas básicos de procesamiento.

Contexto moderno

Esquema básico: Análisis, extracción y uso de la información



Los sistemas digitales de cómputo (computadoras) manejan señales

- en instantes discretos (*muestreo y reconstrucción*) y
- con amplitudes discretas (*cuantización*)

Muestreo - cuantización

Idea: Transformar una señal del "mundo analógico" al "dominio digital"

SVIC \rightarrow SVID,

T : intervalo de muestreo

$$x(nT) = x[n]$$

señal analógica $x(t)$ \rightarrow señal muestreada $x[n]$ \rightarrow

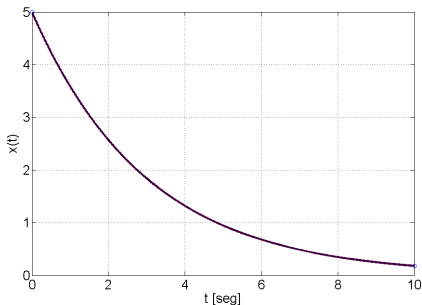
señal cuantizada $x_Q(t)$ \rightarrow señal digital $x_Q[n]$.

Señales Analógicas y Digitales

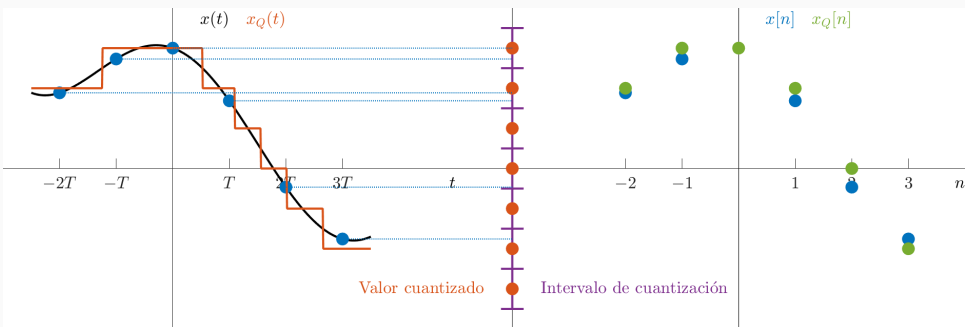
- Variables independientes (tiempo):
 - Señales de tiempo continuo, $x(t)$, $t \in \mathbb{R}$.
 - Señales de tiempo discreto, $x[n]$, $n \in \mathbb{Z}$.
- Variable dependiente (valores):
 - Señales de valores continuos.
 - Señales de valores discretos.

Señales analógicas
Tiempo y valores continuos

Señales digitales
Tiempo y valores discretos

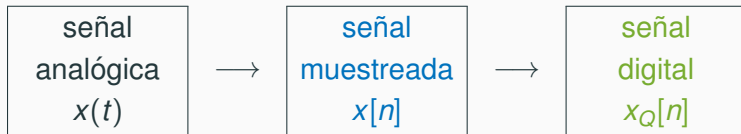


Introducción



SVIC \rightarrow SVID, T intervalo de muestreo.

$$x(nT) = x[n]$$



Clases de Señales

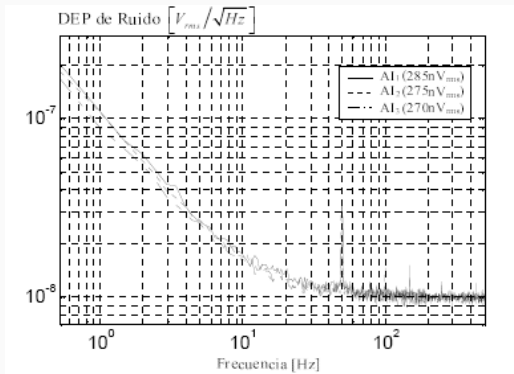
Número de variables independientes

- 1 (1D): tratadas en IPS
- 2 (2D), 3 (3D): imágenes rasterizadas (TV, monitor); cortes tomográficos (imágenes de resonancia magnética, de tomografía computada de rayos X, de emisión de positrones, etc), sensado remoto...
- Múltiples (MD): multidimensionales

Variable independiente

La variable independiente no tiene por qué ser siempre “tiempo”.

Ejemplo: amplificador



Tipo de Dominio

$$f : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{R}$$

- **SVIC:** Señal de Variable Independiente Continua
(naturalmente SVIC o por reconstrucción de SVID).
Funciones $f(t)$ con $\mathcal{D} = \mathbb{R}, \mathbb{R}^+$ o un intervalo $\mathcal{I} \in \mathbb{R}$.
- **SVID:** Señal de Variable Independiente Discreta
(naturalmente SVID o por muestreo de SVIC).
Secuencias $f[n]$ con $\mathcal{D} = \mathbb{Z}, \mathbb{N}$ o un intervalo $\mathcal{I} \in \mathbb{Z}$.

Rango de la función o secuencia

$$f : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{R}$$

- **Continuo:** Las amplitudes toman valores que pertenecen a $\mathcal{R} \equiv$ intervalo de \mathbb{R} .

Ejemplos: tensión eficaz de línea, temperatura promedio del día en un invernáculo, presión intraventricular del corazón, tensión sobre el cuero cabelludo de un electrodo de EEG

$$f : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{R}$$

- **Discreto:** Las amplitudes pueden tomar sólo un número contable de valores; p.ej.: 2 niveles (o señal binaria); o $\mathcal{R} \equiv$ intervalo de \mathbb{Z} .

Ejemplos: señal de manipulador telegráfico (idealizada), número de requerimientos de llamado a una central telefónica, número de fotones que llegan a un fotodiodo, número de autos que pasan por “verde” de un semáforo, códigos para detección y corrección de errores, códigos para encriptación y seguridad.

Señales Vectoriales y Multidimensionales

- Valor (variable dependiente):
real, complejo, o vectorial.

- $s(t) = A \cos(3\pi t)$

- $s(t) = A \exp(j3\pi t) =$
 $A \cos(3\pi t) + jA \sin(3\pi t)$

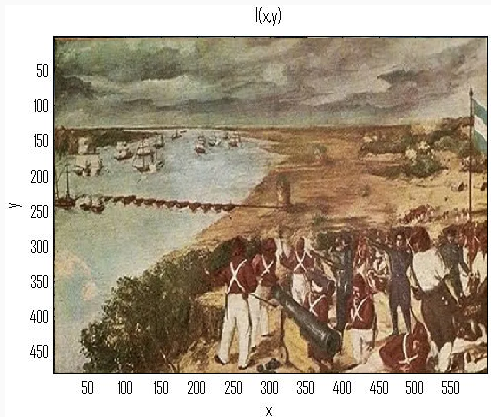
- $\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \end{bmatrix}$

- N° variables independientes
 \equiv Dimensión.

- $I(x, y)$

- $I(x, y, t)$

- $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_R(x, y, t) \\ I_G(x, y, t) \\ I_B(x, y, t) \end{bmatrix}$



- **Analógica:** SVIC y Amplitud continua
- **Muestreada:** SVID y Amplitud continua
- **Cuantizada:** SVIC y Amplitud discreta
- **Digital:** SVID y Amplitud discreta

Por su naturaleza 1

Realización: señal que se toma de una experiencia sobre una magnitud física.

- **Determinística:** describible para todo valor de la variable independiente por una función matemática (sin variables aleatorias). Al repetir una experiencia, cada realización da la misma señal.

Ejemplo: $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \phi)$, con A, f_0, ϕ constantes.

Por su naturaleza 2

- **Aleatoria:** no se puede describir por una función matemática sin recurrir a un número (finito o infinito) de variables aleatorias. Al repetir una experiencia, todas las realizaciones difieren entre sí. La colección o *ensemble* de realizaciones se denomina PROCESO ESTOCÁSTICO

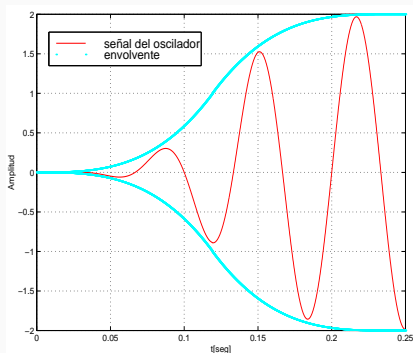
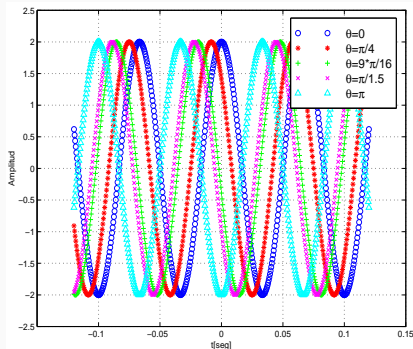
Ejemplos:

Con una VA: $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \phi)$ con ϕ una VA distribuida uniformemente en $[-\pi, \pi)$.

Con infinitas VA: proceso independiente e idénticamente distribuido *iid* (“ruido”).

Señales aleatorias 1

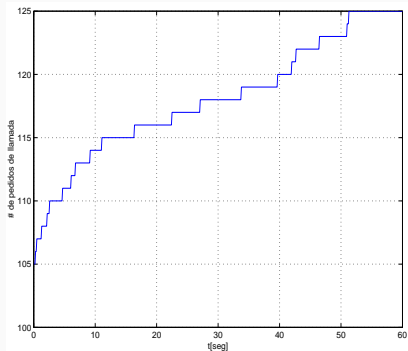
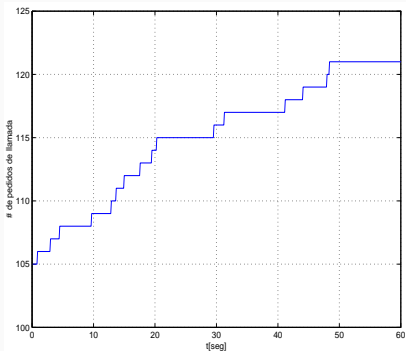
Distintas realizaciones del generador senoidal modelado como proceso estocástico



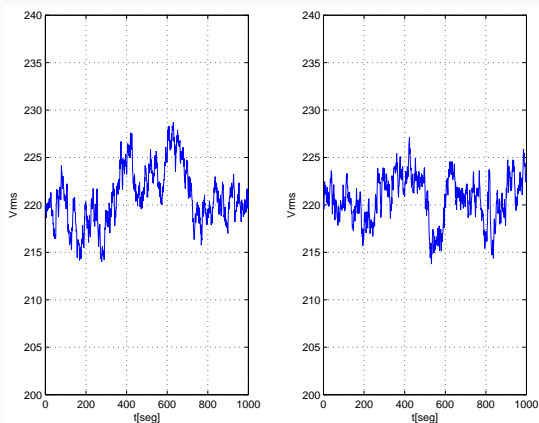
Una aproximación de la tensión de salida de un generador senoidal desde su inicio

Señales aleatorias 2

Número de llamadas a una central telefónica en una hora pico



Registros de tensión eficaz de línea

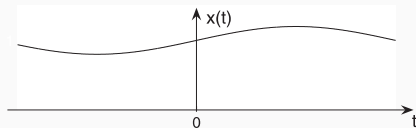


Lo anteriormente descrito no es la única forma posible de aleatoriedad; existen por ejemplo, las señales caóticas, fractales, etc. *No las usaremos en IPS.*

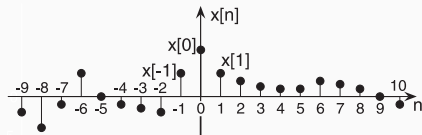
Señales, Secuencias

Señales, secuencias. VI: tiempo, índice

SVIC



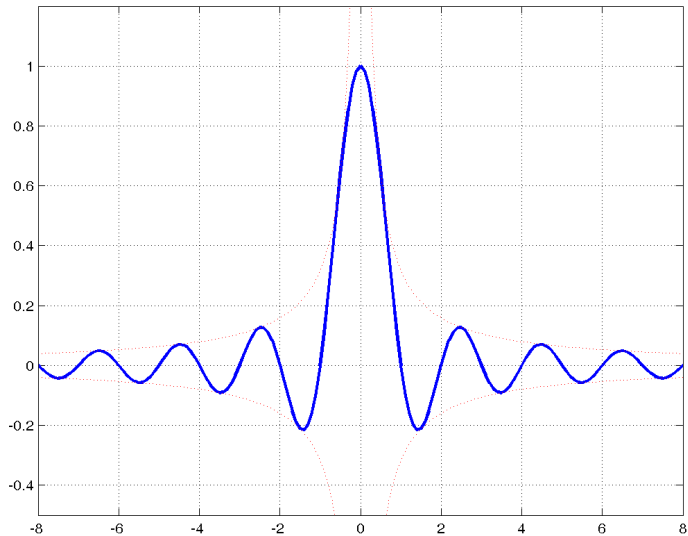
SVID



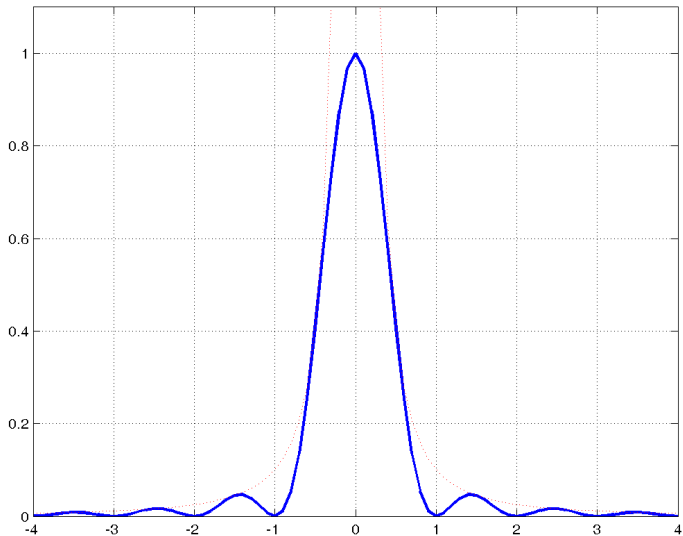
No “hay” señal entre muestras; no está definida

- escalón $\rightarrow u(x)$
- cajón $\rightarrow \Pi(x)$
- triángulo $\rightarrow \wedge(x)$
- exponencial $\rightarrow e^{cx}$, $c \in \mathbb{C}$
- sinc $\rightarrow \frac{\text{sen}(\pi x)}{\pi x}$
- sind $\rightarrow \text{sind}_N(x) = \frac{\text{sen}(\pi Nx)}{\text{sen}(\pi x)}$

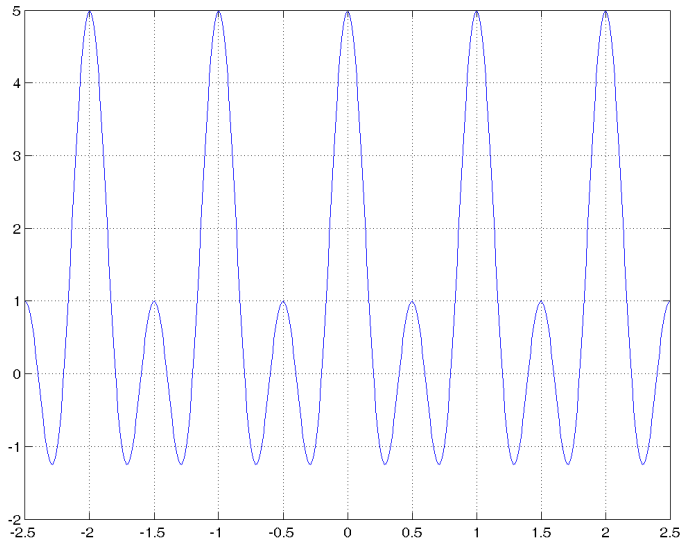
Ejemplos SVIC: $\text{sinc}(x)$



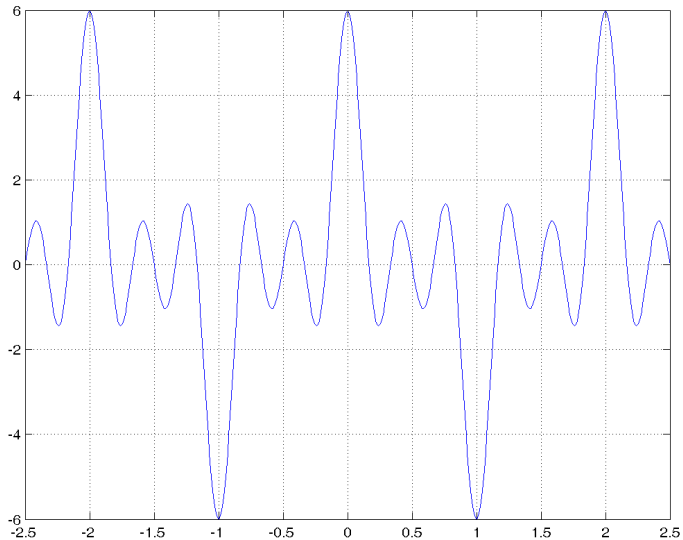
Ejemplos SVIC: $\text{sinc}^2(x)$



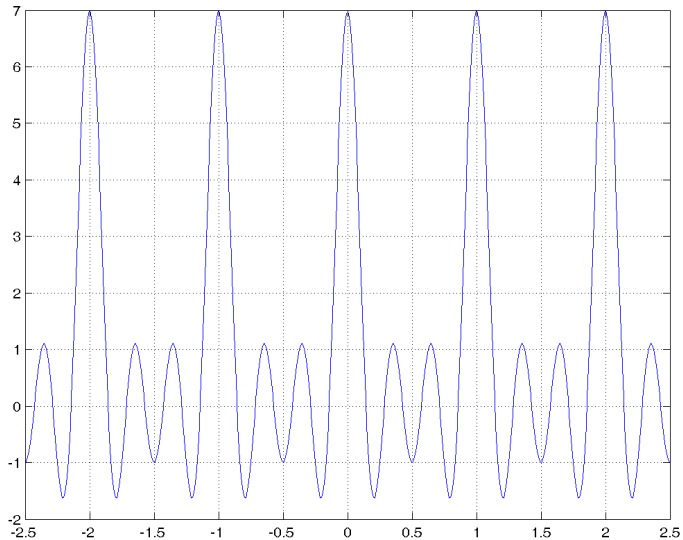
Ejemplos SVIC: $\text{ind}_5(x)$



Ejemplos SVIC: $\text{ind}_6(x)$



Ejemplos SVIC: $\text{sind}_7(x)$



Señales especiales SVID:

- escalón $\rightarrow u[n]$
- cajón $\rightarrow \Pi_N[n]$ de N -puntos, sólo para N impar
- triángulo $\rightarrow \wedge_N[n]$ de $2N - 1$ -puntos, $\wedge_N[0] = N$
- exponencial $\rightarrow e^{cn}$, $c \in \mathbb{C}$
- seno y coseno $\rightarrow \sin(2\pi f_0 n + \varphi)$

Deltas

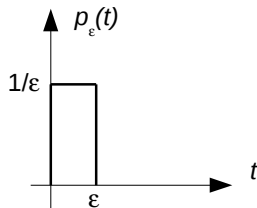
Importante para

- representar condiciones iniciales de sistemas (en circuitos por ej., carga inicial de un capacitor)
- para poder transformar señales periódicas (Fourier, Laplace)
- para definir la respuesta impulsional de sistemas lineales

entre otros usos.

Delta de Dirac – Idea

Teoría de distribuciones o Funciones generalizadas



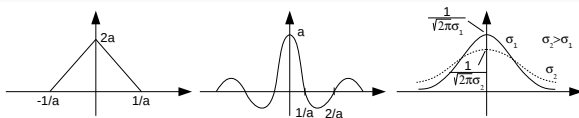
- Pulso/límite

$$\int \lim_{\epsilon \rightarrow 0} p_\epsilon(\tau) d\tau = 0 \text{ pero } \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int p_\epsilon(\tau) d\tau = 1$$

- Representantes de la Delta (“integral=1; soporte=0”)

$$\lim_{a \rightarrow \infty} 2a \bigwedge(ax); \quad \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\text{sen}(\pi ax)}{\pi x}; \quad \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2}$$

y
muchas
otras



Delta de Dirac – Propiedades 1

- Igualdad en sentido distribucional $\delta_{LI}(x) = \delta_{LD}(x)$ es

$$\int \delta_{LI}(x)\Phi(x)dx = \int \delta_{LD}(x)\Phi(x)dx \quad \forall \Phi(x) \in FPB$$

donde *FPB* es la clase de funciones que se “portan bien”.

- **Expansión-Compresión**

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(ct)dt = \frac{1}{c} \int_{-c\infty}^{c\infty} \delta(x)dx = \frac{1}{|c|}$$

- **No** se puede definir, en general, el **producto** de distribuciones de manera consistente

Delta de Dirac – Propiedades 2

- Extracción

$$\int_a^b \delta(x)f(x)dx = f(0)$$

siempre que $a < 0 < b$

- Derivada

$$\int_a^b \delta^{(n)}(x)f(x)dx = (-1)^n f^{(n)}(0)$$

con $a < 0 < b$, donde $f^{(n)}(x)$ es la derivada n -sima de $f(x)$

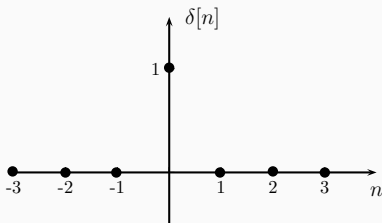
- $\delta(x)$ tiene área 1; $A\delta(x)$ tiene área A

Delta de Kronecker – SVID

- Juega un papel similar a la Delta de Dirac en SVIC
- Mucho más sencilla de tratar

Definición:

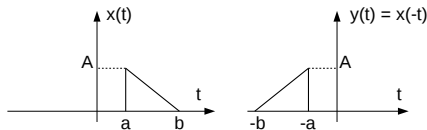
$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n \neq 0 \end{cases}$$



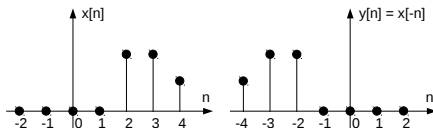
Transformaciones de la variable independiente

Reflexión

- **SVIC:** aparece una nueva señal $y(t) = x(-t)$



- **SVID:** aparece una nueva señal $y[n] = x[-n]$

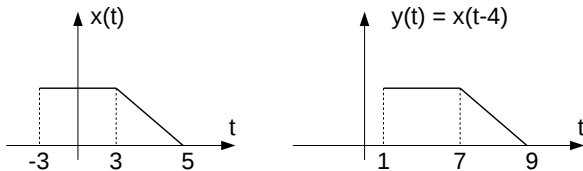


Aplicaciones: recordar la música “satánica” al reproducir cintas y discos (!) al revés.

Matlab: construya su propio ejemplo. `n=-100:1:100; y`
`nr=100:-1:-100. plot (n, x(nr))`

Traducción o Desplazamiento

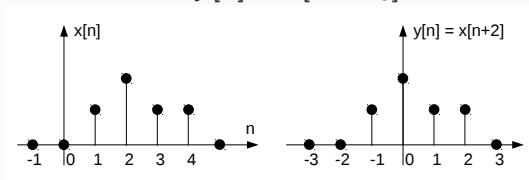
- **SVIC:** $x(t)$ es trasladada en la cantidad $t_0 \in \mathbb{R}$: aparece una nueva señal $y(t) = x(t - t_0)$.



- ¿A derecha o a izquierda? depende del signo de t_0

Traducción o Desplazamiento

- **SVID:** $x[n]$ es desplazada en la cantidad $n_0 \in \mathbb{Z}$: aparece una nueva señal $y[n] = x[n - n_0]$.



- ¿A derecha o a izquierda? depende del signo de n_0 .
Notar: no cualquier traducción es posible, sólo las que corresponden a números enteros.

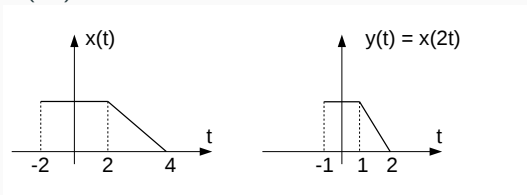
Ejemplo:

Aplicación: acción de control a través de una red.

Matlab: genere $x[n]$ y vea $y[n] = x[n - n_0]$ con `plot(n,x,n,y)`

Contracción o Expansión

- **SVIC:** $x(t)$, se cambia su escala por $a \in \mathbb{R}$, se tiene $y(t) = x(at)$



- o también se podría $z(t) = x(t/a)$
- ¿Cómo “recordar” si es contracción o expansión? ver 1 o 2 puntos notables

Cambio de escala

Contracción o Expansión

- **SVID:** $x[n]$, se pretende cambiar su escala por $M \in \mathbb{N}$, se tiene $y[n] = x[nM]$ Poder, se puede; pero la secuencia está incompleta!
- Sea $x[n]$, ahora si $y[n] = x[n/M] \dots$ la secuencia queda indefinida salvo en los n múltiplos de M
- Se puede hacer algo **perdiendo** información (contracción)

$$x[n]; \quad y[n] = x[nM] \quad M \in \mathbb{N}$$

- Se puede hacer algo **agregando** información (expansión)

$$x[n]; \quad y[m] = \begin{cases} x[n] & \text{si } m = nM \\ 0 & \text{si } m \neq nM \end{cases}$$

- En todo caso, las últimas 2 variantes son una **alteración** de la señal original

Traducción y cambio de escala conjuntos

- **SVIC:** $x(t)$, si $a \in \mathbb{R}$, se tiene $y(t) = x(at + b)$
- esto NO es un cambio de escala por a y una traducción por b
- Lo correcto es ver como $y(t) = x(a(t + b/a))$, es decir cambio de escala por a y traducción por b/a

Aplicación: rayo reflejado y multicamino (celulares, radar, GPS, sonar)

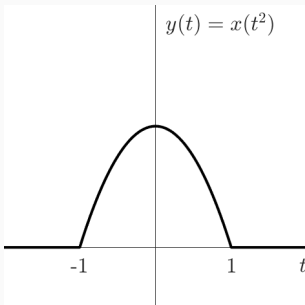
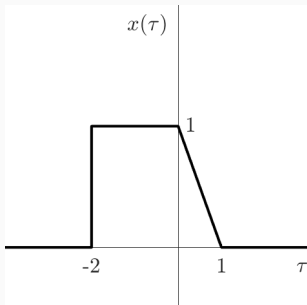
Cambio de escala no-lineal.

Ejemplo: $y(t) = x(t^2) = \{x \circ \phi\}(t)$

Otras transformaciones

Cambio de escala no-lineal.

Ejemplo: $y(t) = x(t^2) = \{x \circ \phi\}(t)$



Partes par e impar

Descomposición de SVIC

Como se vio en Análisis,

$$x_P(t) = \text{Parte par de } x(t) \quad \triangleq \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$

$$x_N(t) = \text{Parte non de } x(t) \quad \triangleq \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

Propiedades

$$x_P(t) = x_P(-t) \quad x_N(t) = -x_N(-t)$$

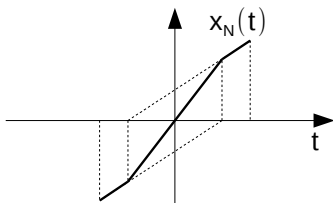
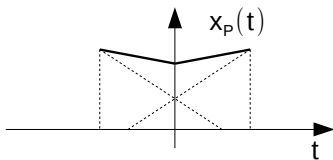
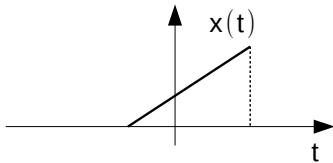
Notar

- Cualquier SVIC se descompone en parte par e impar. Incluye señales periódicas y aperiódicas
- Las SVIC pueden ser pares, impares o ninguna de las dos
- Se puede reconstruir una SVIC a partir de sus partes par e impar,

$$x(t) = x_P(t) + x_N(t)$$

Descomposición de SVIC

De manera gráfica



Notar

- Una función impar tiene $x(0) = 0$
- La función signo, $\text{sgn}(t)$ se define impar, o sea $\text{sgn}(0) = 0$

Descomposición de SVID

En forma paralela,

$$x_P[n] = \text{Parte par de } x[n] \quad \triangleq \frac{x[n] + x[-n]}{2}$$

$$x_N[n] = \text{Parte non de } x[n] \quad \triangleq \frac{x[n] - x[-n]}{2}$$

Propiedades

$$x_P[n] = x_P[-n] \quad x_N[n] = -x_N[-n]$$

Notar

- Cualquier SVID se descompone en parte par e impar.
Incluye señales periódicas y aperiódicas
- Las SVID pueden ser pares, impares o ninguna de las dos
- Se puede reconstruir una SVID a partir de sus partes par e impar,

$$x[n] = x_P[n] + x_N[n]$$

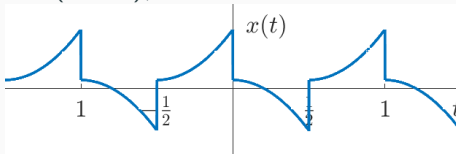
De manera gráfica

Notar

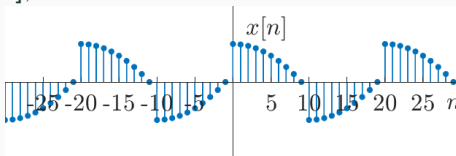
- La función signo, $\text{sgn}[n]$ se define impar, o sea $\text{sgn}[0] = 0$

Señales periódicas

SVIC periódica: $x(t)$ periódica de *período fundamental* T si existe un $T \in \mathbb{R}$ de modo que T es el mínimo $T > 0$ que satisface $x(t) = x(t + T)$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

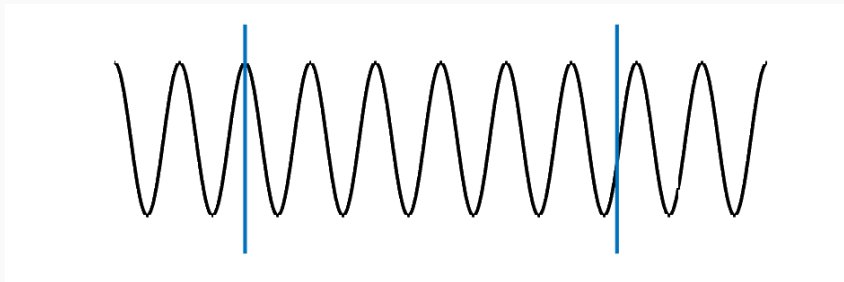


SVID periódica: $x[n]$ periódica de *período fundamental* N si existe un $N \in \mathbb{N}$ de modo que N es el mínimo que satisface $x[n] = x[n + N]$, $\forall n \in \mathbb{Z}$.



Señales Periódicas

Tasa de repetición



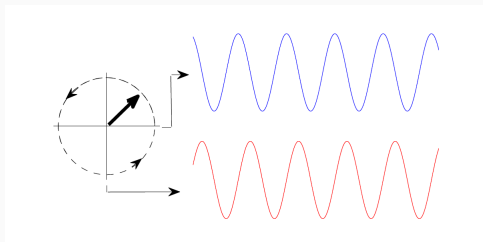
De una senoide: cantidad de oscilaciones en un intervalo.

Si la variable independiente es tiempo:

- f [ciclos/s]
- $\omega = 2\pi f$ [rad/s]

Señales Periódicas

Tasa o velocidad de giro



Algo que gira: Necesitamos dos dimensiones para representarlo \rightarrow dos proyecciones ortogonales. Por ejemplo parte real y parte imaginaria.

$$x(t) = A[\cos(\omega t + \phi) + j \sin(\omega t + \phi)] = Ae^{j(\omega t + \phi)} = A'e^{j\omega t}$$

Frecuencias negativas: Al trabajar con funciones complejas tiene sentido pensar en frecuencias negativas (sentido de giro).

SVIC periódicas

- Exponencial compleja; si $c = \omega + j\alpha$

$$e^{jct} = \underbrace{e^{-\alpha t}}_{\text{amortiguación}} \underbrace{e^{j\omega t}}_{\text{periódica}}$$

- Pulsación: ω rad/seg. Frecuencia: $\omega = 2\pi f$
- Periodicidad de $e^{j\omega t}$

$$\begin{aligned} e^{j2\pi ft} &= e^{j2\pi f(t+T)} & \Rightarrow & & e^{j2\pi fT} &= 1 \\ \Rightarrow 2\pi fT &= 2\pi k; & \text{con } fT &= k \in \mathbb{Z} & \Rightarrow k &\in \mathbb{N} \end{aligned}$$

- “mínimo $T > 0 \dots \Rightarrow$ ” Número de ciclos por segundo
 $= 1/T = f$

Consecuencias

- A mayor ω mayor cantidad de oscilaciones por segundo
- $e^{j\omega t}$ es periódica $\forall \omega \in \mathbb{R}$
- Armónicos: dada $e^{j\omega_0 t}$; $\omega_0 \in \mathbb{R}$; $k\omega_0$, $k \in \mathbb{Z}$ son las frecuencias armónicas, que también dan SVIC periódicas
- Existe un infinito número de armónicos, que también dan SVIC periódicas $e^{jk\omega_0 t}$

MATLAB: Ejemplo $e^{j2k\pi f_0 t}$

- Exponencial imaginaria; si $e^{j\Omega n}$; $n \in \mathbb{Z}$
- Pulsación: Ω sin unidades o rad (n es adimensional).
“Frecuencia”: $\Omega = 2\pi f$

$$\begin{aligned} e^{j\Omega n} &= e^{j\Omega(n+N)} & \Rightarrow & & e^{j\Omega N} &= 1 \\ \Rightarrow \Omega N &= 2\pi m; & \text{con } fN = m \in \mathbb{Z} & \Rightarrow f = \frac{m}{N} \in \mathbb{Q} \end{aligned}$$

es periódica sólo para $f \in \mathbb{Q}$

- Armónicos: son los múltiplos de $1/N$, si N es el período fundamental.

Consecuencias

- Sólo hay $N - 1$ armónicos distintos asociados a una fundamental de período N . Es un número finito de armónicos.
- Si $f = m/N$; $m > N$ entonces $m = kN + m'$, $k, m' \in \mathbb{Z}$ y $f = m/N = k + f'$ y $m' < N$; luego
$$e^{j2\pi f n} = e^{j2\pi(m/N)n} = e^{j2\pi f' n}.$$
- Si el período fundamental es N , los armónicos son k/N con $k = 0, 1, \dots, N - 1$

Más consecuencias

- A mayor Ω las pulsaciones (y frecuencias) se repiten en forma periódica. Sea Ω_0 con período fundamental N o sea $\Omega_0 N = 2\pi$ entonces,

$$(\Omega_0 + 2\pi k)N = 2\pi + 2\pi kN = 2\pi l \quad l = 1 + kN \in \mathbb{Z}$$

- Se repiten las pulsaciones cada 2π . A medida que se eleva la frecuencia no necesariamente aumentan los ciclos u oscilaciones por segundo

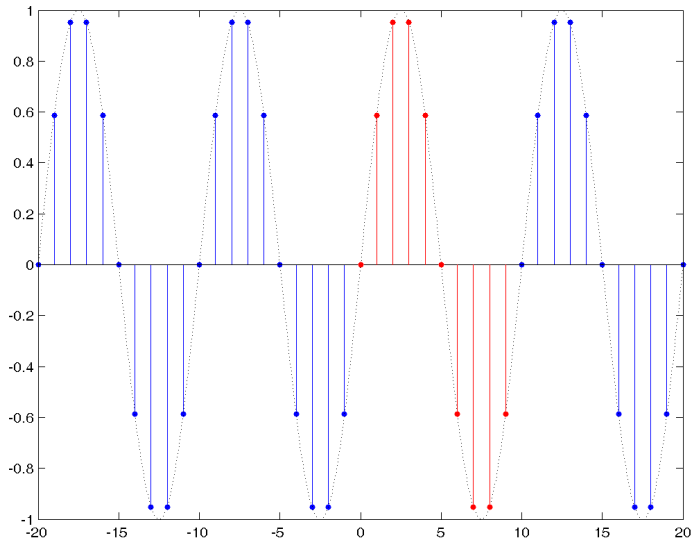
Ejemplo: $\sin(2\pi 1/10n)$ y sus armónicos.

MATLAB: el ejemplo con otra frecuencia. Ver

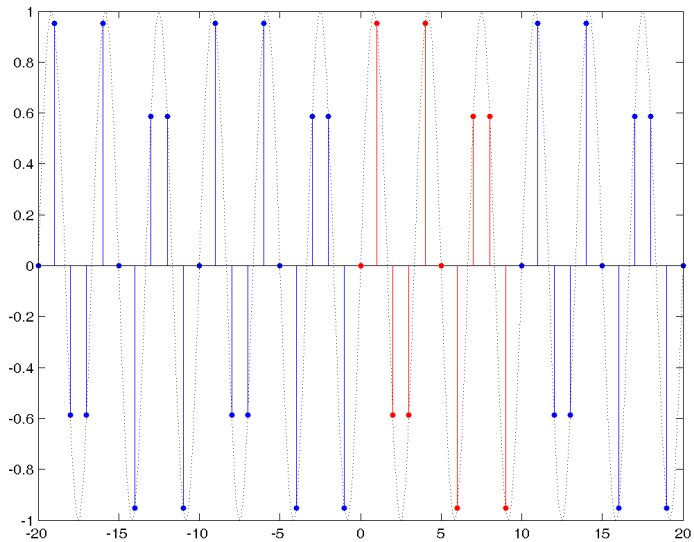
$$\cos(2\pi(1/110)^{1/2}n)$$

Ejemplos

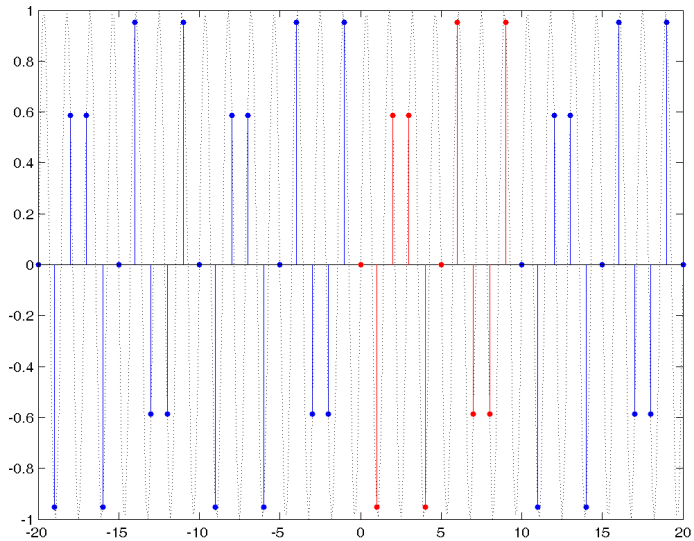
$$\text{sen}(2\pi 1/10n)$$



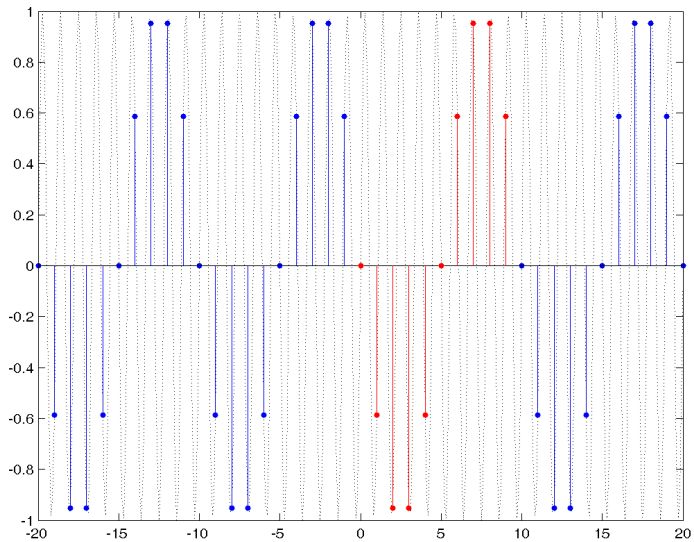
$$\text{sen}(2\pi 3/10n)$$



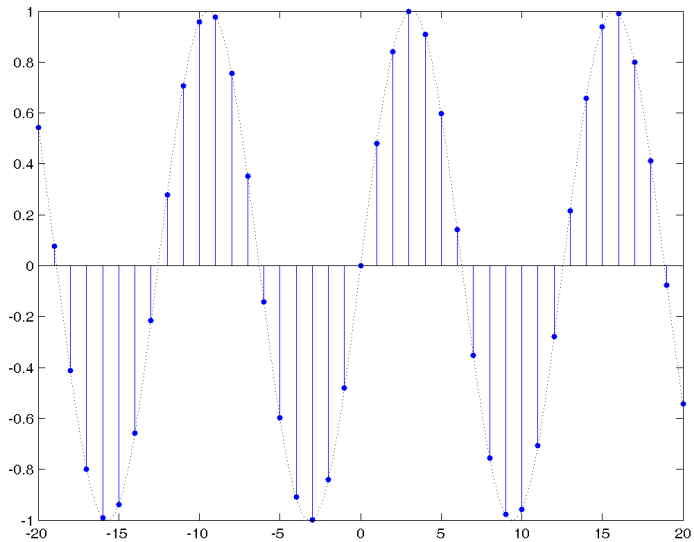
$$\sin(2\pi 7/10n)$$



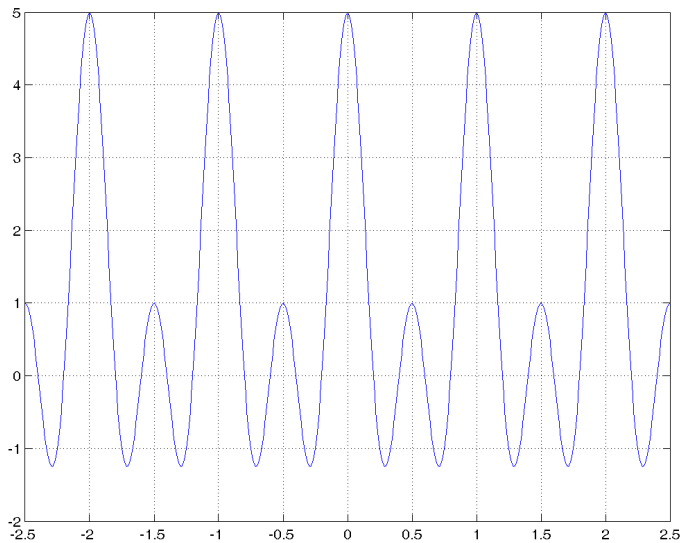
$$\text{sen}(2\pi 9/10n)$$



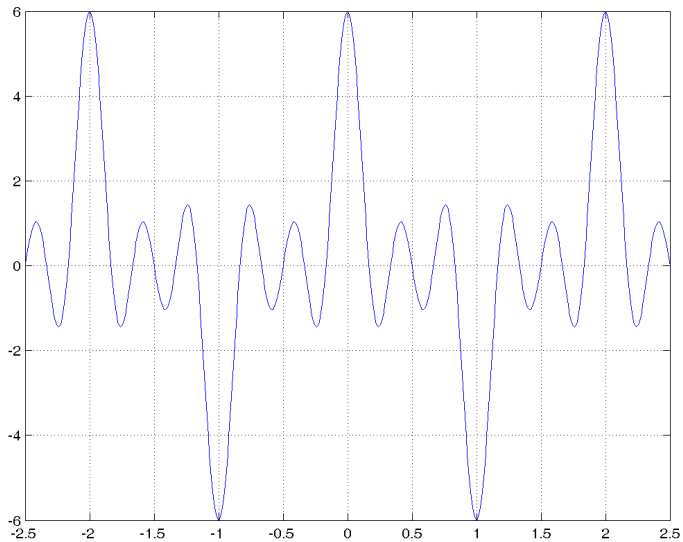
$$\sin(n/2)$$



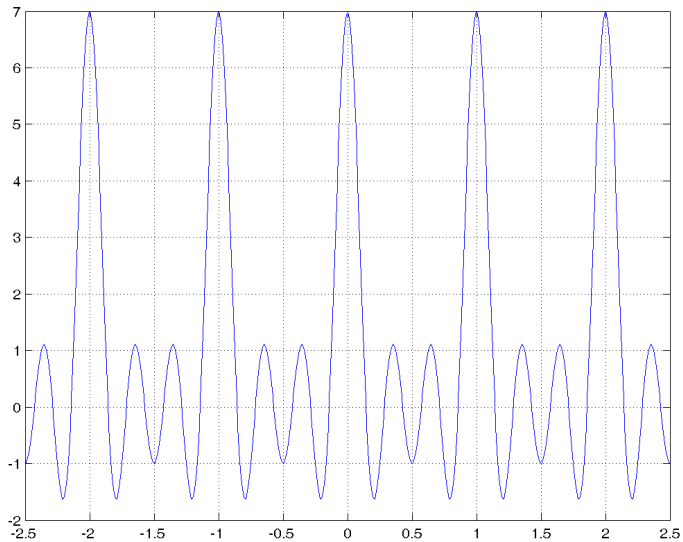
$\text{sind}_5(x)$



$\text{sind}_6(x)$



$\text{sind}_7(x)$



Energía, potencia, valor medio temporal

Potencia instantánea: $P_i[n] = |x[n]|^2$ para SVID y $P_i(t) = |x(t)|^2$ para SVIC. Asimile a una tensión de valor $x[n]$ (o $x(t)$) aplicada sobre un resistor de $R = 1\Omega$. Cuando existe la suma o la integral,

$$\text{SVID: } \mathcal{E}_x \triangleq \sum_{-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

$$\text{SVIC: } \mathcal{E}_x \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} |x(\tau)|^2 d\tau$$

Definición

- $x[n]$ es *SVID de energía* si $0 \leq \mathcal{E}_x < \infty$
- $x(t)$ es *SVIC de energía* si $0 \leq \mathcal{E}_x < \infty$

Ejemplos:

- $\square(t)$, $e^{-t}u(t)$, $(1/2)^n u[n]$ son señales de energía
- $\cos(2\pi f_0 t)$, $e^t u(t)$, $(1/2)^n u[-n]$ *no* lo son

Hay señales que no son de energía, pero tienen potencia finita.
P.ej.: las señales periódicas.

Potencia media de señales periódicas: Energía en un ciclo/Duración del ciclo (período).

$$\text{SVID: } \mathcal{P}_x \triangleq \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$$

$$\text{SVIC: } \mathcal{P}_x \triangleq \frac{1}{T} \int_0^T |x(\tau)|^2 d\tau$$

En general,

$$\text{SVID: } \mathcal{P}_x \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2$$

$$\text{SVIC: } \mathcal{P}_x \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(\tau)|^2 d\tau$$

Definición

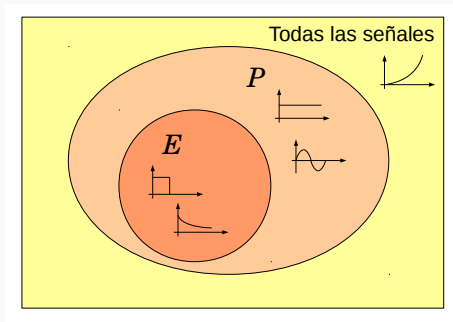
- $x[n]$ es *SVID de potencia* si $0 \leq \mathcal{P}_x < \infty$
- $x(t)$ es *SVIC de potencia* si $0 \leq \mathcal{P}_x < \infty$

Ejemplos:

- Calcular la potencia de $u[n]$
- Calcular la potencia de $\text{Asen}(2\pi f_0 t + \phi)$

Potencia

Las señales de energía, claramente son de potencia; pero **no** viceversa.



- Las señales periódicas suelen tener potencia media finita; pero no siempre (piense algún ejemplo).
- Muchas señales aleatorias veremos que son de potencia.

Promedio Temporal

Definición:

$$\text{SVID: } \langle x \rangle_N[n] \triangleq \frac{1}{2N+1} \sum_{k=n-N}^{n+N} x[k]$$

$$\text{SVIC: } \langle x \rangle_T(t) \triangleq \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} x(\tau) d\tau$$

que depende del instante donde se mira el promedio $n(t)$ y de la ventana en que se mide la señal $\pm N$ ($\pm T$).

Las siguientes definiciones son independientes del instante de toma del promedio y de su largo; pero no siempre existen

Definición:

$$\text{SVID: } \langle x \rangle \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N x[k]$$

$$\text{SVIC: } \langle x \rangle \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(\tau) d\tau$$