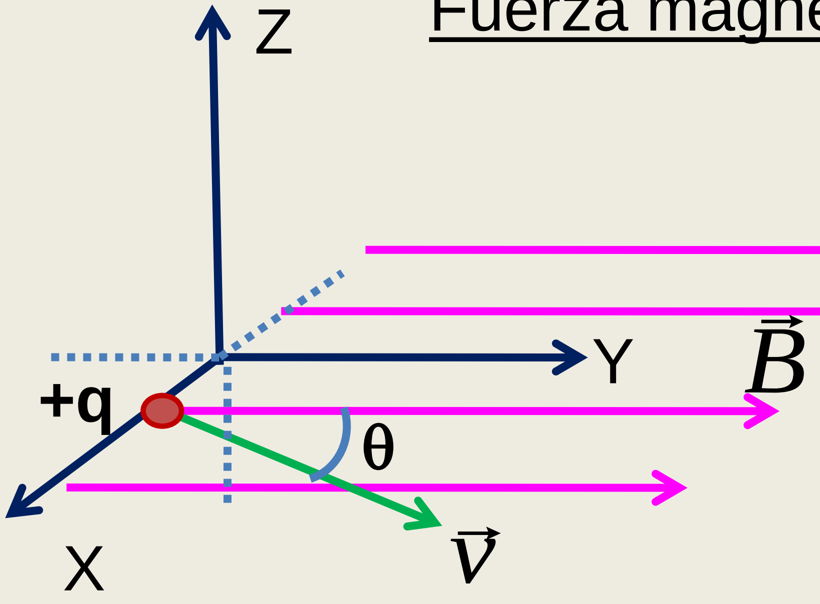
Inducción Electromagnética
(Ley de Inducción de Faraday)

Hasta ahora hemos estudiado el campo eléctrico producido por cargas eléctricas en reposo y el campo magnético producido por cargas en movimiento (corrientes eléctricas).

También vimos que el campo magnético ejerce fuerzas sobre cargas en movimiento o conductores que transportan corrientes eléctricas estacionarias.

Ahora veremos la relación entre campos magnéticos y la generación de campos eléctricos que pueden movilizar cargas en conductores (fuerza electromotriz: fem)

Fuerza magnética sobre una carga en movimiento



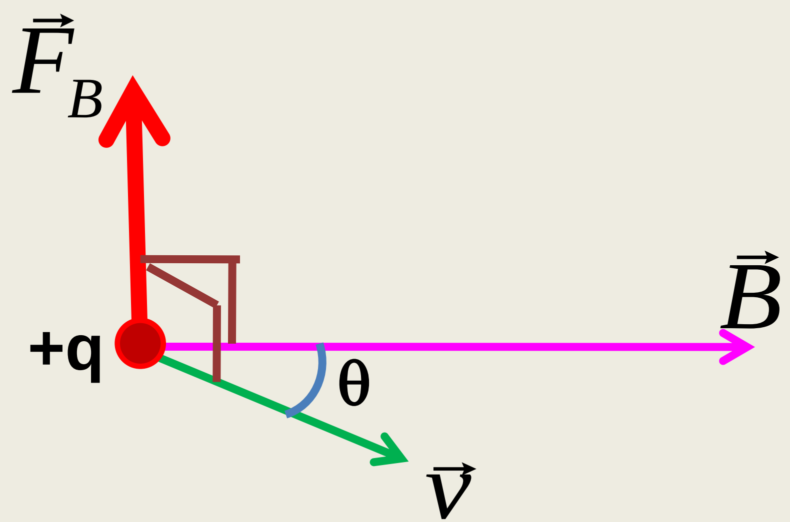
$\left|\vec{F}_B\right| \propto q,\, v,\, B$

$\left|\vec{F}_B\right|$ depende del ángulo $\theta \propto sen(\theta)$

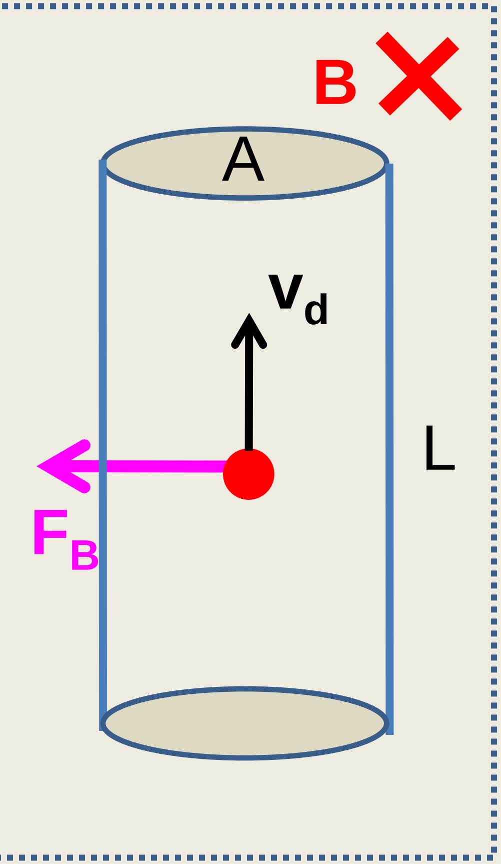
$\vec{F}_B$ es perpendicular a $\vec{v}$ y a $\vec{B}$

La expresión vectorial para la fuerza magnética es:

$$\boxed{\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B}}$$



Fuerza magnética sobre un conductor que transporta una corriente estacionaria



$$\text{sobre una carga}: \vec{F}_B = q\,\vec{v}\times\vec{B}$$

$$\text{en un conductor}: \ \vec{v} = \vec{v}_d$$

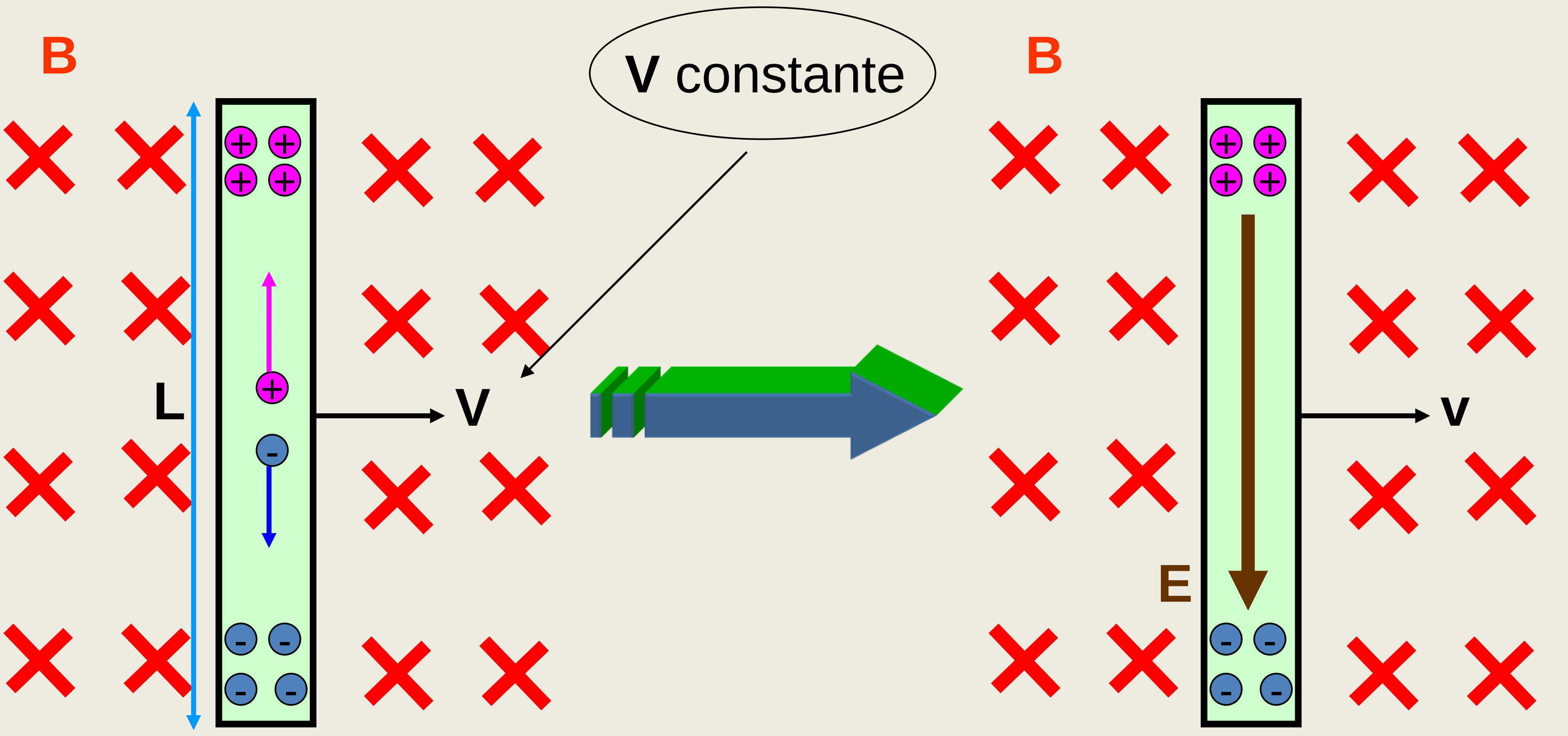
$$n = \text{N}^{\text{o}} \text{ de portadores por unidad de volumen}$$

$$\therefore \ \text{la fuerza total sobre el conductor será}:$$

$$\vec{F}_B = (n\,A\,L)q\,\vec{v}_d\times\vec{B}; \quad \text{pero}: nqAv_d = I$$

$$\therefore \quad \boxed{\vec{F}_B = I\,\vec{L}\times\vec{B}}$$

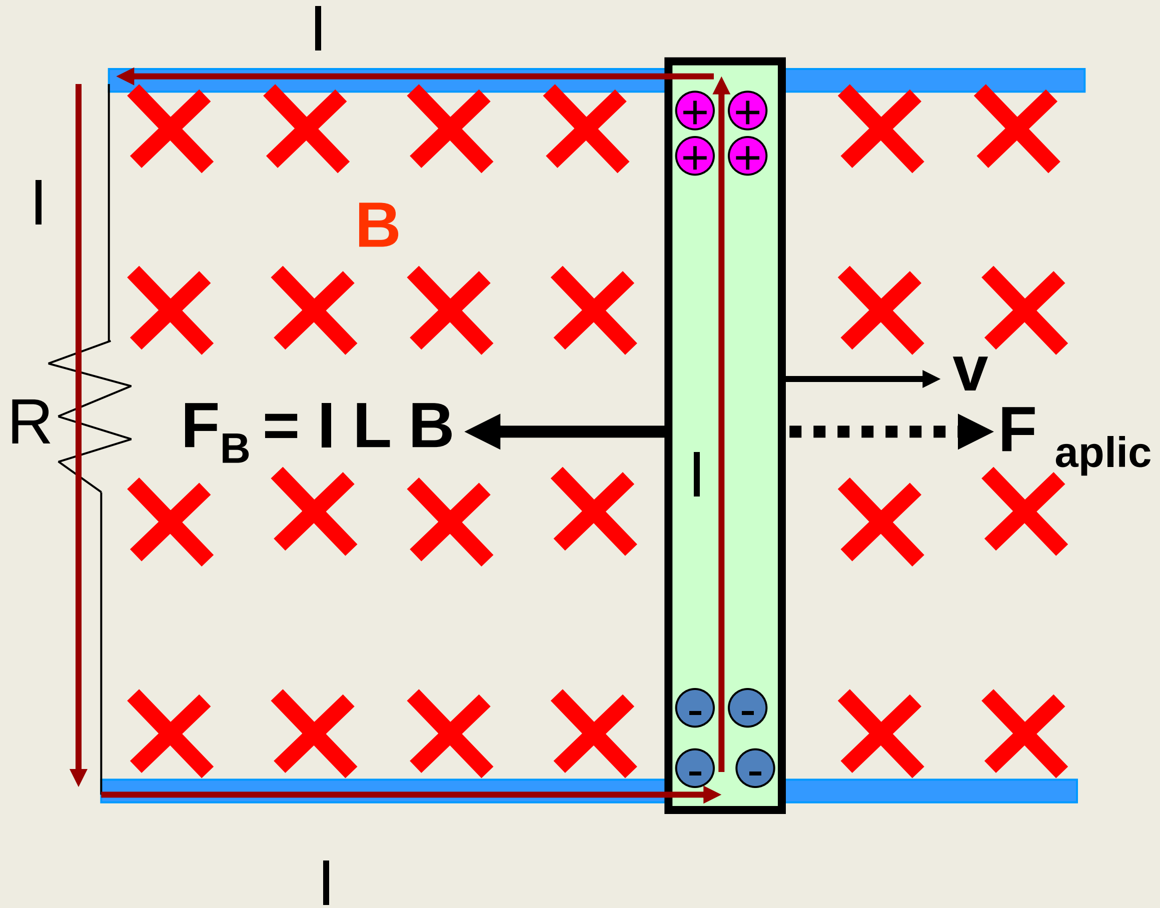
Fem inducida por movimiento

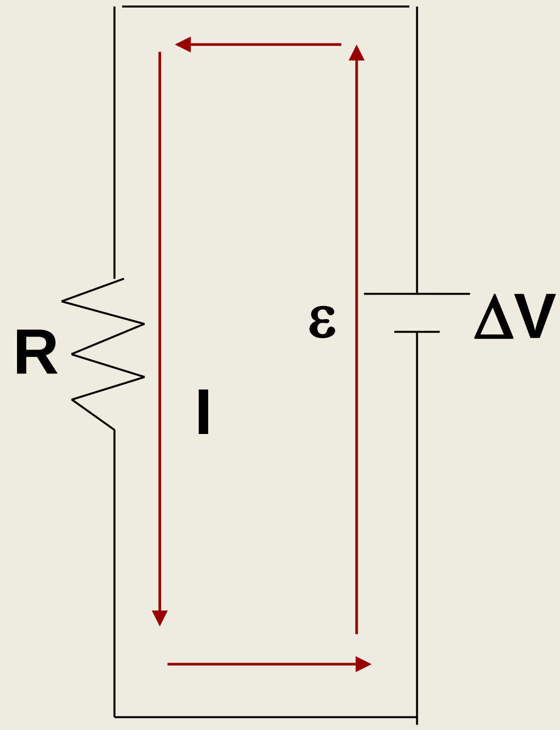


En equilibrio: $F_e = F_B \longrightarrow qE = qvB$

$$\begin{cases} E = v\,B \\ \Delta V = E\,L = B\,L\,v \end{cases}$$

Espira que aumenta su área en B uniforme





A medida que el conductor se mueve, experimenta una fuerza F_B que tiene sentido opuesto al vector velocidad, por lo que hay que aplicar una fuerza $F_{aplic} = F_B$ para mantener el MRU

Por la ley de Ohm:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BLv}{R}$$

A medida que la barra se desplaza con velocidad v

el área encerrada por el circuito aumenta a un ritmo:

$$L\, dx/dt = L\, v$$

El flujo del campo B aumenta a un ritmo:

$$B\, dA / dt = B\, d(Lx) / dt = B\, L\, v$$

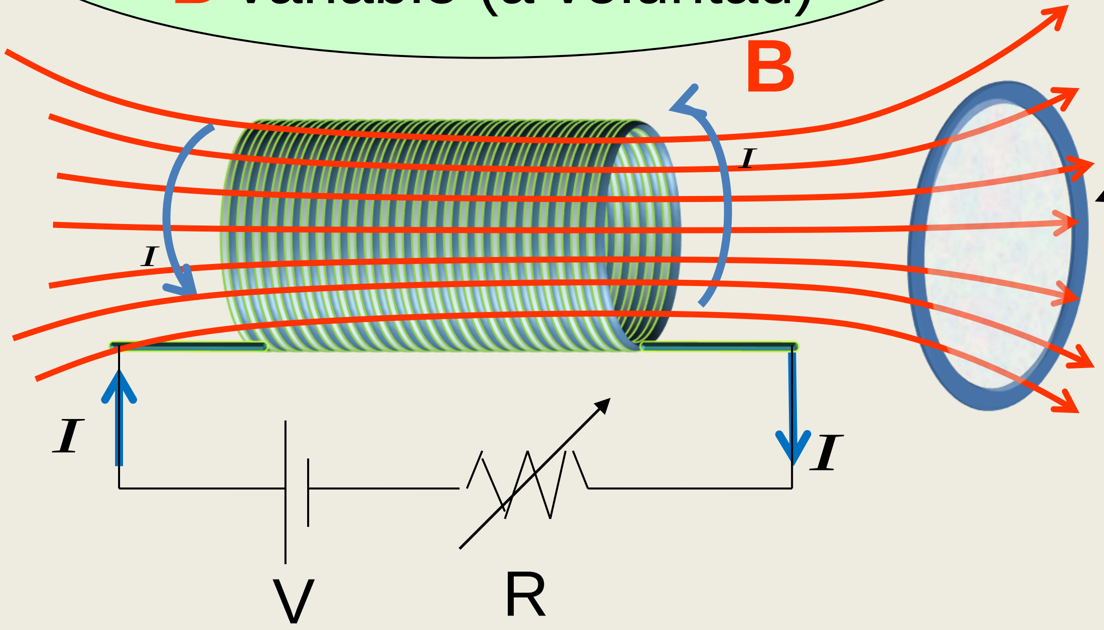
Por lo tanto: $\varepsilon \sim d\phi / dt$ ϕ es el flujo magnético a través de A

Ley de inducción de Faraday

Veamos un caso más general

Solenoide de corriente variable:

B variable (a voluntad)



Espira conductora de área A

Si movemos la espira respecto del solenoide: <u>podemos decidir la dirección de la fem aplicando conceptos de fuerza magnética a cargas en movimiento</u>

¿Y si dejamos la espira (con cargas libres) estática y movemos el solenoide respecto de la espira?

<u>Resultado</u>: aparece una fem en la dirección opuesta al cambio de flujo magnético a través del área A de la espira

¿Y si variamos el campo B (variando la corriente que circula por el solenoide, manteniendo la espira y el solenoide en reposo?

Resultado: aparece una fem en la dirección opuesta al cambio de flujo magnético a través del área A de la espira.

AFIRMACIÓN GENERAL:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

LEY DE LENZ

En cualquier trayectoria cerrada que enlace un flujo variable de campo magnético aparecerá una fem inducida cuyo sentido tiende a oponerse al cambio de flujo (LEY DE LENZ) y cuya magnitud es igual al ritmo de variación del flujo de B.

¡ALGUNAS COSAS PARA TENER EN CUENTA!

$$\varepsilon = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

LEY DE LENZ

La fem inducida existe INDEPENDIENTEMENTE de que haya o no una espira: ésta sólo nos permite medir la corriente inducida

La fem inducida está DISTRIBUÍDA a lo largo de la trayectoria cerrada: NO ESTA UBICADA EN UN LUGAR PARTICULAR

La fem inducida aparece cuando hay una VARIACIÓN TEMPORAL DEL FLUJO DEL CAMPO MAGNÉTICO QUE ATRAVIESA (ENLAZA) EL ÁREA DE LA ESPIRA

¿Por qué es importante el signo menos?

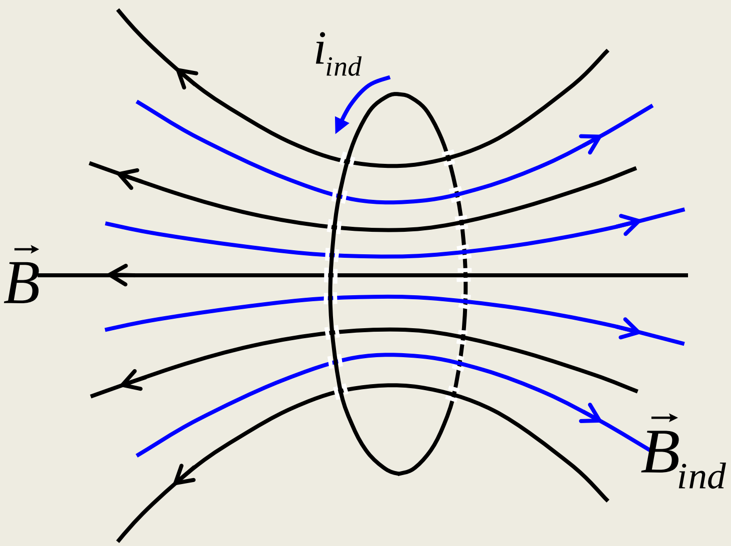
Se basa en el **principio de conservación de la energía**

Si hubiera un signo +: un pequeño **incremento del flujo** magnético a través de una superficie limitada por un circuito cerrado **generaría una fem inducida**, la cual **generaría una corriente** inducida por el circuito cuyo campo magnético produciría una variación de flujo que reforzaría el cambio anterior, se obtendrían corrientes altas sin gasto de energía:

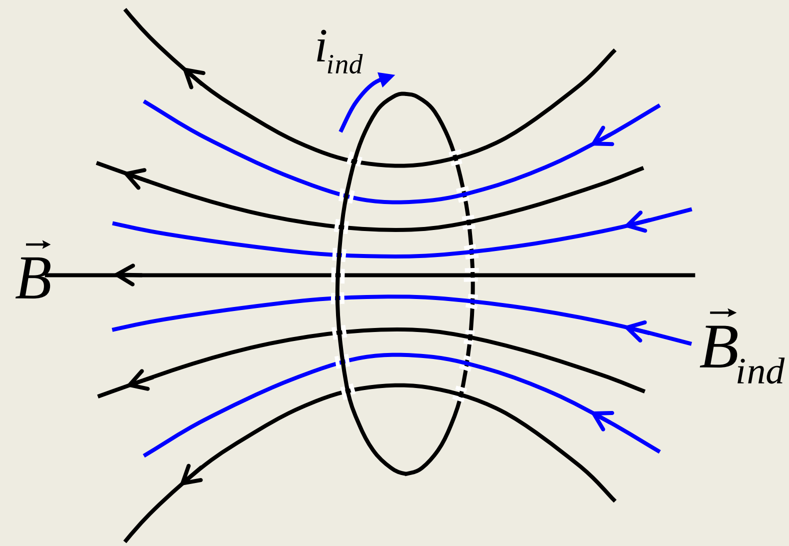
VIOLA el principio de conservación de la energía

Ley de Lenz

El sentido de la fem inducida sobre un camino cerrado cualquiera tiende a producir una corriente eléctrica cuyo flujo de campo magnético se opone al cambio de flujo en una superficie limitada por el camino cerrado.



$$\frac{d\Phi_m}{dt} > 0$$



$$\frac{d\Phi_m}{dt} < 0$$

¡MÁS COSAS PARA TENER EN CUENTA!

$$\varepsilon = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

LEY DE LENZ

La variación temporal del flujo del campo magnético que atraviesa (enlaza) el área de la espira puede deberse a tres causas:

B varía con el tiempo

A varía con el tiempo

Ambas cosas a la vez

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d\left(\iint_A \vec{B} \bullet d\vec{a}\right)}{dt}$$

La ley de Lenz se justifica por la conservación de la energía

RECORDAR: campos magnéticos variables generan campos eléctricos que mantienen cargas en movimiento (fems)

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d\left(\iint_A \vec{B} \bullet d\vec{a}\right)}{dt}$$

Si $\vec{B}$ es uniforme y perpendicular sobre A, entonces

$$\varepsilon = -\frac{d\left(B \iint_A da\right)}{dt} = -\frac{d(B\,A)}{dt}$$

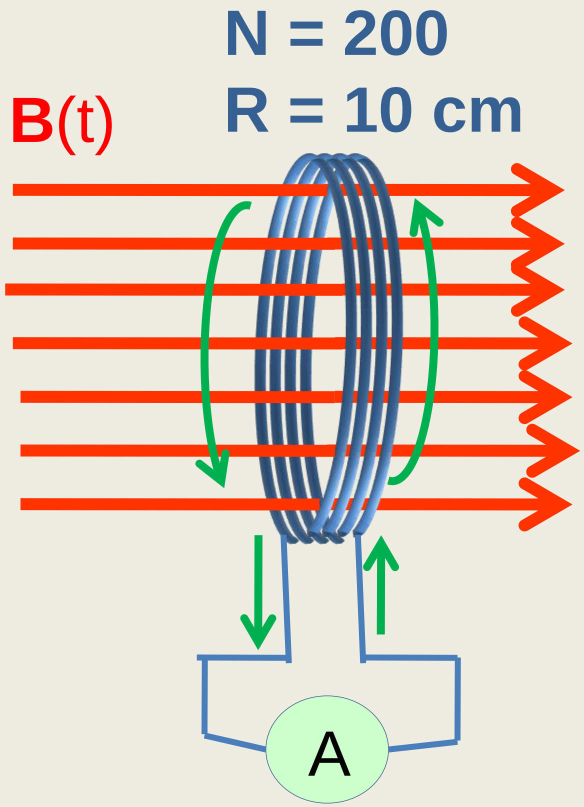
si $\mathrm{B} = \mathrm{B(t)}$ y A es cte, entonces

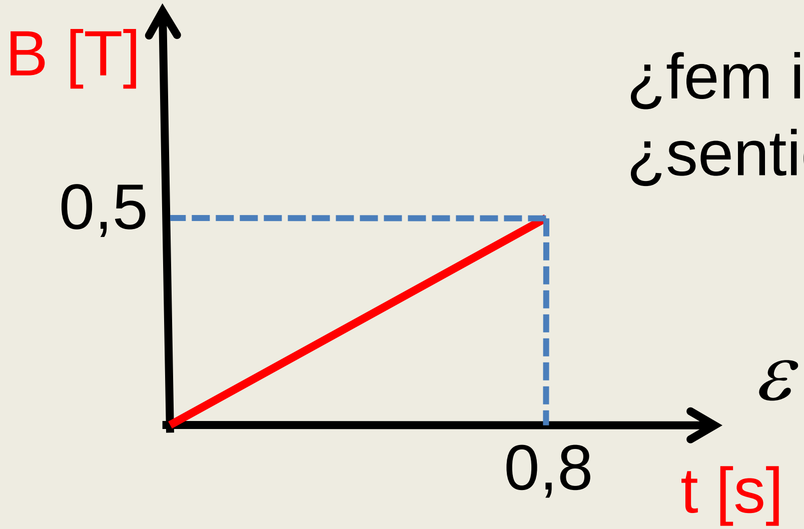
$$\varepsilon = -\frac{dB}{dt} A$$

si $\mathrm{A} = \mathrm{A(t)}$ y B es cte, entonces

$$\varepsilon = -\frac{dA}{dt} B$$

Problema de aplicación





¿fem inducida?
¿sentido de fem?

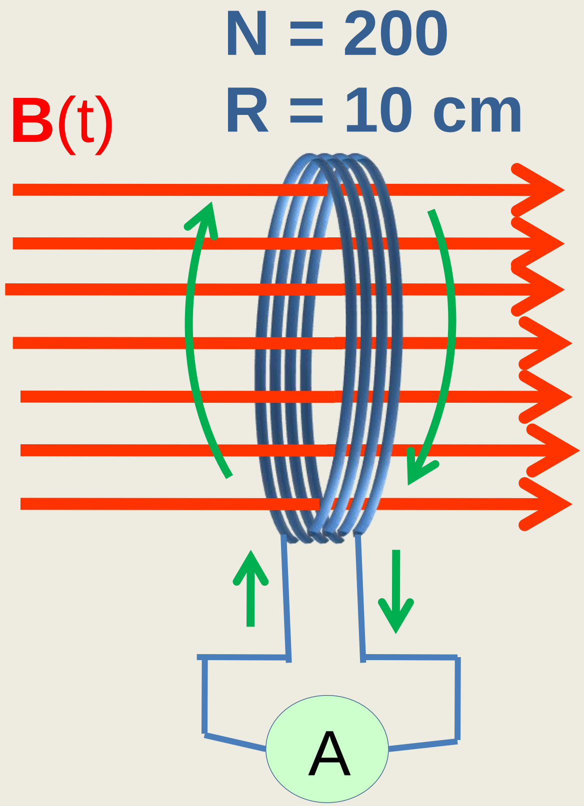
$$\varepsilon = -N\,\frac{d\phi}{dt}$$

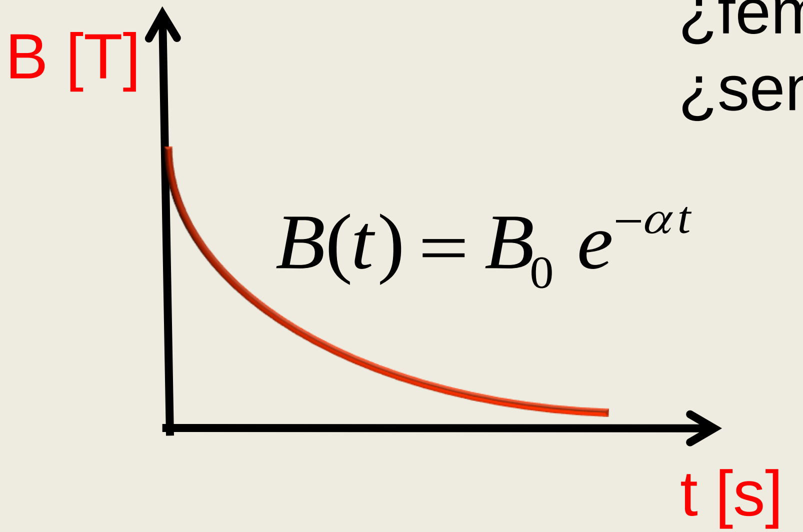
Como B es uniforme y perpendicular a la bobina, el flujo será: $\phi = B(t)\,A$

$$\text{si B} = \text{B(t) y A es cte, entonces}$$

$$|\varepsilon| = N\,\frac{dB}{dt}A; \quad B(t) = \left(\frac{0{,}5}{0{,}8}\right)t \Rightarrow |\varepsilon| = 200\left(\frac{0{,}5}{0{,}8}\right)\pi R^2$$

Otro problema de aplicación





¿fem inducida?

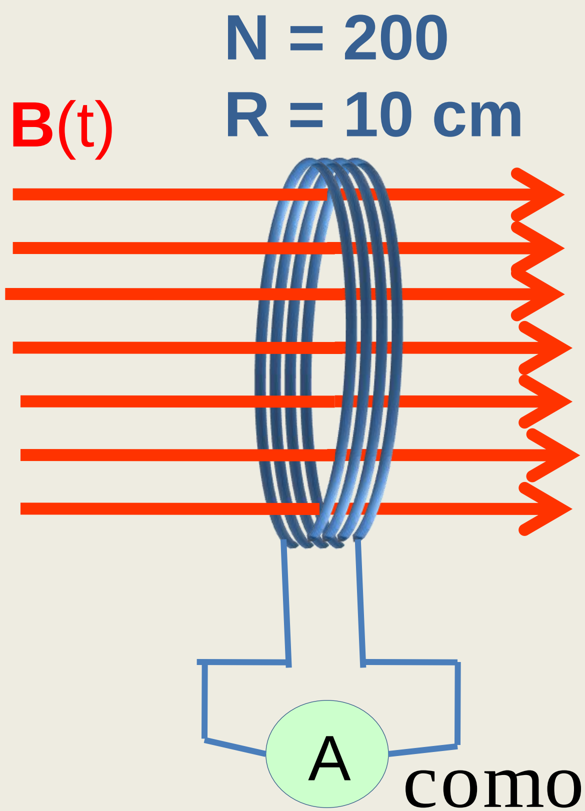
¿sentido de fem?

Como B es uniforme y perpendicular a la bobina, el flujo será: $\phi = B(t)\, A$

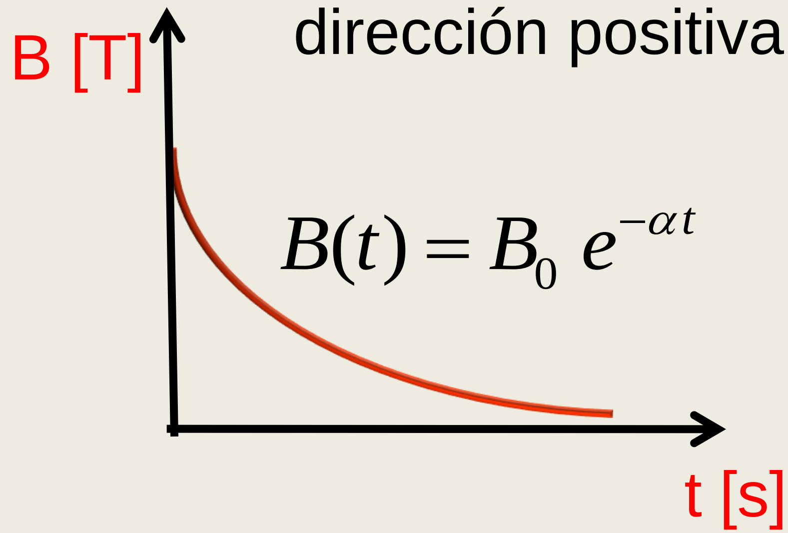
$$\text{si } B = B(t) \text{ y } A \text{ es cte, entonces}$$

$$|\varepsilon| = N \frac{dB}{dt} A = N \frac{d(B_0\, e^{-\alpha t})}{dt} A = \alpha\, N\, A\, B_0\, e^{-\alpha t}$$

Otra forma de ver el problema



Podemos usar la ley de Faraday con ley de Lenz incluida, definiendo una dirección positiva para el flujo



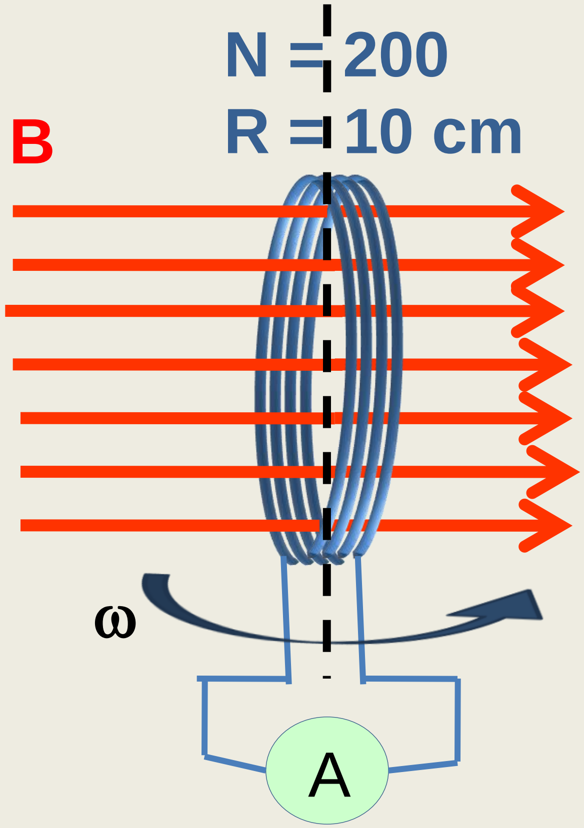
$$B(t) = B_0\, e^{-\alpha t}$$

$$\text{como } \mathrm{B} = \mathrm{B(t)} \text{ y A es cte, entonces}$$

$$\varepsilon = -N \frac{dB}{dt} A = -N \frac{d(B_0\, e^{-\alpha t})}{dt} A = +\alpha\, N\, A\, B_0\, e^{-\alpha t}$$

$$\therefore \quad \text{el sentido de } \varepsilon \text{ es el que corresponde a la generación de un flujo positivo}$$

Otro caso: campo fijo, área variable



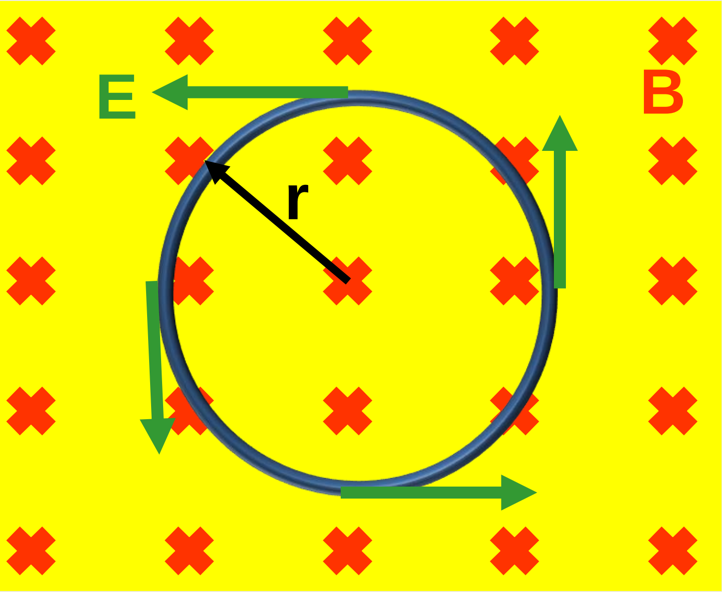
En este caso el **B es constante** pero el **área varía en el tiempo.** La bobina gira con velocidad angular constante **ω.**
Si llamamos **θ** al ángulo formado entre **B** y el versor normal al área de la bobina, podemos escribir: **θ** = **ω** t
y el flujo será: $\phi_B = B\,A\cos(\omega t)$

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi_B}{dt} = -NBA\omega[-sen(\omega t)]$$

$$\varepsilon = NBA\omega\, sen(\omega t)$$

La fem inducida será senoidal , con la misma frecuencia angular con la que gira la bobina. Este es el principio de funcionamiento de los generadores comerciales de corriente alterna.

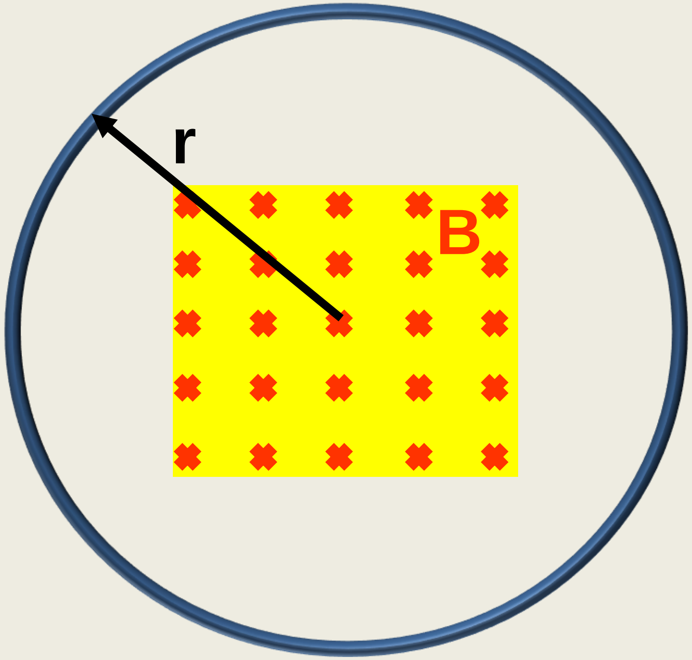
Problema de inducción de campo eléctrico



Si el módulo de B cambia con el tiempo (aumenta, por ejemplo), se induce una fem en el lazo que movilizará las cargas en la trayectoria circular ⇒ existe un campo eléctrico tangente (por simetría), cuya circulación es igual al trabajo realizado para mover una carga de prueba :

$$q\varepsilon = \oint_C q\,\vec{E}\bullet d\vec{l} = qE\,2\pi\,r$$

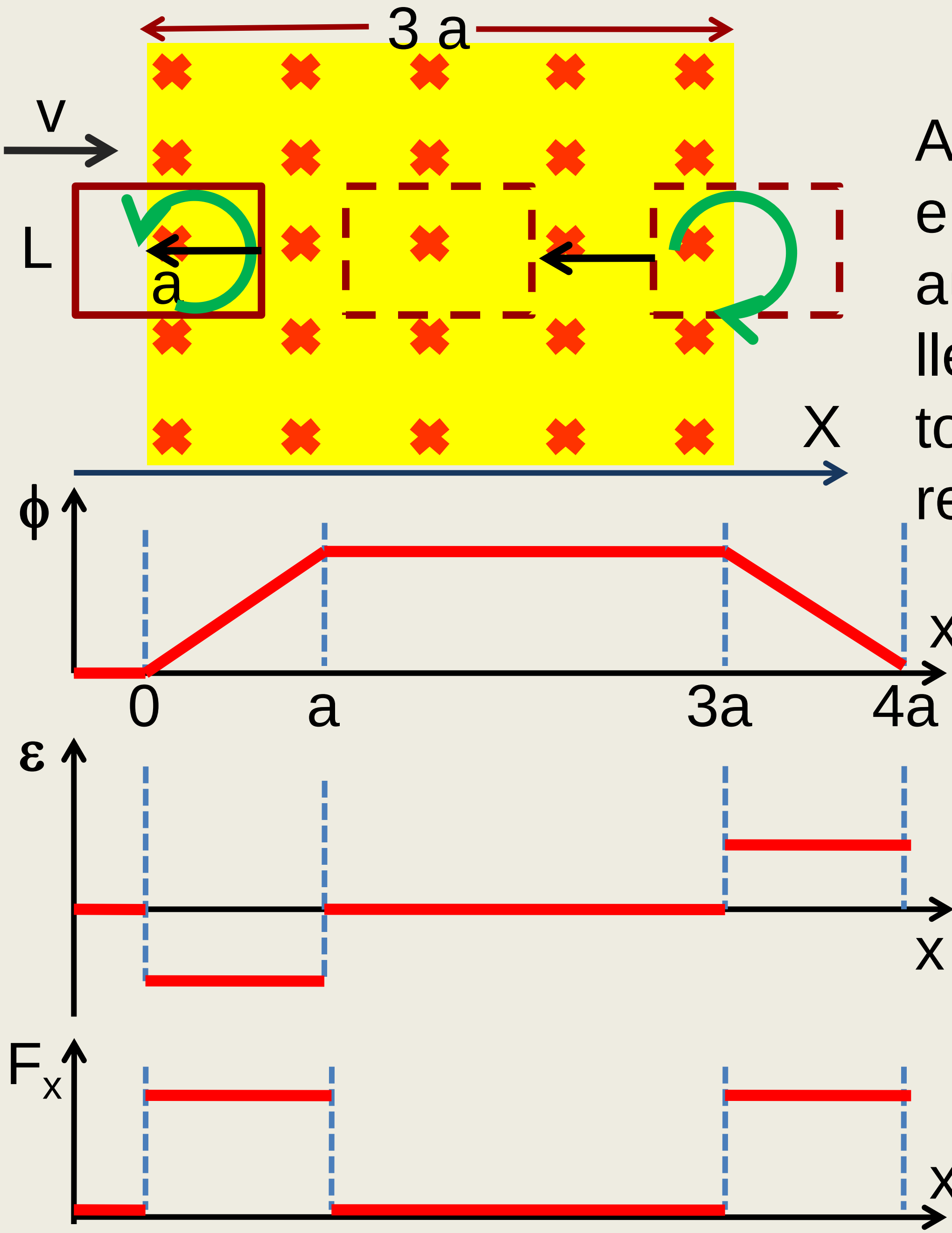
$$\therefore E = \frac{\varepsilon}{2\pi\,r}$$



en general, exista o no una espira, podemos escribir:

$$\boxed{\oint_C \vec{E}\bullet d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}}$$

Espira que entra y sale de una región de B uniforme



Calcular: ϕ, ε, F_x

A medida que la espira se mete en la región de B, el flujo aumenta linealmente hasta llegar a un máximo cuando toda el área está dentro de la región de campo magnético

$$\phi_{máximo} = B\,A = B\,L\,a$$

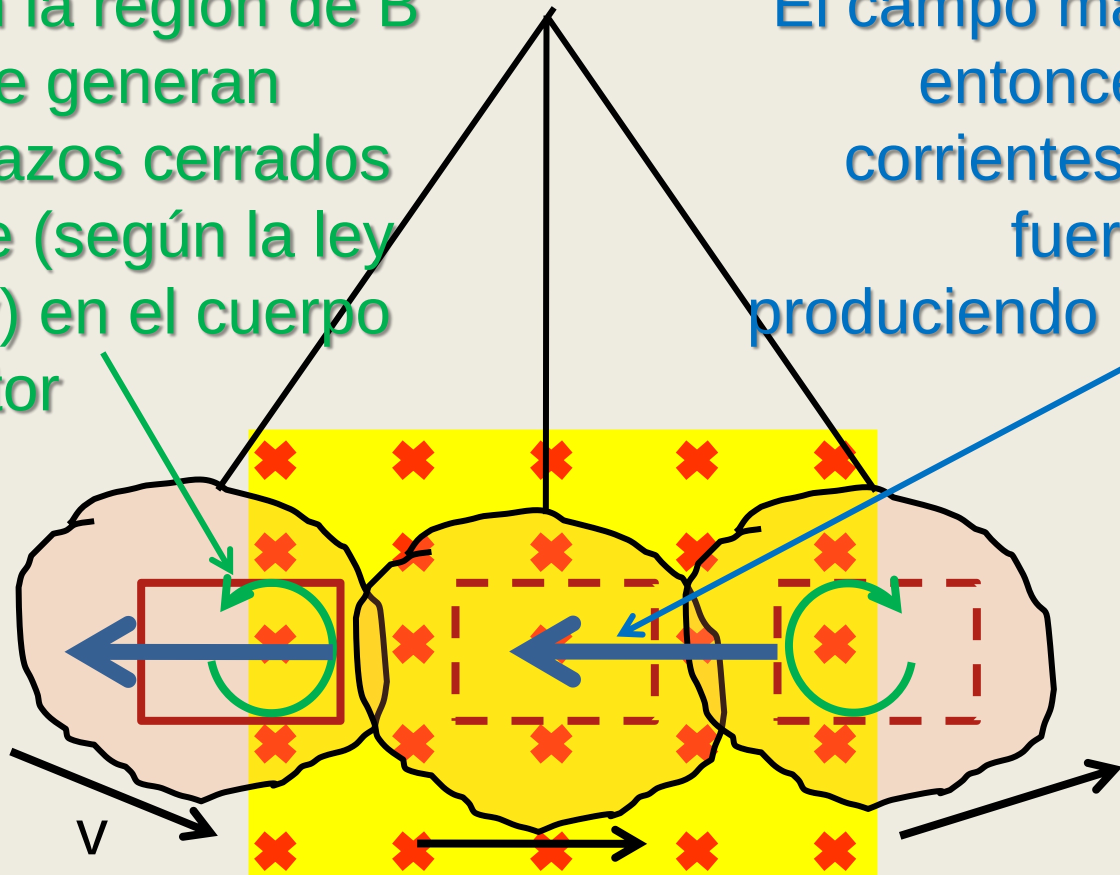
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \begin{cases} -B\,L\,v \\ +B\,L\,v \end{cases}$$

$$F_x = I\,L\,B = \frac{\varepsilon}{R} L\,B = \frac{v}{R} L^2\,B^2$$

¿Y si la espira es una trayectoria cerrada dentro de un conductor que está pasando por la región de B uniforme?

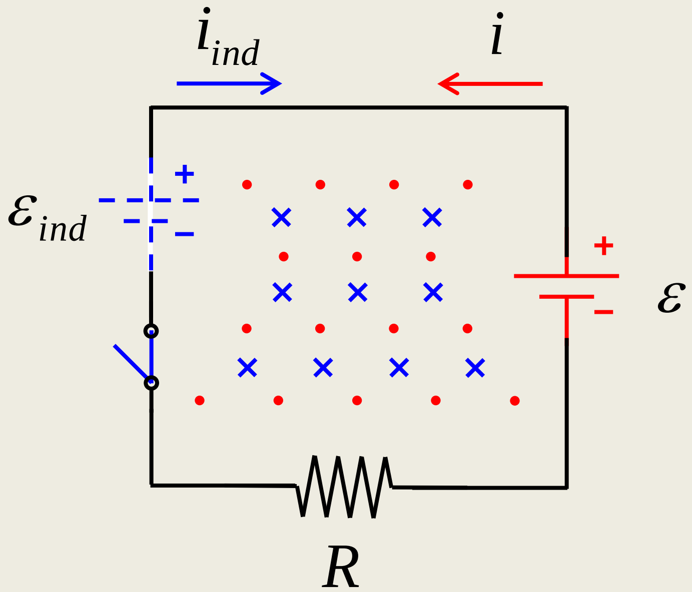
Al entrar en la región de B uniforme, se generan pequeños lazos cerrados de corriente (según la ley de Faraday) en el cuerpo del conductor

El campo magnético actúa entonces sobre estas corrientes a través de la fuerza de Lorentz, produciendo un frenado del cuerpo



Estos lazos cerrados de corrientes que se forman en todo el cuerpo del conductor se llaman <u>corrientes en torbellino</u> o <u>corrientes de Foucault</u>

Autoinductancia



Al cerrar el circuito la corriente no pasa inmediatamente de cero a su valor máximo

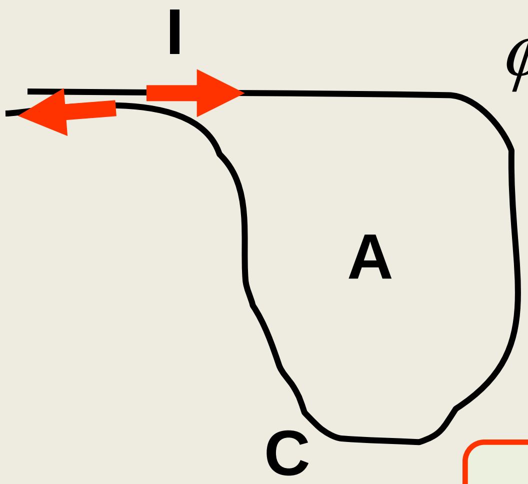
A medida que la corriente aumenta, se genera un campo magnético saliente en la espira cuyo flujo aumenta con el tiempo

El aumento de flujo induce una fem en el circuito que genera un flujo de campo magnético que se opone al cambio

Se da el efecto de un incremento gradual de la corriente. El efecto se llama autoinducción (el flujo de campo magnético variable es generado por el propio circuito)

¿Cómo se define la autoinductancia?

La ley de inducción de Faraday tiene una consecuencia directa sobre el funcionamiento de circuitos eléctricos que portan una corriente variable en el tiempo:



$$\phi_B = \iint_A \vec{B} \bullet d\vec{a}\ ; \text{ B se calcula por Biot-Savart}$$

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_C \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2} = \vec{F}\ I$$

$$\boxed{\phi_B =} \iint_A \vec{B} \bullet d\vec{a} = \iint_A \vec{F}\ I \bullet d\vec{a} = I \iint_A \vec{F} \bullet d\vec{a} = \boxed{L\, I}$$

L: inductancia : depende de la geometría del circuito

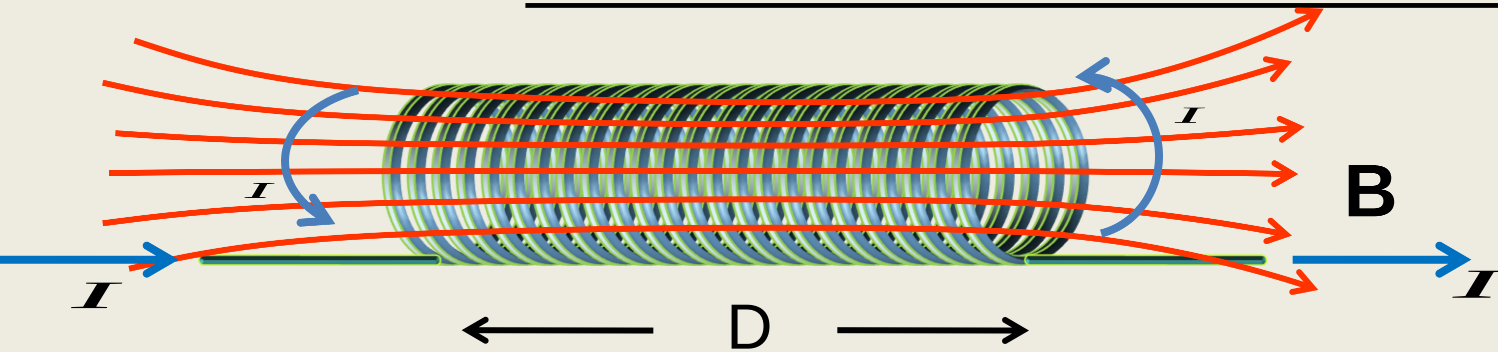
$$\boxed{\varepsilon =} - \frac{d\phi_B}{dt} = - \frac{d(LI)}{dt} = \boxed{-L\frac{dI}{dt}}$$

Unidades:

$$[L] = \frac{[\phi_B]}{[I]} = \frac{Weber}{Ampere} = Henry$$

Símbolo circuital de la inductancia

Cálculo de la inductancia de un solenoide largo



$D >> R$

$\eta = N / D$

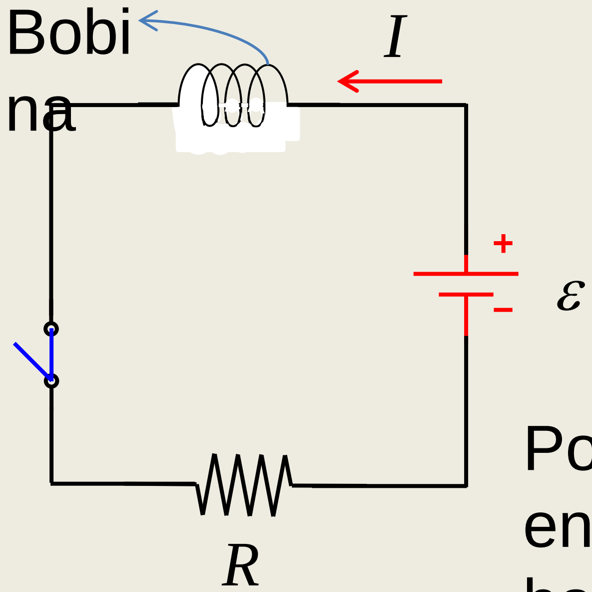
$$L = \frac{\phi_B}{I} \quad \therefore \text{debemos calcular}\, \phi_B$$

como $D >> R$, suponemos B cte dentro del solenoide

$$\phi_B = N\ B\ A = N(\mu_0\ \eta\ I)\ A\frac{D}{D} =$$

$$= \eta^2\ \mu_0\ I\ A\, D = L\ I \qquad \Rightarrow \boxed{L = \eta^2\ \mu_0\ A\, D}$$

Energía almacenada en un campo magnético



Al cerrar la llave $\varepsilon = IR + L\dfrac{dI}{dt}$

$$I\varepsilon = I^2R + L\,I\,\frac{dI}{dt}$$

Potencia entregada por batería

Potencia disipada en resistencia

Potencia en el inductor

$$\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_B = \int_0^{U_B} dU = \int_0^{I} LI\,dI = \frac{LI^2}{2}}$$

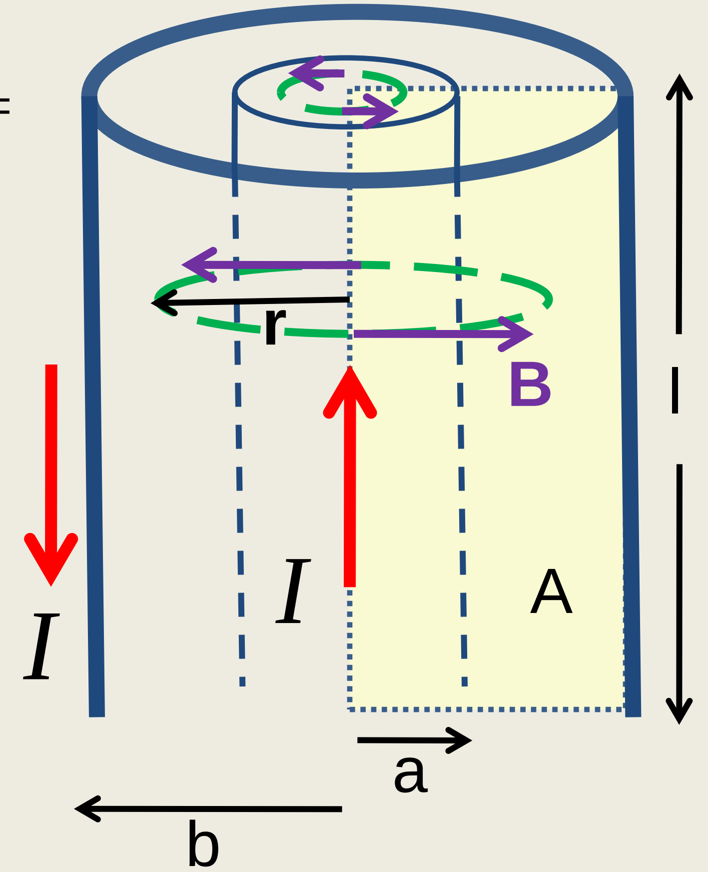
Para una bobina $B = \mu_o I\,n$ $L = \mu_o\,n^2\,A\,l$

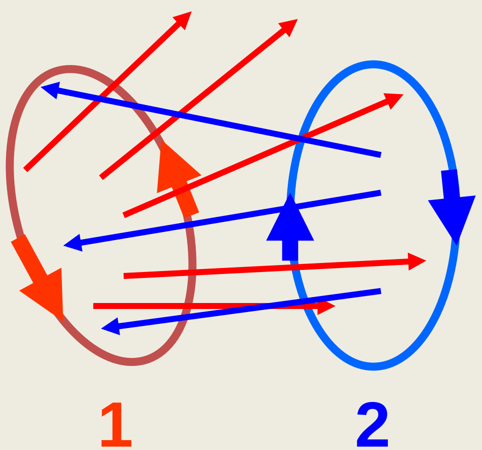
$$U_B = \frac{LI^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_o}A\,l \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_B = \frac{B^2}{2\mu_o}}$$

$$\phi_B = \iint_A \vec{B} \bullet d\vec{a} = \int_0^a \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2} l \, dr + \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \, l \, dr =$$

$$= [\frac{\mu_0 l}{4\pi} + \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln(\frac{b}{a})] I = L I$$

$$\therefore \quad L = \frac{\mu_0 l}{2\pi}[\frac{1}{2} + \ln(\frac{b}{a})] \quad \text{Hy}$$





$$\phi_2 = L_2 \, I_2 + M_{21} \, I_1$$

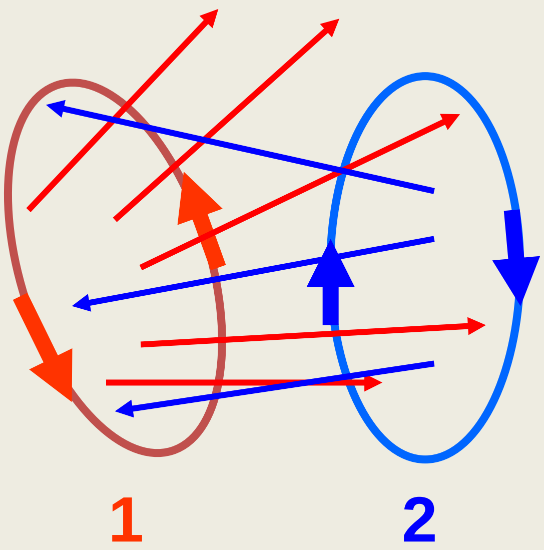
$$\phi_1 = L_1 \, I_1 + M_{12} \, I_2$$

$$\boxed{M_{21} = M_{12} = M \quad \text{Inductancia mutua}}$$

se calcula con el mismo método que el que usamos para el cálculo de L

Inductancia Mutua

Si en cierta región del espacio existen dos lazos de corriente que generan campo magnético, parte de las líneas de campo de uno de ellos enlazará al otro y viceversa. La inductancia mutua está relacionada con dicha capacidad de enlace mutuo de flujo y es una magnitud que solo depende de las características geométricas de los circuitos y de su posicionamiento mutuo.



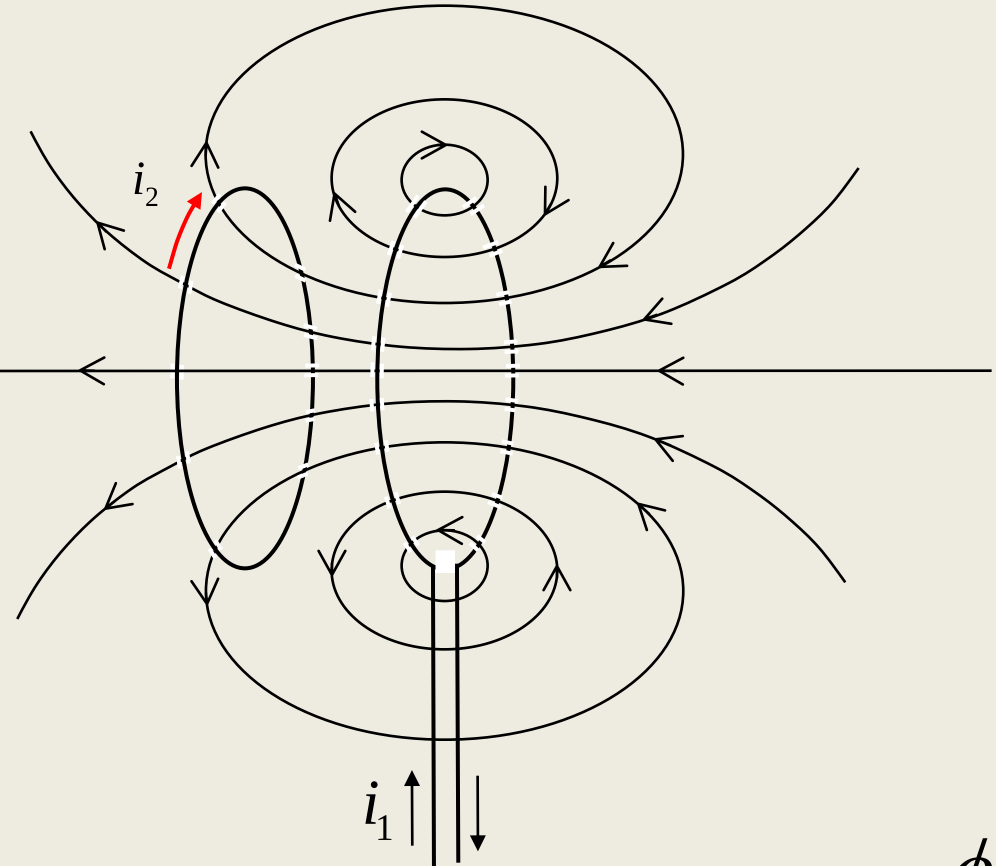
$$\phi_2 = L_2\, I_2 + M_{21}\, I_1$$

$$\phi_1 = L_1\, I_1 + M_{12}\, I_2$$

$$\boxed{M_{21} = M_{12} = M \qquad \text{Inductancia mutua}}$$

se calcula con el mismo método que el que usamos para el cálculo de L

Inductancia mutua



Un cambio en la corriente de la primer espira genera un cambio en el flujo magnético de la segunda espira, produciendo una fem inducida

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt}$$

$$\phi_2 = \int_{A_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = i_1 \int_{A_2} \vec{G}_1 \cdot d\vec{A}$$

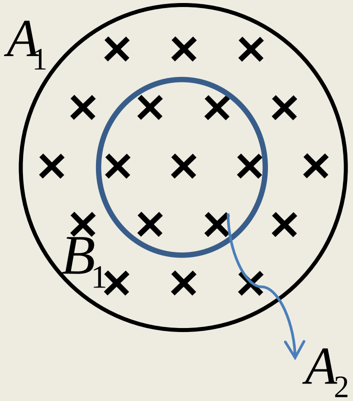
$$\boxed{\varepsilon_2 = -M \frac{di_1}{dt}}$$

Inductancia mutua, depende SOLO de

$$\boxed{M = N_2 \frac{\phi_2}{i_1} = N_1 \frac{\phi_1}{i_2}}$$

Ejemplo: calcular la inductancia mutua de dos bobinas, una dentro de la otra

Llamemos 1 a la bobina exterior (con radio más grande), y 2 a la bobina interior



$$B_1 = \mu_o I_1 \, n_1$$

$$\phi_2 = \int_{A_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = \mu_o I_1 \, n_1 A_2$$

$$M = N_2 \frac{\phi_2}{I_1} = \mu_o n_2 \, n_1 A_2 \, l$$