POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

¿Qué se estudia relacionado con la POTENCIA?

Según el tipo de circuito

Contínua

Monofásica

Trifásica

Poliarmónica

Tema especial

Factor de potencia

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

Cualquier estudio sobre la potencia en un circuito eléctrico debe partir de la expresión general de la potencia

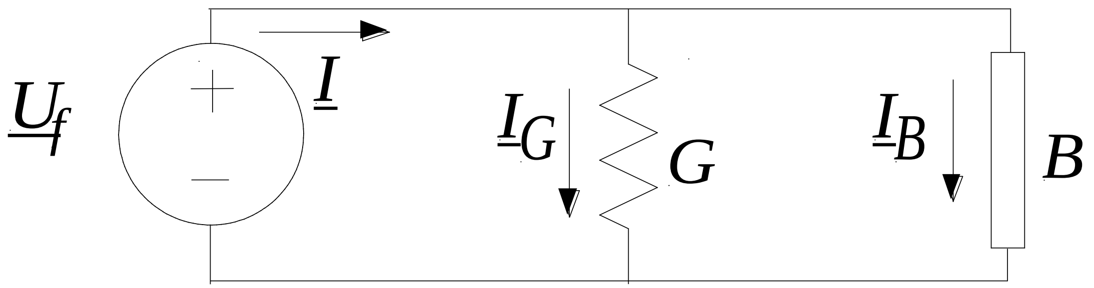
$$p(t)= u(t)\cdot i(t)$$

En el caso de circuitos monofásicos y trifásicos, se supone el sistema alimentado con una fuente de tensión alterna senoidal:

$u(t) = U_f\cdot sen\ \omega t$ ⇒ $i(t) = I\cdot sen\ (\omega t -\varphi)$

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

Sea el siguiente circuito



$u(t) = U_f \cdot sen\ \omega t$

$i(t) = I \cdot sen\ (\omega t - \varphi)$

Utilizando la expresión generalizada de p(t), y luego de aplicar relaciones trigonométricas adecuadas(*)*, resulta:*

$$p(t) = u_f(t) \cdot i(t) = \frac{U_f \cdot I}{2}[cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

que es la denominada ***potencia instantánea monofásica***

(*) : $\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta = \dfrac{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)}{2}$

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

$$p(t) = u_f(t) \cdot i(t) = \frac{U_f \cdot I}{2}[cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

se puede reescribir

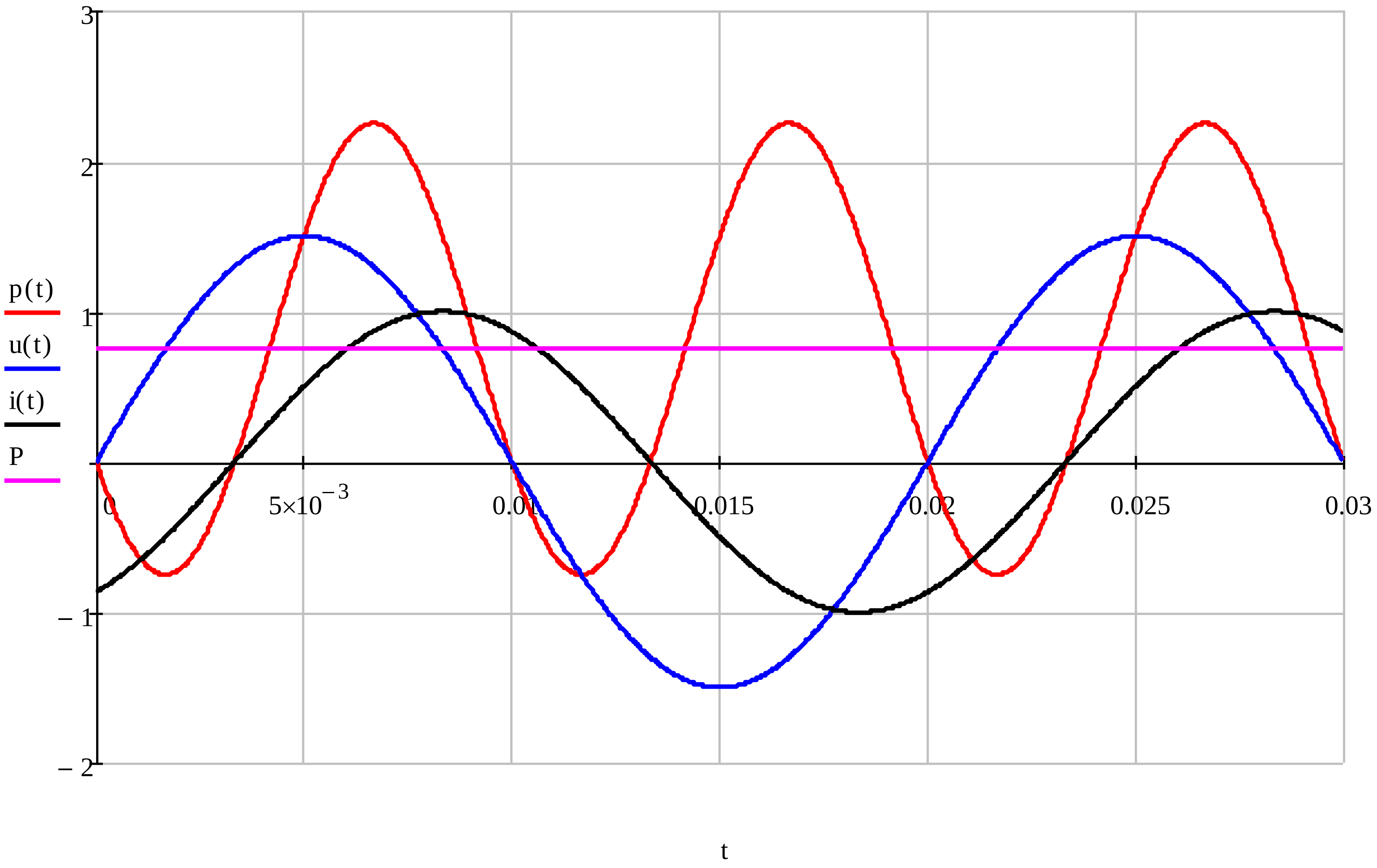
$$p(t) = \frac{U_f}{\sqrt{2}}\frac{I}{\sqrt{2}}cos\varphi - \frac{U_f}{\sqrt{2}}\frac{I}{\sqrt{2}}\cos(2\omega t - \varphi)]$$

$$p(t) = U_{f\,ef} I_{ef} cos\varphi - U_{f\,ef} I_{ef} \cos(2\omega t - \varphi)]$$

donde $P = U_{f\,ef} I_{ef} cos\varphi$ → ***potencia activa P****, igual al* ***valor medio de p(t)***

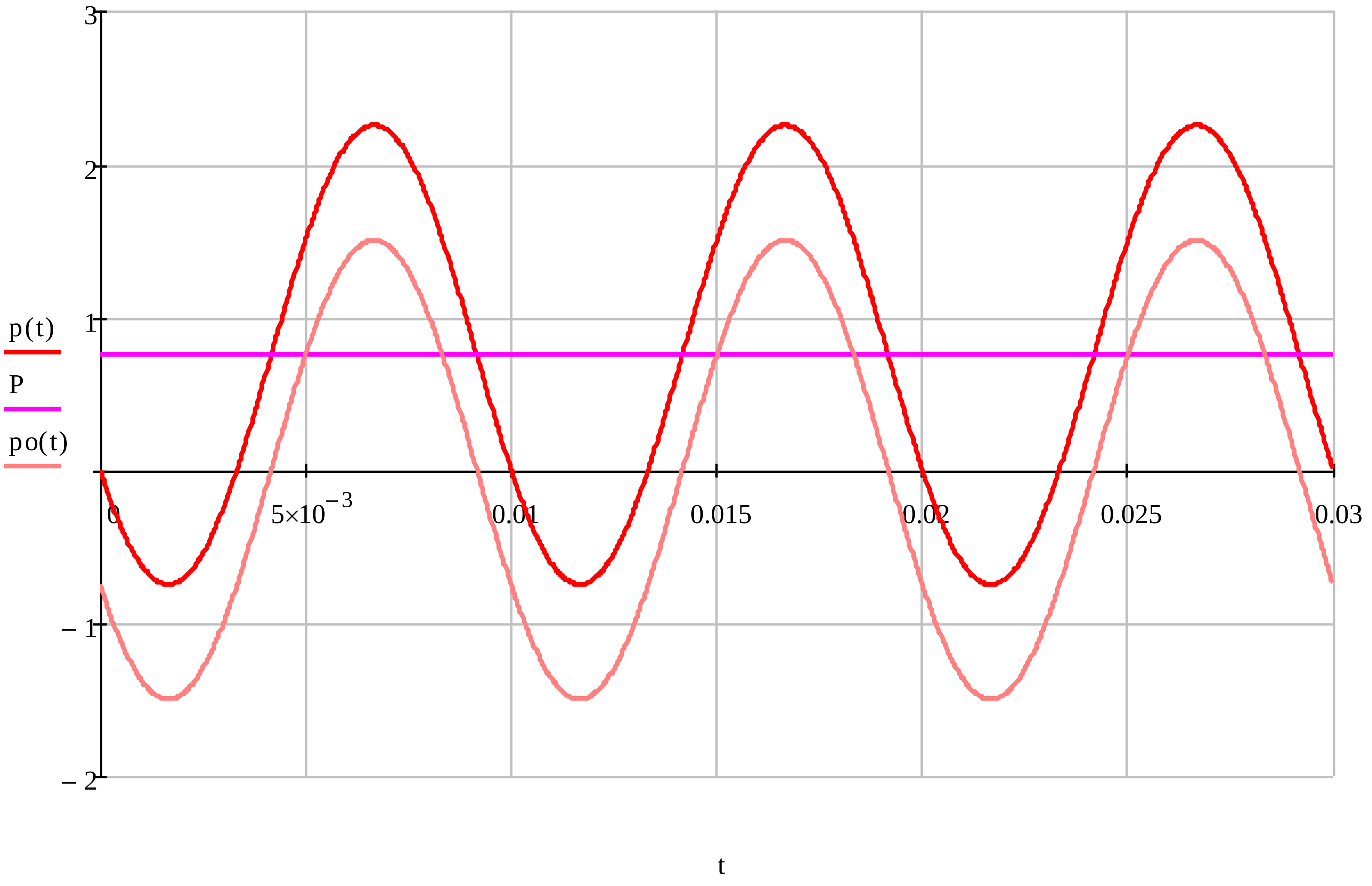
y $U_{f\,ef} I_{ef} \cos(2\omega t - \varphi)$ → *función sinusoidal de pulsación* $\boldsymbol{2\omega}$

Graficando lo anterior →



$$p(t) = U_{f\,ef} I_{ef} cos\varphi - U_{f\,ef} I_{ef} \cos(2\omega t - \varphi)]$$

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA



$$p(t) = U_{f\,ef} I_{ef} cos\varphi - U_{f\,ef} I_{ef} \cos(2\omega t - \varphi)]$$

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

Otra forma de escribir p(t), pero ahora desarrollando el término coseno de la expresión anterior con la identidad trigonométrica **cos(2ωt-φ)= cos2ωt·cosφ+sen2ωt·senφ**, *es:*

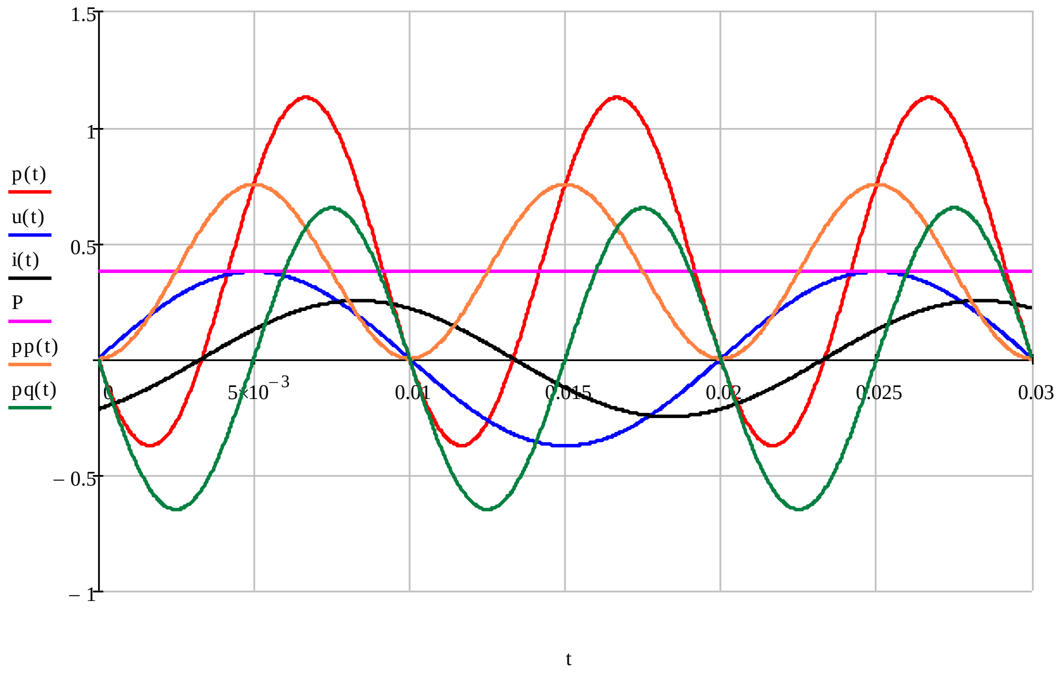
$$\boxed{p(t) = U_{f\,ef} I_{ef} cos\varphi - U_{f\,ef} I_{ef} \cos(2\omega t - \varphi)]}$$

$$p(t) = U_{f\,ef} I_{ef} cos\varphi (1 - cos2\omega t) - U_{f\,ef} I_{ef}\, sen\,\varphi \cdot sen2\omega t$$

$$p(t) = p_p(t) + p_q(t)$$

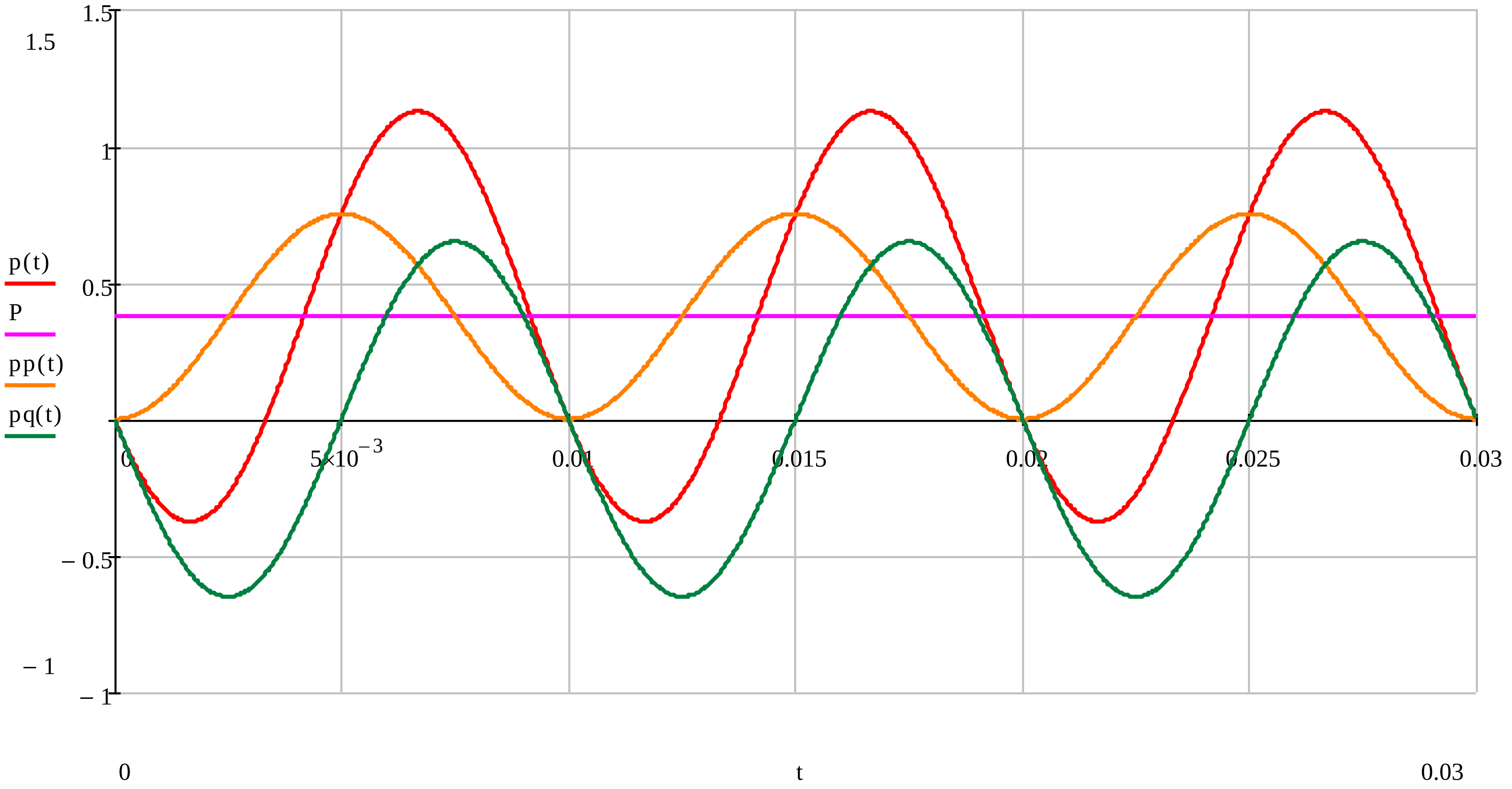
$p_p(t)$ *: potencia instantánea u oscilante* ***activa***

$p_q(t)$ *: potencia instantánea u oscilante* ***reactiva***



Vamos a analizar estas ondas para ver de dónde salen las denominaciones anteriores ($p_p(t)$ y $p_q(t)$).

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA



$$p(t) = U_{f\,ef} I_{ef} \cos\varphi (1 - \cos 2\omega t) - U_{f\,ef} I_{ef}\, sen\,\varphi \cdot sen 2\omega t$$

$$= U_{f\,ef} I_{ef} \cos\varphi - U_{f\,ef} I_{ef} \cos\varphi \cos 2\omega t - U_{f\,ef} I_{ef}\, sen\,\varphi \cdot sen 2\omega t$$

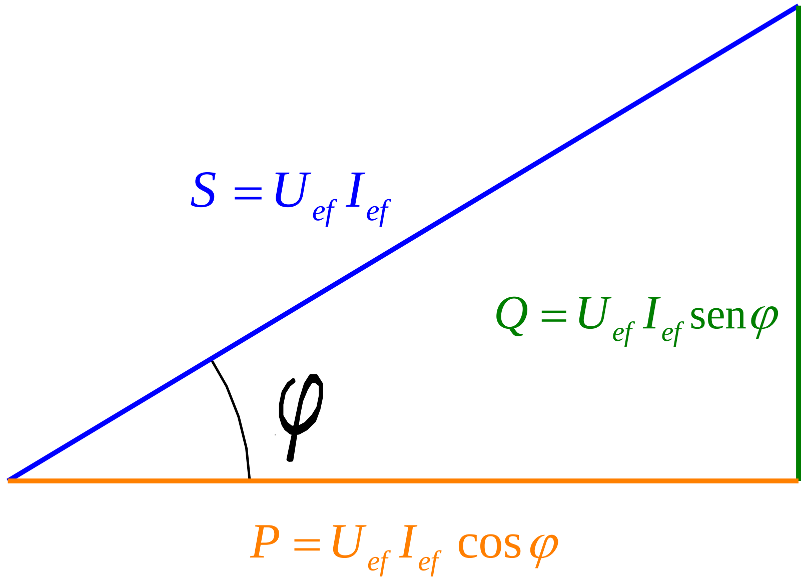
$\boldsymbol{P} = U_{ef} I_{ef} \cos\varphi$ *y* $\boldsymbol{Q} = U_{ef} I_{ef} sen\varphi$ *son las amplitudes de* $p_p(t)$ *y* $p_q(t)$

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

A partir de $$p(t) = U_{f\,ef} I_{ef} cos\varphi(1 - cos2\omega t) - U_{f\,ef} I_{ef}\, sen\,\varphi \cdot sen2\omega t$$

y dado que ***$p_p(t)$*** *y* ***$p_q(t)$*** *se encuentran en* ***cuadratura***

se puede asociar a sus amplitudes ***P*** *y* ***Q*** *con los catetos de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa corresponde al producto* ***$U_{ef}\, I_{ef}$*** *, que se denomina* ***carga aparente S***



Triángulo de potencia o de carga

También ⇒ $S^2 = P^2 + Q^2$

Y por convención

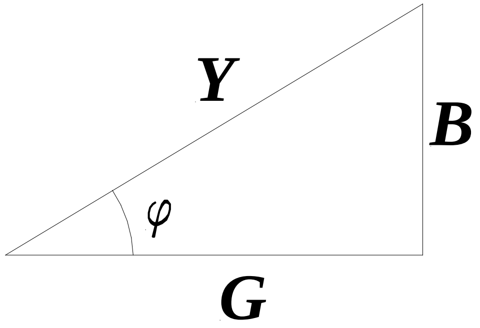
si la carga es ***inductiva*** ⇒ ***Q*** *hacia arriba*

si la carga es ***capacitiva*** ⇒ ***Q*** *hacia abajo*

Otra forma de obtener el triángulo de carga

En el triángulo de admitancias, multiplicando por $\boldsymbol{U_{ef}^{2}}$

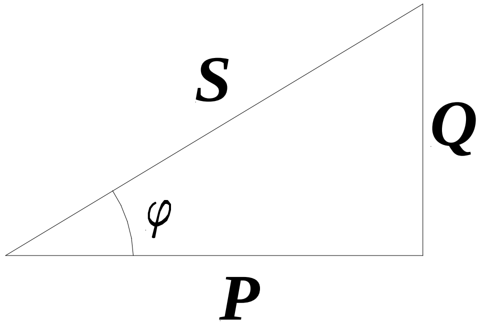
(U es la variable común en un circuito paralelo)



$$U_{ef}^{\;2}G = U_{ef}\frac{I_{ef}}{Y}G = U_{ef}I_{ef}\cos\varphi = P$$

$$U_{ef}^{\;2}B = U_{ef}\frac{I_{ef}}{Y}B = U_{ef}I_{ef}\,\mathrm{sen}\varphi = Q$$

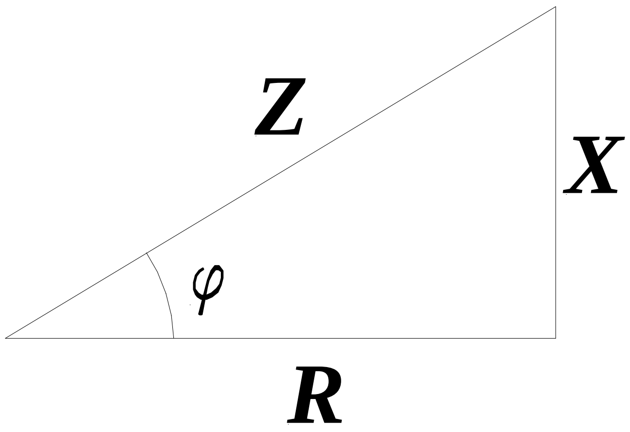
$$U_{ef}^{\;2}Y = U_{ef}\frac{I_{ef}}{Y}Y = U_{ef}I_{ef} = S$$



POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

De la misma forma, en el triángulo de impedancias, multiplicando por I_{ef}^{2}

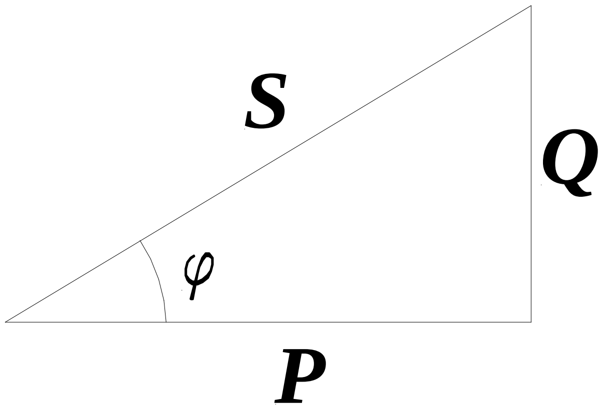
(I es la variable común de un circuito serie)



$$I_{ef}{}^{2}R = I_{ef}\frac{U_{ef}}{Z}R = I_{ef}U_{ef}\cos\varphi = P$$

$$I_{ef}{}^{2}X = I_{ef}\frac{U_{ef}}{Z}X = I_{ef}U_{ef}\,\mathrm{sen}\varphi = Q$$

$$I_{ef}{}^{2}Z = I_{ef}\frac{U_{ef}}{Z}Z = U_{ef}I_{ef} = S$$



UNIDADES

P : *Potencia o carga* ***activa*** → ***P*** = [W]

Q : *Carga* ***reactiva*** → ***Q*** = [var]

S : *Carga* ***aparente*** → ***S*** = [VA]

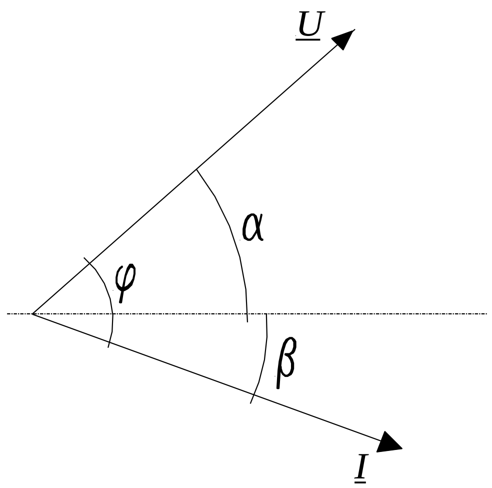
POTENCIA COMPLEJA

Dada la definición general de la potencia, a partir del producto u(t)·i(t), sería esperable que la misma pudiera aplicarse utilizando las expresiones fasoriales (o complejas) de la tensión y la corriente, según se muestra:

Sean $\underline{\mathbf{U}} = \mathbf{U}\cdot e^{\,j\alpha}$

$\underline{\mathbf{I}} = \mathbf{I}\cdot e^{\,-j\beta}$

con el correspondiente diagrama fasorial



Cabría esperar que el producto de $\underline{\mathbf{U}}$ *por* $\underline{\mathbf{I}}$ *diera como resultado una magnitud relacionada con la potencia*

$$\underline{\mathbf{U}} \cdot \underline{\mathbf{I}} = \mathbf{U}\cdot e^{\,j\alpha}\cdot\ \mathbf{I}\cdot e^{\,-j\beta} = \mathbf{U}\cdot\mathbf{I}\cdot e^{\,j(\alpha-\beta)}$$

Pero $\alpha\text{-}\beta \neq \varphi$

Este resultado es un número complejo que tiene unidades de potencia, pero el ángulo no corresponde al desfasaje de $\underline{\mathbf{U}}$ *e* $\underline{\mathbf{I}}$ *(Recordar que* $P=U_{ef}\,I_{ef}\cos\varphi$*).*

De la misma forma, debe observarse que generalmente los módulos de $\underline{\mathbf{U}}$ *e* $\underline{\mathbf{I}}$ *corresponden a las amplitudes de las mismas y no a los valores eficaces.*

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

Si en lugar de $\underline{I}$ *se utiliza su conjugado, que para el caso propuesto vale* $\underline{I}^*=I\cdot e^{j\beta}$*, y el producto se divide por 2, resulta*

$$\frac{\underline{U}\cdot\underline{I}^*}{2} = \frac{U}{\sqrt{2}}\cdot e^{j\alpha}\cdot\frac{I}{\sqrt{2}}\cdot e^{j\beta} = U_{ef}\, I_{ef}\, e^{j(\alpha+\beta)}$$

donde ahora sí α-$\beta = \varphi$
y los módulos se convierten en valores eficaces

Entonces se puede escribir

$$\underline{S} = \frac{\underline{U}\cdot\underline{I}^*}{2} = U_{ef}\, I_{ef}\, e^{j(\alpha+\beta)} = S e^{j\varphi}$$

que es la denominada ***potencia compleja***
(con $S=U_{ef}\, I_{ef}$*)*

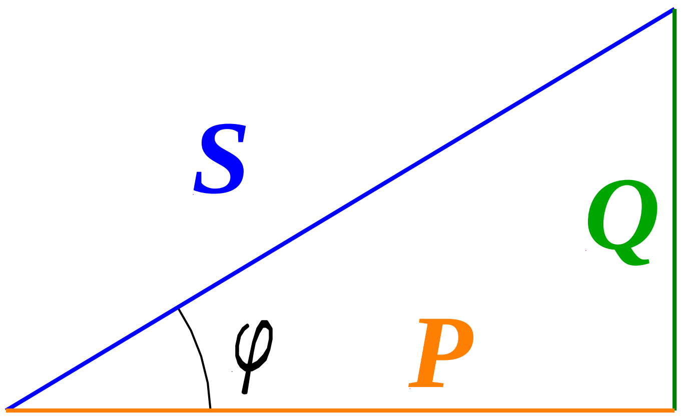
Además $\underline{S} = S\cdot e^{j\varphi} = S\cdot \cos\varphi + j\, S\cdot \operatorname{sen}\varphi = P + j\, Q$

Y como antes

P *: Potencia o carga* ***activa***

Q *: Carga* ***reactiva***

S *: Carga* ***aparente***



FACTOR DE POTENCIA

Se define como $\boxed{FP = \dfrac{P}{S}}$

Para evitar errores, referirse SIEMPRE a esta definición

En el caso particular estudiado, donde las señales son ***senoidales*** *resulta*

$$FP = \frac{U_{ef} I_{ef} \cos\varphi}{U_{ef} I_{ef}} = \cos\varphi$$

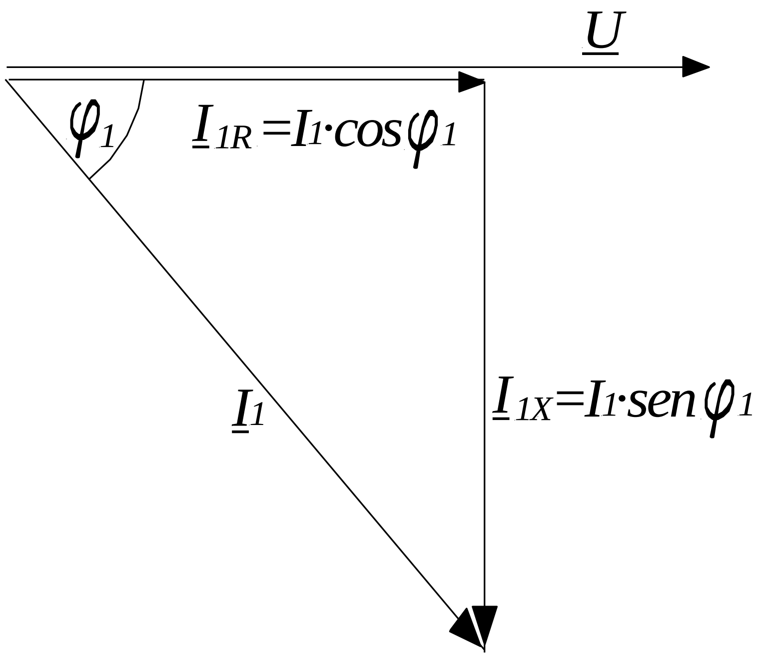
Se puede observar que $\mathbf{0 \leq FP \leq 1}$

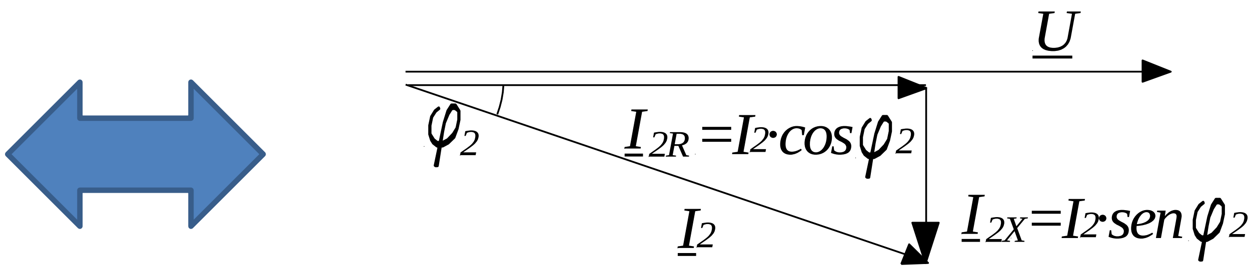
Debe quedar claro que el FP ***no es un rendimiento,*** *puesto que P y S son* ***<u>conceptualmente</u>*** *diferentes*

IMPORTANTE para entender este concepto

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

Sean dos circuitos cuyos funcionamientos pueden representarse mediante los siguientes diagramas fasoriales:





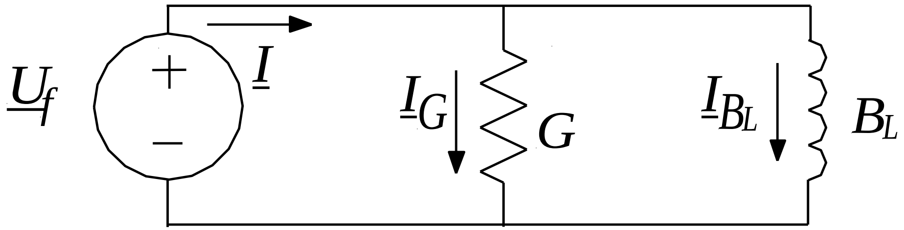
Resulta evidente que SOLO la corriente ($\underline{I}_R$) en fase con la tensión ($\underline{U}$) es la que da lugar a la transformación de energía en trabajo útil (P), mientras que la componente en cuadratura ($\underline{I}_X$) es la que origina el aumento del módulo de la corriente.

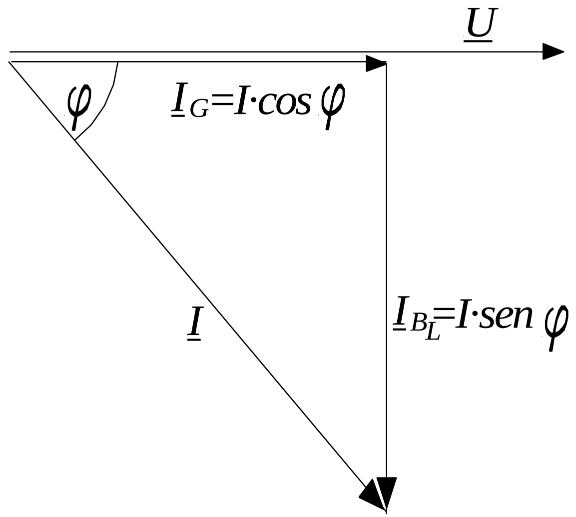
Observando los módulos de las ***$\underline{I}$*** *e* ***$\underline{I}_R$****, ¿qué implicancias respecto de la* ***potencia*** *y respecto de las* ***características de la instalación*** *(sección de los conductores) trae aparejada la comparación de dichas corrientes? (Recordar que $P = U_{ef}\, I_{ef} \cos\varphi$)*

¿Se podría entonces mantener la componente relacionada con la potencia (activa), pero disminuyendo el módulo de ***$\underline{I}$****?*

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

La situación descripta podría corresponder al siguiente circuito:

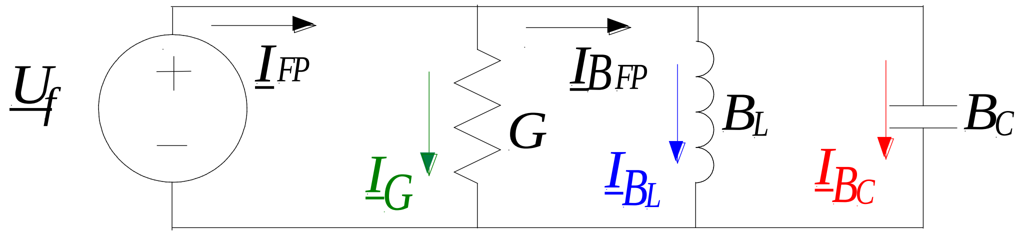


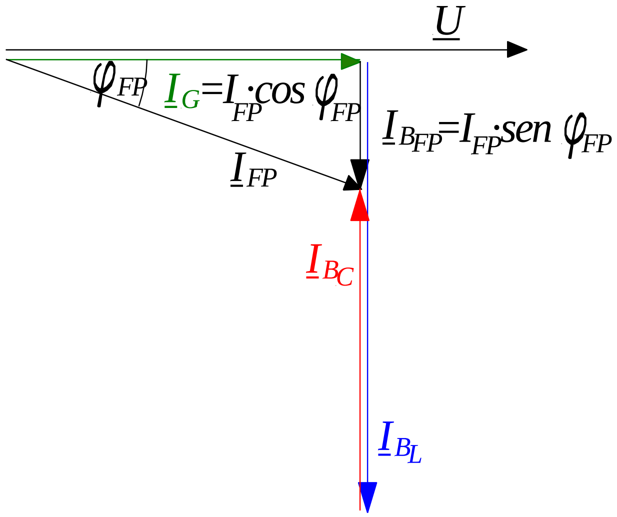


Por lo tanto, si se logra disminuir la corriente por el inductor $\underline{I}_{BL}$(que es lo mismo que disminuir la componente reactiva), la corriente total $\underline{I}$ disminuye.

Conectando un capacitor en paralelo:

(¿por qué en paralelo?)

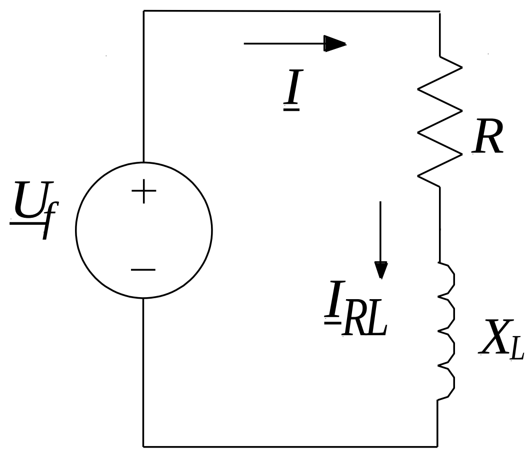




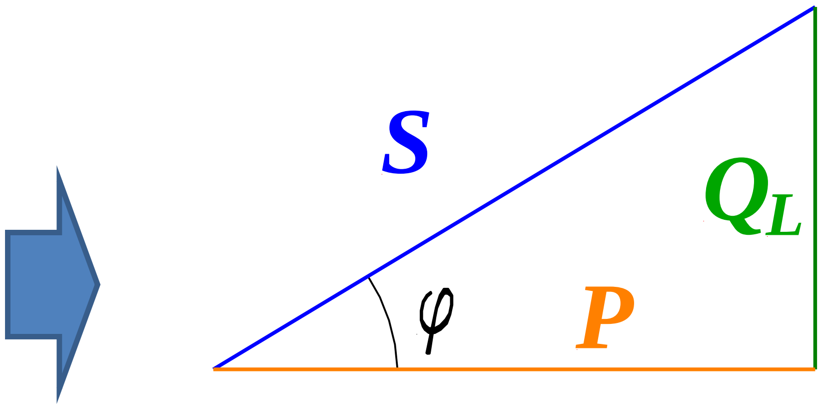
En términos de la potencia, para lograr el mismo objetivo se debe disminuir la potencia reactiva Q, manteniendo inalterable la potencia activa P.

Es lo que se denomina ***COMPENSACIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA***

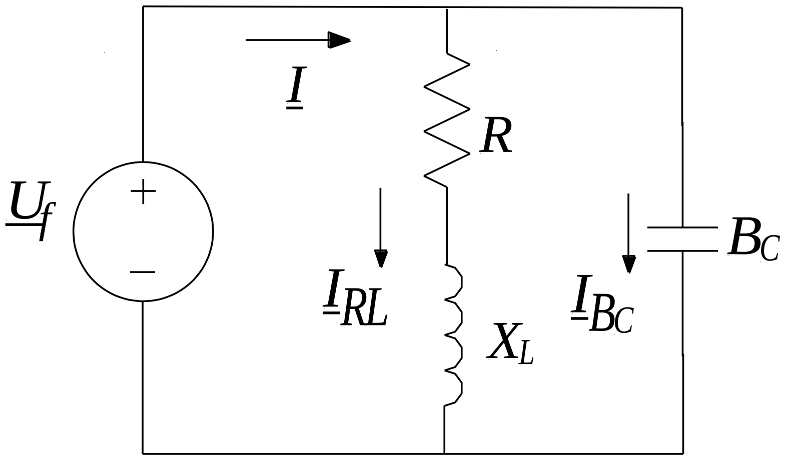
Si el modelo que representa a la carga es un R-L en serie no es posible realizar el análisis como antes, pero surge la ventaja de utilizar el triángulo de potencia en la resolución.



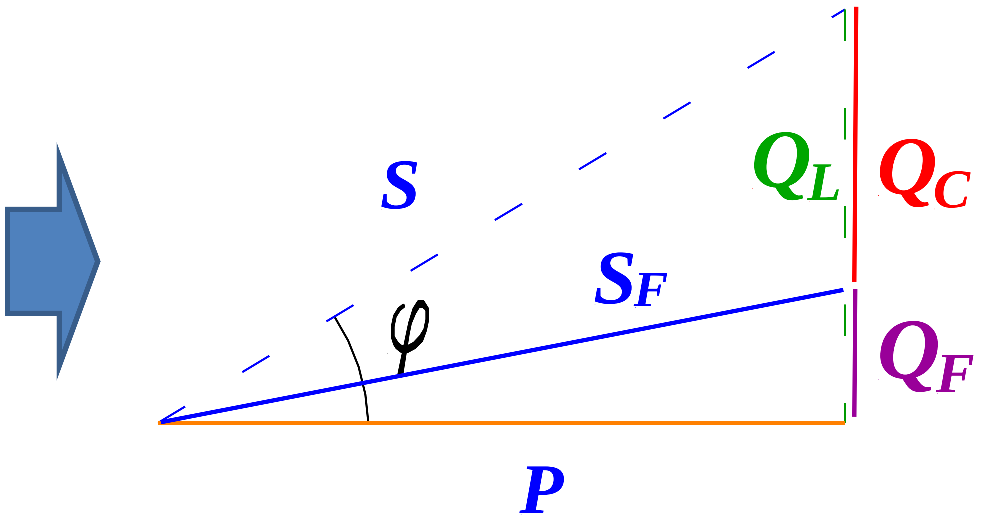
Esta carga es susceptible de ser representada por un triángulo de potencia



Conectando un capacitor en paralelo:



El capacitor introduce una Q_C de características opuestas a la Q_L del inductor, "compensando" el efecto de esta última



Factor de potencia. Conclusiones:

*La **potencia activa** es el único concepto real relacionado con el trabajo eléctrico.*
(conversión de la energía eléctrica en otro tipo de energía: mecánica, calor, etc)

*La diferencia entre S y P **no debe interpretarse como pérdida de energía ni como la existencia de un rendimiento particular del circuito**.*

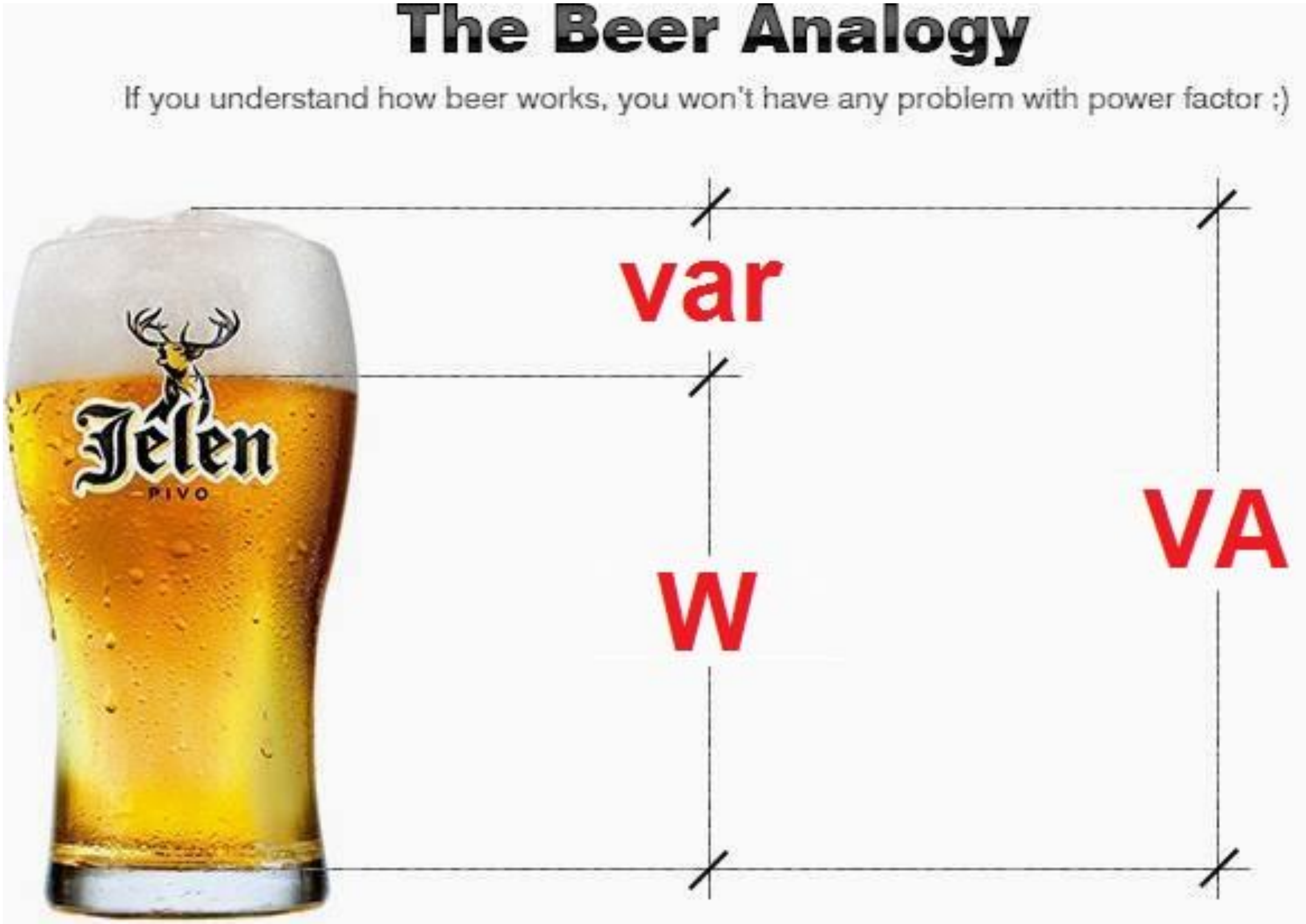
*El **FP** se relaciona con el aprovechamiento de las instalaciones desde el punto de vista del **módulo de la corriente aparente** con relación a la **sección de los conductores** (reales), que vinculan una fuente y una carga**.***

Por lo tanto:

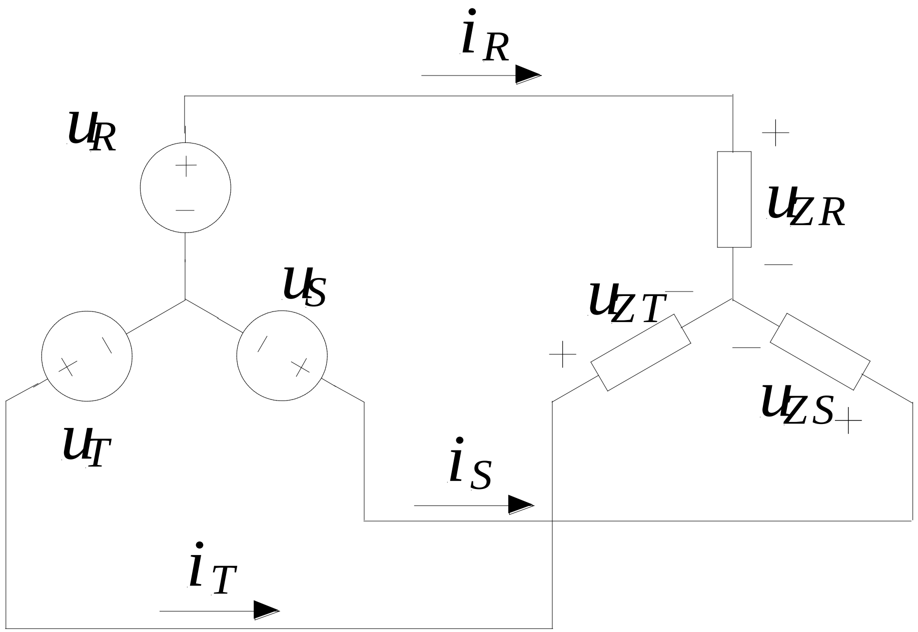
*El objeto de compensar el factor de potencia es **disminuir la corriente** de la fuente y de los conductores de determinada parte de un circuito.*

Para ello se aprovecha la versatilidad el uso del triángulo de potencia para realizar la compensación del FP.

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA



POTENCIA TRIFÁSICA



En la carga:

$$\begin{cases} u_{ZR}(t) = \hat{U}_{ZR}\, sen\,\omega t \\ u_{ZS}(t) = \hat{U}_{ZS}\, sen(\omega t - \alpha_S) \\ u_{ZT}(t) = \hat{U}_{ZT}\, sen(\omega t - \alpha_T) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_R(t) = \hat{I}_R\, sen(\omega t \pm \varphi_R) \\ i_S(t) = \hat{I}_S\, sen(\omega t - \alpha_S \pm \varphi_S) \\ i_R(t) = \hat{I}_T\, sen(\omega t - \alpha_T \pm \alpha_T) \end{cases}$$

De acuerdo a la definición de potencia:

$$\boxed{p(t) = i_R(t) \cdot u_{ZR}(t) + i_S(t) \cdot u_{ZS}(t) + i_T(t) \cdot u_{ZT}(t)}$$

*Si el generador es **simétrico** y **equilibrado** y la carga es **equilibrada**, de la expresión anterior resulta :*

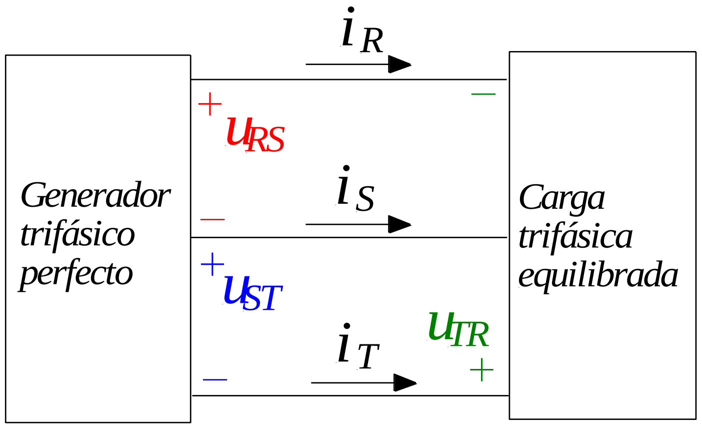
$$p(t) = \frac{3}{2} \cdot U_{Fmáx} I_{Fmáx} \cos\varphi = P$$

Luego

$$P = 3 \cdot \frac{U_{Fmáx}}{\sqrt{2}} \frac{I_{Fmáx}}{\sqrt{2}} \cos\varphi = 3 \cdot U_{Fef} I_{Fef} \cos\varphi = 3 \cdot \frac{U_{lef}}{\sqrt{3}} I_{lef} \cos\varphi$$

$$\boxed{P = \sqrt{3} \cdot U_{lef} I_{lef} \cos\varphi}$$

*Además, la última fórmula permite generalizar la expresión de la **potencia trifásica** para un sistema **trifásico trifilar simétrico y equilibrado** en el cual se pueda tener acceso a las tensiones y corrientes de línea*



u_{RS} u_{ST} u_{TR} *Tensiones de línea* U_l

Para destacar:

$$p(t) = P = \sqrt{3} \cdot U_{lef} I_{lef} \cos\varphi$$

La ***potencia instantánea p(t)*** *resulta igual a la* ***potencia activa P****, pues es* ***constante*** *e* ***independiente del tiempo.***

¿Ventajas?

p(t)=P=cte *(no pulsante, a diferencia de la potencia instantánea monofásica)*

Menor desgaste en piezas móviles, debido a que ***p(t)=P=cte***

Menor cantidad de material para conductores, instalación y estructuras (P_{trif} = ¾ P_{mono})

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

Por extensión, se pueden definir

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_{Lef} I_{Lef} \operatorname{sen}\varphi$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U_{Lef} I_{Lef}$$

(si se mantienen las condiciones de generador perfecto y carga equilibrada)

El ***factor de potencia de una carga trifásica*** *en estas condiciones sigue valiendo* ***FP=P/S***

Todo lo expuesto sigue siendo válido si la carga está ***conectada en triángulo****, mientras sea* ***equilibrada***

Se puede verificar que las fórmulas de ***P****,* ***Q*** *y* ***S*** *son las mismas, pues están expresadas en función de la tensión y corriente de línea, y del argumento de la carga*

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

*Si ahora el generador es perfecto, pero la **carga desequilibrada**, resulta:*

Carga en estrella

$$P= U_R\, I_R \cos\varphi_R + U_S\, I_S \cos\varphi_S + U_T\, I_T \cos\varphi_T$$

$$Q= U_R\, I_R\, \mathrm{sen}\varphi_R + U_S\, I_S\, \mathrm{sen}\varphi_S + U_T\, I_T\, \mathrm{sen}\varphi_T$$

Carga en triángulo

$$P= U_{RS}\, I_{RS} \cos\varphi_{RS} + U_{ST}\, I_{ST} \cos\varphi_{ST} + U_{TR}\, I_{TR} \cos\varphi_{TR}$$

$$Q= U_{RS}\, I_{RS}\, \mathrm{sen}\varphi_{RS} + U_{ST}\, I_{ST}\, \mathrm{sen}\varphi_{ST} + U_{TR}\, I_{TR}\, \mathrm{sen}\varphi_{TR}$$

Para ambos casos se puede escribir, para cada componente de cada carga, lo siguiente:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Y en esta situación no tiene sentido hablar de factor de potencia de la carga trifásica, sino que se debe considerar cada componente de la carga por separado.

(esta situación no es habitual en la práctica)

POTENCIA EN CIRCUITOS CON TENSIONES Y CORRIENTES POLIARMÓNICAS

Recordando la expresión del valor eficaz de una señal poliarmónica

$$U_{ef}^2 = U_0^2 + U_{1ef}^2 + U_{2ef}^2 + U_{3ef}^2 + \cdots$$

$$I_{ef}^2 = I_0^2 + I_{1ef}^2 + I_{2ef}^2 + I_{3ef}^2 + \cdots$$

Teniendo en cuenta además que $S = U_{ef} \cdot I_{ef}$

Surge una primera teoría propuesta por ***Budeanu*** *en 1927* → *"Potencias poliarmónicas"*

y una segunda teoría propuesta por ***Fryze*** *en 1931* → *"Separación de la corriente activa y reactiva"*

L. S. Czarnecki*, Budeanu and Fryze: Two frameworks for interpreting power properties of circuits with nonsinusoidal voltages and currents.*
Electrical Engineering 80 (1997) 359-367 © Springer-Verlag 1997

POTENCIA MONOFÁSICA, TRIFÁSICA Y POLIARMÓNICA

*De acuerdo a lo propuesto por **Budeanu***

$$P=P_0+P_1+P_2+P_3+\cdots+P_n+\cdots$$

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3+\cdots+Q_n+\cdots$$

Donde $P_n = U_{n_{ef}} I_{n_{ef}} \cos\alpha_n$ *para* $n \geq 1$ *y* $P_0=U_0 \cdot I_0$

$$Q_n = U_{n_{ef}} I_{n_{ef}} sen\alpha_n$$

Luego, al intentar construir el triángulo de cargas o de potencia, resulta: $S^2 > P^2+Q^2$

*Para salvar la situación, **Budeanu** propuso* $S^2= P^2+Q^2+D^2$

*en la cual **D** se denomina **carga** o **potencia de deformación**.*

A los fines prácticos, D se suele determinar por cálculo a partir de la expresión anterior, dado que los métodos analíticos existentes son suficientemente complicados y no justifican su aplicación.

*En general (aunque se puede demostrar que existen excepciones), **D** aparece cuando las ondas de tensión y corriente tienen diferente forma, y aumenta cuanto mayor es dicha diferencia.*

Finalmente $\Rightarrow$ **D=[*VAD*]=[vad]**

PROBLEMA

Un circuito está formado por una fuente senoidal de $u_f(t)=311\cdot sen(314t)$ V aplicada a una $\underline{Z}=220\underline{/60º}\,\Omega$.

1.- *Dibujar el circuito propuesto e indicar qué tipo de elemento debe conectarse (y cómo debe realizarse dicha conexión) para compensar el factor de potencia.*

2.- *Se desea realizar la compensación completa del FP. ¿Qué significa "compensación completa"? ¿Por qué es importante llegar a dicho resultado? Calcular el valor del elemento que efectúa la mencionada compensación completa del FP.*

3.- *Se considera que una compensación aceptable del FP es del 0,85. Calcular el nuevo elemento a conectar en estas condiciones.*

BIBLIOGRAFÍA

- *Circuitos eléctricos*. *Parte 2*. Morcelle-Deorsola. Cap 1; 3 y 5.
- *Circuitos eléctricos y magnéticos*. Spinadel. Cap 3; 11 y 12.
- *Circuitos eléctricos*. Nilsson. Cap 11 y 12.
- *Circuitos en ingeniería eléctrica*. Skilling. Cap 5; 14 y 20.
- *Circuitos eléctricos*. Dorf. Cap 12 y 19.
- *Principios de electrotecnia*. Zeveke-Ionkin. Cap XIII.
- *Análisis básico de circuitos eléctricos*. Johnson-Hilburn-Johnson.Cap 12.
- *Análisis de circuitos en ingeniería*. Hayt-Kemmerly. Cap 10.
- *Análisis introductorio de circuitos*. Boylestad. Cap. 19.
- *Análisis de modelos circuitales*. Pueyo-Marco. Cap. 7 y 9.