

Ejercicio 2)

b) Se diseña un programa de tratamiento de aguas residuales para producir agua tratada con pH de 7. Sea μ la media del pH del agua tratada mediante dicho proceso. Se medirá el pH de 20 muestras de agua y se realizará una prueba de hipótesis:

$$H_0: \mu = 7 \quad H_1: \mu \neq 7.$$

Suponga que se sabe por experimentos previos que el pH del agua es normal con desviación estándar 0.5.

b1) Si la prueba se hace a un nivel de 5%, ¿cuál es la región de rechazo?

b2) Si la media muestral del pH es 6.77, ¿se rechaza H_0 a un nivel de 10%?

b3) Si la media muestral del pH es 6.77, ¿se rechaza H_0 a un nivel de 1%?

b4) Si el valor 1.79 representa un punto crítico, ¿cuál es el nivel de la prueba?

b1) se realizará una prueba de hipótesis $H_0: \mu = 7 \quad H_1: \mu \neq 7$

Definimos X_i : PH del agua en la muestra i -ésima. $i=1,2,3,\dots,20$

Si la prueba se hace a un nivel de 5% entonces $\alpha=0,05$ y $\alpha/2=0,025$

El estadístico de prueba del test es: $\frac{\bar{X}-7}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ este estadístico tiene distribución Normal cuando H_0 ES VERDADERO

Se rechaza H_0 si y sólo si $\left| \frac{\bar{X}-7}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right| > z_{\alpha/2}$

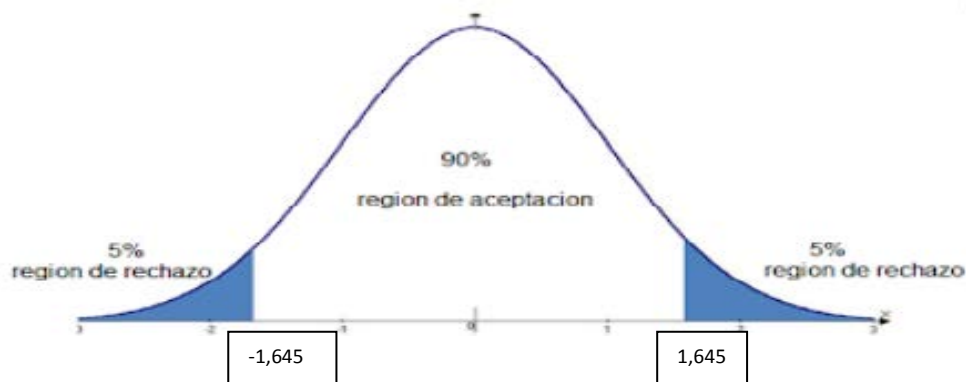
Rechazo H_0 si y sólo si $\left| \frac{\bar{X}-7}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right| > 1,96$



b2) Si la media muestral del pH es 6.77, ¿se rechaza H_0 a un nivel de 10%?

$$2,057 = \left| \frac{6,77 - 7}{\frac{0,5}{\sqrt{20}}} \right| > 1,645$$

Por lo tanto rechazo H_0 a un nivel de 10%, es decir la media del PH del agua tratada no es igual a 7



b3) Si la media muestral del pH es 6.77, ¿se rechaza H_0 a un nivel de 1%?

$$2,057 = \left| \frac{6,77 - 7}{\frac{0,5}{\sqrt{20}}} \right| < 2,575$$

Por lo tanto no puedo rechazar H_0 a un nivel de 1%, es decir no hay evidencia suficiente para afirmar que el PH del agua tratada sea distinto de 7 con un nivel de 1%.

b4) Si el valor 1.79 representa un punto crítico, ¿cuál es el nivel de la prueba?

Para obtener el nivel de la prueba tengo que calcular:

Nivel de la prueba $2P(z > 1,79) = \alpha$

Tabla III. Valores críticos de la distribución Normal estándar
 $P[Z > Z_\alpha] = \int_{Z_\alpha}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp^{-z^2/2} dz = \alpha$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2910	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1597	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0995
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0394	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0238	0.0233

Luego de buscar en la tabla Normal $P(z > 1,79) = 0,0367$ por lo tanto $\alpha=0,073$