3) a) Con base en pruebas de comportamiento de una gran muestra de uniones soldadas, se calculó un intervalo de confianza de 90% para la media de la dureza Rockwell B de cierto tipo de soldadura de (83.2, 84.1). Determine un intervalo de confianza de 95% para la media de la dureza Rockwell B de este tipo de soldadura.

b) Un intervalo de confianza de 95% para una media poblacional se calcula de una muestra de tamaño 50. Se calculará otro intervalo de confianza de 95% para una muestra de tamaño 200 extraída de la misma población. Justificando su elección, elija la mejor respuesta que complete el espacio en blanco:

El intervalo de una muestra de tamaño 50 será aproximadamente ………….. del intervalo

de la muestra de tamaño 200.

b_1) un octavo de ancho

b_2) un cuarto de ancho

b_3) la mitad de ancho

b_4) del mismo ancho

b_5) dos veces el ancho

b_6) cuatro veces el ancho

b_7) ocho veces el ancho

Solución:

Definimos la v.a X:= dureza Rockwell B de cierto tipo de soldadura

Sea $X_1, X_2, \dots, X_n$ m.a de la v.a X, con n suficientemente grande

No se conoce σ.

Con lo cual la función Pivote:

$$\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \approx N(0,1)$$

El intervalo de confianza para la media en este caso es:

$$IC_{90\%}(\mu) = \left[\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

nivel aproximado

$IC_{90\%}(\mu)$= [83,2:84,1]

Armo el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 83,2 = \bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{S}{\sqrt{n}} \\ \\ 84,1 = \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{S}{\sqrt{n}} \end{cases} \quad (1)$$

Si sumo ambas ecuaciones queda:

$$2\bar{X} = 83,2 + 84,1$$

$$\therefore \bar{X} = \frac{83,2 + 84,1}{2} = 83,65$$

Busco en tabla: $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,05} = 1,645$

Por otro lado, elijo la ecuación (1) reemplazo $\bar{X}$ por su valor y despejo $S/\sqrt{n}$,

$$\frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{-83,2 + \bar{X}}{z_{\frac{\alpha}{2}}} = 0,273$$

El intervalo para la media del 95% será:

$$IC_{95\%}(\mu) = \left[\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

Observar que cambia el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1,96$ y el n no cambia, con lo cual

Reemplazo por los valores que ya tengo:

$IC_{95\%}(\mu)$= [83,65-1,96x 0,273:83,65+1,96x0,273]= [83,1149;84,1851] de nivel aproximado

b) Como piden IC(μ) del 95%, $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1,96$

sea $L_{50} = 2z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{50}} = 2.1,96. \frac{S}{\sqrt{50}}$

Sea $L_{200} = 2z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{200}} = 2.1,96. \frac{S}{\sqrt{200}}$

Si realizo el cociente entre ambas longitudes nos queda:

$$\frac{L_{50}}{L_{200}} = \frac{2.1,96. \frac{S}{\sqrt{50}}}{2.1,96. \frac{S}{\sqrt{200}}} = \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{50}} = 2$$

Por lo tanto: $L_{50} = 2. L_{200}$, con lo cual la respuesta correcta es b