I.- INTRODUCCIÓN. Carga eléctrica

Resumen

La carga eléctrica es una propiedad intrínseca de algunas de las partículas que componen la materia (electrones, protones, positrones, piones, etc).
Estas cargas son responsables de las fuerzas que se manifiestan a escalas atómico – moleculares o mayores.
Existen dos tipos que comúnmente se denominan positivas (+) y negativas (-). Cargas de igual signo se repelen y cargas de signo contrario se atraen.

La carga eléctrica se conserva, la cantidad de carga total del universo jamás cambia ya que la carga puede crearse y destruirse sólo con la creación o destrucción de una cantidad de carga igual de signo opuesto.

La carga eléctrica está cuantificada, la carga eléctrica se presenta siempre como algún múltiplo entero de la unidad fundamental de carga, que es la carga del electrón $e = 1{,}6\ 10^{-19.}$ No hay unidad de carga libre detectada más pequeña que **e**. Actualmente se sabe de la existencia de partículas llamadas quarks que tienen carga e/3 y 2e/3, nunca se ha detectado un quark libre.

La mayoría de los materiales, según sea la movilidad de la carga eléctrica localizada, suelen clasificarse en conductores y aisladores. Si se agrega una carga a un **aislante ideal**, estas permanecen exactamente donde se las colocó inicialmente ya que no pueden moverse a través del aislador o a lo largo de su superficie. Si las cargas se agregan a un **conductor**, ellas están libres de moverse. Los **semiconductores,** que no se estudiarán en este curso, constituyen una tercera clase de materiales, y sus propiedades eléctricas se encuentran entre las correspondientes a los aislantes y los conductores

El factor fundamental del comportamiento de un conductor en equilibrio electrostático es que su interior permanece eléctricamente neutro, independientemente de si está cargado positiva o negativamente o sin carga. El exceso de carga se distribuye sobre la superficie del conductor.

La distribución de carga será uniforme sólo si la superficie es regular.

Un conductor se puede cargar **por conducción** y **por inducción.**
Un no conductor (aislante) se puede cargar **por frotamiento**. Un aislante se puede polarizar.

I-1.- Interacción eléctrica. Ley de Coulomb.

Resumen.

Las fuerzas eléctricas (de atracción o de repulsión) son varios órdenes de magnitud mayor que las fuerzas gravitatorias (siempre de atracción) razón por la cual, las fuerzas gravitatorias se ponen de manifiesto sólo cuando los dos tipos de cargas están neutralizadas en un campo macroscópico.

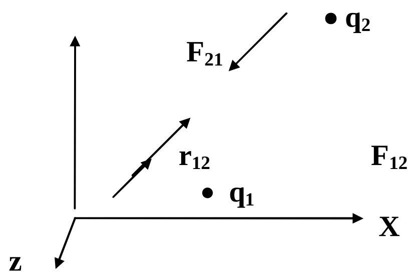
Las fuerzas eléctricas entre cargas puntuales estáticas obedecen la ley de Coulomb :

$$\vec{\mathbf{F}} = \mathbf{k}\frac{\mathbf{q \cdot q'}}{\mathbf{r}^2}\check{\mathbf{r}}$$

Siendo, en el sistema internacional (MKS), $k = 1/4\,\pi\,\varepsilon_0 = 9\ 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2} = 10^{-7}\ \mathbf{c}^2$
donde $c = 3\ 10^8$ m/s es la velocidad de la luz y $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12}$ C/ Nm^2 es la permitividad del vacío.

Ejemplo:

$\mathbf{q_1}$ positiva en (x_1,y_1,z_1) y $\mathbf{q_2}$ negativa en (x_2,y_2,z_2)
$\mathbf{r_{12} = (x_2-x_1)\ i + (y_2-y_1)\ j + (z_2-z_1)\ k}$



$$\mathbf{r}_{12} = \frac{\bar{\mathbf{r}}_{12}}{|\bar{\mathbf{r}}_{12}|} = \frac{(\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_1)\mathbf{i}+(\mathbf{y}_2-\mathbf{y}_1)\mathbf{j}+(\mathbf{z}_2-\mathbf{z}_1)\mathbf{k}}{\left[(\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_1)^2+(\mathbf{y}_2-\mathbf{y}_1)^2+(\mathbf{z}_2-\mathbf{z}_1)^2\right]}$$

$$\bar{\mathbf{F}}12 = -\bar{\mathbf{F}}21 = \mathbf{k}\frac{\mathbf{q_1q_2}}{\mathbf{r}_{12}^2}\mathbf{r_{12}}$$

son fuerzas de atracción por ser las cargas de distinto signo.

La fuerza eléctrica que actúa sobre una carga en movimiento, se puede calcular mediante la ley de Coulomb, siempre que la otra carga puntual esté en reposo.

Principio de Superposición: Si se tiene un **conjunto de N cargas puntuales**, la fuerza resultante sobre la carga i-ésima es la resultante de las N-1 fuerzas que actúan sobre esa partícula

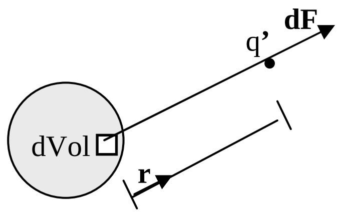
$$\bar{\mathbf{F}}\mathbf{i} = \sum_{\mathbf{i \neq j}} \bar{\mathbf{F}}\mathbf{ij}$$

El Principio de Superposición es también aplicable a cargas no puntuales, cuando:
a) la interacción entre ellas es despreciable, es decir que son independientes entre sí.
b) existe interacción entre las cargas y éstas han alcanzado el equilibrio electroestático, es decir cuando ha finalizado la redistribución de carga en cada una de ellas.

En todo sistema físico que se identifique con un sistema de ecuaciones líneales, es aplicable el principio de superposición

Para calcular fuerzas entre **cuerpos macroscópicos** (no puntual), donde no se pueden despreciar las dimensiones propias frente a la distancia entre las cargas, es necesario recurrir al **cálculo infinitesimal y al Principio de superposición.**

<u>Ejemplo</u>: Un cuerpo cargado positivamente con densidad volumétrica de carga ρ**.** Si dVol es el diferencial de volumen. El diferencial de carga dq = ρ. dVol , ejerce sobre la carga q' el diferencial de fuerza:



$$\mathbf{\overline{dF} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dqq'}{r^2}\,r}$$

Aplicando el Principio de superposición, la fuerza resultante sobre la carga **q'** es:

$$\mathbf{\overline{F} = \int \overline{dF}}$$

integral de una expresión vectorial. Para operar es necesario trabajar con las componentes de los vectores:

$$\mathbf{Fx = \int dFx}$$

$$\mathbf{Fy = \int dFy}$$

$$\mathbf{F_z = \int dFz}$$

Resultando finalmente: $\mathbf{\overline{F} = F_x i + F_y j + F_z k}$

I-2. Campo eléctrico.

Resumen

Modelo de Campo Eléctrico: Toda distribución de cargas modifica el espacio que la rodea, de manera tal, que toda carga colocada en un punto de dicho espacio experimenta una fuerza debida a la existencia de un campo eléctrico. A todo cuerpo cargado se le asocia un campo vectorial, **el campo eléctrico.**

La intensidad del campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en un punto del espacio, se define como la fuerza eléctrica que experimenta una carga de prueba $\mathbf{q_0}$ situada en ese punto y dividida por el valor de la carga de prueba:

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{\mathbf{q_o}}$$

La carga de prueba $\mathbf{q_0}$ no debe modificar el campo **E**, por lo tanto debe ser lo más pequeña posible. Se la suele definir como

$$q_0 = \lim_{q \to o} q$$

pero recuerde que la carga está cuantificada, $\mathbf{Q = \pm n\, e}$, donde **n** es un número entero y **e** la carga del electrón.

Para detectar la existencia del campo eléctrico generado por una distribución de carga también se puede colocar en el espacio un cuerpo descargado, recuerde que en éste se produce primero el fenómeno de inducción o el de polarización (fuerzas a nivel microscópico) y posteriormente puede experimentar una fuerza a nivel macroscópico.

El hecho, de que la **velocidad de propagación de la interacción sea finita,** hace necesario introducir el concepto de **campo (**ver nota)

El campo electrostático es generado por cargas en reposo

Si se tiene dos cargas, **Q** y **q**, de acuerdo al modelo que elija para explicar la situación, se puede decir:

a) **Modelo de fuerzas a distancia:** que **Q** ejerce una fuerza sobre **q**, que cumple con la Ley de Coulomb y el Principio de acción y reacción..
b) **Modelo de campo:** que **Q** genera un campo eléctrico **E** y que **E** ejerce una fuerza sobre **q** que cumple con la Ley de Coulomb y el Principio de acción y reacción.

Campo de una carga puntual: Aplicando la definición de campo eléctrico se ve que el campo de una carga puntual **q** es radial y tiene una magnitud:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{4\pi\varepsilon_o r^2}}$$

donde **r** es la distancia entre la carga y el punto donde se mide el campo.

Si la carga es positiva el campo es saliente (Figura 1), si la carga es negativa el campo es entrante (Figura 2)

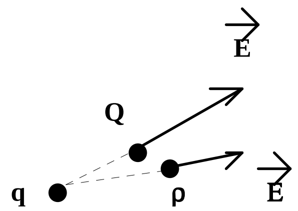


Figura 1

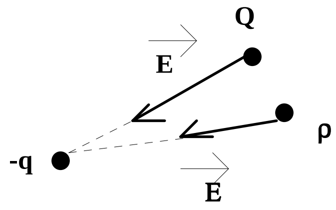
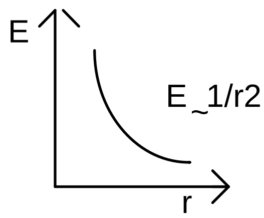


Figura 2

Graficando el módulo de **E** en función de **r** se obtiene:



Por el principio de superposición, **el campo** producido en el punto P por **un conjunto N** de partículas cargadas es:

$$\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{N} \vec{\mathbf{E}}_i(\mathbf{P})$$

El campo producido por **una distribución continua de cargas** se calcula considerando las contribuciones infinitesimales de carga de modo que $d\vec{\mathbf{E}} = \dfrac{\mathbf{dq}}{4\pi\varepsilon_o r^2}\,\check{\mathbf{r}}$

y aplicando el principio de superposición de modo que $\vec{E} = \int d\vec{E}$ integral de una expresión vectorial, la que puede ser difícil de evaluar a menos que la distribución de carga tenga un alto grado de simetría. Muchas veces es útil trabajar utilizando componentes:

$E_x = \int dE_x \quad E_y = \int dE_y \quad E_z = \int dE_z$ resultando: $\mathbf{E} = \mathbf{E_X}\,\check{\mathbf{i}} + \mathbf{E_y}\,\check{\mathbf{j}} + \mathbf{E_z}\,\check{\mathbf{k}}$

Un conductor cargado alcanza el equilibrio electrostático cuando toda la carga se distribuye sobre su superficie y el campo E en su interior es nulo.

El campo eléctrico se puede visualizar con la representación de líneas de campo.

- El vector campo eléctrico, es tangente a las líneas de campo en cada punto.
- Las líneas deben partir de cargas positivas y terminar en las cargas negativas.
- Dos líneas de campo no puede cruzarse.
- El número de líneas por unidad de área que pasan por una superficie perpendicular a las líneas de campo es proporcional a la magnitud del campo eléctrico en esa región. En consecuencia **E**, es grande cuando las líneas están muy próximas entre sí y pequeño cuando están separadas.

Una configuración de carga muy importante es el **dipolo eléctrico**. El campo generado por él, en puntos alejados varía en función de $\frac{1}{r^3}$

Se define como momento dipolar eléctrico $\vec{p}$ al vector cuya dirección es la de la recta que une a las cargas, siendo su sentido siempre desde la carga negativa a la positiva y su magnitud p = q.a.

Todo **dipolo eléctrico** en presencia de un campo eléctrico **se alinea en la dirección del campo,** por la acción de la cupla:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

Nota: *Si al aplicar la Ley de Coulomb, fuerzas a distancia, una de las cargas, sufre una variación repentina en alguna característica que sea importante para la interacción entre las dos, parecería que* ***no se cumple el principio de acción y reacción****.*

Tal es el caso si una carga recibe una secuencia de aceleraciones que le dan un movimiento oscilatorio. Cuando esto sucede, por la interacción con la otra carga, dicha carga comienza a oscilar, pero con cierto retraso. Debido a este retraso, la fuerza que la primer carga ejerce sobre la segunda no está acompañada por una fuerza igual y opuesta ejercida por la segunda carga sobre la primera, lo que significaría una violación del principio de acción y reacción.

Esta dificultad se elimina al pasar de la idea de cargas que interactúan a distancia, a la idea que ***ellas actúan indirectamente mediante un campo****. En este proceso, en dos etapas, la carga oscilante interactúa con su propio campo y produce una oscilación en el campo. La oscilación se propaga en el campo y eventualmente llega donde está localizada la otra carga. Allí ocurre entonces una interacción entre el campo y dicha carga que la hace oscilar.* ***En cada etapa la interacción tiene lugar en un punto específico y existe un par de fuerzas entre una carga y el campo que sí satisfacen el principio de acción y reacción****. La oscilación se propaga en el campo con velocidad finita. "****La velocidad de propagación no puede superar en ningún caso la velocidad de la luz. Teoría de la relatividad de Einstein.*** *Si desaparecen las cargas de la distribución que origina el campo, éste desaparece un tiempo después.*

I- 3. - Ley de Gauss.

Resumen.

El flujo eléctrico es la medida del **número de líneas** de campo que atraviesan cierta superficie. **El flujo de un campo eléctrico** de una superficie S se define:

$$\Phi e = \int_S \vec{E}.d\vec{a}$$

donde **da** es el diferencial de área de dicha superficie.

La Ley de Gauss establece que si **S** es una superficie cerrada (se puede establecer un volumen interior a **S**), el flujo de **E** es igual a **la carga neta dentro de S** dividida por **ε**

$$\Phi e = \int_{SC} \vec{E}.d\vec{a} = \frac{Qneta}{\varepsilon_0}$$

Es decir, que el **número neto de líneas** que pasan a través de la superficie gaussiana es **proporcional a la carga neta** que está en el interior de ella. Por lo tanto, el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es **independiente de la forma y del tamaño de la superficie** que encierra la carga. Si se tienen más líneas salientes que entrantes el flujo neto es positivo. Si entran más líneas que las que salen, el flujo neto es negativo.

La ley de Gauss expresa ***una de las dos propiedades del campo electrostático****. Nos dice que las fuentes de este campo son las cargas eléctricas.* Esta ley contiene a la ley de Coulomb.

La ley de Gauss se puede utilizar para el cálculo de campos E, **sólo cuando existe un alto grado de simetría** en la distribución de carga, como en el caso de esferas, cilindros largos y láminas planas infinitas, uniformemente cargadas. En estos casos, se debe elegir la superficie gaussiana de integración que respete la simetría del problema a fin de facilitar el cálculo integral, ya que sobre dicha superficie, el valor **del campo E es constante**.

Para realizar el cálculo de la carga neta encerrada por la superficie gaussiana se debe indicar si la distribución de carga lineal (λ), superficial (σ), o volumétrica (ρ). Teniendo en cuenta las respectivas definiciones de densidad, resulta:

$$Q = \int_c \lambda.dl$$

$$Q = \int_s \sigma.dal$$

$$Q = \int_v \rho.dvoll$$

Para resolver las integrales involucradas en la Ley de Gauss se debe respetar la simetría del problema, a través de una correcta elección del sistema de coordenadas. En la mayoría de los casos , las integrales dobles y triples se **reducen a integrales de una sola variable** trabajando con las expresiones para las correspondientes diferenciales en función de esas variables. Ejemplos:

a)en coordenadas cilíndricas dvol = r dr dφ dz, resultando para un cilindro, ya efectuada la integración sobre las variables φ y z, dvol = 2π L r dr siendo L la altura del cilindro.
b)en coordenadas esféricas dvol = r^2 sen θ dr dφ dθ, resultando para una esfera ya efectuada la integración sobre las variables φ y θ, dvol = $4\pi\ r^2$ dr.

Cuando aplique la ley de Gauss tenga presente, que aún cuando utilice para el cálculo la carga neta encerrada por la superficie gaussiana, el campo que calcula representa **el campo eléctrico resultante**, que incluye la contribución de las **cargas tanto internas como externas** a las superficies gaussianas

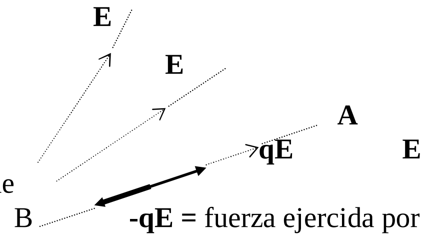
En un **conductor en equilibrio electrostático** se verifica que:
a) **E** = 0 en su interior.
b) **E** precisamente fuera del conductor es perpendicular a su superficie y tiene una magnitud de $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ donde σ es la densidad superficial de carga (recuerde que en un conductor en equilibrio electrostático la carga se distribuye sobre la superficie exterior del mismo).
c) E no es continuo. En la superficie de todo conductor (en equilibrio electrostático) el campo experimenta un salto siempre igual a $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

I.-4. TRABAJO ELECTROSTATICO. POTENCIAL.

RESUMEN

El **trabajo realizado** por el **campo electrostático E** cuando la carga **q** se desplaza desde **A** a **B** es:

$$\mathbf{W_{AB} = q\int_A^B \overline{E}.\overline{dl}}$$



El trabajo realizado por el agente exterior cuando la carga **q** se desplaza en forma *cuasiestática* desde **A a B** es:

-qE = fuerza ejercida por un agente exterior

$$\mathbf{W_{AB} = -q\int_A^B \overline{E}.\overline{dl}}$$

Al ser **E un campo electrostático**, $\mathbf{W_{AB} = -q\int_A^B \overline{E}.\overline{dl} = \Delta U}$ es igual a la **variación de energía potencial eléctrica** (energía eléctrica), es decir que el trabajo realizado por el agente exterior transfiere energía desde el medio exterior al sistema y esa energía es la que la carga, inmersa en el campo **E**, posee cuando se encuentra en **B**.

Recordar que por ser **E** un campo conservativo $\mathbf{\oint \overline{E}.\overline{dl} = 0}$, el trabajo realizado por el campo electrostático es independiente del camino y sólo depende de los puntos de partida (estado inicial) y de llegada (estado final) y por lo tanto se puede definir una energía de posición, la energía potencial.

Se define, a la **diferencia de potencial eléctrico (potencial)**, magnitud que depende sólo de la posición, como

$$\mathbf{V_{BA} = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = -\int_A^B \vec{E}.\vec{dl}} \qquad \text{ó:} \qquad \mathbf{dV = -\vec{E}.\overline{dl}}$$

Si bien, es esta **variación de la función potencial** la magnitud física **que tiene un significado fundamental**, a veces es conveniente definir el potencial en un punto. Para ello se elige arbitrariamente un punto, llamado **referencial R**, al que se le asigna el **valor cero de potencial**. **El cero** se puede asignar a cualquier referencial, siempre que el **potencial en ese punto sea finito.**

El potencial eléctrico en un punto se define como:

$$\mathbf{V_B = V_B - V_R = -\int_R^B \vec{E}.\vec{dl}} \qquad \text{aceptando que} \quad V(R) = 0$$

es decir, al trabajo por unidad de carga que el agente exterior realiza cuando la partícula se desplaza desde un punto de potencial cero (R) al punto B.

Para calcular la integral

$$\int_A^B \overline{\mathbf{E}}.\overline{\mathbf{dl}}$$

conviene trabajar con la definición de producto escalar

$\overline{\mathbf{E}}.\overline{\mathbf{dl}} = \mathbf{E_x dx + E_y dy}$ ó $\overline{\mathbf{E}}.\overline{\mathbf{dl}} = \mathbf{E_r dr + E_\theta d\theta}$

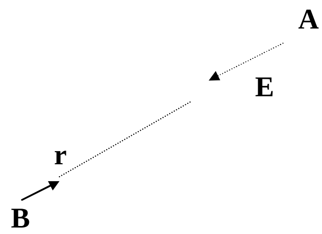
según se trabaje en coordenadas cartesianas o polares. Supongamos que el campo sea radial, entonces:

$$\int_A^B \overline{\mathbf{E}}.\overline{\mathbf{dl}} = \int_{r_A}^{r_B} \mathbf{E_r dr}$$

al resolver esta integral hay que tener presente que:

- es una integral definida y por consiguiente el **dr** es gobernado por los límites de integración.
- $\mathbf{E_r}$ es la componente de un vector y por consiguiente puede tomar valores positivos o negativos.

Ejemplo:



Sea **E** un campo radial cuya dirección y sentido, es el indicado en la figura y de módulo E = kq/r^2**.**

Su componente es: E_r = **-** kq/r^2**,** entonces:

$$\int_{rA}^{r_B} E_r dr = kq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Para una carga puntual, el **potencial** generado por, a una distancia **r** de la carga es:

$$\mathbf{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}}$$

aceptando que V(∞) = 0

Para un **conjunto N de cargas puntuales** el potencial V, generado en un punto P del espacio es:

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_i^N \frac{q_i}{r_i}$$

donde $\mathbf{r_i}$ es la distancia entre la carga q_i y el punto P.

La función potencial es una función continua, aún en puntos dónde el campo eléctrico es discontinuo.

.

Si se conoce el potencial como función de la posición se puede calcular el campo eléctrico:

$$E\begin{cases} E_x = -\dfrac{\partial\ V(x,y,z)}{\partial\ x} \\ E_y = -\dfrac{\partial\ V(x,y,z)}{\partial\ y} \\ E_z = -\dfrac{\partial\ V(x,y,z)}{\partial\ z} \end{cases}$$

en coordenadas cartesianas

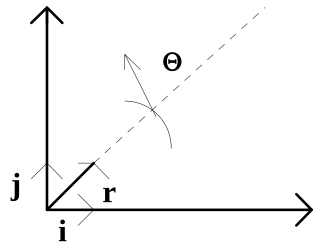
$$E\begin{cases} E = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\delta\ V(r,\theta)}{\partial\ \theta} \\ E_r = -\dfrac{\partial\ V(r,\theta)}{\partial\ r} \end{cases}$$

en coordenadas polares

En general:

$\vec{E}$ **= - gradiente de V,** $\vec{E} = -\vec{\nabla}\ V$ **donde nabla, es el operador gradiente**

en coordenadas cartesianas $\quad \vec{\nabla} = \dfrac{\partial}{\partial x}\breve{i} + \dfrac{\partial}{\partial y}\breve{j} + \dfrac{\partial}{\partial z}\breve{k}$



en coordenadas polares $\quad \vec{\nabla} = \dfrac{\partial}{\partial r}\breve{r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial \theta}\breve{\theta}$

Conservación de la energía: Si las únicas fuerzas que realizan trabajo son fuerzas conservativas, se conserva la energía mecánica del sistema: $\mathbf{E_m = E_c + U}$.

Como el campo electrostático es conservativo, se cumple $\boldsymbol{\Delta E_c + \Delta U = 0}$

Superficies equipotenciales: superficie cuyos puntos están al mismo potencial

a) El trabajo para mover una carga sobre una superficie equipotencial es cero

b) El campo eléctrico es siempre perpendicular a las superficies equipotenciales.

Conductores en equilibrio electrostático: La carga que se transfiere a un metal, al estar ésta en libertad de movimiento, se desplaza a través del mismo y alcanza una distribución de equilibrio. En estas condiciones:

a) Toda la carga se distribuye sobre la superficie.

b) Esta distribución es tal, que el conductor es equipotencial (su interior y su superficie tienen el mismo potencial)
c) Por lo tanto, E en el interior es siempre cero.

El movimiento de la carga en el proceso de distribución constituye una corriente de corta duración y se denomina **corriente transitoria**.

Toda distribución de cargas modifica el espacio que los rodea. A todo cuerpo cargado se le asocia:

- **un campo vectorial**, el campo eléctrico **E.**
- **un campo escalar**, el campo potencial V

Las siguientes ecuaciones resumen ***las propiedades del campo electrostático****:*

$\int_{sc} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{q}}{\boldsymbol{\varepsilon}_o}$ *Las fuentes del campo electrostático son las cargas eléctricas.*

$\oint \overline{\mathbf{E}} \cdot \overline{\mathbf{dl}} = \mathbf{0}$ *El campo electrostático es conservativo.*

I.-5. CAPACIDAD

RESUMEN

Al suministrarle una carga **Q** a un conductor en equilibrio electrostático, éste adquiere un potencial **V.** Si al **mismo conductor** se lo carga con **Q’** su potencial será **V’**, cumpliéndose la siguiente relación:

$$C = Q/V = Q'/V''$$

donde **C** es una constante denominada **capacidad electrostática.**

La capacidad de un conductor puede ser modificada por la presencia de otros conductores en su proximidad. Este hecho permite construir sistemas de gran capacidad y dimensiones relativamente pequeñas, llamados **capacitores o condensadores.**

Un **capacitor** (condensador) es un dispositivo formado por dos conductores aislados entre sí a los que se suministra cargas iguales y de signos opuestos (**+ Q**, **- Q**) y que tiene la propiedad de almacenar carga y energía potencial eléctrica. Por esta razón se utilizan en una muy amplia variedad de circuitos eléctricos: para sintonizar frecuencias en receptores de radio, como filtros, para evitar chispas en sistemas de encendido, etc.

La capacidad de un capacitor depende exclusivamente de su configuración geométrica y del medio que se encuentra entre sus armaduras y mide la carga que puede almacenar

$$C = Q/V$$

Así para un condensador de placas paralelas de área A, separación d y con vacío como medio entre ellas, al aplicar la definición de capacidad resulta:

$$C = \varepsilon_0 A/d$$

Mientras que para un capacitor cilíndrico resulta $C = 2 \pi \varepsilon_0 L / \ln(b/a)$, donde a y b son los radios de los cilindros. Y para un capacitor esférico, $C = 4 \pi \varepsilon_0 a . b / (b - a)$ **,** donde a y b son los radios de las esferas.

En la práctica la mayoría de los capacitores posee un material no conductor o **dieléctrico** entre sus placas conductoras. Colocar un dieléctrico sólido entre las placas de un capacitor tiene tres funciones:

1. Resuelve el problema mecánico de mantener dos grandes láminas de metal con una separación muy pequeña entre sí sin que entren en contacto.
2. El uso de un dieléctrico aumenta la diferencia de potencial (o la carga) máxima posible entre las placas del capacitor, dependiendo de que si el condensador está aislado o conectado a una fuente de tensión. Cualquier material aislante cuando está sujeto a un campo eléctrico de intensidad suficientemente grande, experimenta una **ruptura dieléctrica** (una ionización parcial que permite la conducción a través del material). Muchos materiales dieléctricos pueden tolerar campos eléctricos más intensos que los que tolera el aire sin que experimente ruptura eléctrica.
3. La capacitancia de un condensador de dimensiones dadas **es mayor cuando existe un material dieléctrico** entre las placas que cuando hay vacío. Como $K = \varepsilon / \varepsilon_0$, donde **K** es la **constante dieléctrica del material,** en la expresión de la capacidad en función del medio existente y las características geométricas tendremos:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon A}{d} = \frac{K \varepsilon_0 A}{d} = K C_0$$

Energía electrostática almacenada:

Al cargar un cuerpo se transfiere energía (**energía potencial electrostática)** al sistema, porque al suministrarle carga debe realizarse trabajo que permita vencer la repulsión de las cargas ya presentes. Dicha energía se almacena en el campo electrostático.

La **energía electrostática de un sistema** de cargas $\mathbf{Q_i}$ es:

$$Ep = \frac{1}{2\ 4\pi\varepsilon_o} \sum_{i \neq j} \frac{Q_i Q_j}{r_{ij}}$$

donde $\mathbf{r_{ij}}$ es la distancia entre las cargas y el factor **(1/2)** evita que se cuente dos veces las parejas **ij,** aún cuando la suma se realiza para todo $\mathbf{i \neq j}$.
En consecuencia, teniendo en cuenta que el potencial se puede expresar como:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q_i}{r_{ij}}$$

la energía potencial eléctrica puede expresarse como:

$$Ep = 1/2 \sum_{\text{Todas las cargas}} Q_i V_i$$

donde **Vi** es el potencial que actúa sobre $\mathbf{Q_i}$ debido a todas las otras cargas, y la suma se realiza para todas las cargas.

Del mismo modo, para una **distribución continua de carga** de densidad volumétrica ρ la energía potencial es :

$$Ep = 1/2 \int \rho V \, dvol$$

Y para una **densidad superficial de carga :** $\mathbf{Ep = 1/2 \int \sigma V \, dA}$

De acuerdo a lo planteado, la **energía electrostática almacenada al cargar un capacitor plano**, resulta:

$Ep = 1/2\ V \int \varepsilon o\ E\ dA = 1/2\ V \int \varepsilon o\ (V / d)\ dA = 1/2\ V^2 \varepsilon o \int dA / d = 1/2\ V^2\ (\varepsilon o.\ A / d) = \mathbf{1/2\ C\ V^2 = 1/2\ Q^2 / C}$

$\mathbf{= 1/2\ Q\ V}$

Para el cálculo de la **densidad de energía electrostática (Ep/vol.)** partimos del cálculo de la Ep planteado y llegamos a :

$Ep = 1/2\ \varepsilon o\ V^2\ A / d = 1/2\ \varepsilon o\ (V/ d)^2\ A\ d = 1/2\ \varepsilon o\ E^2$ volumen, lo que implica

$\mathbf{\delta_{Ep} = 1/2\ \varepsilon o\ E^2}$

esta última expresión, aunque fue calculada para un condensador plano, **es válida para todo dispositivo cargado.**

En los textos encontraran otra forma, totalmente equivalente de realizar estos cálculos

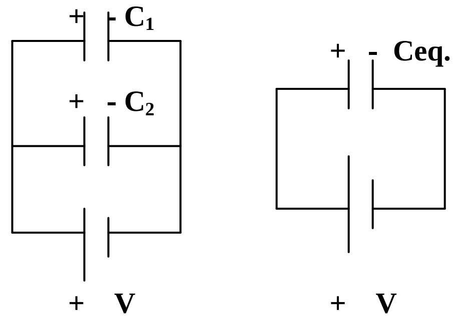
Combinación de capacitores

Existe más de una forma de conectar capacitores. Según sea la conexión de los mismos se dice que se encuentran conectados en paralelo o en serie, y en cualquiera de los dos casos es posible obtener una **capacidad equivalente**.

En una **combinación en paralelo** de capacitores **la diferencia de potencial a través de cada capacitor es la misma e igual en todos ellos.**
La capacidad equivalente de esta combinación es siempre **MAYOR** que cualquiera de las capacidades individuales de los capacitores y la **carga total almacenada** en la configuración **es la suma de las cargas individuales.**

En este tipo de combinación la capacidad equivalente vale:

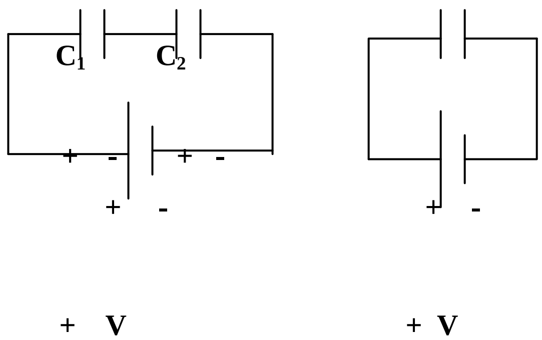
$$(C_1 + C_2) = C_{eq}$$



Para una **combinación en serie** de capacitores **la magnitud de la carga debe ser la misma en todas las placas de los capacitores.**
La capacidad equivalente de esta combinación es siempre **MENOR** que cualquiera de las capacidades individuales de los capacitores y **el potencial entre los terminales de la batería** será **la suma de los potenciales individuales**.

Ceq.
En este tipo de combinación la capacidad equivalente vale:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_2 + C_1}$$



En resumen:

Combinación en paralelo $\qquad C_{eq.} = \sum C_i$

Combinación en serie $\qquad 1 / C_{eq.} = \sum 1 / C_i$

I.-6- Corriente Continua

Resumen

El transporte neto de cargas (portadores) de un punto a otro constituye una **corriente eléctrica**.

PORTADORES	MEDIO	
Electrones (-)	conductor	corriente de conducción
Electrones (-)	vacío	tubos termoiónicos
Iones (+), (-)	gas	fotocélulas de vacío
Iones (+), (-)	solución electrolítica	conducción electrolítica
Huecos (+) y electrones (-)	semiconductor	conducción en sólidos, transistores

Al colocar un conductor aislado en un campo eléctrico las cargas móviles se desplazan y se acumulan en algún lugar del medio para generar un campo eléctrico opuesto. Así, en electrostática, las cargas se acumulan en la superficie del conductor y contrarrestan el campo aplicado de modo que el campo en el interior del conductor sea nulo. El movimiento de las cargas en este proceso constituye una corriente eléctrica de muy corta duración, llamada **corriente de conducción transitoria**.

Si se desea que circule una corriente permanente, el conductor debe formar parte de un circuito completo y debe mantenerse continuamente un campo o un gradiente de potencial dentro de él.

Si el campo tiene siempre el mismo sentido (aunque puede variar su intensidad) **la corriente** se denomina **continua**. Si el campo se invierte periódicamente el flujo de carga se invierte también y la **corriente** es **alterna**. Si el potencial en cada apunto permanece constante en el tiempo la **corriente** es **estacionaria**.

Existen dispositivos que tienen la propiedad de mantener constantemente sus bornes a potenciales diferentes (pila seca, acumuladores, etc.). Estos dispositivos son llamados **fuentes de fuerza electromotriz (fem)**.

En este modulo estudiaremos la corriente de conducción en régimen estacionario.

Conectando un cable conductor a una **fuente de continua** (mantiene constante en el tiempo la polaridad de los bornes y la diferencia de potencial entre ellos) se establece una **corriente eléctrica continua estacionaria** en el circuito.

Se define a la **corriente eléctrica** como la rapidez con que fluye la carga través de una superficie:

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{dq}}{\mathbf{dt}}$$

La corriente eléctrica es una magnitud fundamental en el sistema internacional de unidades (SI). La **unidad de corriente** en dicho sistema es el **Ampere (A).**

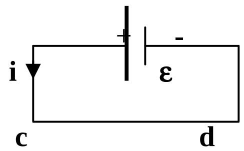
En la **teoría clásica de los metales** de Paul Drude, 1900, los iones de un metal se hallan fijos mientras que los electrones de conducción tienen un movimiento rápido y aleatorio. Al establecer un campo eléctrico externo en el seno del conductor, los electrones libres, debido a la acción del campo y a las sucesivas colisiones con lo iones fijos, adquieren una velocidad media constante **v**, llamada **velocidad de desplazamiento (o de arrastre, o de deriva).**

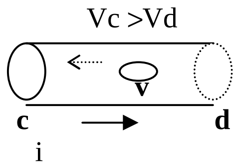
Para **calcular la rapidez con que fluye** la carga, siguiendo con este modelo, se asume que en un elemento de volumen del metal existen **n** portadores por unidad de volumen (densidad de portadores) moviéndose con velocidad uniforme **v**, resultando entonces:

$$\mathbf{i = n\,q\,v\,A}$$

donde **q** es la carga de cada electrón y **A** el área de la sección del conductor.

Si bien los portadores pueden ser positivos (+) o negativos (-) se adopta como **sentido de movimiento** el de los portadores positivos, es decir la carga en el circuito exterior se mueve siempre de un potencial mayor a uno menor.





Si se analiza la **corriente en un conductor** teniendo en cuenta el **carácter vectorial** de la magnitudes **v** y **A = An**, donde **n** es el versor normal a la superficie, resulta:

$$\mathbf{i = n\,q\,\vec{v}\cdot\vec{A} = \vec{j}\cdot\vec{A}}$$

introduciéndose así **el vector densidad de corriente** $\vec{\mathbf{j}}$, cuyo módulo se define como la cantidad de corriente que atraviesa una sección normal por unidad de área

$$\mathbf{j = \frac{i}{A_n}}$$

La dirección y sentido de $\vec{\mathbf{j}}$ corresponden a la dirección y sentido con que se moverían portadores (+) en ese punto.

Si la corriente **i** no está distribuida uniformemente el módulo de $\vec{\mathbf{j}}$ **se define** :

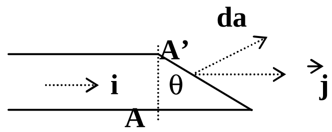
$$j = \frac{di}{dA\cos\theta}$$

donde **da** es el diferencial de área, resultando que la corriente eléctrica **i es el flujo del vector** $\vec{\mathbf{j}}$ a través de una dada superficie **S**:

$$\mathbf{i = \int_s \vec{j}\cdot\vec{da}}$$

Las líneas de corriente dan la dirección y sentido de $\vec{\mathbf{j}}$ *en cada punto.*

El empleo de esta notación vectorial permite resolver los casos en que el área considerada no es perpendicular a la dirección de las líneas de corriente, ver figura

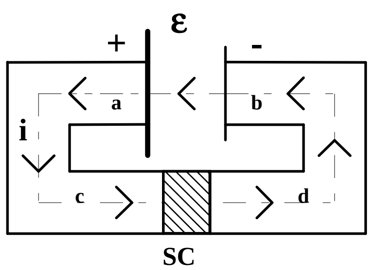


$$\mathbf{i} = \int_{A'} \vec{\mathbf{j}}.\vec{\mathbf{da}} = \mathbf{jA'}\cos\theta = \mathbf{jA}$$

El valor de la integral es independiente de la forma de superficie elegida, y, por lo tanto conduce al mismo valor de la corriente a través del cable, siempre que la superficie corte completamente la región por la que fluye la carga

La Ley de Conservación de la Carga impone que el flujo del vector **j**, a través de una superficie cerrada sea 0: $\oint_{SC} \vec{\mathbf{j}}\,.\,\mathbf{d}\vec{\mathbf{A}} = \mathbf{0}$

Es decir, que las **líneas de son cerradas**, no nacen ni mueren en ningún punto del medio donde circula corriente. En la figura, la línea punteada representa una línea de corriente y SC una superficie cerrada.



¿Circulará corriente en un circuito abierto?

Ley de Ohm (Microscópica): La densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico existente en el interior del conductor.

$$\vec{\mathbf{j}} = \sigma.\vec{\mathbf{E}}$$

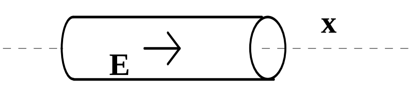
siendo la conductividad **σ** la constante de proporcionalidad que puede depender de la temperatura, de la composición del material y de otros factores. Esta ley empírica es válida en varias sustancias (dentro de un amplio rango de valores de **E**), entre las que se encuentran la mayor parte de los metales. Estos **materiales** se denominan **óhmicos.**

En las sustancias **no óhmicas** (tubos termoiónicos, conducción en gases, semiconductores, etc.) la **conductividad** es función de **E** y de **j**, **por lo queya no es proporcional a E** .

La resistividad ρ es la recíproca de la conductividad

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Como $\vec{\mathbf{E}}$ **= - grad V**, para un cable conductor de sección **A** y longitud **L** resulta :

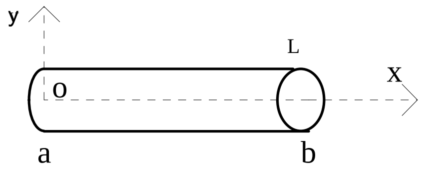


$$\left|\vec{j}\right| = -\sigma \frac{dV}{dx}$$

$$i = -\sigma A \frac{dV}{dx}$$

¿Qué electrones son los responsables de la corriente eléctrica en metales óhmicos?

Si la sección del cable es uniforme y la conductividad permanece constante:



$$\int_a^b dV = -\frac{i}{\sigma A}\int_L^o dx = \Delta V = V_a - V_b = V_{ab} = \frac{iL}{\sigma A}$$

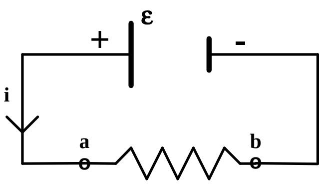
al cociente **V/i** se lo denomina **resistencia R**:

$$R = \frac{V}{i} = \rho \frac{L}{A}$$

La resistencia es independiente de la tensión y de la corriente, depende del medio y de la configuración geométrica. Su unidad es el **ohm (Ω).**

Ley de Ohm (Macroscópica): En sustancia óhmicas, **la caída de tensión** a través de un segmento de conductor **es proporcional a la corriente** que circula por el mismo.

$$V_{ab} = iR = V_a - V_b$$



Nótese que tanto la densidad de corriente $\vec{j}$ *, como la conductividad* σ *y el valor de* $\vec{E}$ *son magnitudes locales, cuyos valores tienen significado en un punto particular del conductor, en contraste con la corriente **i**, la resistencia **R** y el voltaje **V** a través del conductor, que tienen valor tomando al conductor como un todo.*

Variación de la Resistencia con la Temperatura: excepto a temperaturas muy altas y muy bajas, la resistividad varía casi linealmente con la temperatura. La resistividad a la temperatura **t** °C puede calcularse aproximadamente mediante la ecuación. $\rho = \rho_{20}\left(1 + \alpha\,(T - 20°\ C)\right)$ siendo ρ_{20} la resistividad a 20 °C y **α,** pendiente de la curva $\rho = f(T)$, el coeficiente de variación de la resistividad con la temperatura. El coeficiente térmico **α** es positivo para todos los metales, pero es negativo para los electrolíticos, para el carbono, el silicio y algunas otras sustancias.

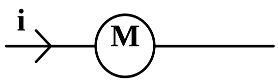
Ciertas sustancias (especialmente el mercurio y el plomo) y algunas aleaciones y compuestos metálicos poseen la notable propiedad de que a una determinada temperatura de transición, característica de la sustancia (para algunas aleaciones Tc < 180 K), la resistencia disminuye bruscamente hasta un valor demasiado pequeño para ser medido. Este fenómeno se denomina **superconductividad** Se han observado corrientes estacionarias que persisten una vez iniciadas, en anillos superconductores durante años sin necesidad de una fuente de tensión.

Ley de Joule: Si la diferencia de potencial entre los terminales de una resistencia **R** es **V,** el trabajo realizado por el campo eléctrico para transportar una carga positiva **dq** desde el extremo de mayor potencial al de menor es: **V dq**. Por lo tanto la **potencia**, velocidad con que se realiza el trabajo es:

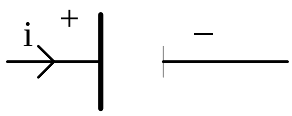
$$\mathbf{P = V \frac{dq}{dt} = V\,i = R\,i^2}$$

La energía no se pierde, se conserva**.** En este caso la **energía potencial eléctrica se convierte en energía interna** (denominada **térmica).** Los electrones acelerados por el campo aplicado, continuamente pierden la energía en exceso por sus choques con la red de iones, aumentando así la energía de vibración de ésta (energía interna) y por consiguiente su temperatura, produciendo el efecto conocido como **calentamiento o efecto Joule**, que es la base de la calefacción eléctrica. Establecido el gradiente de temperatura entre la resistencia y el medio exterior se produce una transferencia de energía en forma de calor (desde la resistencia al medio) por conducción, convección y radiación. Recuerde que la cantidad de energía irradiada por un cuerpo es directamente proporcional a la cuarta potencia de su temperatura.

Otros casos de transformación de energía



- *** energía eléctrica en mecánica** **M: Motor**



- *** energía eléctrica en química** **carga de un acumulador**

Resistencias en Serie: cuando por las resistencias circula la misma corriente se tiene una conexión en serie, su resistencia equivalente es:

$$\mathbf{R = \sum_i R_i}$$

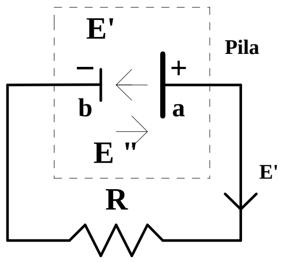
Resistencias en Paralelo: cuando las resistencias están conectadas a la misma diferencia de potencial, la conexión es en paralelo y su resistencia equivalente está dada por :

$$\mathbf{\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}}$$

Una **fuerza electromotriz, fem** (**ε**) puede obtenerse mecánicamente (mediante un generador electrostático que consume trabajo al separar las cargas por fricción), químicamente (pila secas ordinarias, baterías de los automóviles) o por medios electromagnéticos (generadores alimentados por un salto de agua, por combustibles o por energía nuclear).

Se **define a la fuerza electromotriz** como al trabajo realizado, sobre una carga positiva unidad, por la fuerza eléctrica total que actúa sobre la carga, cuando recorre una trayectoria cerrada:

$\boldsymbol{\varepsilon} = \oint \vec{E}.\vec{dl} = \int_a^b \vec{E}''.\vec{dl}$ donde $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}' + \vec{\mathbf{E}}''$, siendo **E'** el campo electrostático generado por la fuente



¿Será E" un campo conservativo?

¿Cuándo será la fem (ε), igual a la diferencia de potencial que existe entre los bornes del generador?.

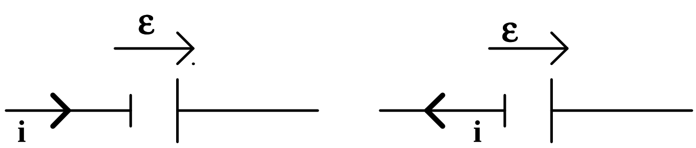
En este análisis se omitió un tratamiento similar para modelizar (desde el punto de vista energético) el funcionamiento de la resistencia, ya que se puede asociar a la misma un campo no conservativo responsable de la conversión de energía eléctrica en energía interna, así como se asocia al campo no conservativo **E''** la conversión de energía no eléctrica en eléctrica

En régimen estacionario, la velocidad con que se suministra la energía a un circuito eléctrico debe ser igual a la velocidad con que se disipa la energía eléctrica en el circuito, haciendo el balance energético resulta la **Ecuación del Circuito Serie:**

$$\mathbf{i} = \frac{\sum_i \boldsymbol{\varepsilon}_i}{\sum_j \mathbf{R}_j}$$

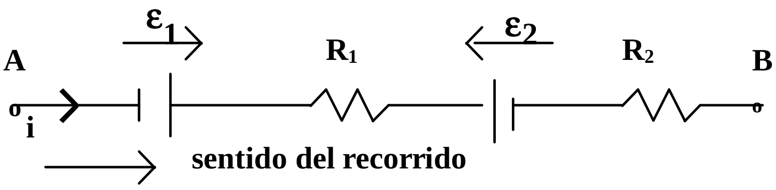
Para trabajar con esta ecuación es necesario adoptar una **convención**:

a) Se elige arbitrariamente el sentido de circulación para i
b) Todas las **R** son positivas.
c) Las **ε** se consideran positivas si entregan energía al circuito y negativas si la disipan.



Si al resolver la ecuación el signo de la corriente resultó ser negativo, significa que el sentido de circulación elegido no fue el correcto.

Haciendo el **balance energético** para una porción de circuito resulta que **la diferencia de potencial entre dos puntos** de ese circuito serie es:



$$V_{AB} = V_A - V_B = \sum i\ R - \sum \varepsilon$$

$$V_{AB} = i\ (R_1 + R_2) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

Para aplicar la ecuación anterior se utiliza la misma convención que para la resolución de la ecuación del circuito, sólo que se recorre desde el punto A al B y el producto **iR** será positivo si el sentido de circulación de **i** coincide con el sentido de recorrido del circuito y negativo en caso contrario.

El análisis de redes de circuitos interconectados da origen a sistemas de ecuaciones simultáneas que hay que resolver para encontrar los valores desconocidos de las **i** o de los **V**, o de ambos. La base para el análisis de circuitos en régimen estacionario son la **Reglas de Kirchoff**, que se fundamentan en los principios de la conservación de la carga y de la energía. Estas reglas pueden generalizarse para obtener sistemas de ecuaciones simultáneas en variables complejas en el caso de condiciones variables periódicas (circuitos de corriente alterna) o sistemas de ecuaciones diferenciales simultáneas en el caso de condiciones transitorias. Para la resolución de estas ecuaciones existen técnicas poderosas y avanzadas, tanto numéricas como analíticas, que se simplifican notablemente cuando las resistencias son óhmicas, ya que en ese caso los sistemas de ecuaciones son lineales.

- **Regla 1: Conservación de la carga:** la suma de las corrientes que entran en un nudo cualquiera, es igual al la suma de las corrientes que salen del mismo :

$$\sum_j i_j = 0$$

- **Regla 2: Conservación de la energía:** La suma de las fem de un circuito es igual a la suma de las caídas de potencial a lo largo del mismo:

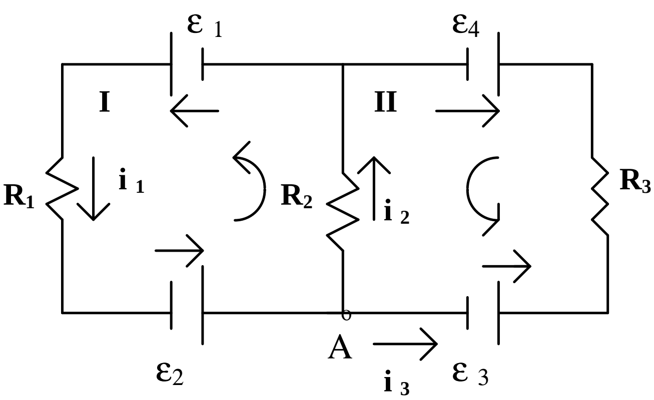
$$\sum_j i_j R_j - \sum_j \varepsilon_j = 0$$

Esta ecuación se aplica a cualquier trayecto cerrado (malla) a lo largo de un sistema cualquiera de conductores, independientemente de lo complicado que pueda ser, con tal que nos demos cuenta de que la corriente puede variar a lo largo de dicho trayecto.

Para **aplicar estas reglas** se utiliza la **misma convención** que para el circuito serie:

Si el sentido de la i o de la fem se opone al sentido elegido para recorrer el circuito, a dichas magnitudes se las tomará como negativas.

Ejemplo



 sentido arbitrario de recorrido de malla

Nudo A: $\mathbf{i_1 - i_2 - i_3 = 0}$

Malla I: $\mathbf{i_1R_1 + i_2R_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0}$, **Malla II:** $\mathbf{i_3R_3 - i_2R_2 - (\varepsilon_3 - \varepsilon_4) = 0}$

Análisis por ramas: Cuando se aplican las reglas de Kirchoff a una **red de X ramas** es necesario obtener **X ecuaciones independientes** para resolver el problema. En nuestro ejemplo la red tiene tres ramas, para obtener las tres corrientes incógnitas se deben plantear tres ecuaciones independientes. La primera regla da origen a N-1 ecuaciones independientes para N nudos. Al aplicar la segunda regla hay que hacerlo sobre mallas independientes que son aquellas que no contienen una rama cortada.

I. 7. CAMPO MAGNETICO DE CORRIENTES.

Resumen

Se denomina **"campo magnético"** a toda región del espacio donde pueden observarse fenómenos magnéticos tales como fuerzas e inducciones. Las fuentes de este campo son los imanes y las corrientes eléctricas.

El campo magnético en el vacío se describe analíticamente mediante el vector inducción magnética $\vec{\mathbf{B}}$ (o campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$) y se lo visualiza gráficamente con las líneas de inducción, cuya dirección en cada punto es la de $\vec{\mathbf{B}}$. **El flujo del campo magnético** a través de una superficie cerrada (SC) se define como :

$$\Phi = \oint_{SC} \vec{B}.\vec{da}$$

En el sistema internacional [SI] [$\mathbf{\Phi}$] = Webber = wb ; $\left[B\right] = \dfrac{wb}{m^2}$ = Tesla = T.

Si bien en este módulo estudiaremos el campo magnético de corrientes, vale la pena recordar ciertas **propiedades del campo magnético de imanes** y **resaltar las diferencias** de este campo con el eléctrico.

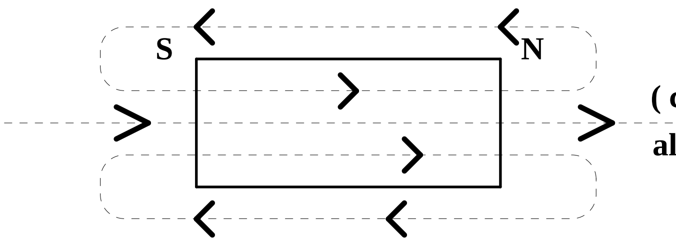
* Las fuerzas magnéticas actúan sólo sobre ciertas sustancias, mientras que las eléctricas lo hacen sobre cualquier material.

* No se puede transmitir el magnetismo por conducción mientras que la electricidad sí.

* La ley de fuerzas entre dos polos magnéticos (cargas magnéticas) es semejante formalmente a la que existe entre dos cargas eléctricas, pero con una diferencia fundamental: los polos magnéticos se presentan en pareja, es imposible aislar a un solo polo magnético. Por lo tanto la **ley de Gauss** para el campo magnético de imanes resulta:

$$\oint_{SC} \vec{B} \,.\, \vec{da} \;=\; 0$$

es decir: **no hay fuentes ni sumideros y las líneas de campo son cerradas.**

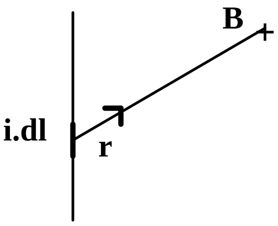


(cierra en algún punto)

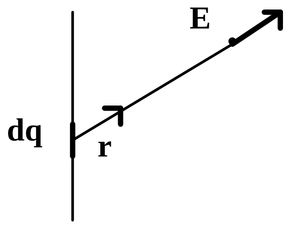
Ahora sí, pasemos a estudiar el **campo magnético de corrientes**, en particular el generado por corrientes estacionarias, **haciendo la analogía con el campo eléctrico.**

Para explicar la **experiencia de Oersted** (sobre una aguja magnética en las cercanías de un cable donde circula una corriente ***i*** estacionaria, actúa una cupla) fue necesario que **Biot y Savart** propusieran una expresión que relacionara a $\vec{\mathbf{B}}$ en un punto del espacio con el elemento de corriente que lo produce $\vec{\mathbf{dB}} = \dfrac{\mu_o i}{4\pi}\dfrac{\mathbf{dl} \wedge \check{\mathbf{r}}}{\mathbf{r}^2}$ y se aplicara la ya conocida expresión para la fuerza que actúa sobre una carga magnética $\mathbf{q_m}$, $\vec{\mathbf{F}}\mathbf{m} = \mathbf{q_m}.\vec{\mathbf{E}}$. A continuación se detallan los pasos a seguir en la explicación haciendo la analogía con una situación similar (alambre cargado) en el campo eléctrico.

$$\vec{dB} = \frac{\mu_o i}{4\pi}\frac{dl \wedge \check{r}}{r^2}$$



$$\vec{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dq.\check{r}}{r^2}$$



Aplicando, en el plano, el principio de superposición:

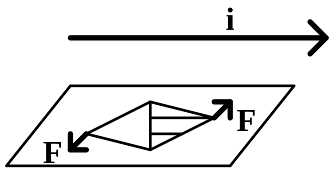
$$B_x = \int dB_x \qquad\qquad E_x = \int dE_x$$

$$B_y = \int dB_y \qquad\qquad E_y = \int dE_y$$

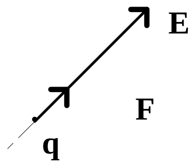
$$\vec{B} = B_x.\breve{i} + B_y.\breve{j} \qquad\qquad \vec{E} = E_x.\breve{i} + E_y.\breve{j}$$

se obtiene el valor del campo magnético en el punto deseado.

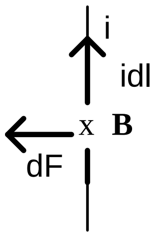
$$\vec{F}_m = q_m.\vec{E}$$



$$\vec{F} = q.\vec{E}$$

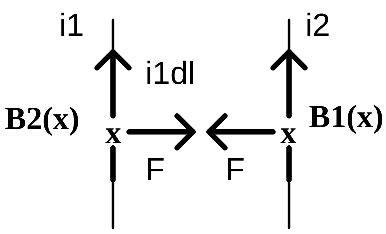


Para explicar **la atracción** (o la repulsión) **entre dos conductores rectilíneos** por donde circulan corrientes i de igual sentido (o de sentido contrario), además de la Ley de Biot Savart fue necesario proponer la expresión para la **fuerza que actúa sobre un elemento de corriente** inmerso en un campo magnético:

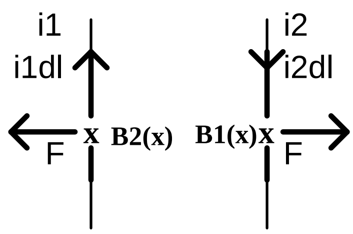


$$\vec{dF} = i.\vec{dl} \wedge \vec{B}$$

Comportamiento entre líneas de corriente cercanas:

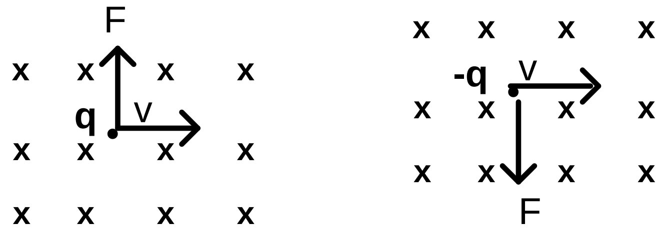


corrientes de igual sentido



corrientes de distinto sentido

A partir de la expresión de la fuerza sobre un elemento de corriente y recordando que i = dq/dt, resulta que la **fuerza que actúa sobre una carga en movimiento** es: $\mathbf{\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B}}$, **fuerza de Lorentz.**



*Nótese que la **Ley de Biot Savart** es análoga a la **Ley de Coulomb: la fuente** o causa del campo magnético es el elemento de corriente **i dl**, del mismo modo que la carga **q** es **la fuente** del campo electrostático y en **ambos casos** los campos disminuyen proporcionalmente a la inversa del cuadrado de la distancia, pero **la dirección de los campos es muy diferente en cada caso.***

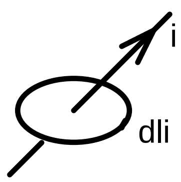
Mientras las **fuerzas eléctricas actúan sólo sobre las cargas**, **las fuerzas magnéticas actúan** sobre **cargas magnéticas** (polos), **corrientes eléctricas y cargas eléctricas en movimiento**. Nuevamente se cumple que la interacción se propaga con velocidad finita. **En todos los casos se cumple el principio de acción y reacción de Newton**, sólo que en el caso de circuitos hay que pensar en la fuerza total y no en la fuerza que actúa sobre una porción del mismo.

Experimentalmente se llega a que las **líneas de B son cerradas**, hecho que se puede corroborar calculando B mediante Biot-Savart (tarea no siempre sencilla), por lo tanto **no existen** regiones en el espacio donde se originen o terminen las líneas de inducción magnética y :

$$\int_{SC}^{+} \vec{B}\,.d\vec{a} = 0$$ **Ley de Gauss.**

También experimentalmente se llega a que la circulación magnética es distinta de cero:

$$\oint \vec{B}\,.d\vec{a} = \mu_o i$$ **Ley de Ampere**



o sea que la integral de línea a lo largo de cualquier trayectoria cerrada (circulación del vector B) es igual al producto del factor μ_0 por la corriente **i** encerrada por la curva de integración.

*La **Ley de Gauss** y la **Ley de Ampere** son las leyes fundamentales del campo magnético y en conjunto son equivalentes a la **Ley de Biot-Savart**.*

La **Ley de Ampere** es una herramienta importante **para el cálculo de B**, siempre que haya simetría.

Estamos en condiciones de resumir las propiedades del campo eléctrico y magnético de corrientes, ambos estacionarios, con las cuatro siguientes leyes independientes:

$$\oint_{SC} \vec{E}.da = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

Ley de Gauss para campos eléctricos.

Las fuentes son las cargas eléctricas.

$$\oint_{SC} \vec{B}.d\vec{a} = 0$$

Ley de Gauss para campos magnéticos

No hay fuentes ni sumideros (campo solenoidal).

$$\oint \vec{E}.\vec{dl} = 0$$

Ley de Ampere para campos eléctricos.

Los campos electrostáticos son conservativos. (Campo irrotacional).

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 i$$

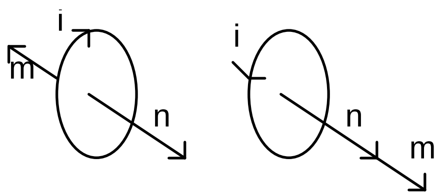
Ley de Ampere para campos magnéticos

Los campos magnéticos no son conservativos.

Estas cuatro ecuaciones, tomadas conjuntamente, se denominan Ecuaciones de Maxwell para campos estacionarios.

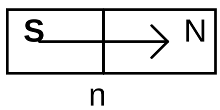
Nótese que la **Ley de Gauss para el vector B** (imposibilidad de aislar un monopolo) **es válida** tanto para el **campo magnético de corrientes** como **para el campo magnético de imanes.**

El campo magnético generado por un imán y el generado por una espira de corrientes, en puntos alejados, son idénticos y tienen la misma forma que el producido por un dipolo eléctrico. Por analogía, tanto a la espira de corriente como al imán se los llama **"dipolos magnéticos"** y sus respectivos **"momentos dipolares"** son:



$\vec{m} = i.A.\breve{n}$

$\vec{m} = q_m.i.\breve{l}$



Cuando un **dipolo magnético** se sitúa en el interior de un campo magnético, **su momento dipolar tiende a orientarse en la dirección y sentido de dicho campo**, actuando sobre el dipolo un momento:

$$\boldsymbol{\vec{\tau} = \vec{n} \wedge \vec{B}}$$

Como aplicación del movimiento de una carga puntual en un campo magnético B, estudiar SELECTOR DE VELOCIDADES, ESPECTRÓGRAFO DE MASAS, CICLOTRÓN Y EFECTO HALL. Asimismo estudiar el funcionamiento del GALVANÓMETRO