ELECTROTECNIA Y ELECTRÓNICA

(Mecánica - Electromecánica - Computación)

TRABAJO DE APLICACIÓN Nº 05

Preparado por: Ing. Pablo Morcelle del Valle, Ing. Augusto Cassino, Ing. Guillermo Renzi.

Actualizado por: Ing. Fabián Blassetti, Ing. Gustavo Adgi Romano, Ing. Mónica González, Ing. Juan P Cardacce

RESPUESTA EN CIRCUITOS EN RÉGIMEN PERMANENTE CON FRECUENCIA VARIABLE.

Fuentes de frecuencia (pulsación) variable. Respuesta de los diferentes elementos pasivos ante variaciones de la frecuencia (pulsación). Estudio de circuitos con elementos reactivos y no reactivos. Combinaciones serie y paralelo. Frecuencia de resonancia. Factor de mérito. Sobretensión y Sobrecorriente. Ancho de banda. Respuesta normalizada. Filtros.

REPASAR: Análisis de circuitos en régimen permanente en corriente alterna.

CIRCUITOS CON TENSIONES Y CORRIENTES POLIARMÓNICAS.

Desarrollo en series de Fourier. Condiciones de simetría que anulan términos. Valor eficaz de una poliarmónica. Impedancia o admitancia para cada componente. Resolución de circuitos con poliarmónicas.

REPASAR: Análisis de circuitos en régimen permanente en corriente alterna. Series de Fourier.

EJERCICIO Nº 01:

Se tiene una fuente senoidal de amplitud fija y frecuencia (pulsación) variable. La misma se aplica individualmente a un resistor de valor R, un capacitor C y un inductor L.

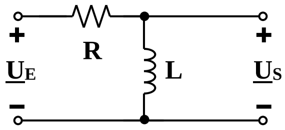
a) En un gráfico $|\underline{Z}|$ vs. ω dibujar R, $X_L = \omega L$ y $X_C = 1/\omega C$ cuando la pulsación de la fuente varía desde cero hasta ∞. Explicar cómo se obtienen las diferentes curvas.

b) ¿Qué significa que la pulsación (o la frecuencia) valga **cero**?

Nota: Pensar qué ocurre con las funciones senoidales cuando $\omega \to 0$. Luego elaborar conceptualmente el significado de $\omega = 0$.

c) En un gráfico $|\underline{Y}|$ vs. ω dibujar G, $B_C = \omega C$ y $B_L = 1/\omega L$ cuando la pulsación de la fuente varía desde cero hasta ∞. Explicar cómo se obtienen las diferentes curvas.

EJERCICIO Nº 02:



En el siguiente circuito la tensión de entrada es senoidal de amplitud fija y frecuencia variable entre 0 e ∞. Los elementos del circuito valen **R = 10 Ω** y **L = 10 mH**.

a) Determinar la expresión de $\underline{U}_S / \underline{U}_E$ en función de ω.

b) A partir del resultado de a) obtener las expresiones del módulo y del argumento (o fase) de $\underline{U}_S / \underline{U}_E$ en función de ω.

RESPUESTA: $|\underline{U}_S / \underline{U}_E| = \omega/\sqrt{(\omega^2 + \omega_c^2)}$; $\arg(\underline{U}_S / \underline{U}_E) = \mathrm{arctg}(\omega_c/\omega)$

c) Calcular la pulsación de corte $\boldsymbol{\omega_c}$, explicando cómo se obtienen las mismas a partir de las relaciones halladas en b). ¿Cuál es el significado de $\boldsymbol{\omega_c}$?

RESPUESTA: $\omega_c = 1000$ rad/seg.

d) Dibujar los gráficos de módulo y de fase a partir de las expresiones de b), uno encima del otro. Observar en el gráfico cómo son el módulo y argumento (fase) calculado (incluyendo la pulsación de corte) y efectuar comentarios.

e) Calcular los valores del módulo y la fase para **f_1 = 50 Hz** y para **f_2 = 1500 Hz** indicando los resultados en el gráfico. Efectuar comentarios.

RESPUESTA: $|\underline{U}_S / \underline{U}_E|_{f=50Hz} = 0{,}3$; $\arg(\underline{U}_S / \underline{U}_E)_{f=50Hz} = 73^\circ$; $|\underline{U}_S / \underline{U}_E|_{f=1{,}5kHz} = 0{,}994$; $\arg(\underline{U}_S / \underline{U}_E)_{f=1{,}5kHz} = 6^\circ$

EJERCICIO Nº 03:

Se tiene una red de elementos pasivos R, L y C en serie, excitada con una fuente de tensión alterna sinusoidal de amplitud fija y frecuencia variable.

a) Escribir la expresión del módulo de la $\underline{Z}$ equivalente que ve la fuente y para los valores de las reactancias y del resistor. y la expresión del módulo de la corriente en función de ω explicando cómo se obtiene.

b) Escribir las expresiones de los módulos de las tensiones en L y en C en función de ω, explicando paso a paso.

c) Asignando los siguientes valores a los elementos del circuito **R_1 = 1 Ω**, **L = 10 mH** y **C = 100 mF**, graficar las expresiones halladas en a) y b). Identificar en el gráfico los valores máximos de cada expresión hallada.

Sugerencia: Utilizar un programa de cálculo adecuado para realizar los gráficos.

Nota: En los gráficos se puede observar la característica del circuito en función de la pulsación. A modo de verificación analizar cualitativamente el circuito para frecuencias extremas (0 e infinito).

d) Repetir b) y c) si $\mathbf{R_2 = 100\ m\Omega}$. Comparar resultados y comentar.

e) Determinar en los gráficos anteriores los rangos de pulsación donde la impedancia se comporta en forma inductiva, resistiva y capacitiva.

Nota: La frecuencia de resonancia determina un punto de inflexión entre un tipo de comportamiento y otro.

f) Calcular el ancho de banda $\Delta\omega$ para ambos casos ($\mathbf{R_1 = 1\ \Omega}$ y $\mathbf{R_2 = 100\ m\Omega}$) y efectuar comentarios.

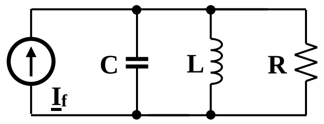
RESPUESTA: Caso 1 $\Delta\omega$ = 100 rad/seg ; Caso 2 $\Delta\omega$ = 10 rad/seg.

g) Indicar si existen sobretensiones y en dicho caso determinar en qué elementos ocurren y en qué rangos de frecuencia.

RESPUESTA: Para R_1 = 1 Ω no hay sobretensiones en ningún elemento. Para R_2 = 100 mΩ hay sobretensión en C en el rango desde 0 a 44 rad/seg y en el L en el rango desde 23 rad/seg a ∞.

h) Si el resistor se mantuviera fijo ¿de qué manera podría variarse el ancho de banda manteniendo la f de resonancia? Explicar y realizar gráficos.

EJERCICIO Nº 04:



En el circuito de la figura: $\mathbf{|\underline{I}_f| = 1\ mA}$; $\mathbf{G = 1{,}25\ mS}$; $\mathbf{L = 20\ mH}$ y $\mathbf{C = 8\ uF}$.

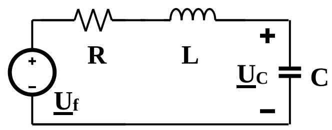
a) Calcular ω_0, el ancho de banda $\Delta\omega$, U_0 y determinar si hay sobrecorriente en el inductor y calcular su valor si lo hubiera.

RESPUESTA: ω_0 = 2500 rad/seg ; $\Delta\omega$ = 100 rad/seg

b) Graficar la tensión y las corrientes en los elementos reactivos.
c) Determinar el valor máximo que debería tener G para lograr que no existan sobrecorrientes en ambos componentes.

RESPUESTA: 0,014 S.

EJERCICIO Nº 05:



En el circuito de la figura: $\mathbf{\underline{U}_f = 1000\ V}$; $\mathbf{R = 5\ \Omega}$; $\mathbf{L = 10\ mH}$ y $\mathbf{C = 24\ uF}$.

a) Verificar si hay sobretensiones en algún elemento del circuito y si lo hubiera, mostrar en qué rango de frecuencias. Explicar y fundamentar.

RESPUESTA: Hay sobretensiones en L para f > 233 Hz y en C para f < 452 Hz.

b) Determinar la gama de frecuencias en la que la tensión en el **C** supera los 2 **kV**.

RESPUESTA: 237 Hz <f < 385 Hz.

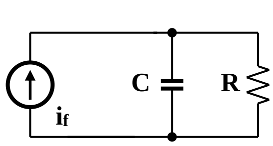
EJERCICIO Nº 06:

a) Explicar qué es la serie trigonométrica de Fourier. Dar al menos dos expresiones generales de la misma.
b) Expresar los coeficientes de la serie en función de los parámetros de la función original. ¿Qué representa el coeficiente A_0 desde el punto de vista conceptual respecto de la función original?
c) ¿Qué se conoce como *espectro de frecuencias* o *de líneas*? ¿Cuál es su utilidad en el análisis de la serie de Fourier?
d) Explicar cómo se utiliza la serie en el análisis de circuitos.

Nota: De lo anterior debe entenderse el porqué de la denominación de "poliarmónica".

e) ¿Cuál es la razón de analizar la respuesta de modelos circuitales excitados con funciones poliarmónicas?

EJERCICIO Nº 07:



Un circuito **RC** se excita con una fuente de corriente poliarmónica de frecuencia fundamental 50 Hz; $\mathbf{i_f(t)}$ = 5 sen(ωt) + 0,3 sen(3ωt + 30º) + 0,1 sen(5ωt + 150º) A; con **R** = 10 Ω y **C** = 300 μF.

a) Explicar cómo se determina la respuesta de modelos circuitales excitados con fuentes poliarmónicas.
b) Volver a dibujar el circuito, teniendo en cuenta las fuentes individuales que conforman la fuente poliarmónica. Dibujar los circuitos resultantes para aplicar superposición.
c) Calcular la tensión en bornes de la fuente de corriente. Explicar cómo se obtiene cada componente de la misma.

Sugerencia: Utilizar el método de superposición y fasores para cada circuito ayuda mucho.

RESPUESTA: $u_f(t)$ = 37.sen(ωt-44º)+1.sen(3ωt-41°) + 0,21 sen (5ωt+71°) V

d) Calcular y graficar la corriente en el capacitor explicando los pasos seguidos.

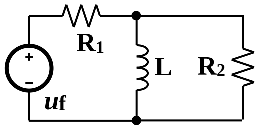
RESPUESTA: ic(t)= 3,4.sen (ωt+47°) + 0,3.sen (3ωt+50°) + 0,1.sen (5ωt+162°) A

e) Calcular la corriente eficaz en R, en C y en la fuente. ¿Se cumple alguna relación entre estos valores? ¿Por qué?

RESPUESTA: I_{Ref} = 2,6 A I_{Cef} = 2,4 A I_{Fef} = 3,5 A

EJERCICIO Nº 08:

En el circuito de la figura, la corriente poliarmónica en el inductor es: $\boldsymbol{i_L(t)} = I_0 + I_1 \cdot \text{sen}(\omega t)$.



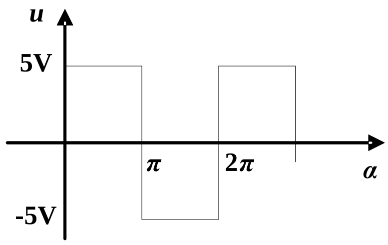
a) Explicar cómo se determina la tensión poliarmónica de la fuente $\boldsymbol{u_f(t)}$.
Determinar su expresión y luego calcular su valor explicando los pasos seguidos.

b) Explicar cómo se obtiene la tensión en el resistor $\mathbf{R_2}$. Determinarla y calcularla.

c) Calcular los valores eficaces de todas las formas de onda presentes en el circuito.

EJERCICIO Nº 09:

Una fuente de tensión tiene la forma de onda de la figura.



a) Hallar los cinco primeros coeficientes de la serie trigonométrica de Fourier. Escribir la expresión completa de la serie con los cinco coeficientes hallados.

RESPUESTA: $A_1 = 20/\pi$, $A_3 = 20/3\pi$, $A_5 = 4/\pi$, $B_n = 0$, $\Phi_1 = \Phi_3 = \Phi_5 = 0$.

b) Graficar el espectro de frecuencias y analizarlo.

Nota: La onda cuadrada requiere infinitos términos de la serie de Fourier para reproducirla lo cual es impráctico. En este caso se calculan sólo 5 términos.

c) En un mismo gráfico representar la onda cuadrada, los tres primeros términos de la serie de Fourier y la suma de estos últimos. Comparar la forma de onda original y la de la serie de Fourier. Efectuar comentarios.

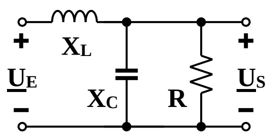
Sugerencia: Utilizar un programa para realizar los gráficos.

EJERCICIOS INTEGRADORES

Sugerencia: Resolver todos los ejercicios siguiendo las pautas establecidas para los ejercicios anteriores: No dar por hechos u obvios suposiciones o afirmaciones, nada debe darse por implícito. Plantear, explicar, justificar, respetar la nomenclatura y simbología. En este caso, el hábito hace al monje.

EJERCICIO Nº 10:

El circuito de la figura representa una etapa de filtrado de una señal analógica que proviene de un sensor. $\mathbf{R = 20\ \Omega}$; $\mathbf{C = 20\ mF}$; $\mathbf{L = 40\ mH}$.



a) Determinar la relación entre la tensión de salida $\underline{U}_S$ y la tensión de entrada $\underline{U}_E$.

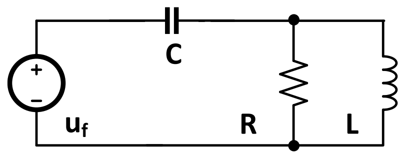
b) Calcular la frecuencia de corte del filtro.

RESPUESTA: $f_c = 8{,}74$ Hz.

c) Graficar el módulo y la fase de la relación entre las tensiones y determinar de qué tipo de filtro se trata. ¿Qué se observa con relación a lo hallado en b)? Efectuar comentarios.

EJERCICIO Nº 11:

En el circuito de la figura: $u_f(t) = 10 + 5 \cdot \text{sen}(t) + 2 \cdot \text{sen}(2t)$ V.



Los elementos que componen el circuito poseen los siguientes valores, $\mathbf{R} = 15\ \Omega$, $\mathbf{C} = 100$ mF, $\mathbf{L} = 20$ H.

a) Sin hacer cálculos ni planteos matemáticos obtener la componente de continua de la corriente que entrega la fuente justificando la respuesta.

RESPUESTA: $I_{0f} = 0$ A

b) De manera similar que en a), determinar las componentes continuas de las tensiones en **C**, **R** y **L**.

RESPUESTA: $U_{0C} = 10$ V; $U_{0R} = U_{0L} = 0$ V

c) Calcular las expresiones de las corrientes y las tensiones en **R**, **L** y **C** en función del tiempo. Explicar el paso a paso de la resolución, con todas las justificaciones que hagan falta.

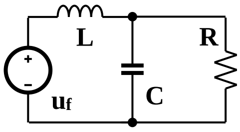
RESPUESTA: $i_C(t) = 0{,}5 \cdot \text{sen}(t+16{,}3°) + 0{,}2 \cdot \text{sen}(t+0{,}3°)$ A, $u_C(t) = 5 \cdot \text{sen}(t-73{,}7°) + 0{,}8 \cdot \text{sen}(t-89{,}7°)$ V,

$i_R(t) = 0{,}4 \cdot \text{sen}(t+53{,}1°) + 0{,}1 \cdot \text{sen}(t+20{,}9°)$ A, $u_R(t) = 6 \cdot \text{sen}(t+53{,}1°) + 2{,}1 \cdot \text{sen}(t+20{,}9°)$ V,

$i_L(t) = 0{,}3 \cdot \text{sen}(t-36{,}9°) + 0{,}1 \cdot \text{sen}(t-69{,}1°)$ A, $u_L(t) = 6 \cdot \text{sen}(t+53{,}1°) + 2{,}1 \cdot \text{sen}(t+20{,}9°)$ V

d) Analizar los resultados obtenidos en cada elemento individual y emitir comentarios.

EJERCICIO Nº 12:



En el circuito de la figura: $u_f(t)$ = 10 + 10 sen(ω t) V; **f** = 50 Hz; **L** = 20 mH; **C** = 300 μF; **R** = 10 Ω.

a) Volver a dibujar el circuito, teniendo en cuenta las fuentes individuales que conforman la fuente poliarmónica. Dibujar los circuitos resultantes para aplicar superposición.

b) Determinar la tensión en el resistor. Explicar con detalle cómo debe operarse. Observar el efecto de filtrado en las componentes de frecuencia.

RESPUESTA: U_R = 10 + 13,5.sen(ωt-57°) V

c) Calcular la tensión en el inductor y la corriente que entrega la fuente. Explicar cómo se obtienen dichas formas de onda.

RESPUESTA: U_L = 11,6.sen(ωt-77°) V, I_f = 1 + 1,9.sen(ωt-13°) A

d) Graficar los espectros de línea de la tensión y de la corriente de la fuente. Comparar resultados y analizar.

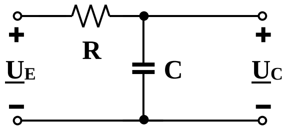
e) ¿Cómo se determina el **valor eficaz** de una tensión o de una corriente poliarmónica? Realizar en forma rápida una fundamentación de la respuesta.

f) Para el EJERCICIOS Nº 09 calcular los valores eficaces de todas las formas de onda involucradas.

EJERCICIOS RESUELTOS

Aclaración: Debe observarse que en la resolución de estos ejercicios se efectúan planteos, explicaciones, justificaciones, y nada se da por sobreentendido.

EJERCICIO Nº 13:



Se ensaya el circuito filtro **RC** con frecuencia variable que se muestra en la figura.

a) Determinar la relación $\left|\underline{U}_C/\underline{U}_E\right|$ y el ángulo de fase en función de ω. Graficar.

b) Conectar una fuente de tensión de **220V** y **50Hz** y calcular la tensión a la salida del filtro. Repetir los cálculos si la tensión tiene una frecuencia de **500Hz**. Comparar los resultados.

RESOLUCIÓN:

a) Si se llama I a la corriente que pasa por R y por C, se puede escribir la relación entre las tensiones de entrada y salida como:

$$\underline{I}=\frac{\underline{U}_e}{R+\frac{1}{j\omega C}} \quad\Rightarrow\quad \underline{U}_c=\underline{I}\cdot\frac{1}{j\omega C}=\frac{\underline{U}_e}{R+\frac{1}{j\omega C}}\cdot\frac{1}{j\omega C}=\underline{U}_e\cdot\frac{1}{1+j\omega RC} \quad\Rightarrow\quad \frac{\underline{U}_c}{\underline{U}_e}=\frac{1}{1+j\omega RC}$$

El módulo resulta $\left|\frac{\underline{U}_c}{\underline{U}_e}\right|=\frac{1}{\left(1+\left[\omega RC\right]^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ y la fase $\arg\left(\frac{\underline{U}_c}{\underline{U}_e}\right)=0-tg^{-1}\left(\omega RC\right)$

Se puede observar que para $\omega RC=1$ el módulo y la fase resultan: $\left|\frac{\underline{U}_c}{\underline{U}_e}\right|=\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\arg\left(\frac{\underline{U}_c}{\underline{U}_e}\right)=-45^{\circ}$

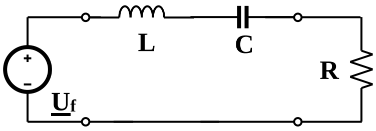
A esta velocidad angular se la llama pulsación de corte.

A RESOLVER POR EL ALUMNO: Graficar módulo y fase en función de la velocidad angular.

b) Se puede utilizar la fórmula previamente hallada para calcular la tensión de salida para la tensión de entrada a las dos frecuencias especificadas: $\underline{U}_c=\underline{U}_e\cdot\frac{1}{1+j\omega RC}$

A RESOLVER POR EL ALUMNO: Calcular la frecuencia de corte y ver dónde se encuentran las frecuencias de la fuente en el gráfico del punto anterior. Sacar conclusiones.

EJERCICIO Nº 14:



En el circuito de la figura: **L = 100 mH** y **C = 20 μF**. **R** no está definida.

a) Determinar ω_0 .

b) Calcular para qué valores de R no habrá sobretensión en el capacitor ante cualquier frecuencia de $\underline{U}_f$.

RESOLUCIÓN:

a) La pulsación de resonancia se obtiene planteando la impedancia equivalente y observando para que valor de pulsación se hace mínima:

$$\underline{Z}_{eq} = R + jX_L - jX_C = R + j\cdot\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{100m\cdot 20\mu}} = 707\,rad/s$$

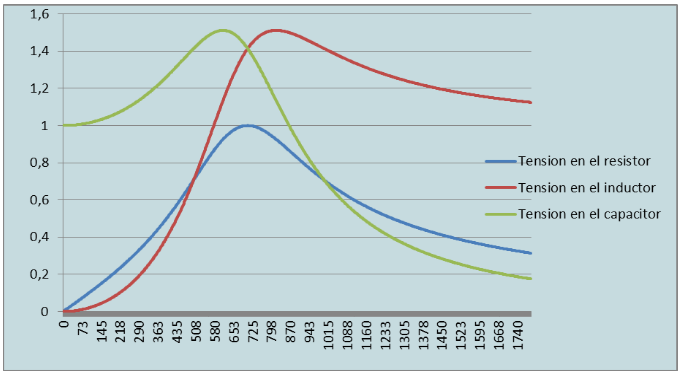
b) Aplicando Ohm la corriente del circuito resulta: $\underline{I} = \frac{\underline{U}_f}{\underline{Z}_{eq}} = \frac{\underline{U}_f}{R + j\cdot(X_L - X_C)} = \frac{\underline{U}_f}{R + j\cdot\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$

La tensión en el capacitor resulta: $\underline{U}_C = \underline{I}\cdot(-jX_C) = (-j)\cdot\frac{\underline{U}_f}{\omega C\left[R + j\cdot\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]}$

Calculando el módulo: $|\underline{U}_C| = \frac{|\underline{U}_f|}{\omega C\cdot\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{|\underline{U}_f|}{\omega C\cdot\sqrt{R^2 + \frac{(\omega^2 LC - 1)^2}{\omega^2 C^2}}} = \frac{|\underline{U}_f|}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}}$

En forma genérica, las tensiones en los elementos reactivos tienen la siguiente amplitud en función de la pulsación:

Tensión normalizada en los elementos pasivos



Se puede observar que para el valor elegido del resistor existen sobretensiones en los elementos reactivos.

Esta situación se puede controlar ajustando el valor de **R**.

Si se desea que no exista sobretensión en el capacitor:

$$|\underline{U}_C| \le |\underline{U}_f| \quad\Rightarrow\quad \frac{|\underline{U}_f|}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}} \le |\underline{U}_f| \quad\Rightarrow\quad \omega^2 C^2 R^2 + (\omega^2 LC - 1)^2 \ge 1 \quad\Rightarrow$$

$$\omega^2 C^2 R^2 + \omega^4 L^2 C^2 - 2\omega^2 LC + 1 \ge 1 \quad\Rightarrow\quad \omega^2 L^2 C^2 + C^2 R^2 - 2LC \ge 0 \quad\Rightarrow\quad C^2 R^2 \ge 2LC - \omega^2 L^2 C^2 \quad\Rightarrow\quad R \ge \sqrt{\frac{2L}{C} - \omega^2 L^2}$$

Se puede observar que la “peor condición” de sobretensión (sobretensión máxima) se da en el máximo del módulo de la tensión en el capacitor. Para encontrar el máximo se deriva la tensión en el capacitor con respecto a la pulsación e igualándola a cero:

$$\frac{\partial|\underline{U}_C|}{\partial\omega} = \left(\frac{|\underline{U}_f|}{\left(\omega^2 C^2 R^2 + (\omega^2 LC - 1)^2\right)^{1/2}}\right)' = -\frac{|\underline{U}_f|\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\omega^2 C^2 R^2 + (\omega^2 LC - 1)^2\right)^{-1/2}\cdot\left(2\omega C^2 R^2 + 4\omega^3 L^2 C^2 - 4\omega LC\right)}{\omega^2 C^2 R^2 + (\omega^2 LC - 1)^2} =$$

$$= -\frac{|\underline{U}_f|\cdot\left(2\omega C^2 R^2 + 4\omega^3 L^2 C^2 - 4\omega LC\right)}{2\left(\omega^2 C^2 R^2 + (\omega^2 LC - 1)^2\right)\cdot\left(\omega^2 C^2 R^2 + (\omega^2 LC - 1)^2\right)} = 0$$

$$2\omega C^2 R^2 + 4\omega^3 L^2 C^2 - 4\omega LC = 0 \quad\Rightarrow\quad CR^2 + 2\omega^2 L^2 C - 2L = 0 \quad\Rightarrow\quad 2\omega^2 L^2 C = 2L - CR^2 \quad\Rightarrow\quad \omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2} \quad\Rightarrow$$

$$\omega_m = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}$$

Se puede observar que la frecuencia a la cual la tensión en el capacitor es máxima está muy próxima a la frecuencia de resonancia del circuito.

Esta frecuencia se utiliza para calcular el valor de R que asegura que no exista sobretensión en el capacitor.

$$R \geq \sqrt{\frac{2L}{C} - \omega^2 L^2} = \sqrt{\frac{2L}{C} - \left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}\right)L^2} = \sqrt{\frac{L}{C} + \frac{R^2}{2}} \quad \Rightarrow \quad R^2 \geq \frac{L}{C} + \frac{R^2}{2} \quad \Rightarrow \quad R \geq \sqrt{\frac{2L}{C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}1}{20\mu}} = 100\Omega$$

EJERCICIO Nº 15:

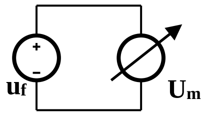
Un voltímetro está conectado a una fuente de tensión que entrega la siguiente tensión:

u**f(t)** = 8000.sen(ωt) + 540.sen(3ωt) + 350.sen(5ωt) V; la frecuencia fundamental es de **50 Hz**.

a) Determinar la lectura del voltímetro.
b) Hallar la corriente poliarmónica en el circuito si se aplicara la tensión de la fuente a un capacitor de **125 µF** conectado en serie con un resistor de **10 Ω**.
c) Graficar la forma de onda de tensión con sus armónicos, la forma de onda de la corriente con sus armónicos y la tensión y corriente poliarmónica en un mismo gráfico.

RESOLUCIÓN:

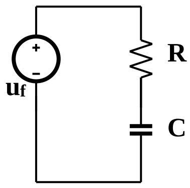
a) El circuito eléctrico se muestra en la figura:



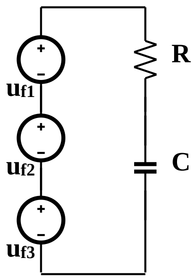
El voltímetro mide valores eficaces. Como se trata de una fuente sin componente de tensión continua (valor medio nulo) y con 3 armónicos, el valor eficaz medido por el voltímetro será el siguiente:

$$U_{f_{ef}} = \sqrt{U_{1_{ef}}^2 + U_{2_{ef}}^2 + U_{3_{ef}}^2} = \sqrt{\frac{U_{1_{max}}^2}{2} + \frac{U_{2_{max}}^2}{2} + \frac{U_{3_{max}}^2}{2}}$$. Utilizando los datos: $U_{f_{ef}} = \sqrt{\frac{8000^2}{2} + \frac{540^2}{2} + \frac{350^2}{2}} \cong 5{,}7V$

b) La fuente se conecta a una carga RC como se muestra en el circuito:



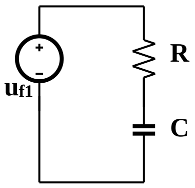
Para resolver el circuito se sugiere aplicar superposición para separar el circuito original en 3 circuitos de distinta frecuencia. De esta forma se puede resolver mediante fasores cada circuito individual.

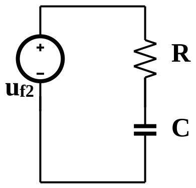


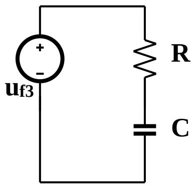
Si se representa la fuente de tensión como suma de tres tensiones: $u_f(t) = u_{f1}(t) + u_{f2}(t) + u_{f3}(t)$

Dónde $u_{f1}(t) = 8000 \cdot sen(\omega t)$; $u_{f2}(t) = 540 \cdot sen(3\omega t)$; $u_{f3}(t) = 350 \cdot sen(5\omega t)$

Si se aplica superposición se pueden obtener 3 circuitos:

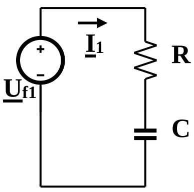




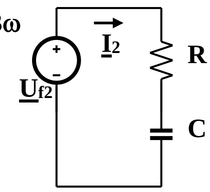


Cada circuito se puede representar mediante fasores debido a que en cada circuito existe solamente una fuente de tensión que energiza el circuito con una única frecuencia:

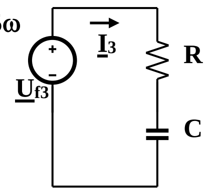
Para **ω**



Para 3**ω**



Para 5**ω**



Resolviendo individualmente cada circuito (aplicando la ley de Ohm):

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{f1}}{R - j\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{8000V}{10 - j25{,}5} = \frac{8000V}{27{,}4 \cdot e^{-j69^o}\Omega} = 292 \cdot e^{j69^o} A$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{f2}}{R - j\dfrac{1}{3\omega C}} = \frac{540V}{10 - j8{,}5} = \frac{540V}{13{,}1 \cdot e^{-j40^o}\Omega} = 41{,}2 \cdot e^{j40^o} A$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{f3}}{R - j\dfrac{1}{5\omega C}} = \frac{350V}{10 - j5{,}1} = \frac{350V}{11{,}2 \cdot e^{-j27^o}\Omega} = 31{,}3 \cdot e^{j27^o} A$$

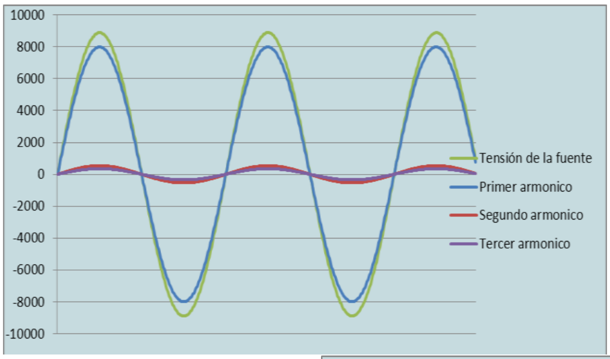
Con los complejos obtenidos se construyen los fasores propiamente dichos:

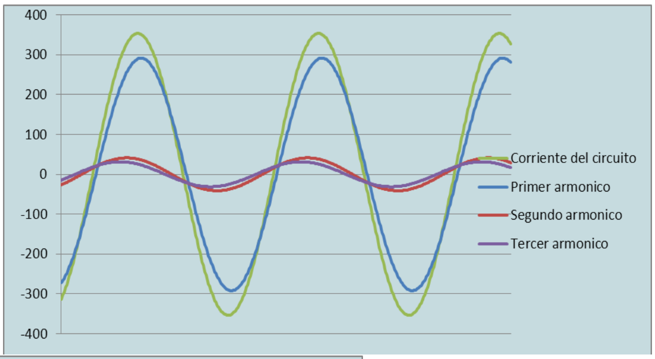
$$\dot{I}_1 = \underline{I}_1 \cdot e^{j\omega t} = 292 \cdot e^{j(\omega t + 69^o)} A \quad ; \quad \dot{I}_2 = \underline{I}_2 \cdot e^{j3\omega t} = 41{,}2 \cdot e^{j(3\omega t + 40^o)} A \quad ; \quad \dot{I}_3 = \underline{I}_3 \cdot e^{j3\omega t} = 31{,}3 \cdot e^{j(5\omega t + 27^o)} A$$

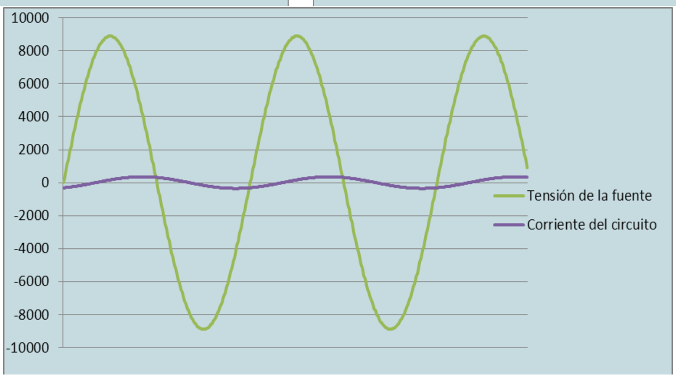
Con los resultados obtenidos se obtiene la corriente poliarmónica en el circuito:

$$i(t) = 292 \cdot sen(\omega t + 69^o) + 41{,}2 \cdot sen(3\omega t + 40^o) + 31{,}3 \cdot sen(5\omega t + 27^o) A$$

c) La tensión y la corriente resultan:







COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES

En el desarrollo de este **TAP** han resultado importantes los siguientes aspectos:

a) Variación de la **respuesta** de redes con elementos reactivos en función de la frecuencia o la pulsación.
b) Gráficas de las **respuestas del módulo** vs. la frecuencia o la pulsación.
c) Gráficas de las **respuestas de la fase** vs. la frecuencia o la pulsación.
d) El análisis del dipolo **RLC** serie y paralelo al variar la frecuencia, el concepto de resonancia, factor de mérito y ancho de banda.
e) El concepto de **sobretensión** y **sobrecorriente** y sus implicancias.
f) Construcción de **filtros**, tanto de **primer orden** (con un solo componente reactivo) como de **segundo orden** (con los dos componentes reactivos).
g) La existencia de **señales poliarmónicas** expresables mediante la **serie de Fourier**.
h) Las diferentes causas del origen de dichas señales poliarmónicas.
i) La resolución de circuitos mediante **el principio de superposición**, en función de cada componente armónica.
j) La determinación del **valor eficaz de la señal poliarmónica** a partir de los valores eficaces de cada componente armónica.