

Física I

Apuntes de Clase 4 -MII

2022

- *Nociones de elasticidad estática en sólidos y fluidos*
- *Modelo de fluido ideal*
- *Fluidos ideales en equilibrio: Teorema general de la hidrostática. Principio de Arquímedes*
- *Flotación*
- *Tensión superficial*

Prof. Susana Conconi

Cuerpos deformables

Vimos que en general en un sistema de partículas y en un cuerpo rígido

- si se aplica una Fuerza $\mathbf{F}_{Neta} = d\mathbf{P}/dt$
- si se aplica un torque $\tau_{Ext} = d\mathbf{L}/dt$

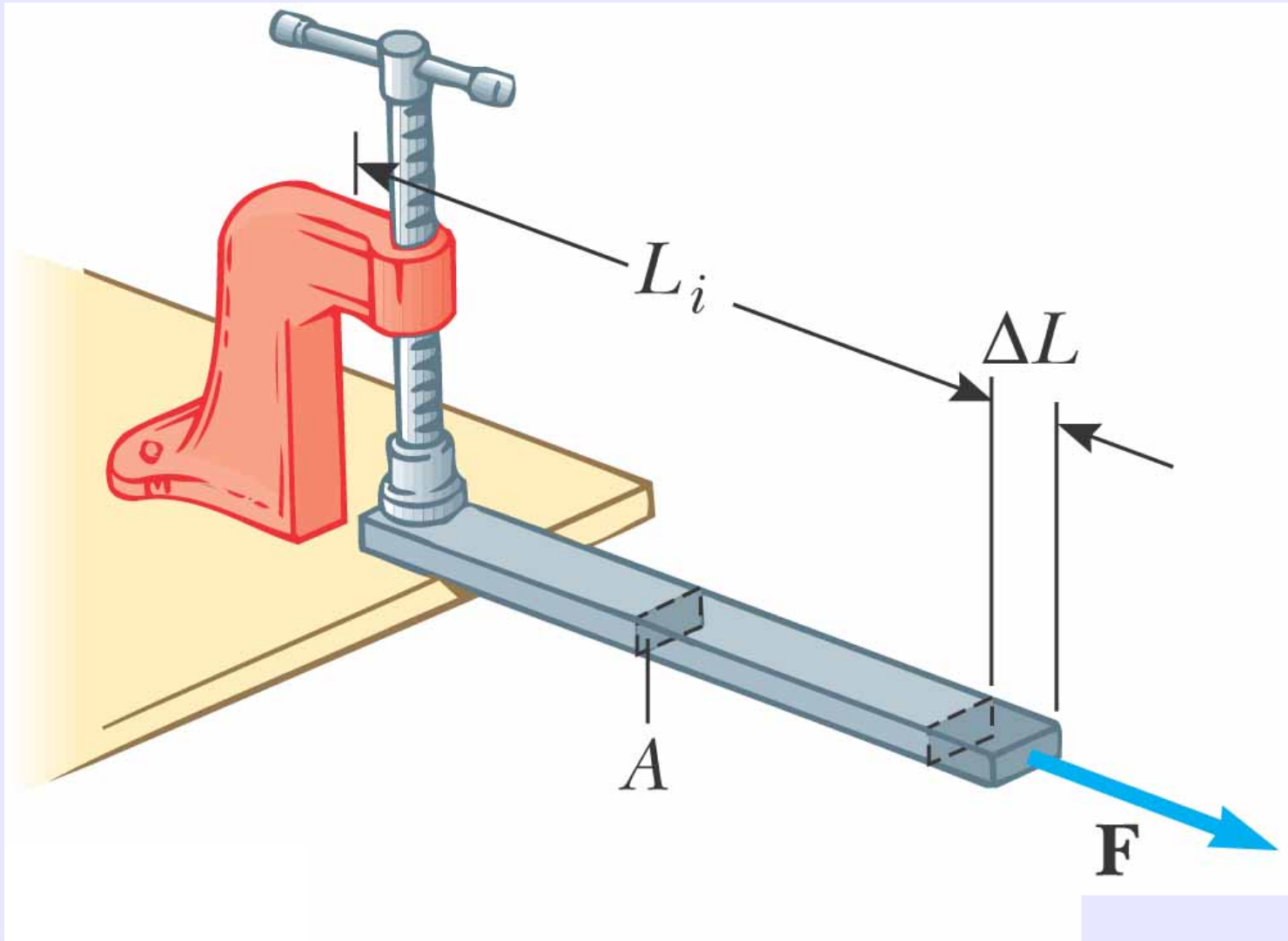
En un resorte o un elastico, éste se deforma

¿Cómo se producen las deformaciones?

¿ Cómo se analizan las deformaciones?

“Sólido deformable”.

Si tenemos una barra de largo L_i y sección transversal A y L_i es mucho mayor que las otras dos dimensiones: y aplicamos una Fuerza F lo deformamos en ΔL :



Al aplicar una fuerza F perpendicularmente sobre la cara A en un punto de la misma, debido a las fuerzas de interacción entre las partículas, la influencia se extiende a toda la cara A . Entonces, no sólo interesa el valor de F , sino que también importa sobre qué área está aplicada.



Definimos:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Esfuerzo de tracción [N/m²]

Cuando sobre un cuerpo sólido deformable se le aplica una fuerza F en determinada dirección, se observa experimentalmente que el cuerpo muestra un alargamiento ΔL en dicha dirección. Si el cuerpo tiene originalmente una longitud L , podemos definir:

Deformación
(adimensional)

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

¿Qué relación hay entre $\sigma = \frac{F}{A}$ y $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$?

El cociente entre el esfuerzo de tracción y la deformación en la zona lineal es una constante llamada "Módulo de Young", que mide la "rigidez" del sólido.

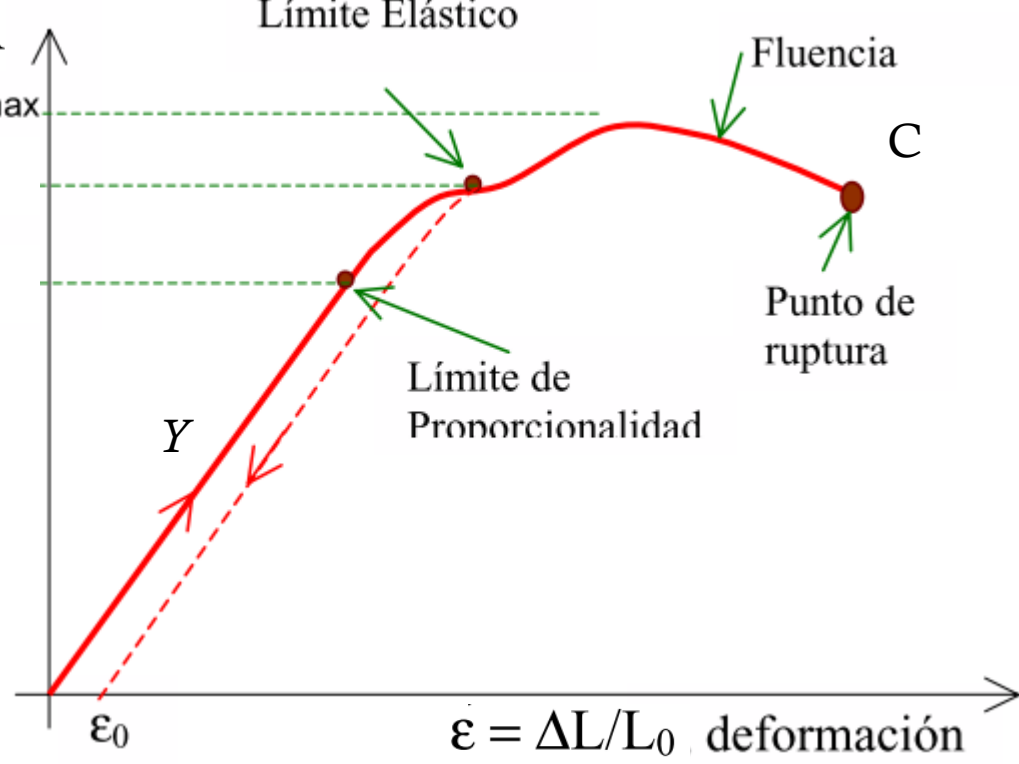
$$Y = \frac{\sigma}{\varepsilon};$$

$$[Y] = \frac{N}{m^2}$$

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{F \cdot L_0}{A \cdot \Delta L}$$

- Depende del **material y de la dirección**
- Mide la **resistencia del sólido a cambiar su longitud**
- Se manifiesta ante **esfuerzos de tensión o compresión**
- Fuerza **perpendicular a la superficie**

$$\sigma = F/A$$



$$Y = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

Y: pendiente de la zona lineal

B: representa la pérdida de elasticidad. El material no recupera la longitud original, queda ϵ_0 remanente.

Zona de fluencia extensa: **ductil**


Zona de fluencia estrecha: **fragil**

Hasta el punto A, $\sigma = F/A$ es proporcional a la deformación ϵ

$$\sigma = Y \epsilon \quad Y = \text{Módulo de Young}$$

$$Y = \frac{\sigma}{\epsilon} \Rightarrow Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} \Rightarrow F = \left\{ Y \frac{A}{L_0} \right\} \Delta L = k \Delta L$$

→ ¡¡Ley de Hooke!!

Si la barra se somete a la acción de fuerzas que tienden a comprimirlo  esfuerzo de compresión

En algunos materiales los módulos de Young de compresión y de tracción coinciden, y en otros, no. Si los esfuerzos de tracción y de compresión son muy grandes la barra se rompe.

El punto en el que se produce la rotura (C) se denomina "resistencia a la tracción", o en el caso de compresión, "resistencia a la compresión"

Material	Y [10^9 N/m ²]	Resis. a tracc. [10^6 N/m ²]	Resis. a comp. [10^6 N/m ²]
acero	200	520	520
cobre	110	230	
hueso	16 (trac.)	200	
hueso	9 (comp.)	---	270

Ejemplo: un cable de acero de 2 m de longitud tiene un área transversal de 0.3 cm². El cable se cuelga por un extremo a una estructura y por el otro extremo se suspende un objeto de 550 kg. Determinar el esfuerzo, la deformación y el alargamiento del cable. *Acero* → $Y = 20.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad \boxed{Y = \frac{\sigma}{\varepsilon}}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{550 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2} = 1.8 \times 10^8 \text{ Pa} \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\sigma}{Y} = \frac{1.8 \times 10^8 \text{ Pa}}{20 \times 10^{10} \text{ Pa}} = 9.0 \times 10^{-4}$$

$$\Delta L = \varepsilon \times L_0 = (9 \times 10^{-4})(2.0 \text{ m}) = 0.0018 \text{ m} = 1.8 \text{ mm}$$

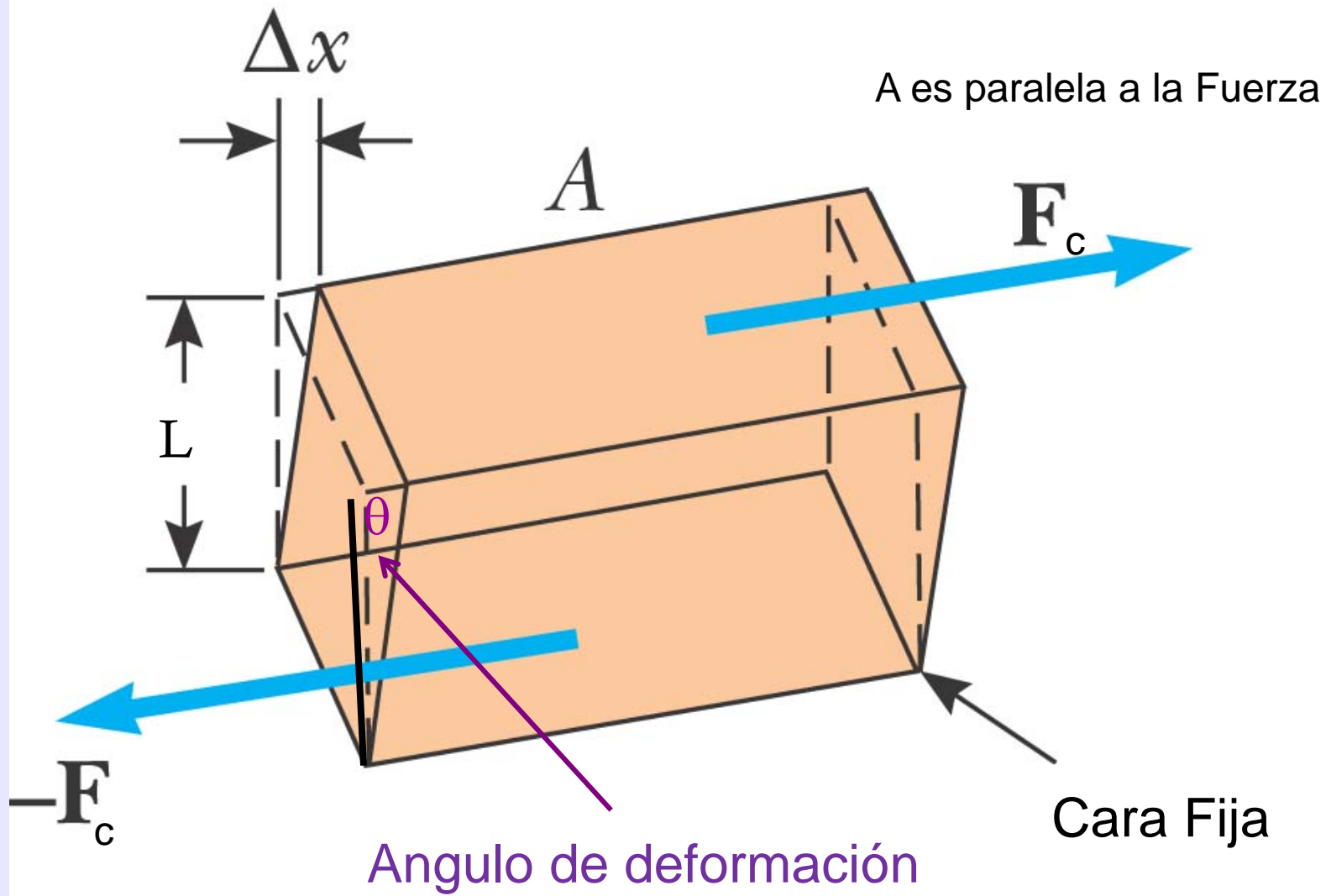
1.8 mm <<< 2.0 m, con 5500 N de carga- El acero es muy “**rigido**”, tiende a deformarse poco

Si la fuerza aplicada es **paralela a la superficie**:
Esfuerzo de corte o cizalladura



Fuerza paralela a la superficie

Esfuerzo de corte



$$\frac{F_c}{A} : \quad \text{Esfuerzo de corte o cizalladura}$$

$$\frac{\Delta x}{L} = \operatorname{tg} \theta = \quad \text{deformación de corte o cizalladura}$$

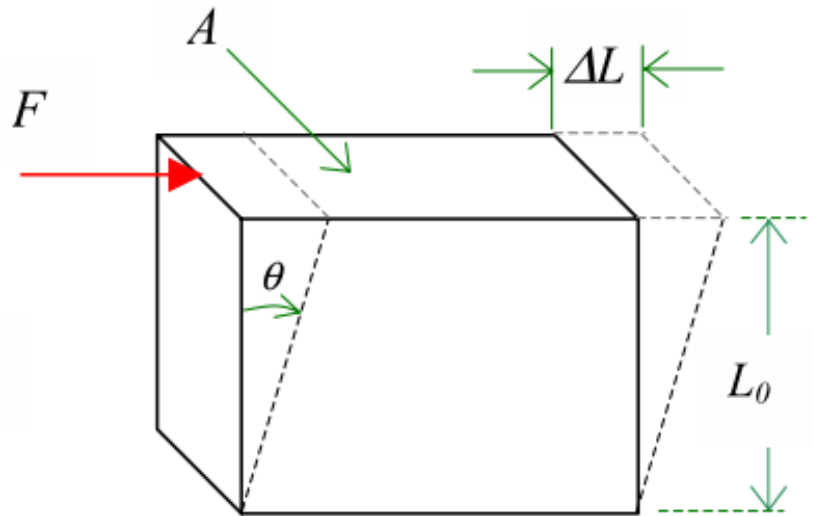
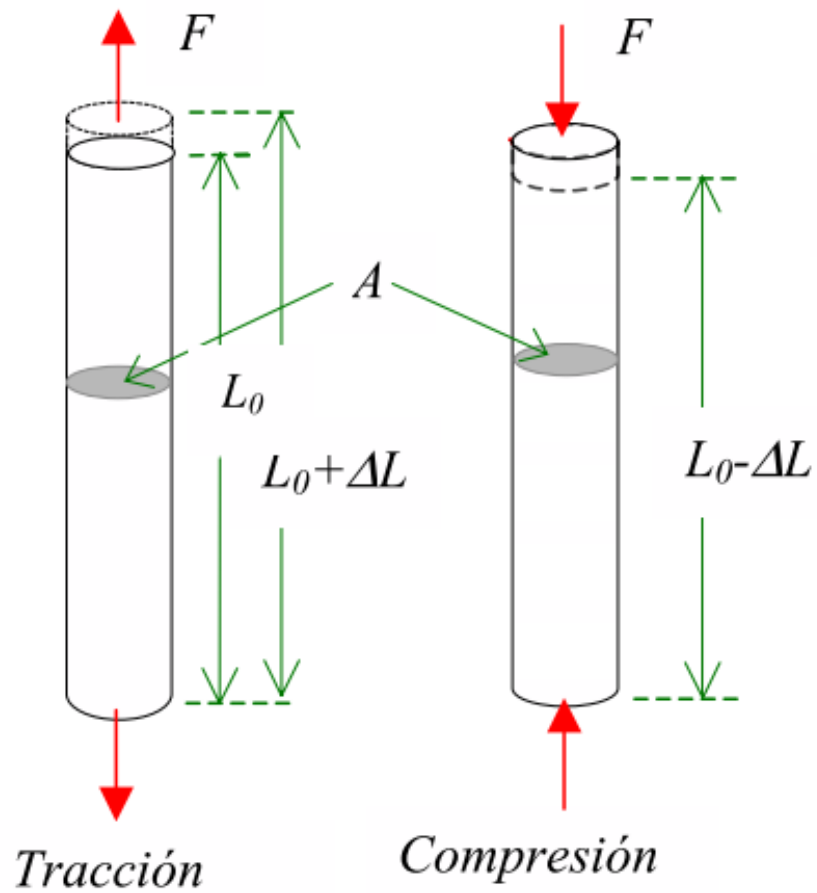


$$M_c = \frac{F_c / A}{\Delta x / L} = \frac{F_c / A}{\operatorname{tg} \theta}$$



Módulo de cizalladura o corte

El módulo de corte mide la resistencia del material o cuerpo a una deformación de cizalladura al aplicar un esfuerzo de corte dado.

Resumiendo



Corte o cizalladura

Existen algunos materiales que presentan una resistencia casi nula a un esfuerzo de corte, es decir, se deforman completamente ($\theta = 90^\circ$) ante un esfuerzo de corte  
Esto significa que $M_c \cong 0$.

Tales materiales se llaman fluidos.

Fluidos  $M_c = 0$

ii Las únicas fuerzas que existen en un fluido son siempre perpendiculares a sus caras!!.

Sistema de gran número de partículas  $\rho = \frac{m}{V} = \textit{densidad}$

La ***densidad*** ρ de una sustancia dada representa la masa que le corresponde a un volumen unidad de dicha sustancia.

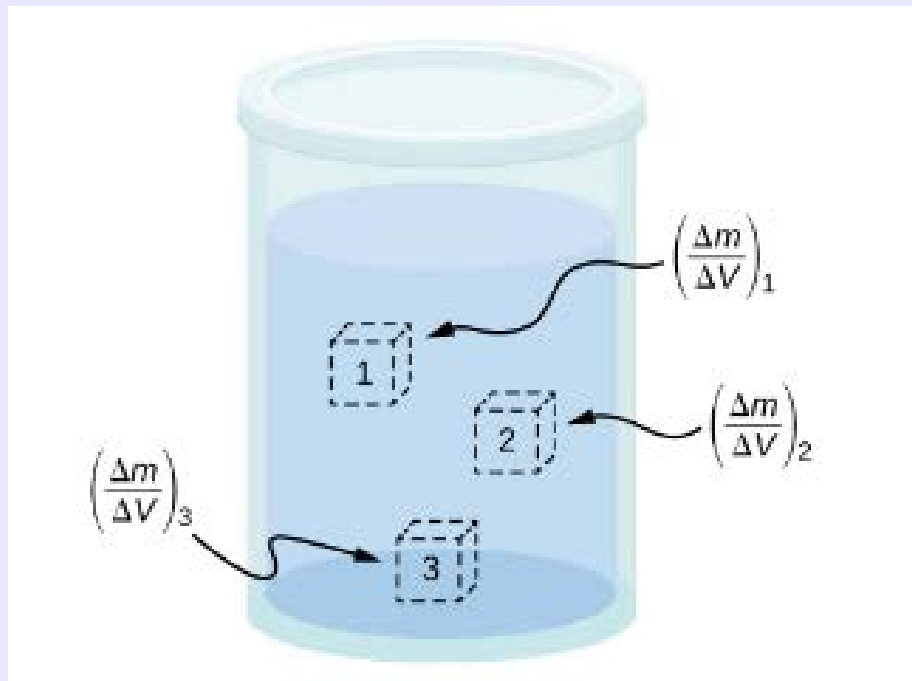
Su unidad en el SI es el ***[kg/ m³]***

Depende solamente del tipo de material del que está constituido un material y no de su forma ni su tamaño.

Si el material es *homogéneo* en cualquier porción del mismo la *densidad será la misma* →

La densidad es una *propiedad intensiva* característica de cada sustancia. (Depende de la temperatura)

Si hubiera un *gradiente de temperatura* en el material, la densidad sería diferente en zonas frías o calientes. En los sólidos y líquidos las variaciones son menores que en los gases, pero también varía la densidad con la temperatura



Sustancia	$\rho(\text{kg/m}^3)$
Hielo (0°C)	9.17×10^2
Agua (0°C)	9.998×10^3
Agua (4°C)	1.000×10^3
Agua (20°C)	9.982×10^2
Agua (100°C)	9.584×10^2
Vapor (100 ° C, 101.3 kPa)	1.670×10^2
Agua de mar (0 ° C)	1.030×10^3

Densidades del agua

Para comparar densidades se suele utilizar la *gravedad específica*.

La gravedad específica se define como la relación de la densidad del material a la densidad del agua a 4.0 °C y una atmósfera de presión, que es 1000 kg /m³:

$$\text{Gravedad específica} = \frac{\text{Densidad del material}}{\text{Densidad del agua}}$$

La comparación usa agua porque la densidad del agua es de 1 g/cm³ a 4°C. La gravedad específica, al no tener dimensiones, proporciona una comparación fácil entre los materiales sin tener que preocuparse por la unidad de densidad.

Por ejemplo, la densidad del aluminio es 2.7 en g/cm³ (2.700 en kg / m³), pero su gravedad específica es 2.7, independientemente de la unidad de densidad.

Presión.

La presión es una *magnitud escalar* definida como la relación entre el módulo de una *fuerza normal a una superficie* y el *área de la misma*. Se cumple, para fuerzas normales. Si la fuerza no es normal a la superficie solo la componente normal produce presión:

$$P = \frac{F}{A}$$

Las unidades de presión:

$$[P] = [F] / [A] = \text{Newton} / \text{m}^2 = \text{Pascal} = \text{Pa}$$

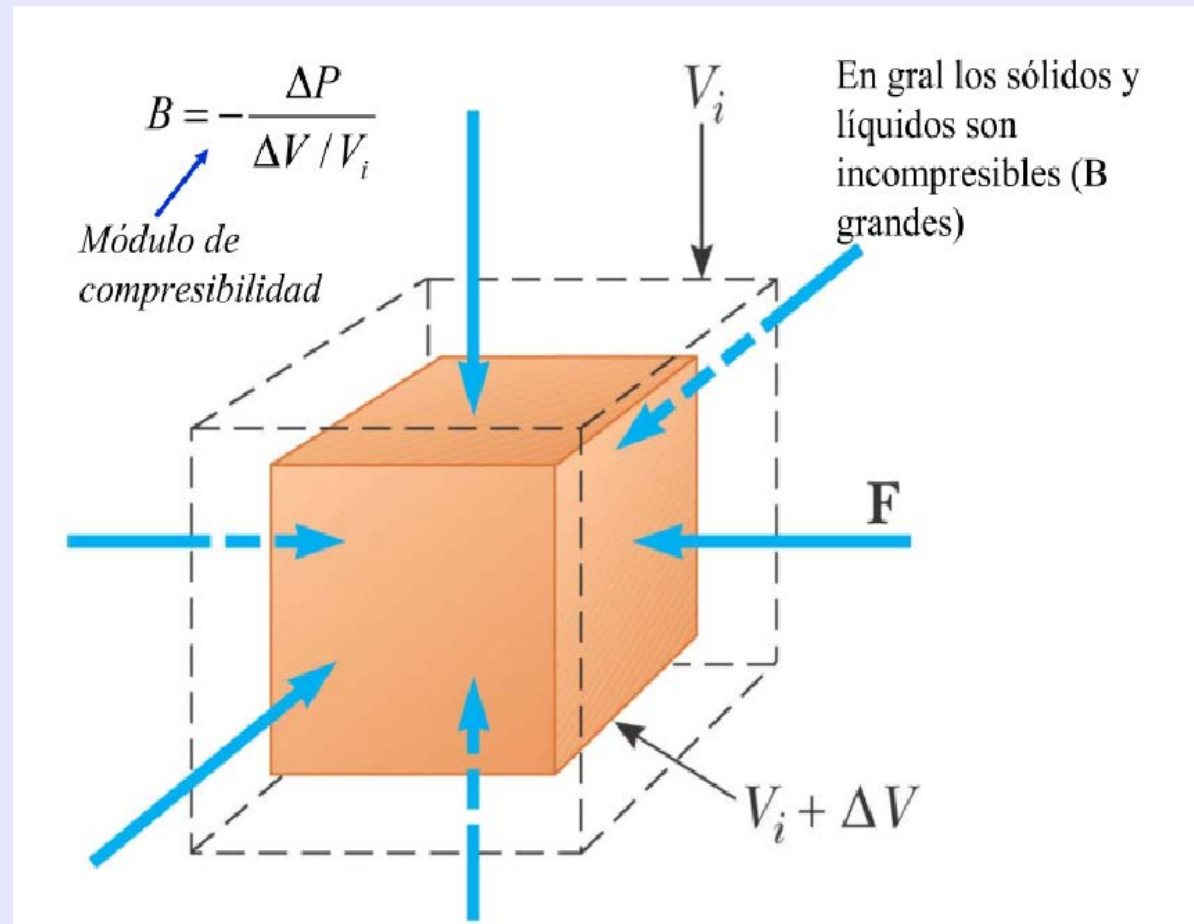
La presión del fluido no tiene dirección, siendo una cantidad escalar, mientras que las fuerzas debidas a la presión tienen direcciones bien definidas: *Se ejercen siempre perpendicularmente a cualquier superficie*, pues los fluidos no pueden soportar o ejercer fuerzas de cizallamiento. En un *fluido estático encerrado en un tanque*, la fuerza ejercida sobre las paredes del tanque se *ejerce perpendicularmente a la superficie interior* y, la presión se ejerce *perpendicularmente a las superficies de cualquier objeto dentro del fluido*

Módulo de elasticidad volumétrica o compresibilidad

resistencia del material a cambiar su volumen bajo la acción de una fuerza uniforme aplicada sobre toda su superficie y perpendicular a la misma en todo punto.

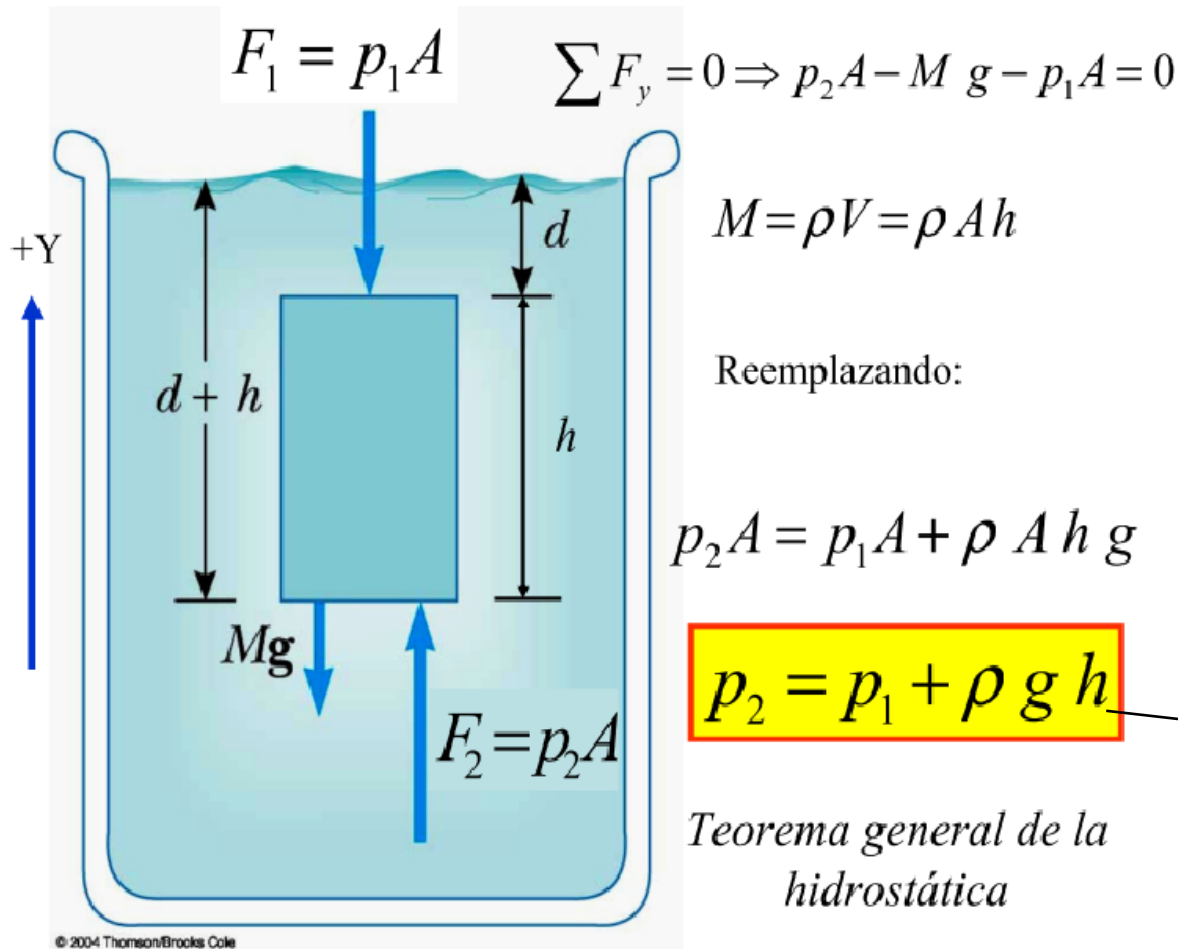
$$B = \frac{F/A}{\Delta V/V}$$

El *módulo de Young* y el *modulo de compresibilidad* lo retomaremos en *Ondas mecánicas*



Teorema general de la hidrostática

Tomemos una porción prismática de altura h en el seno del líquido, que está en equilibrio (sin aceleración)

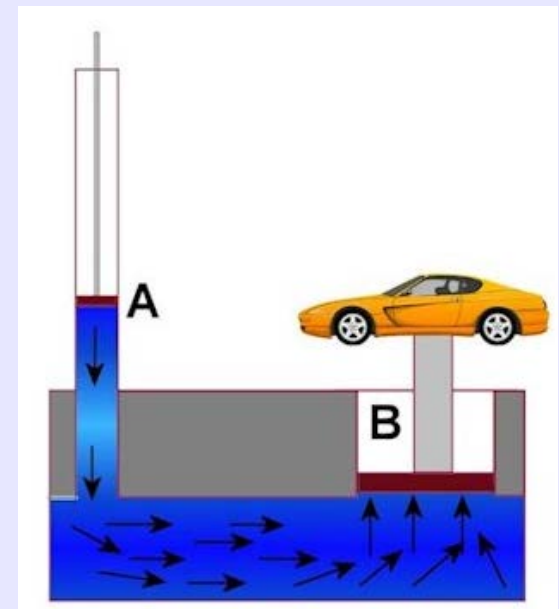
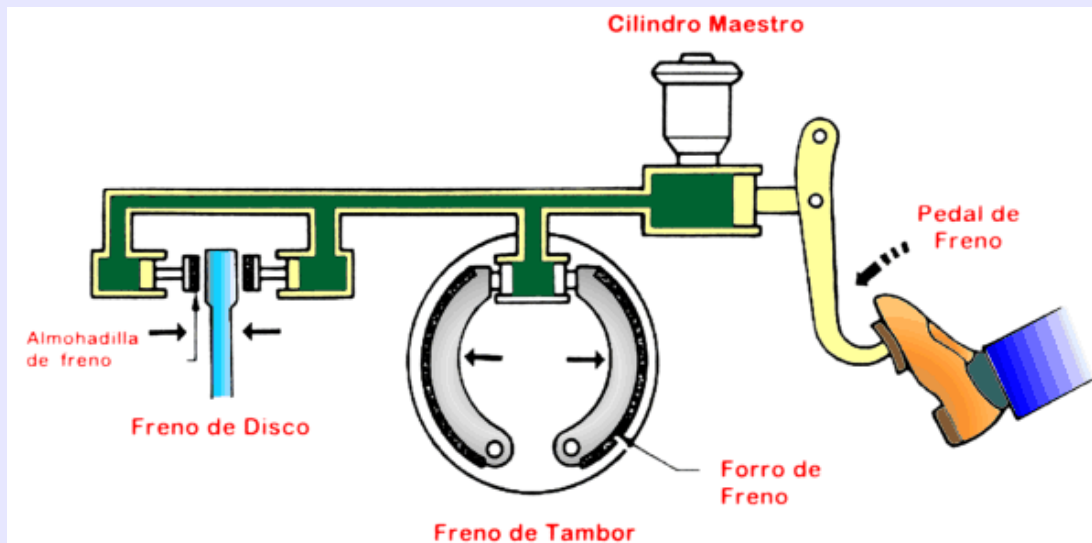
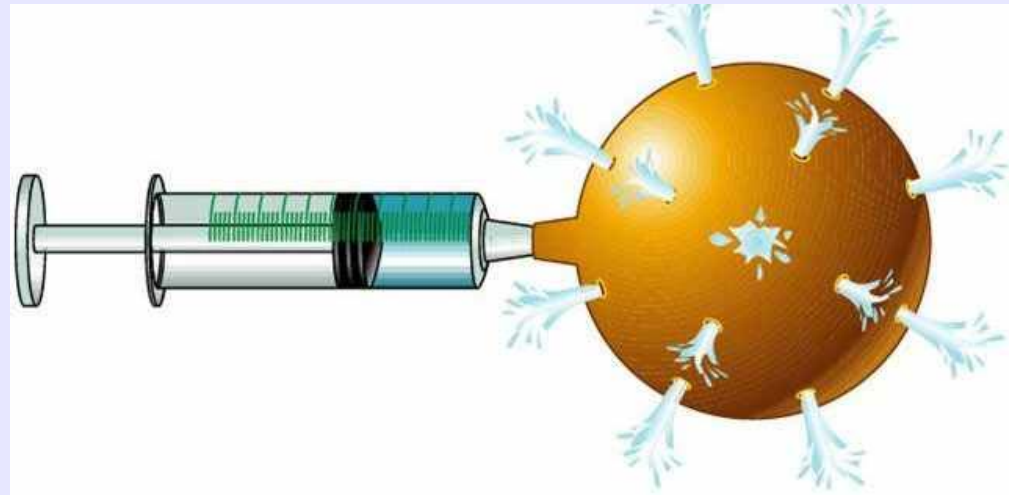
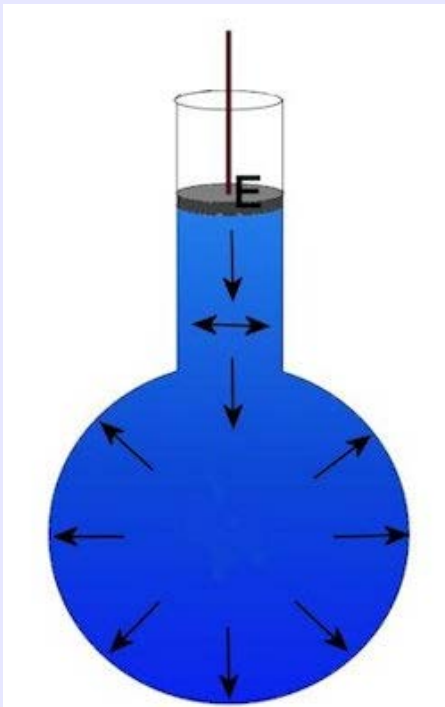


$\rho \cdot g \cdot h$ da cuenta del peso de la columna de fluido sobre la superficie A_2

Consecuencias del Teorema:

- *La presión aumenta con la profundidad desde la superficie*
- *Todos los puntos a la misma profundidad tiene la misma presión independientemente de la forma*
- *Un aumento en p_1 provoca un aumento de la presión en todo los puntos del fluido: Principio de Pascal*
- *Principio de Pascal*: “la presión aplicada sobre un fluido encerrado se transmite por igual a todos los puntos del mismo y a las paredes del recipiente que lo contiene”.

Principio de Pascal

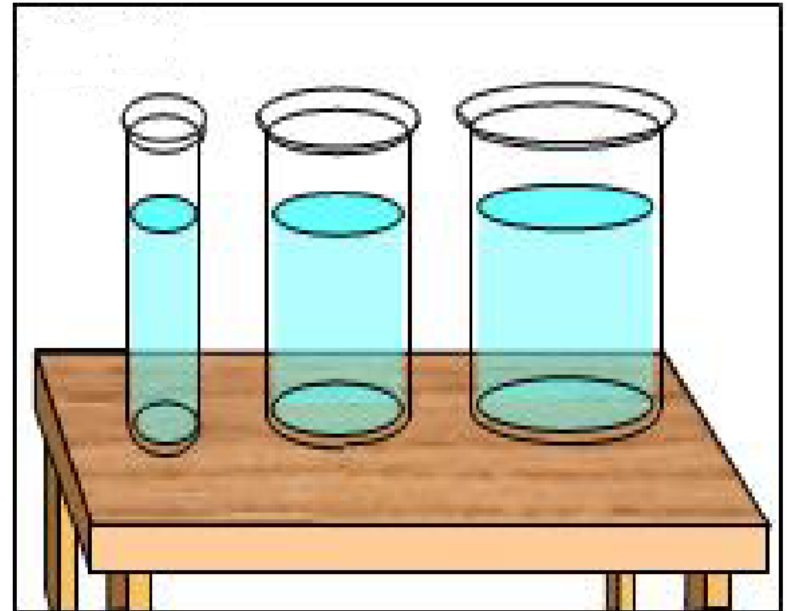
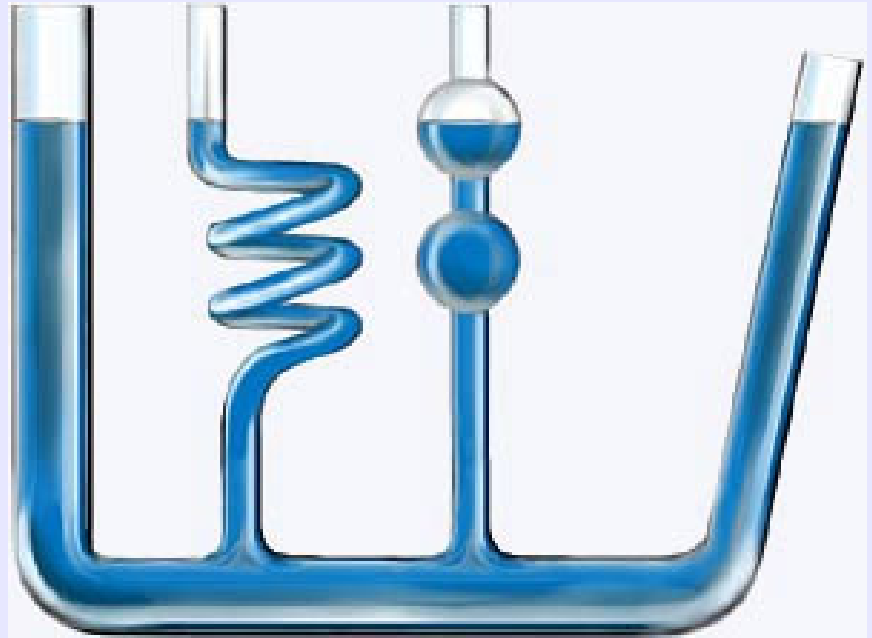


Vasos comunicantes

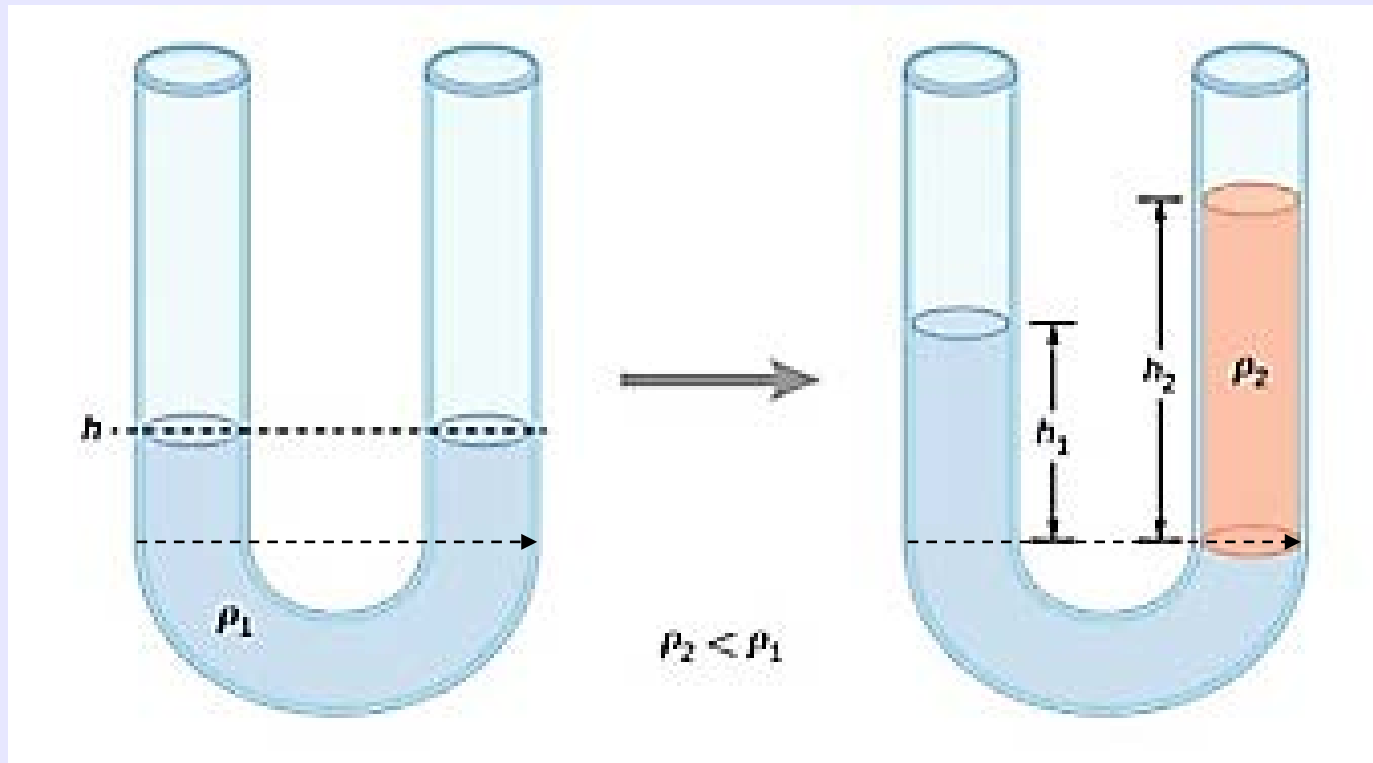
En la superficie libre la presión es la atmosférica

Todos los puntos a la misma profundidad tienen la misma presión. Se igualan las superficies **si tenemos el mismo líquido**

https://phet.colorado.edu/sims/html/under-pressure/latest/under-pressure_es.html



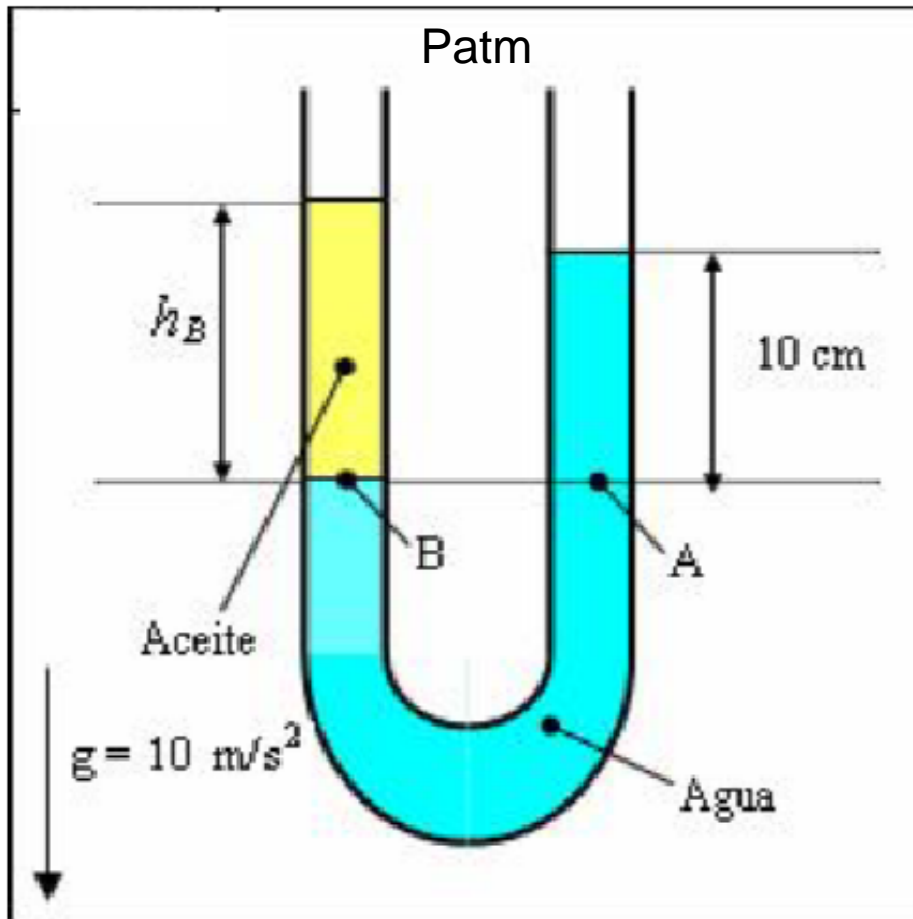
Si ponemos 2 líquidos de diferente densidad



Todos los puntos a la misma profundidad tienen la misma presión,
dentro del mismo líquido

Elijo la superficie de contacto para igualar presiones

Ej: Si en un tubo o manguera con forma de U colocamos agua, esta alcanzará en ambos brazos la misma altura cuando se establezca el equilibrio, es decir, hasta que en cada brazo las presiones sean iguales. Pero si colocamos aceite en uno de los brazos, veremos que el sistema queda como se ilustra en la figura. Si la altura del agua sobre A es 10 cm. ¿Cuál será la altura sobre B?



La densidad del agua es 1 g/cm^3 y la del aceite es $0,98 \text{ g/cm}^3$,

$$P_B = P_A \quad \text{por TGH}$$

$$P_{atm} + \rho_{ac} \cdot g \cdot h_B = P_{atm} + \rho_{ag} \cdot g \cdot h_A$$

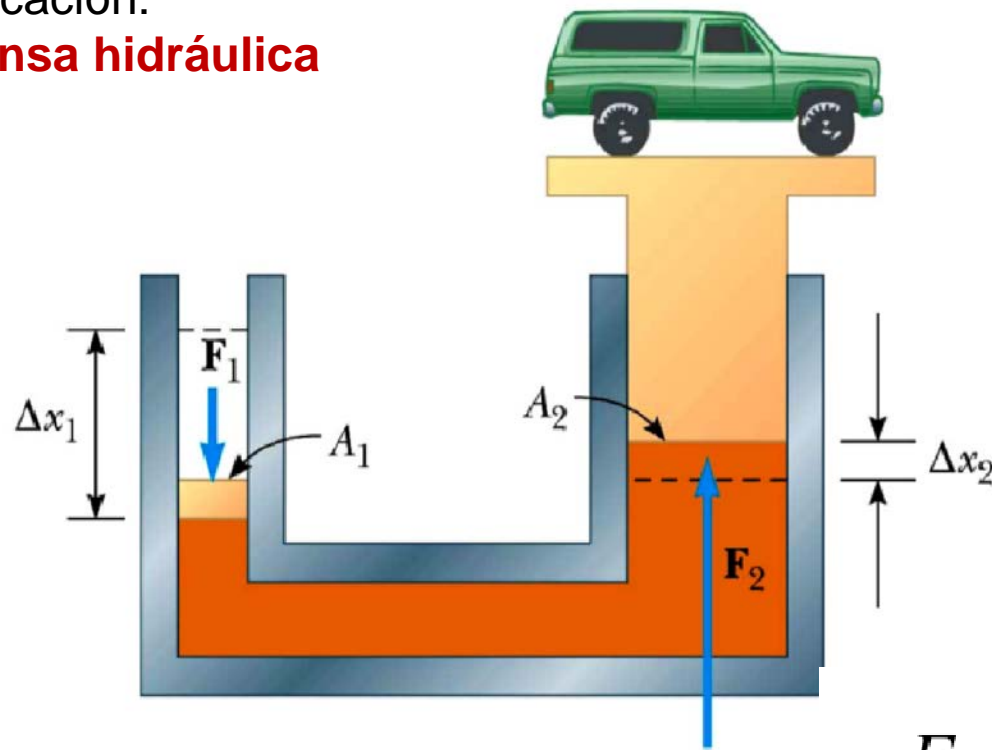
$$\rho_{ac} \cdot h_B = \rho_{ag} \cdot h_A$$

$$h_B = h_A \left(\rho_{ag} / \rho_{ac} \right)$$

$$\text{Rta: } h_B: 10.2 \text{ cm}$$

Aplicación:

Prensa hidráulica



Aplicamos Pascal, para un líquido confinado.

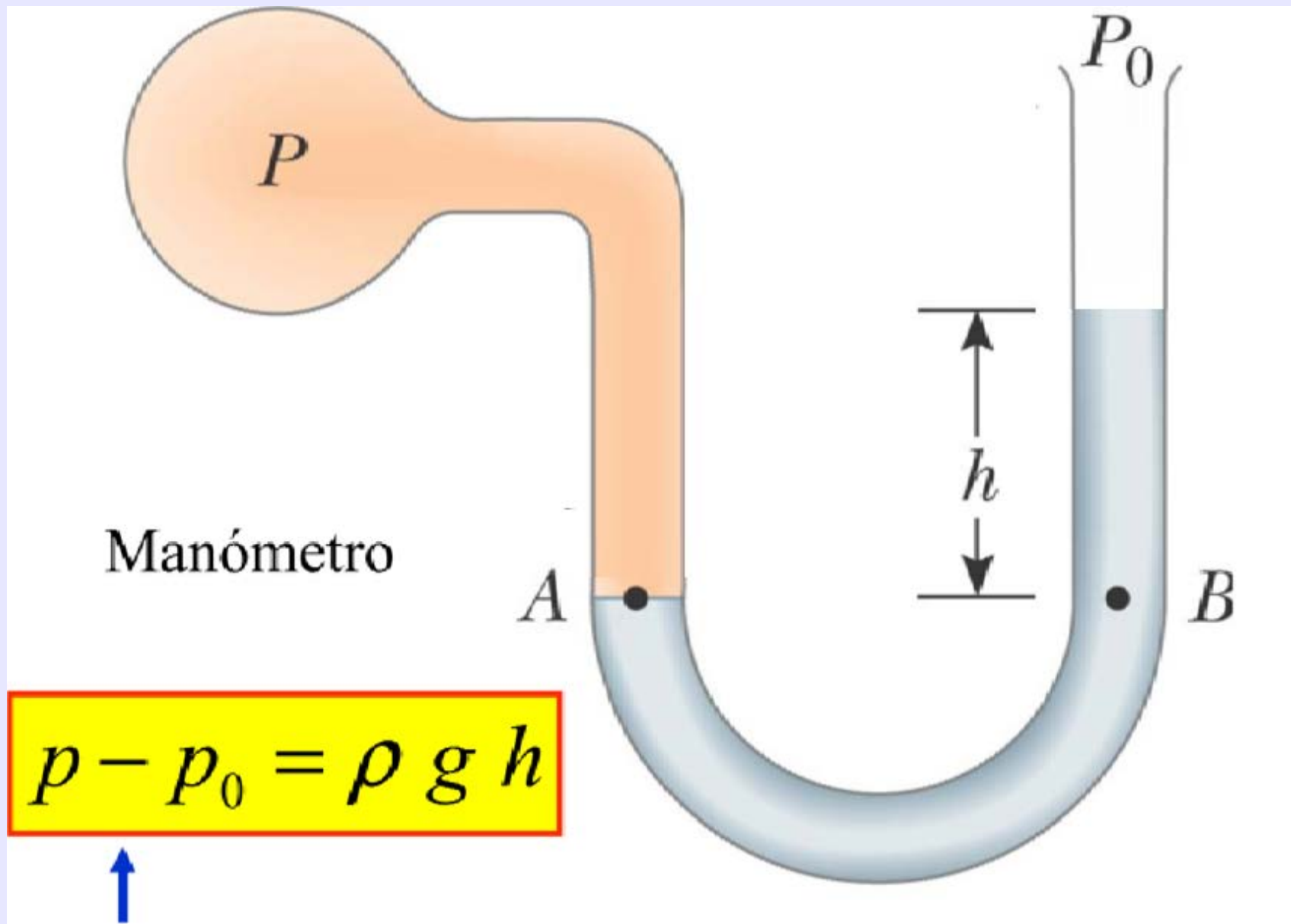
Suponemos que ambas alturas son equivalentes.

Para levantar un auto de 1000N hay que hacer una fuerza de 10 N

$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} \quad \Rightarrow \quad F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

$$A_2 > A_1 \Rightarrow F_2 > F_1$$

$$\frac{A_2}{A_1} = 100 \Rightarrow F_2 = 100 F_1$$

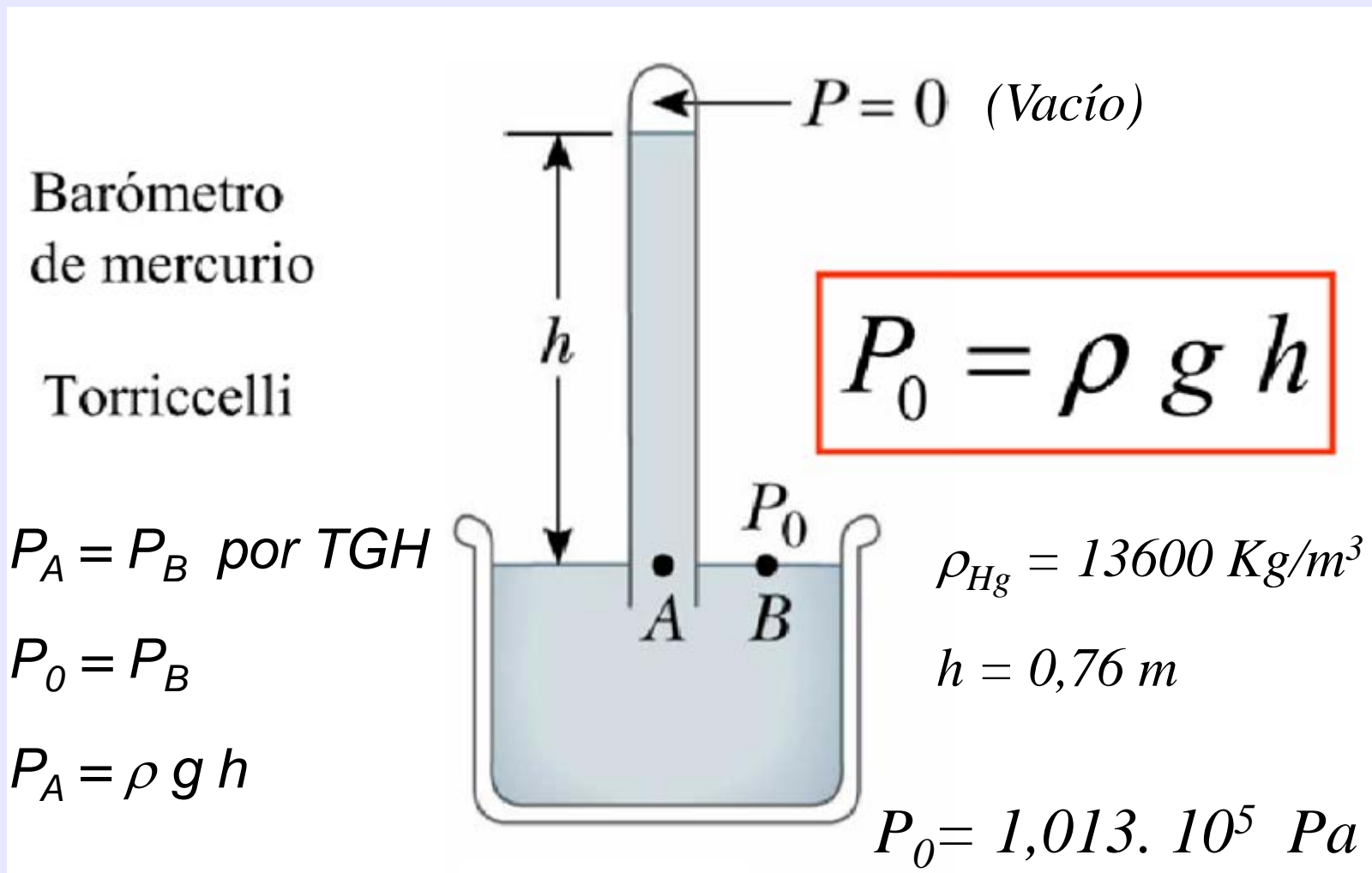


$$p - p_0 = \rho g h$$



Presión manométrica del gas

Mide la sobrepresión respecto a la atmosférica



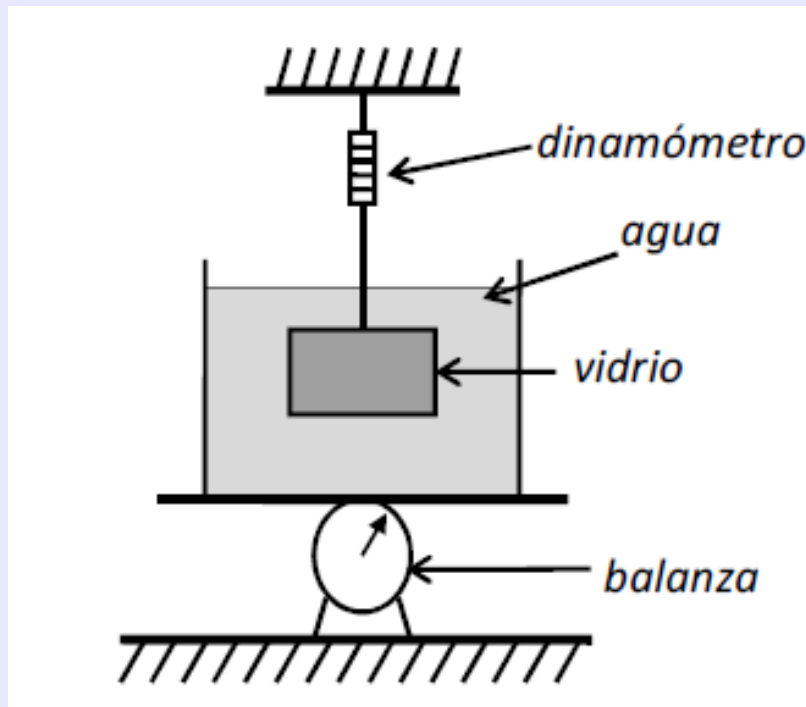
Los manómetros miden la diferencia entre la presión de un fluido y la presión atmosférica local.

Los barómetros miden la presión atmosférica absoluta, es decir la fuerza por unidad de superficie ejercida por el peso de la atmósfera.

Equivalencias de unidades de presión

1 Pa	1 N/m²
1 bar	10⁵ Pa
1 atm	1,013 · 10⁵ Pa
1 atm	760 mm Hg

mm Hg = Torr

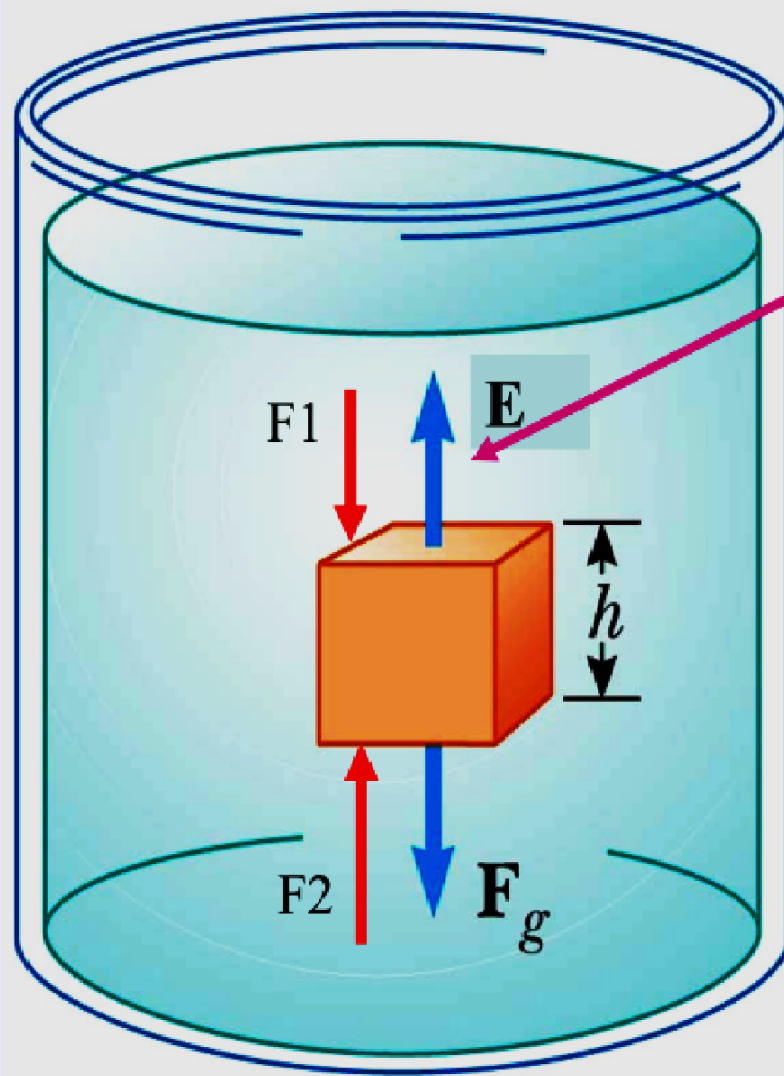


1- Analizar las medidas de la balanza y del dinamómetro en función de la masa del cuerpo.

2- Si sacamos el cuerpo del agua ¿cual es la medida de la balanza?. ¿Y del dinamómetro?

3- ¿Y si colocamos el cuerpo en el piso del recipiente en vez de suspenderlo?

https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/materiales_didacticos/Fisica_II/interactivos/fluidos/Arquimedes2/index.html



Principio de Arquímedes

$E = \text{empuje}$

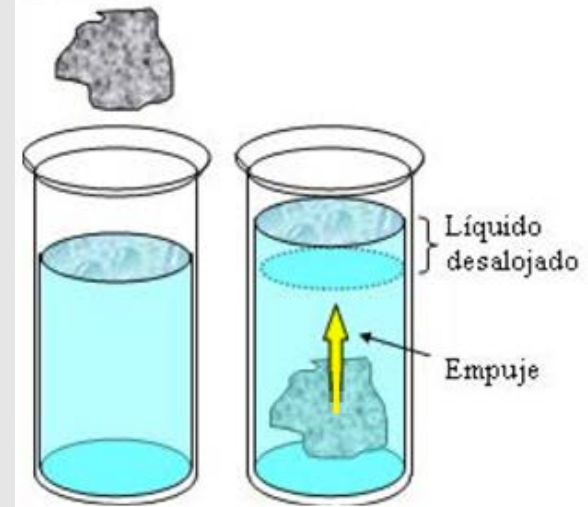
$$E = F_2 - F_1 =$$

$$= p_2 A - p_1 A$$

$$E = \rho_{\text{liq}} g V_{\text{sum}}$$

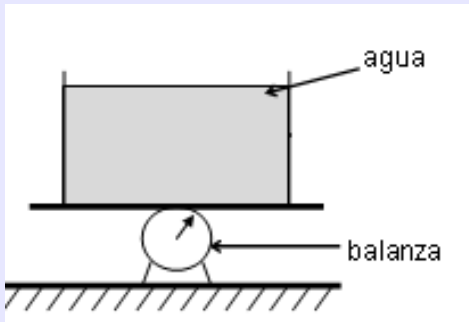
CUIDADO!!!

Recordar: el empuje no es una fuerza más, sino que surge como la diferencia de fuerzas que hay en las caras inferior y superior.



Punto de aplicación del Empuje: centro geométrico del líquido desplazado: Centro de flotación

“Todo cuerpo totalmente sumergido en un líquido, recibe un empuje en dirección vertical y con sentido hacia arriba, igual a lo que pesa el volumen del líquido desalojado por el cuerpo”.



SF: Recipiente + líquido como un todo, lo modelo como partícula, está en reposo y en equilibrio

Para aplicar la 1ra Ley de Newton elijo Sistema de Referencia Inercial: Tierra

Aproximaciones y suposiciones: $g = \text{cte}$, en vacío.

Los agentes externos son: - La Balanza (B)

- La Tierra (P_{tot})

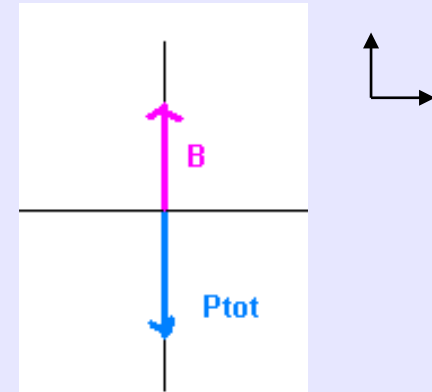
Por la 3ra Ley reconozco las reacciones ubicadas en los agentes externos correspondientes: (P_{tot}' , B')

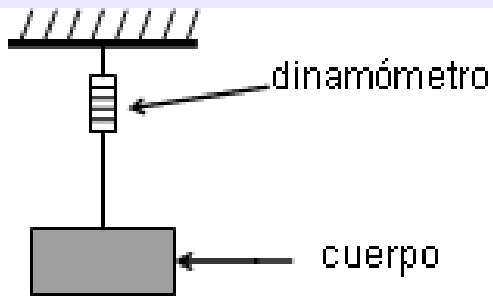
Diagrama de Cuerpo Libre: Elegimos un sistema de coordenadas

Al aplicar la 2da ley de Newton en la componente y:

$\sum F_y = B - P_{\text{tot}} = 0$ y por 3ª ley $|B| = |B'|$ que es la medida de la balanza

$\Rightarrow B' = P_{\text{tot}}$ (agua mas recipiente)





SFE: Cuerpo colgando, lo modelo como partícula, está en reposo y en equilibrio

Para aplicar la 1ra Ley de Newton elijo Sistema de Referencia Inercial: Tierra

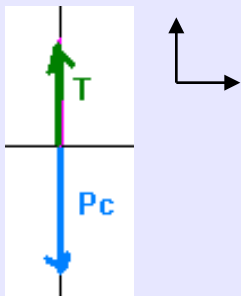
Aproximaciones y suposiciones: $g = \text{cte}$, en vacío.

Los agentes externos son: - El dinamómetro (T)
- La Tierra (P_c)

Por la 3ra Ley reconozco las reacciones ubicadas en los agentes externos correspondientes: (P_c' , T')

Diagrama de Cuerpo Libre:

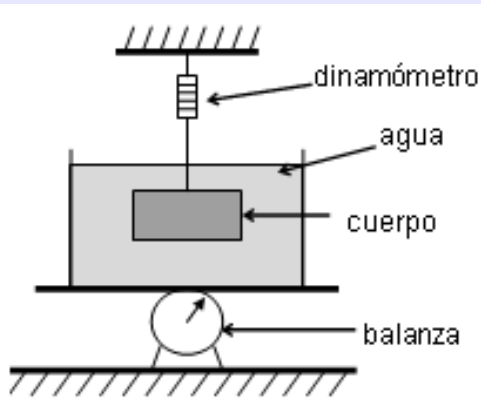
Elegimos un sistema de coordenadas



Al aplicar la 2da ley de Newton según la componente y:

$\sum F_y = T - P_c = 0$ y por 3ª ley $|T| = |T'|$ que es la medida del dinamómetro

$\Rightarrow T' = P_c$ (Cuerpo)



SFE: Cuerpo y el recipiente con agua pero los analizo por separado.

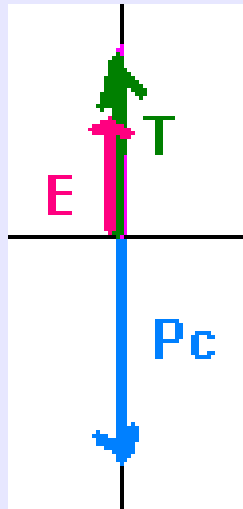
Sistema de Referencia, aproximaciones y suposiciones idem.

Los agentes externos son:

- El dinamómetro (T)
- La Tierra (Pc)
- El agua (Empuje)

Las reacciones ubicadas en los agentes externos correspondientes: (Pc', T' y E')

DCL el cuerpo



Al aplicar la 2da ley de Newton en la componente y:

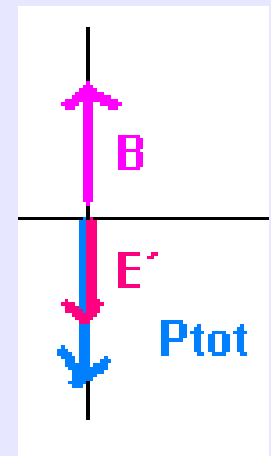
$$\sum F_y = T + E - P_c = 0 \quad \text{y por 3ª ley } |T| = |T'| \quad \text{y } |E| = |E'|$$

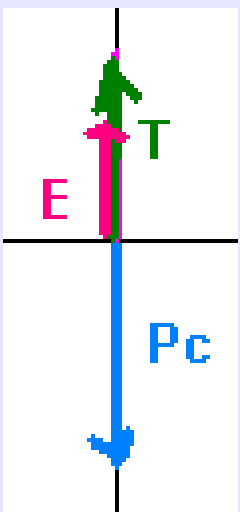
=> **$T' = P_c - E$** que es lo que marca el dinamómetro ahora y es menor que la medida cuando no esta sumergido

Ahora, analizo el fluido.

Los agentes externos son:

- La Balanza (B)
- La Tierra (P_{tot})
- El cuerpo sumergido (E')

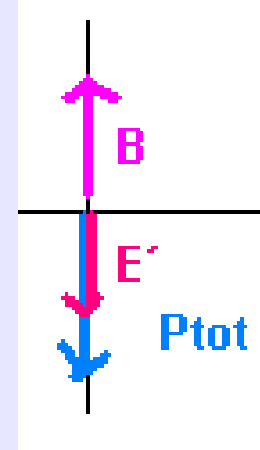




Al aplicar la 2da ley de Newton en la componente y:

$$\sum F_y = B - E' - P_{\text{tot}} = 0$$

y por 3ª ley $|B| = |B'|$ y $|E| = |E'|$

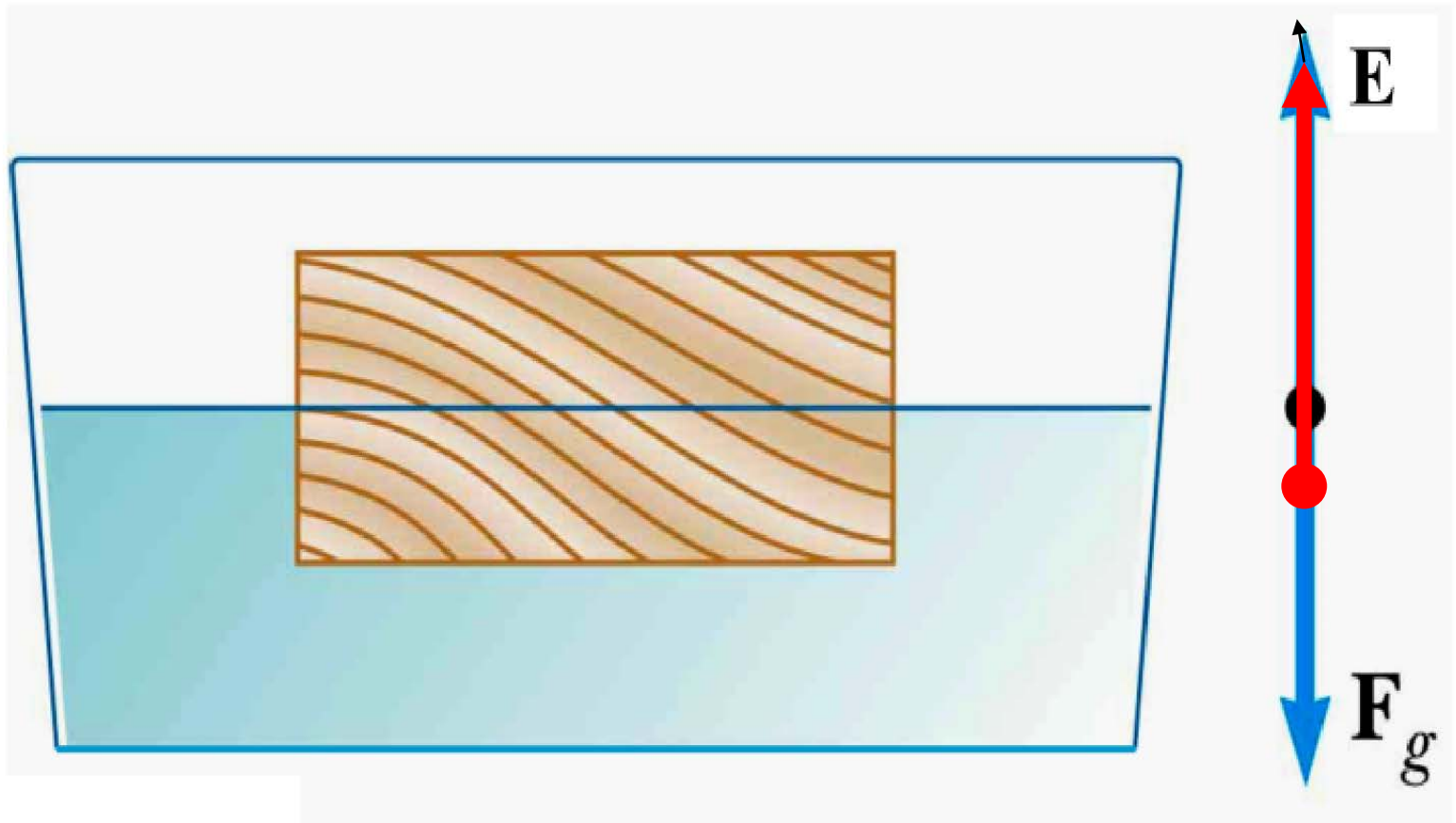


$\Rightarrow B' = P_{\text{tot}} + E$ que es lo que marca la balanza y es mayor que cuando el cuerpo no esta sumergido.

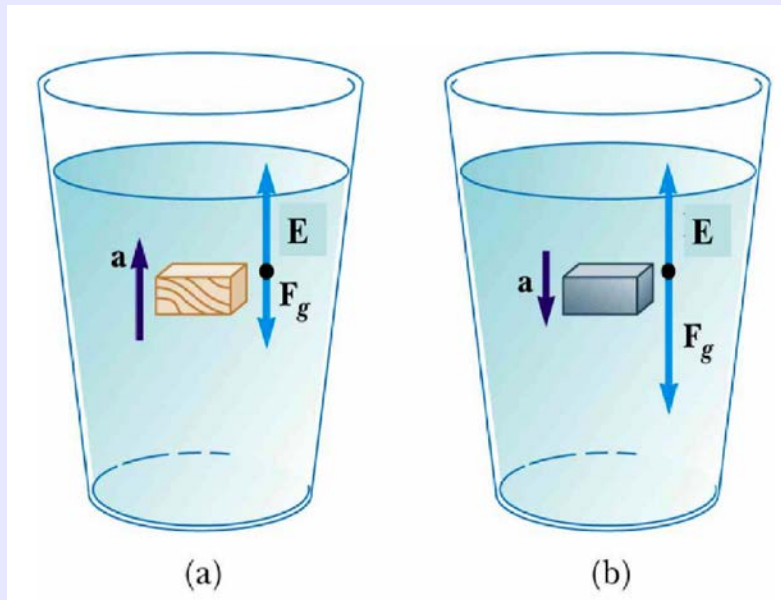
El valor del Empuje se obtiene de la medida del dinamómetro T' y del peso del cuerpo (medida del dinamómetro sin sumergir)

$$E = P_c - T'$$

Flotación



¿Flota o se hunde?



$$F_g = \text{Peso}$$

Con el volumen total sumergido

$$V_{\text{cuerpo}} = V_{\text{liq desplazado}}$$

$$P = m_c g = \delta_c \cdot \text{Vol} \cdot g$$

$$E = m_{\text{liq}} \cdot g = \delta_{\text{liq}} \cdot \text{Vol} \cdot g$$

(a) Si $E > F_g$ El cuerpo sube y emerge parcialmente hasta que se equilibra y $E = F_g$

(b) Si $E < F_g$ El cuerpo se hunde

Si $E = F_g$ El cuerpo permanece en equilibrio en el seno del líquido.

$$E - P = \delta_{\text{liq}} \cdot \text{Vol} \cdot g - \delta_c \cdot \text{Vol} \cdot g = m_c \cdot a = \delta_c \cdot \text{Vol} \cdot a$$

$$\delta_{\text{liq}} \cdot g - \delta_c \cdot g = \delta_c \cdot a$$

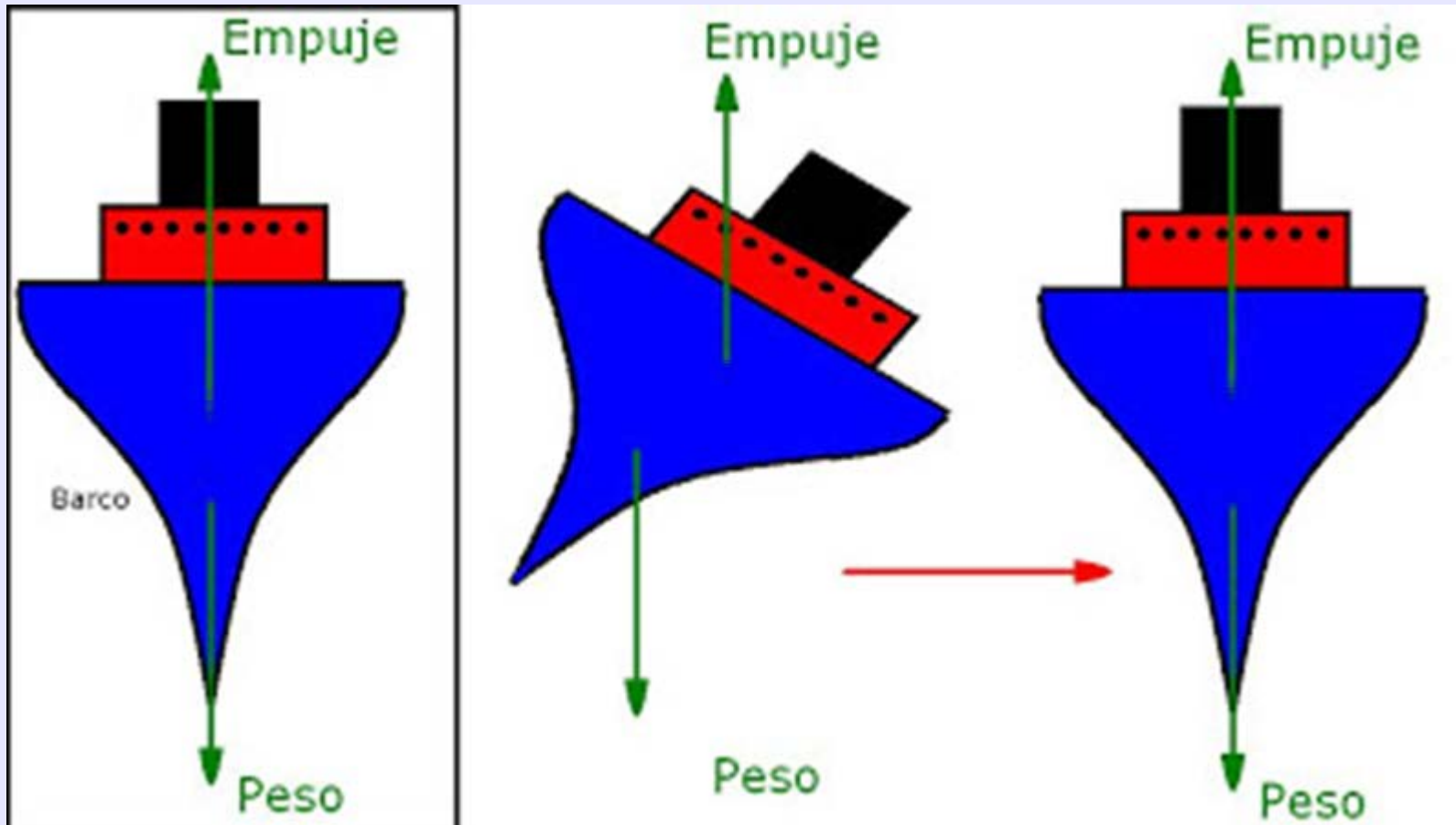
$$\delta_{\text{liq}} - \delta_c = \delta_c \cdot a/g$$

Si $\delta_{\text{liq}} > \delta_c$ $a > 0$ sube

Si $\delta_{\text{liq}} < \delta_c$ $a < 0$ se hunde

Si $\delta_{\text{liq}} = \delta_c$ $a = 0$ esta en equilibrio

Equilibrio en Flotación

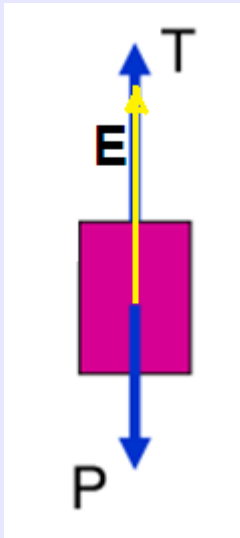


Ejemplo: Una estatua de oro sólido de 15 kg de peso está siendo levantada de un barco hundido. ¿Qué tensión hay en el cable de la grúa cuando la estatua está en reposo, a) totalmente sumergida, b) fuera del agua? $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$; $\rho_{\text{aire}} = 1.2 \text{ kg} / \text{m}^3$

$$\text{a) } \sum F_y = 0 = T + E - mg \quad m \cdot g = 147 \text{ N}$$

$$E = \rho_{\text{liq}} g V_{\text{sum}}; V_{\text{sum}} = \frac{m_{\text{oro}}}{\rho_{\text{oro}}} \Rightarrow T = mg - E = 139 \text{ N}$$

$$E = \rho_{\text{liq}} g \frac{m_{\text{oro}}}{\rho_{\text{oro}}} = 7.6 \text{ N}$$



El aire también es un fluido y ejerce empuje

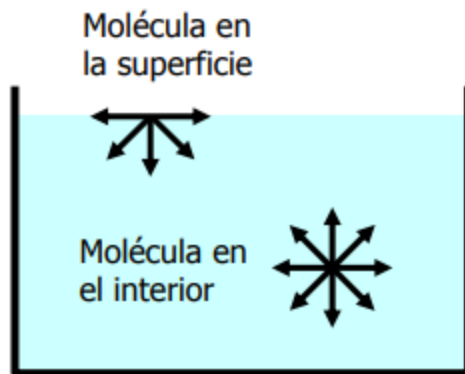
$$\text{b) } \sum F_y = 0 = T + E - mg$$

$$E = \rho_{\text{aire}} g V_{\text{sum}} = 9 \times 10^{-3} \text{ N} \Rightarrow T = mg - E \cong 147 \text{ N}$$

Tensión superficial

Los líquidos tienen un **volumen fijo**. Sin embargo, **su forma varía** (cambia el área de la superficie que los envuelve): **se adaptan al recipiente** (ocupando la zona más baja por gravedad) **dejando una *superficie libre*** (no totalmente plana) o **adoptan formas especiales: gotas, pompas y burbujas**.

Las **fuerzas superficiales** (***cohesión***: líquido-líquido, ***adhesión***: líquido-sólido) son responsables de **muchos fenómenos con interés biológico**, basadas en los conceptos de **tensión superficial** y **capilaridad**.



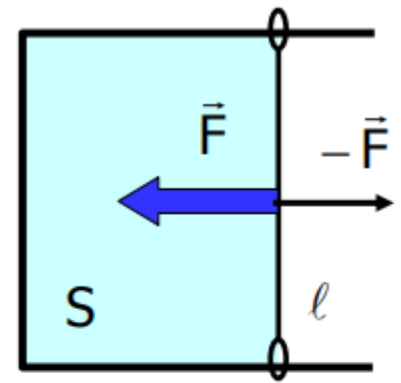
Cada molécula de un líquido está rodeada por otras: la atracción en todas direcciones se compensa en cada punto, **excepto en la superficie**, donde la resultante es una atracción neta hacia el interior.

El líquido tiende a cohesionarse (no dispersarse) y a **minimizar su superficie** (formar gotas).

La **superficie** se comporta **como una película** que ofrece resistencia a su deformación y por tanto a romperse.

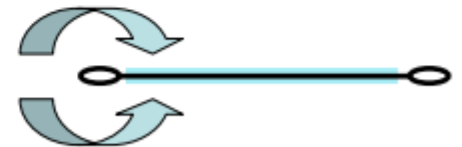
Para cuantificar esta *fuerza de cohesión* consideremos una estructura de alambre con un lado deslizante, en la que se coloca una capa de líquido.

El líquido tratará de minimizar la superficie S ejerciendo una fuerza F sobre el lado deslizante, que podemos medir. Se observa que:



$$F = 2\gamma \ell \quad \text{donde } \gamma \text{ es la tensión superficial.}$$

- γ es una *propiedad del líquido*.
- F *depende de* ℓ (longitud del cable deslizante) pero *no de la superficie* S (a diferencia de una membrana elástica).
- Se introduce *un factor 2* porque *hay dos superficies* (por ejemplo un líquido en un plato tiene sólo una).

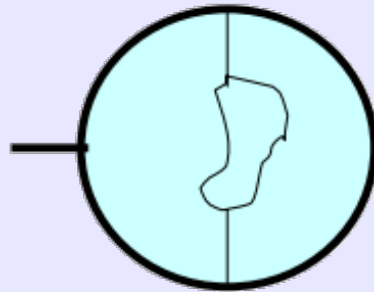


La *tensión superficial* γ es la *fuerza por unidad de longitud que ejerce una superficie* de un líquido sobre una línea cualquiera situada sobre ella (borde de sujeción).

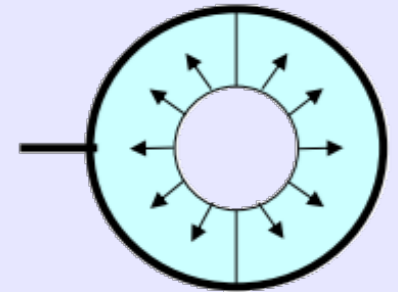
La fuerza debida a la tensión superficial es perpendicular a la línea y tangente a la superficie.

Esto puede verse cuando se introducen un anillo de alambre y un hilo en forma de bucle en una disolución jabonosa y a continuación se sacan:

Se forma una película sobre la que flota el hilo:

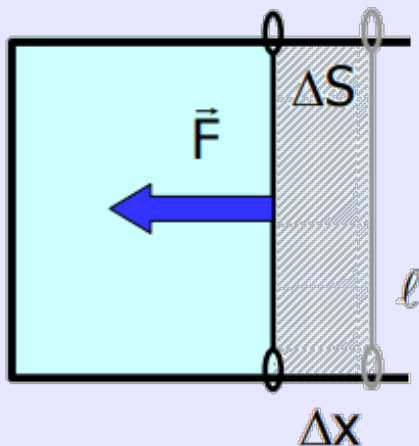


Al pinchar el interior del bucle el hilo forma un círculo perfecto:



La tensión superficial γ también es la energía por unidad de área que se necesita para aumentar una superficie:

$$W = F \Delta x = 2\gamma \ell \Delta x = 2\gamma \Delta S$$



Como la formación de una superficie requiere energía, los líquidos minimizan su área expuesta respecto al entorno que les rodea. De ahí que las superficies de los lagos, el mar, etc. en calma sean planas y los líquidos al caer tiendan a formar volúmenes esféricos (gotas).

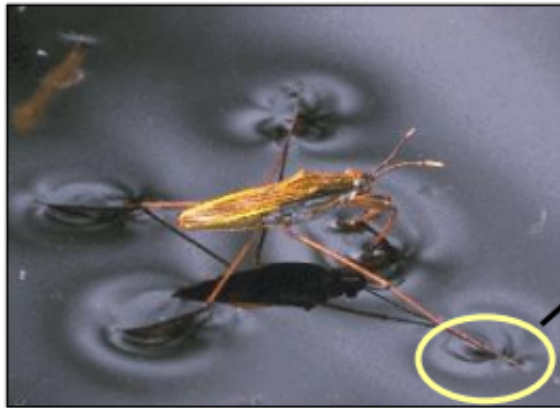
Tabla de coeficientes γ
(unidades SI: N/m ó J/m²)

- para una sustancia disminuyen al aumentar la temperatura.
- el del agua es mayor que en la mayoría de los líquidos (permite que los insectos se posen encima)

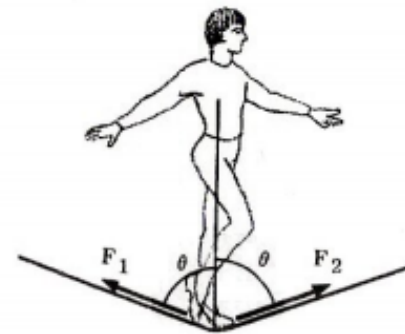
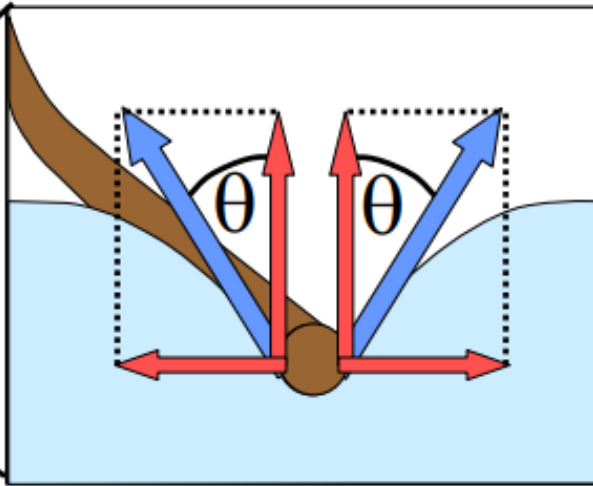
Líquido	T (°C)	γ (N/m)
Helio	-270	0.0002
Hidrógeno	-255	0.002
Neón	-247	0.005
Oxígeno	-193	0.016
Etanol	20	0.022
Agua jabonosa	20	0.025
Agua	100	0.059
	60	0.062
	20	0.073
	0	0.076
Mercurio	20	0.465
Plata	970	0.800

A veces interesa disminuir la tensión superficial de un líquido. Se logra disolviendo en él **sustancias *surfactantes* (tensioactivos)** que **forman una película superficial** cuyas moléculas apenas son atraídas por las **moléculas del líquido del interior**. Se logra penetrar en irregularidades de piel y tejidos. También facilita que el líquido *moje*

¿Porque un insecto puede posarse sobre el agua?



Zapatero Rhagovelia



equilibrista

El peso del insecto queda compensado por la resistencia de la superficie del agua a ser deformada, igual que le ocurre al equilibrista. Esta fuerza sólo tiene componente vertical, pues la horizontal se anula:

componente vertical: $F_y = 2\pi r\gamma \cos \theta$ (\times número de patas)

donde r es el radio de la depresión circular que forma la pata sobre la superficie (bastante grande pues las patas están muy extendidas).

Hojas y flores también pueden flotar aunque sean más densas que el agua.