Respuestas de algunos ejercicios

A continuación podrán encontrar las respuestas de algunos de los ejercicios propuestos. Tengan en cuenta que sólo son respuestas, no están ni las resoluciones, ni las justificaciones necesarias para llegar a éstas.

Capítulo 1

Página 5

1. c) $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

1. f) Si la función es $L(d)$, entonces $\mathrm{Dom}(L) = \{d \in \mathbb{R}/\ d > 0\}$

Página 7

1. d) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

1. e) $\left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$

2. b) $\mathrm{Dom}(q) = \mathbb{R}$

2. e) $\mathrm{Dom}(g) = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 2]$

Página 11

5. d) Ninguna de ellas.

5. h) Lineal.

Página 15

2. a) $h(0) = 0$

2. c) No es posible hacerlo.

2. f) $g(3) = 1$

Página 17

3. c) $(-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$. El gráfico queda para el lector.

3. f) $\{0\}$. El gráfico queda para el lector.

9. a) $(-2, 4)$. El gráfico queda para el lector.

9. f) $\mathbb{R}$. El gráfico queda para el lector.

12. c) $g(x) = \begin{cases} -2x + 4 & x < 0 \\ 4 & 0 \leq x < 4 \\ 2x - 4 & x \geq 4 \end{cases}$

Capítulo 2

Página 27

2. a) $p_1(t) = 80t$ y $p_2(t) = 120(t-1)$ donde t está medido en horas y p_1 y p_2 en km.
2. b) 3 horas después de que parte el primer móvil.
4. $\frac{6}{7}$ de hora (aproximadamente $51'25''$)

Página 35

1. c) $v'(r) = 4\pi r^2$
1. e) $z'(s) = (2s+1)(s^2+2) + (s^2+s+1)2s$
1. g) $g'(x) = 2x - \dfrac{2}{x^3}$
2. b) -16
3. c) $y - 0.3 = -\frac{2}{25}(x-3)$
4. b) $y - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}(x-3)$ y $y - \frac{3}{2} = \frac{1}{8}(x+5)$
5. $c = 10$. La interpretación gráfica queda para el lector.

Página 37

1. a) $f \circ g(x) = \sqrt{x-1} + 1$ y $\mathrm{Dom}(f \circ g) = [1, +\infty)$
$g \circ f(x) = \sqrt{x}$ y $\mathrm{Dom}(g \circ f) = [0, +\infty)$

Página 39

3. a) $y' = 2(x^3 - 2x^2 - 5x)(3x^2 - 4x - 5)$
4. a) $h'(1) = 30$

Capítulo 3

Página 48

k) $\frac{1}{4}$

Página 53

2. d) No existe $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x}$ ya que los límites laterales existen pero toman distinto valor.

Página 59

2. c) $x = -2$ es asíntota vertical.

Página 64

2. f es positiva estrictamente en $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$ y es negativa estrictamente en $(-3, 2)$.

Capítulo 4

Página 67

3. $\alpha = 1/2$.

Página 71

1. b) f es creciente en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ y decreciente en $(-1,0)\cup(0,1)$.

Página 76

c) f es cóncava hacia arriba en $(0,+\infty)$ y cóncava hacia abajo en $(-\infty,0)$.

Página 80

1. d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^5+3}{-x^2+x}=-\infty$ y $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^5+3}{-x^2+x}=+\infty$.

3. a) La recta $x=0$ es asíntota vertical y las rectas $y=1$ y $y=-1$ son asíntotas horizontales.

Página 92

4. a) f admite inversa en los intervalos $I=(-\infty,-1]$, $J=[-1,1]$ y $K=[1,+\infty)$.
4. b) Considerando la restricción de f al intervalo K, tenemos:
$\mathrm{Dom}(f_K)=[1,+\infty)$ $\mathrm{Im}(f_K)=(-\infty,3]$ y
$\mathrm{Dom}(f_K^{-1})=(-\infty,3]$ $\mathrm{Im}(f_K^{-1})=[1,+\infty)$.
Dominio e imagen para las restricciones de f a los intervalos I y J quedan para el lector.

Capítulo 5

Página 95

1. c) $P(0,-1)$

Página 96

d) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$

Página 103

c) Amplitud $=3$, Período $=2$ y Imagen $=[-2,4]$.

Página 105

1. e) sen 1
1. h) $\frac{1}{4}$

Página 114

2. $y=x+1$

Página 116

1. e) $\frac{x}{y}$
2. b) $y=2xe^x+1$
3. b) $k=1000\ln a$

Página 119 (segunda lista de ejercicios)

f) $y'=(\tan x)^{x^2+1}\left[2x\ln(\tan x)+\dfrac{x^2+1}{\tan x\,\cos^2 x}\right]$

Página 121

2. $y=0$ es asíntota horizontal y $x=-1$ es asíntota vertical.

Página 122

2. a) $y' = -2\,\mathrm{sen}(2x) - 2\,\mathrm{senh}(x)$
2. d) $y' = 10\,\mathrm{senh}(5x)\cosh(5x)$

Capítulo 6

Página 128

4. b) $|\mathbf{v}| = 3\sqrt{5}$, $\mathbf{v}+\mathbf{w} = \langle 6, 1\rangle$, $\mathbf{v}-\mathbf{w} = \langle 6, 5\rangle$ y $2\mathbf{v}+3\mathbf{w} = \langle 12, 0\rangle$.

Página 130 (segunda lista de ejercicios)

1. c) Si, son paralelos ya que $\mathbf{v} = -\frac{2}{3}\mathbf{w}$.
5. La dirección determinada por $\mathbf{s} = -2\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ es $\dfrac{\mathbf{s}}{|\mathbf{s}|} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{j}$.

Página 132

El vector $\mathbf{v} = \langle -1, 1\rangle$ escrito en coordenadas polares queda $\mathbf{v} = \sqrt{2}\left\langle \cos(\frac{3}{4}\pi), \mathrm{sen}(\frac{3}{4}\pi)\right\rangle$.

Página 138

1. e) $\mathbf{v}.\mathbf{w} = 0$
3. a) $\mathbf{v}.\mathbf{u} = \frac{1}{2}$ y $\mathbf{w}.\mathbf{u} = -\frac{1}{2}$.

Página 141

$(4, -2, 7)$ pertenece a la recta del ejercicio 2. a) pero no pertenece a la recta del ejercicio 2. b).

Página 144

1. $\mathbf{r} = \langle -1, 1, 0\rangle$ o cualquier vector colineal a $\mathbf{r}$.
5. $\mathbf{r} = \left\langle -\frac{3}{2}, 1, -1\right\rangle$ o cualquier vector colineal a $\mathbf{r}$.

Página 146

3. $-y + z - 1 = 0$
6. a) Si, son paralelos.
6. b) $(1, 2, -9)$ pertenece a ϕ_1 pero no pertenece a ϕ_2.
10. a) Los planos no son paralelos. Se cortan en la recta $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \qquad t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$
12. Si, se cortan en el punto $(1, 1, -2)$.

Página 152

2. La trayectoria de la curva del ejercicio 1. f) pasa por $(2, 0)$ y no pasa por $(0, 1)$ y $(-1, 1)$. El resto de las curvas quedan para el lector.
5. b) Si, chocan en el instante $t = \frac{3}{2}\pi$. El punto de colisión es $(-3, 0)$.

Página 161

7. b) Si, lo impacta en el punto $(10, 2)$. Tarda 1 unidad de tiempo desde que sale disparado del punto $(6, 1)$.

Capítulo 7

Página 164

5. Si el vértice de la parábola está ubicado en el origen de coordenadas y con directriz paralela al eje y, entonces su ecuación es $y^2 = 10x$. La abertura CD mide $2\sqrt{110}$ cm.

Página 173

1. a) $f(1,1) = 0$, $f(e,1) = 1$.
1. b) $\mathrm{Dom}(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \, y > 1 - x\}$, $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$.
9. a) $x^2 + y^2 = 3$

Capítulo 8

Página 181

1. e) El límite existe y vale $\frac{1}{4}$.
1. g) El límite existe y vale 2.
1. j) El límite existe y vale 0.
1. k) El límite no existe.

Página 184

1. a) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3x^2 - 3y^2$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = -6xy + 4y^3$.
1. h) $f_s(s,t) = \dfrac{t}{(s+t)^2}$ y $f_t(s,t) = \dfrac{-s}{(s+t)^2}$.

2. Las ecuaciones paramétricas para la recta tangente pedida son $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Página 187

5.a) $\sqrt{36.1} \simeq 6.0083$

Página 193

2. b) $z = 0 + 2(x+1) + 1(y-3)$
6. El máximo error en el área calculada es $5.4\,\mathrm{cm}^2$.
9. a) $2.01e^{-0.01} \simeq 1.99$

Página 196

3. a) La razón de cambio del volumen es de $68\,\mathrm{cm}^3/s$.

Página 201

1. a) $\dfrac{12}{5}$
2. c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
3. a) $-\dfrac{\sqrt{10}}{2}$
5. En las direcciones $\langle 0,1\rangle$ y $\left\langle \dfrac{4}{5}, -\dfrac{3}{5} \right\rangle$.
9. En la dirección $\left\langle \dfrac{8}{\sqrt{80}}, \dfrac{4}{\sqrt{80}}, -\sqrt{80} \right\rangle$.

Página 205

1\. b) La recta normal es $\left\{ \begin{array}{ll} x = 1 - 2t & t \in \mathbb{R} \\ y = -2 - 4t & \end{array} \right.$.

La recta tangente es $\left\{ \begin{array}{ll} x = 1 + 4t & t \in \mathbb{R} \\ y = -2 - 2t & \end{array} \right.$.

La interpretación gráfica queda para el lector.

3\. b) $-2(x+1) + 4(y-2) + 2(z-1) = 0$

4\. $P_1(\frac{3\sqrt{2}}{5}, -\frac{\sqrt{2}}{10}, \frac{\sqrt{2}}{5})$ y $P_2(-\frac{3\sqrt{2}}{5}, \frac{\sqrt{2}}{10}, -\frac{\sqrt{2}}{5})$.

5\. $\left\{ \begin{array}{ll} x = -1 + 5t & \\ y = 1 + 8t & t \in \mathbb{R} \\ z = 2 + 6t & \end{array} \right.$

9\. c) Todas las direcciones que forman con el gradiente $\nabla T(1,1,1)$ un ángulo $\theta \in \big(\frac{\pi}{2}, \frac{2}{3}\pi\big]$.

Página 207

2\. a) $y' = -\dfrac{2x - y}{-x + 2y}$ si $-x + 2y \neq 0$.

4\. b) Los puntos sobre la curva en los cuales la recta tangente es horizontal son $(0,0)$, $(0, \frac{-1+\sqrt{21}}{2})$ y $(0, \frac{-1-\sqrt{21}}{2})$.

Los puntos sobre la curva en los cuales la recta tangente es vertical son $(\sqrt{\frac{175}{27}}, -\frac{5}{3})$ y $(-\sqrt{\frac{175}{27}}, -\frac{5}{3})$.

Capítulo 9

Página 213

1\. El mínimo absoluto de f en el intervalo es -4 y se alcanza cuando $x = 2$ y el máximo absoluto de f en el intervalo es 5 y se alcanza cuando $x = 5$.

Página 216

2\. El rectángulo de área 9 con menor perímetro es el cuadrado de lado 3 unidades.

5\. $(\frac{6}{5}, -\frac{3}{5})$

8\. El rectángulo de mayor área tiene una base de $2\sqrt{\frac{8}{3}}$ y una altura de $\frac{16}{3}$.

10\. $c = \frac{1}{2}$.

Página 221

3\. a) $(2,-1)$ es el único punto crítico y allí la función alcanza un mínimo local.

3\. d) Los puntos críticos son $(0,0)$ y $(\frac{1}{3}, 0)$. En $(0,0)$ la función tiene un máximo local y en $(\frac{1}{3}, 0)$ tiene un punto silla.

Página 225

3\. El máximo absoluto de f en la región vale 1 y se alcanza en los puntos $(1,0)$ y $(-1,0)$ y el mínimo absoluto vale $-\frac{5}{27}$ y se alcanza en los puntos $(-\frac{1}{3}, \frac{8}{9})$ y $(\frac{1}{3}, -\frac{8}{9})$.

Página 231

2\. a) Los puntos candidatos son: $(2,2)$ y $(-2,-2)$ con $\lambda = 1/2$ y $(2,-2)$ y $(-2,2)$ con $\lambda = -1/2$.

Luego se concluye que el máximo absoluto de la f sobre la curva es 4 y se alcanza en $(2,2)$ y $(-2,-2)$ y el mínimo absoluto es -4 y se alcanza en $(2,-2)$ y $(-2,2)$.

3. b) Los puntos críticos en el interior de la región son: $(0,y)$ con $-\sqrt{3} < y < \sqrt{3}$.
Los puntos candidatos del borde de la región son: $(0,\sqrt{3})$ y $(0,-\sqrt{3})$ con $\lambda = 0$, $(\sqrt{2},1)$ y $(-\sqrt{2},1)$ con $\lambda = 4$ y $(\sqrt{2},-1)$ y $(-\sqrt{2},-1)$ con $\lambda = -4$.
Luego se concluye que el máximo absoluto de f sobre la región dada es 8 y se alcanza en $(\sqrt{2},1)$ y $(-\sqrt{2},1)$ y el mínimo absoluto es -8 y se alcanza en $(\sqrt{2},-1)$ y $(-\sqrt{2},-1)$.

4. El punto de la esfera que cumple con lo pedido es $(-3,-3,-3)$.