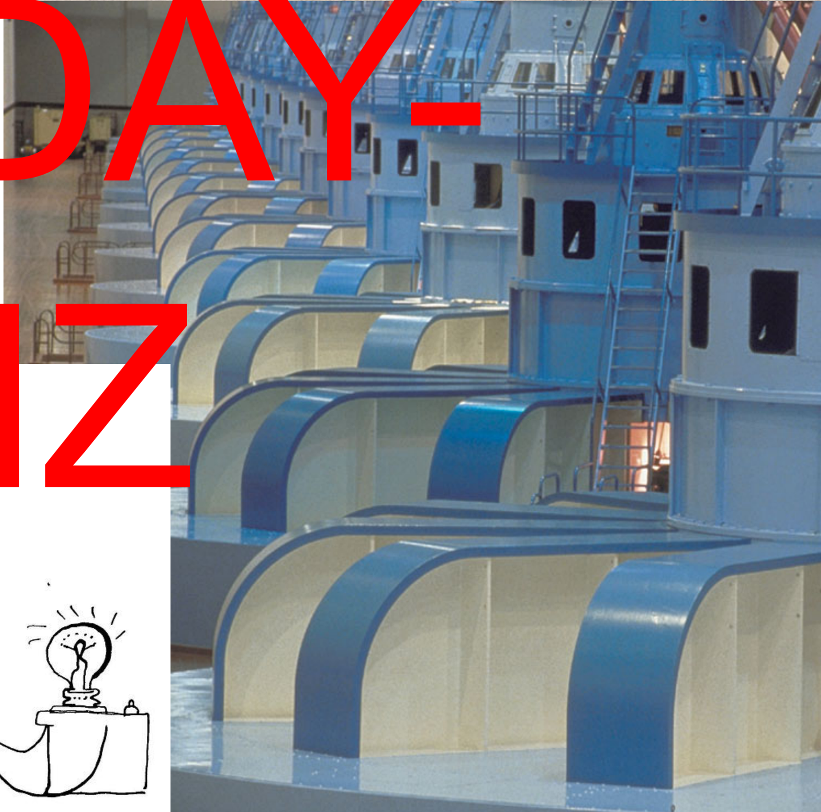
LEY DE FARADAY-LENZ



Leyes del campo electrostático y magnestostático

Ley de Gauss para el campo eléctrico

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_o}$$

Las cargas son las fuentes del campo eléctrico

Circulación del campo eléctrico

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

El campo electrostático es conservativo

Ley de Ampère

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o i$$

Las corrientes son las fuentes del campo magnético y éste no es conservativo

Ley de Gauss para el campo magnético

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$$

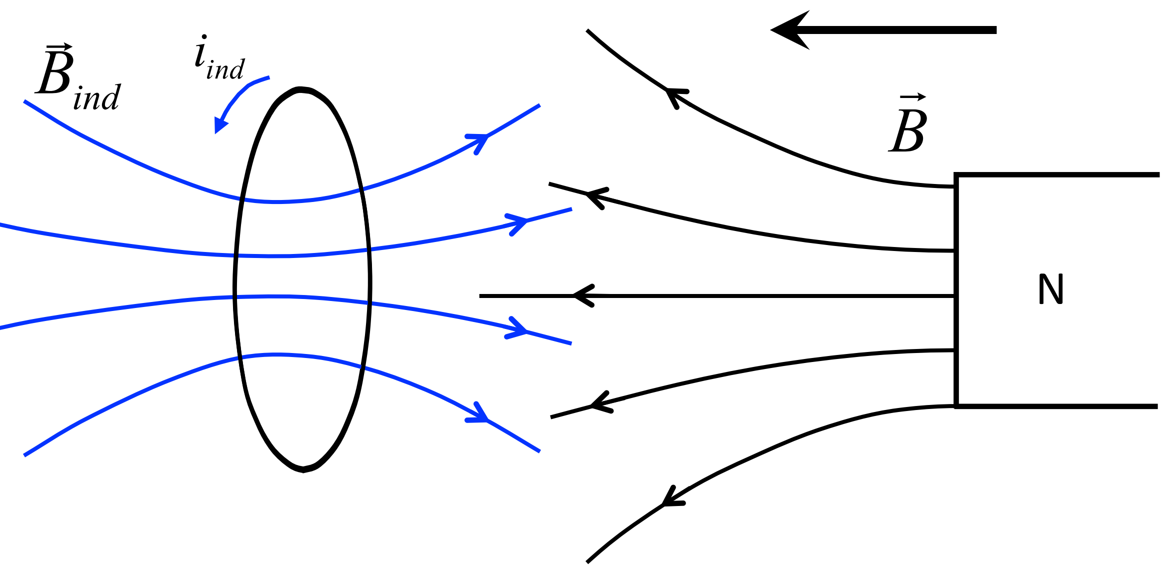
Las líneas del campo magnético son cerradas, no hay monopolos magnéticos

Campos variables en el tiempo

Hasta ahora estudiamos campos estacionarios:

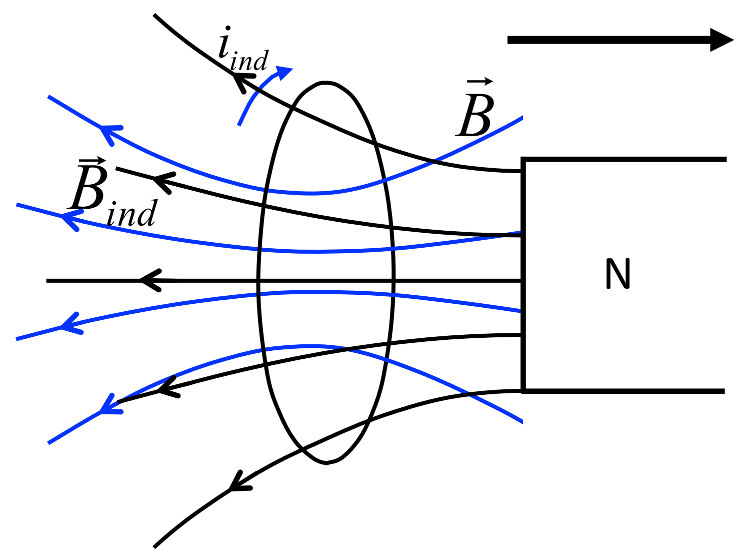
- Cargas estáticas son las fuentes del campo eléctrico
- **Corrientes** eléctricas son las **fuentes** del **campo magnético**

Michael Faraday y Joseph Henry (principios de 1830) estudiaron independientemente el fenómeno de inducción magnética (principio en que se basa el generador eléctrico, el transformador, etc.)

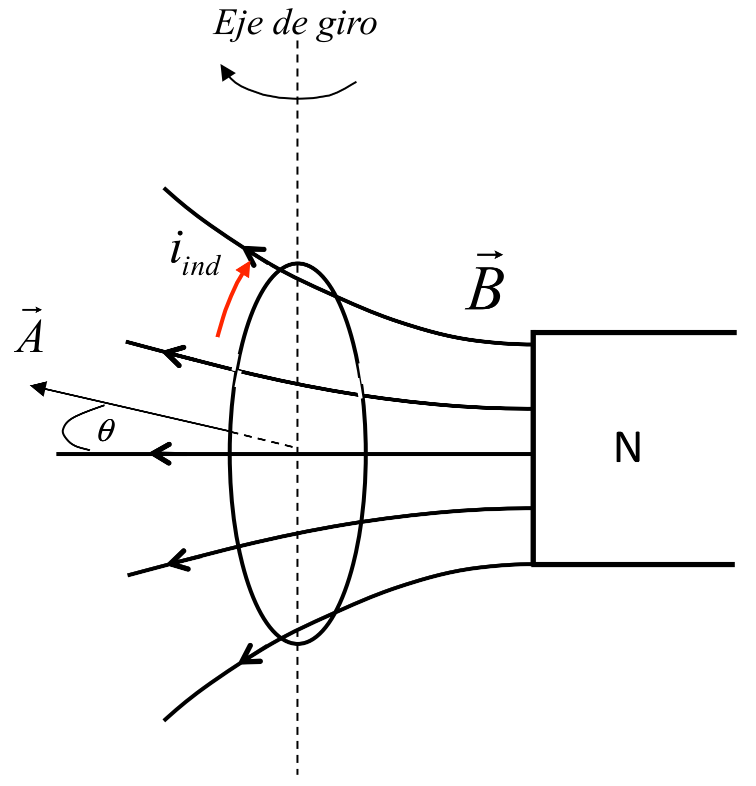


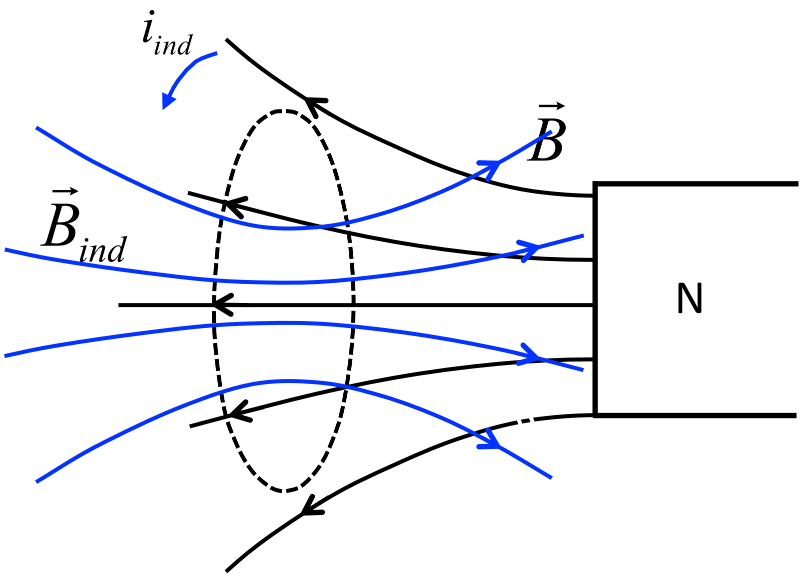
A medida que el imán se acerca se observa una corriente en la espira, **durante el movimiento del imán**

A medida que el imán se aleja se observa una corriente en la espira, **durante el movimiento del imán** de sentido contrario al caso anterior.



Si rotamos a la espira un cierto ángulo se observa una corriente en la espira, **durante la rotación de la espira**





Si cambiamos el área de la espira se observa una corriente en la espira.

Conclusión

Se induce una corriente (generada por una fem inducida) en la espira si hay variación en el tiempo de:

- el campo magnético
- el ángulo entre el campo magnético y el plano de la espira
- el área encerrada en la espira

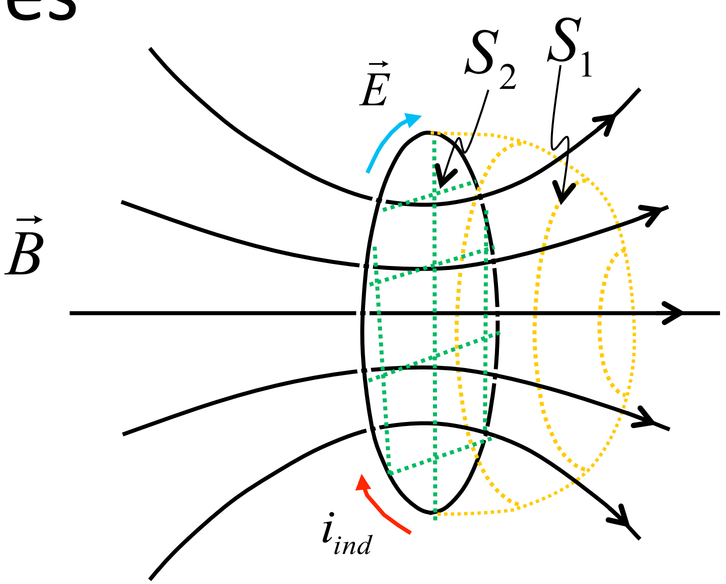
Todas las experiencias tienen en común que varia el flujo magnético a través de la espira

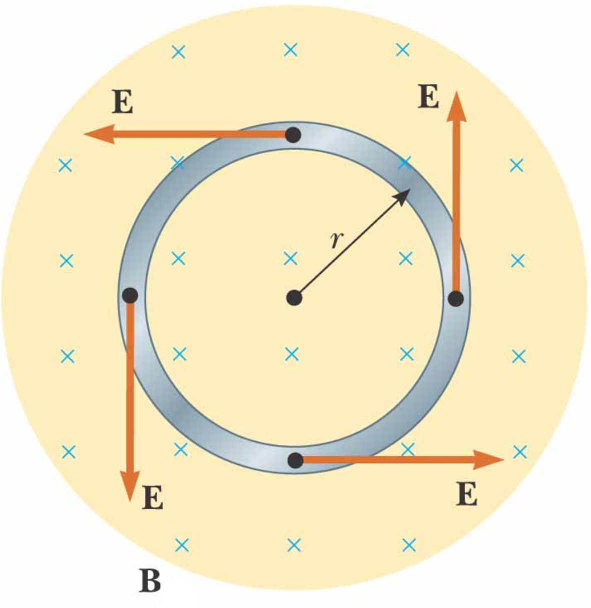
Una corriente corresponde a cargas en movimiento, por pérdidas de energía, se necesita en el interior del conductor un campo eléctrico no conservativo para mantener circulando corriente

$$\varepsilon_{ind} = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad\qquad \varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

El flujo magnético en cualquier superficie S limitada por la curva C es

$$\Phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{A}$$





Ley de Faraday - Lenz

En cualquier trayectoria cerrada que enlace un flujo de campo magnético variable en el tiempo se generará una fem inducida cuyo sentido de circulación tiende a oponerse al cambio de flujo (ley de Lenz) y cuya magnitud es igual al ritmo de variación del flujo del campo magnético

Ley de Lenz

$$\boxed{\varepsilon_{ind} = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{A}}$$

La fem inducida existe INDEPENDIENTEMENTE de que haya o no una espira (la espira nos permite medir corriente)

Si hay una espira, la fem está distribuida en toda la espira

¿Por qué es importante el signo menos?

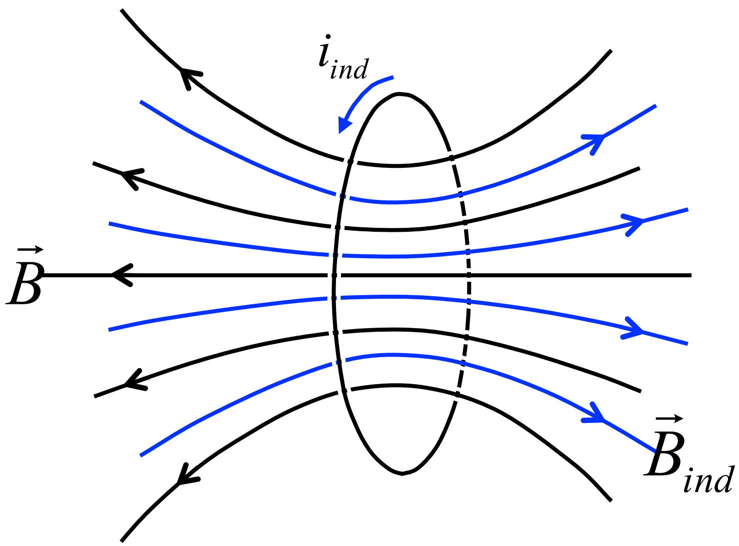
Se basa en el **principio de conservación de la energía**

Si hubiera un signo +: un pequeño **incremento del flujo** magnético a través de una superficie limitada por un circuito cerrado **generaría una fem inducida**, la cual **generaría una corriente** inducida por el circuito cuyo campo magnético produciría una variación de flujo que reforzaría el cambio anterior, se obtendrían corrientes altas sin gasto de energía:

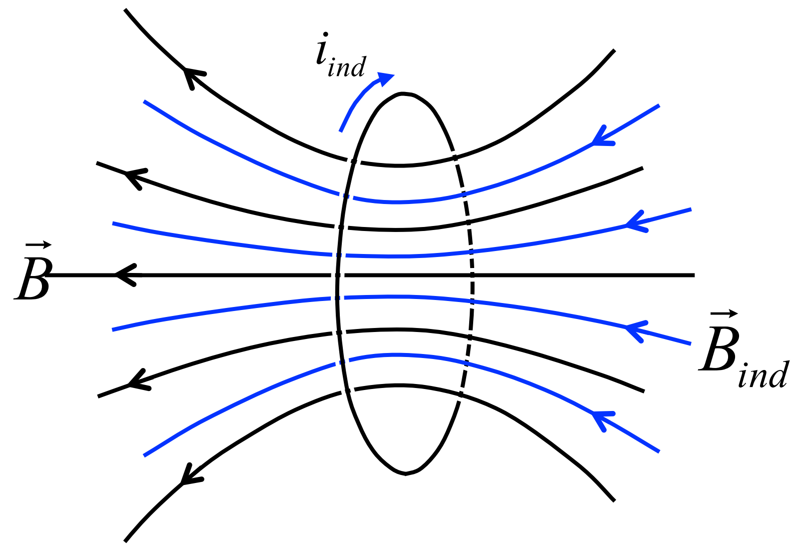
VIOLA el principio de conservación de la energía

Ley de Lenz

El sentido de la fem inducida sobre un camino cerrado cualquiera tiende a producir una corriente eléctrica cuyo flujo de campo magnético se opone al cambio de flujo en una superficie limitada por el camino cerrado.

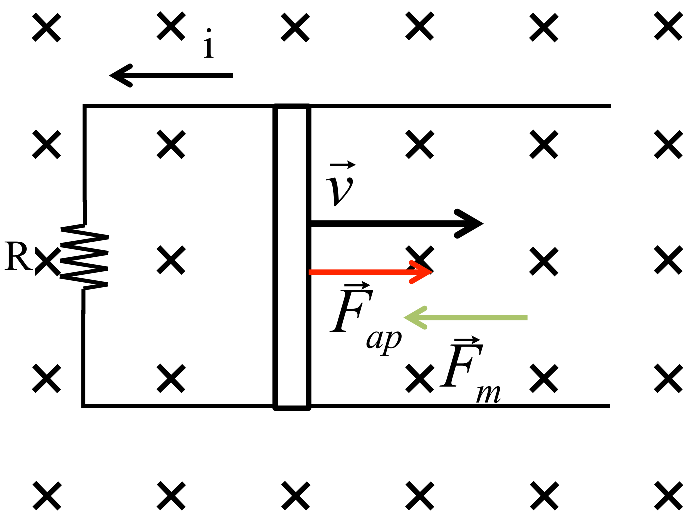


$$\frac{d\Phi_m}{dt} > 0$$



$$\frac{d\Phi_m}{dt} < 0$$

Ejemplo



Al mover la barra el área encerrada por el circuito el área encerrada cambia, por lo que el flujo cambia con el tiempo

$$\Phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int_S B\, dA = B\, l\, v\, t$$

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -B\, l\, v \quad \Rightarrow \quad i = \frac{|\varepsilon_{ind}|}{R} = \frac{B\, l\, v}{R}$$

Al circular corriente hay una fuerza sobre la barra $\vec{F}_m = i\,\vec{l} \times \vec{B}$

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_m + \vec{F}_{ap} = 0 \Rightarrow F_{ap} = F_m = i\, l\, B$$

¿De donde viene la energía? $\quad W = \int \vec{F}_{ap} \cdot d\vec{x} = F_{ap} x$

$$P = \frac{dW}{dt} = F_{ap} v = i\, l\, B\, v = i^2 R$$

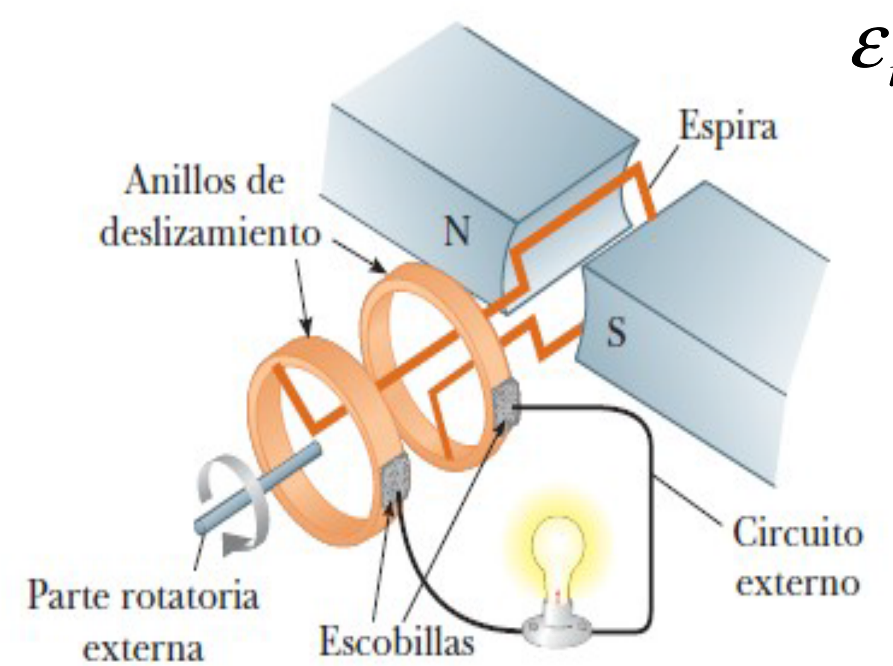
Ejemplo: generador de corriente alterna

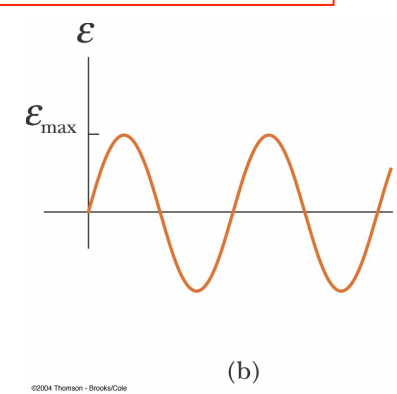
Bobina que se mueve con velocidad angular constante en presencia de un campo magnético

$$\Phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int_S B\cos\theta \, dA = B\ A\cos\omega t$$

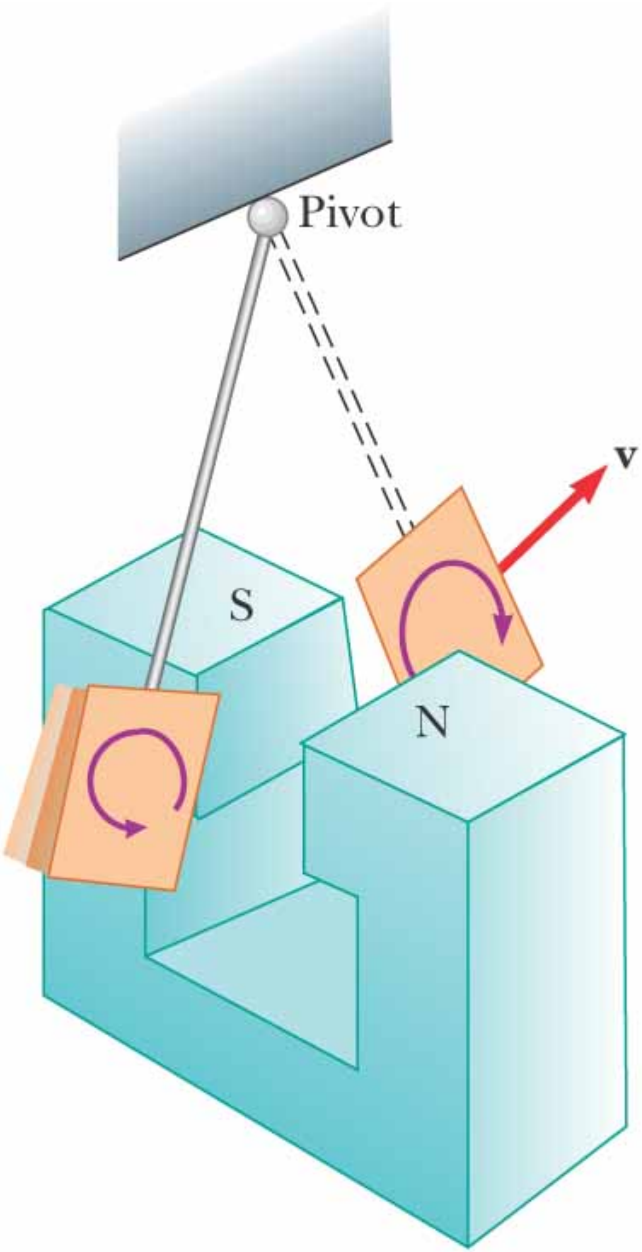
$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{d\Phi_m}{dt} = B\ A\,\omega\, N \sin\omega t$$

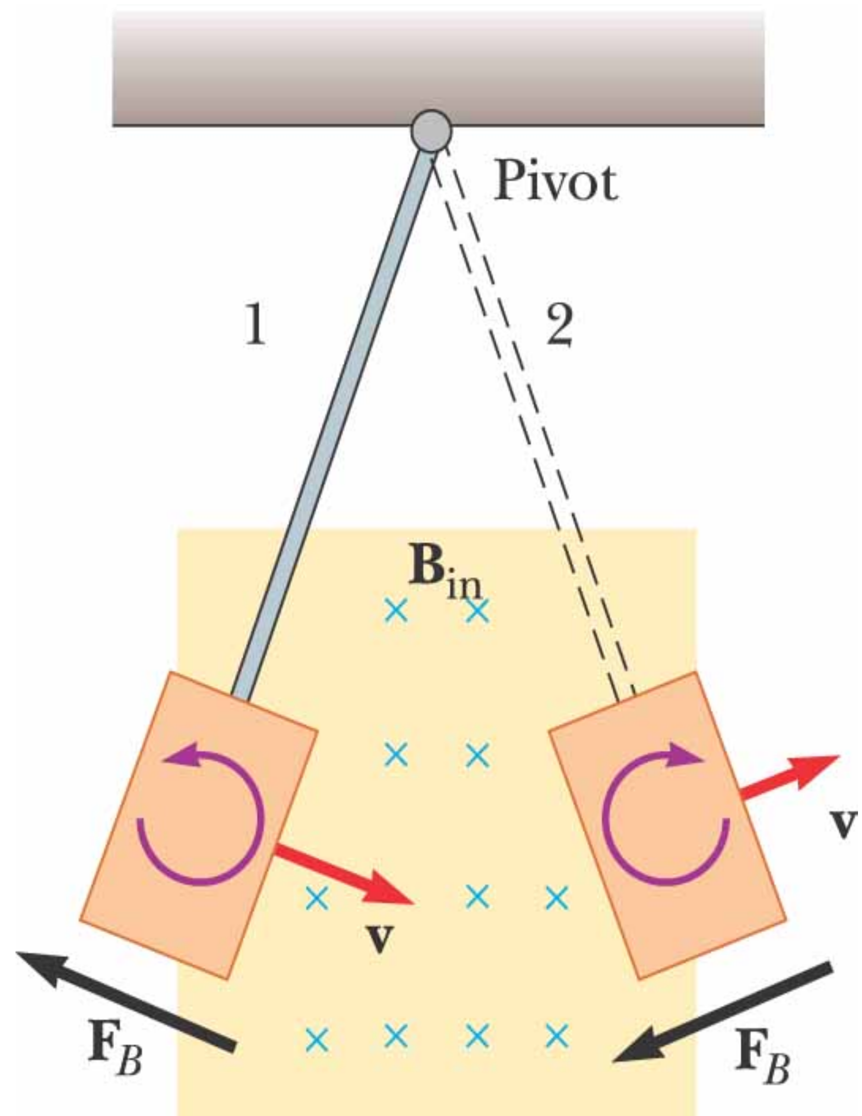
$$\boxed{\varepsilon_{ind} = \varepsilon_M \ \sin\omega t}$$





Corrientes Foucault

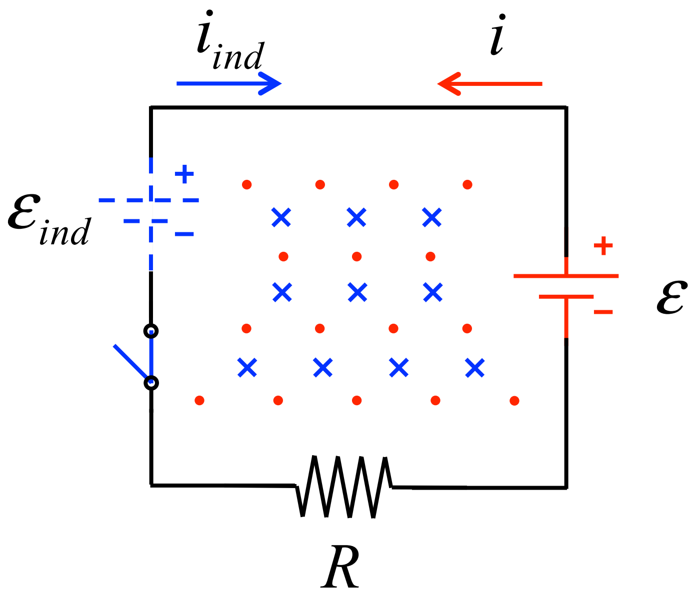







INDUCCIÓN

Autoinductancia



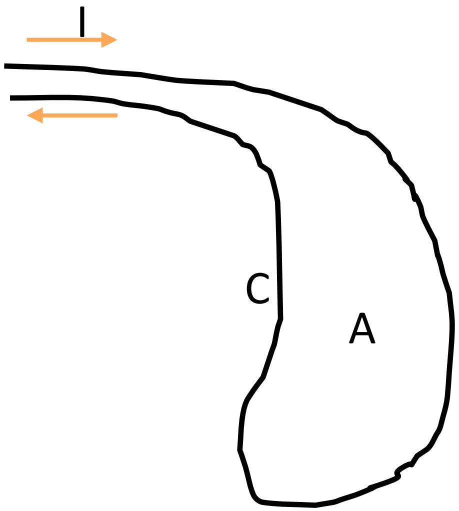
Al cerrar el circuito la corriente no pasa inmediatamente de cero a su valor máximo

A medida que la corriente aumenta, se genera un campo magnético saliente en la espira cuyo flujo aumenta con el tiempo

El aumento de flujo induce una fem en el circuito que genera un flujo de campo magnético que se opone al cambio

Se da el efecto de un incremento gradual de la corriente. El efecto se llama autoinducción (el flujo de campo magnético variable es generado por el propio circuito)

¿Cómo será la fem autoinducida?



Calculemos el campo magnético para obtener el flujo

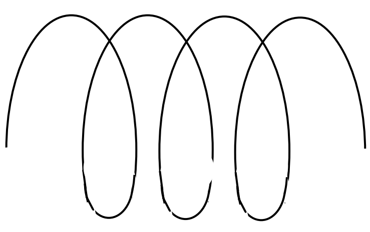
$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \oint_C \frac{(d\vec{l} \times \hat{r})}{|\vec{r}|^2} = I\vec{G}$$

$$\phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_A I\vec{G} \cdot d\vec{A} = I \int_A \vec{G} \cdot d\vec{A} = I\,L$$

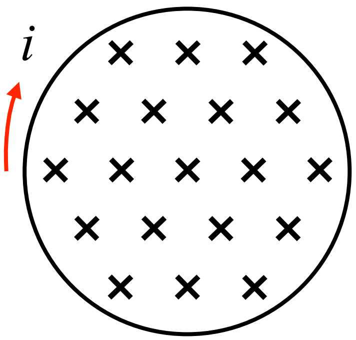
Autoinductancia, depende SOLO de la geometría

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}}$$

$$[L] = \frac{[\phi]}{[\mathrm{I}]} = \frac{Wb}{A} = H$$ Henry



Ejemplo: calcular la autoinducción en una bobina



$$\phi = \int_A \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int_A B\, dA = \mu_o I\, n\, \mathrm{A}$$

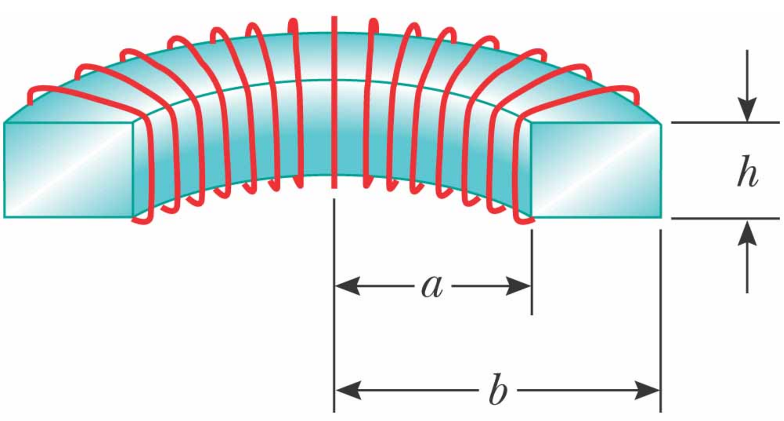
$$B = \mu_o I\, n$$

$$L = \frac{N\phi}{I} = N\mu_o\, n\, \mathrm{A} = \frac{\mu_o\, N^2\, \mathrm{A}}{l}$$

Ejemplo: calcular la autoinducción en un toroide

$$B = \frac{\mu_o I\, N}{2\pi\, r}$$

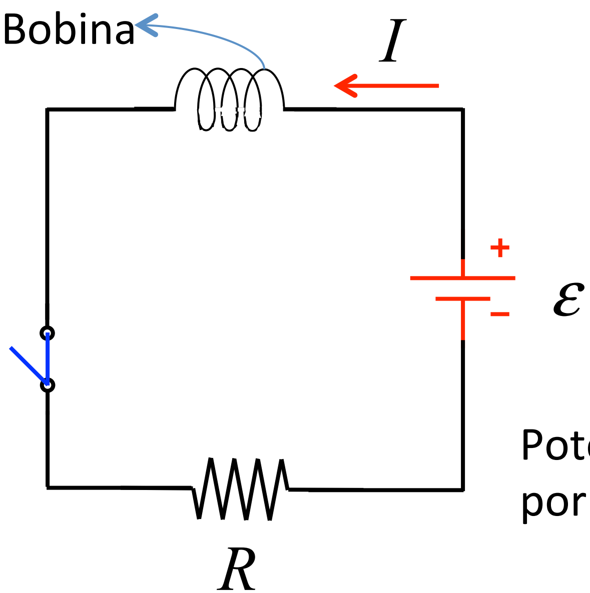
$$\phi = \int_A \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int_A B\, dA = \int_a^b \int_0^h \frac{\mu_o I\, N}{2\pi\, r}\, dh\, dr$$



$$\phi = \frac{\mu_o I\, N}{2\pi}\, h \ln\frac{b}{a}$$

$$L = \frac{N\phi}{I} = \frac{\mu_o\, N^2}{2\pi}\, h \ln\frac{b}{a}$$

Energía almacenada en un campo magnético



Al cerrar la llave $\quad \varepsilon = IR + L\dfrac{dI}{dt}$

$$I\varepsilon = I^2R + L\,I\,\frac{dI}{dt}$$

Potencia entregada por batería

Potencia disipada en resistencia

Potencia en el inductor

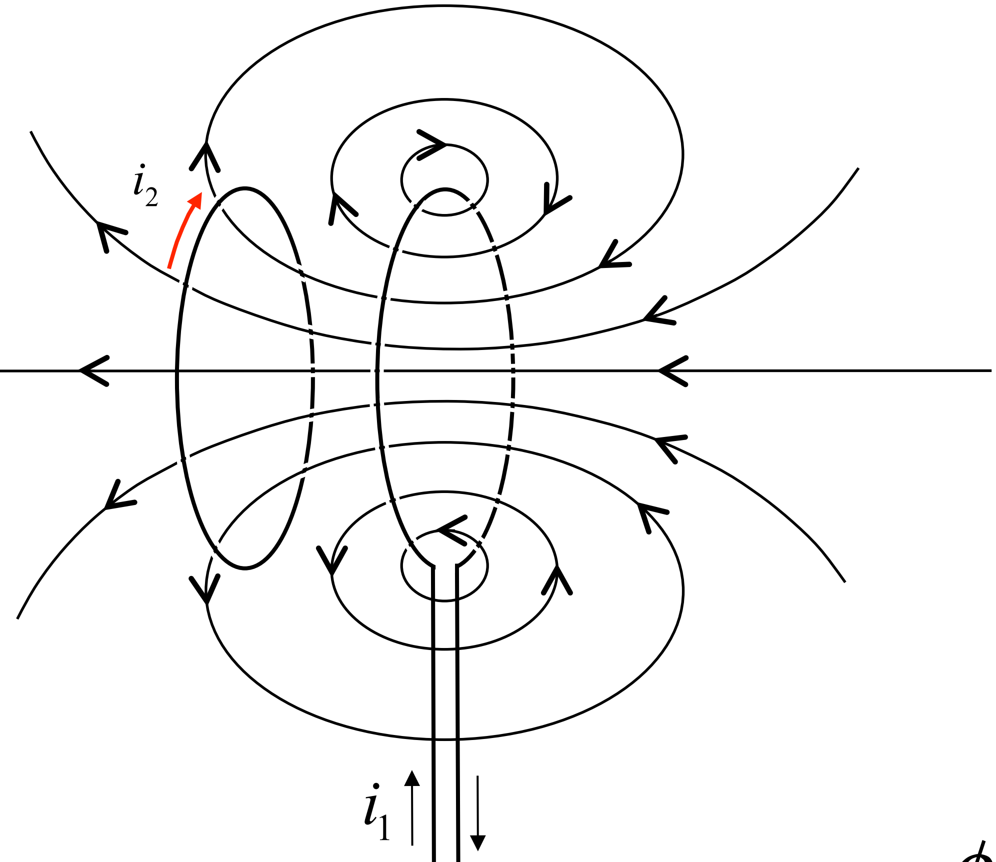
$$\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_B = \int_0^{U_B} dU = \int_0^I LI\,dI = \frac{LI^2}{2}}$$

Para una bobina

$B = \mu_o I\,n \qquad L = \mu_o\,n^2\,A\,l$

$$U_B = \frac{LI^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_o}A\,l \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_B = \frac{B^2}{2\mu_o}}$$

Inductancia mutua



Un cambio en la corriente de la primer espira genera un cambio en el flujo magnético de la segunda espira, produciendo una fem inducida

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt}$$

$$\phi_2 = \int_{A_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = i_1 \int_{A_2} \vec{G}_1 \cdot d\vec{A}$$

$$\boxed{\varepsilon_2 = -M \frac{di_1}{dt}}$$

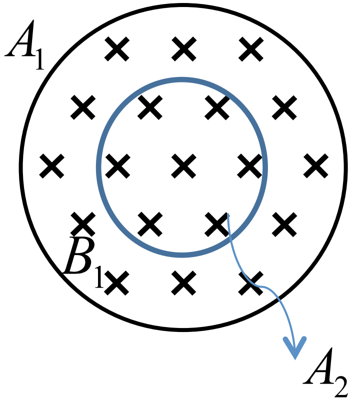
Inductancia mutua, depende SOLO de la geometría

$$\boxed{M = N_2 \frac{\phi_2}{i_1} = N_1 \frac{\phi_1}{i_2}}$$

Ejemplo: calcular la inductancia mutua de dos bobinas, una dentro de la otra

Llamemos 1 a la bobina exterior (con radio más grande), y 2 a la bobina interior

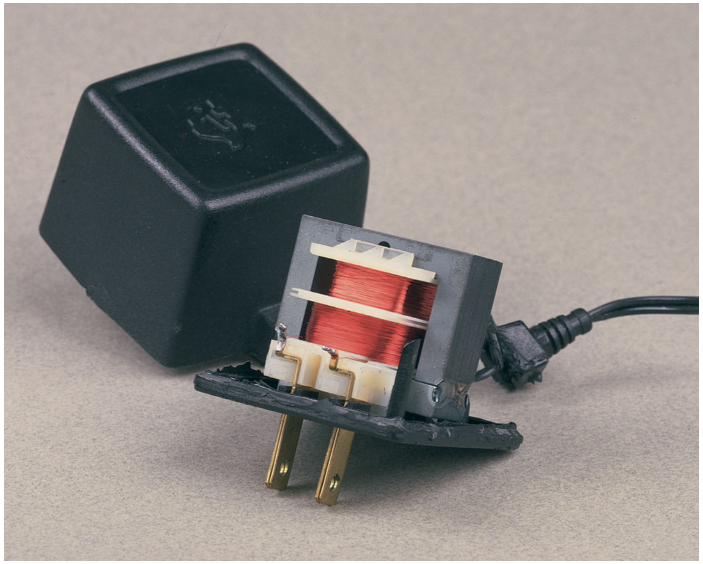
$$B_1 = \mu_o I_1 \, n_1$$



$$\phi_2 = \int_{A_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = \mu_o I_1 \, n_1 A_2$$

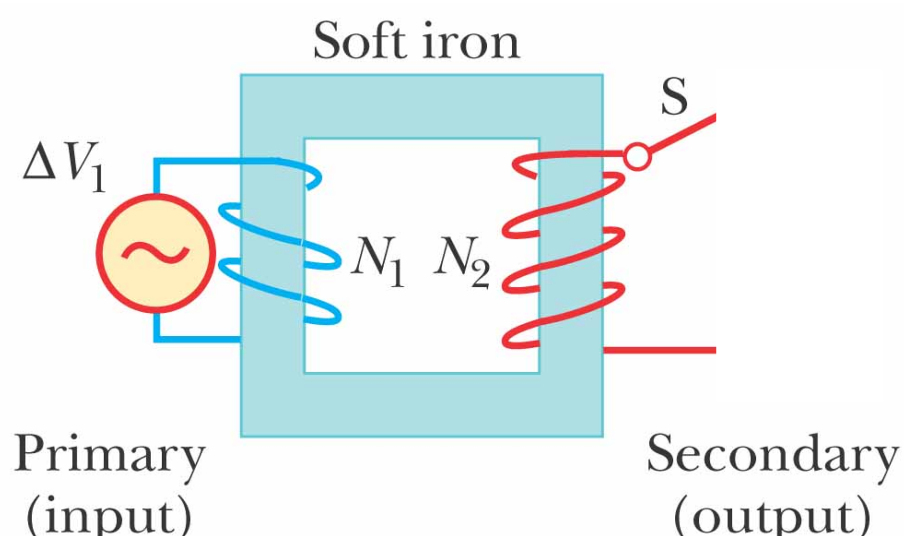
$$M = N_2 \frac{\phi_2}{I_1} = \mu_o n_2 \, n_1 A_2 \, l$$

Transformador

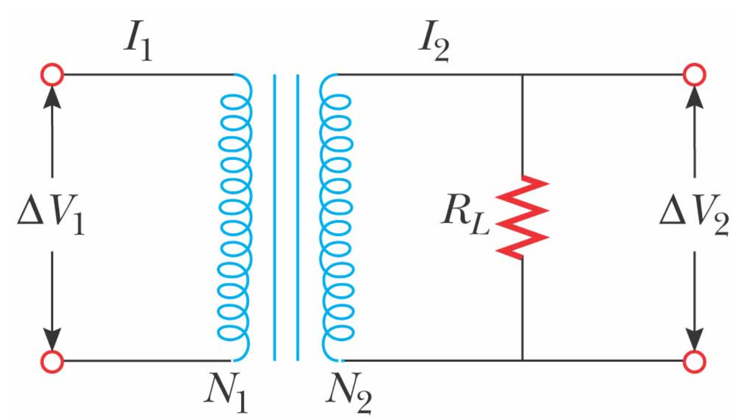


$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$ Ley de Faraday Lenz

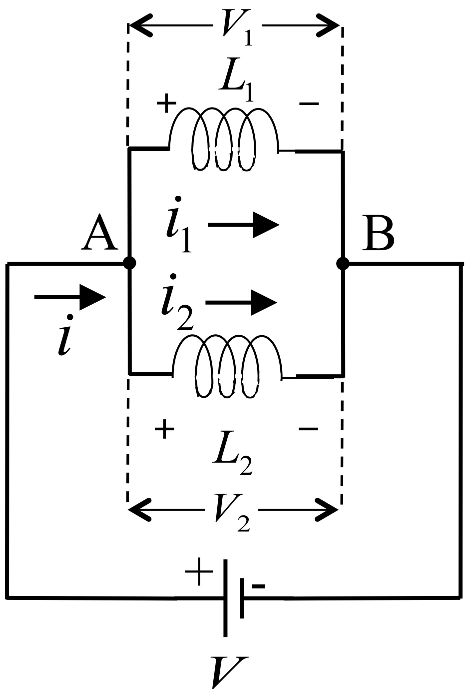
$$|V_1| = \left|-N_1 \frac{d\Phi_m}{dt}\right| \qquad |V_2| = \left|-N_2 \frac{d\Phi_m}{dt}\right|$$

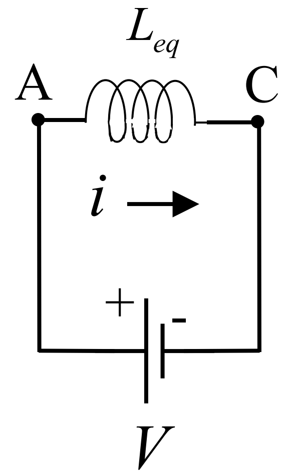


$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1$$



Bobinas en paralelo





$$V_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt}$$

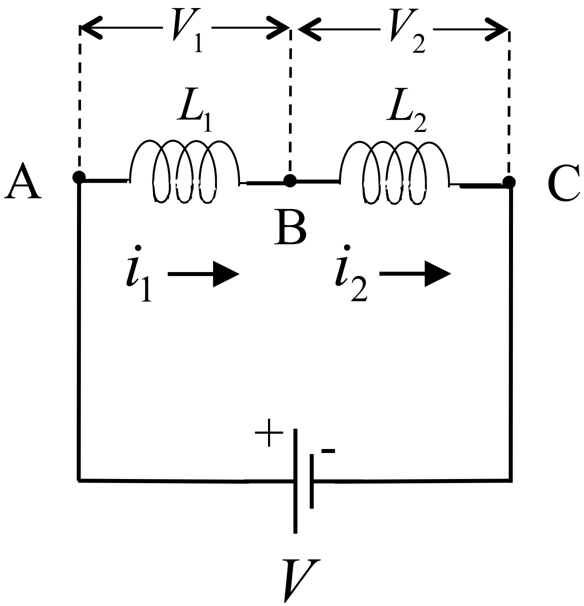
$$V = -L_{eq} \frac{di}{dt}$$

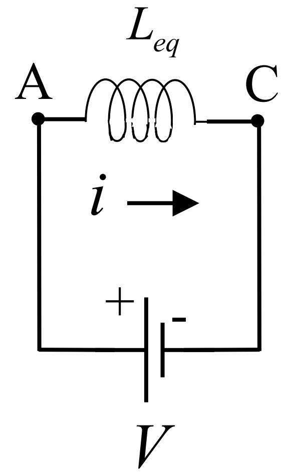
$$1)\ i = i_1 + i_2$$

$$2)\ V_1 = V_2 = V$$

$$\frac{V}{L_{eq}} = \frac{V}{L_1} + \frac{V}{L_2} \Rightarrow \frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

Bobinas en serie





$$V_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$V = -L_{eq} \frac{di}{dt}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ i = i_1 = i_2 \\ 2)\ V = V_1 + V_2 \end{array}\right\} \quad \frac{di}{dt} L_{eq} = \frac{di}{dt} L_1 + \frac{di}{dt} L_2$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$