Ecuaciones de Maxwell
(resumen)

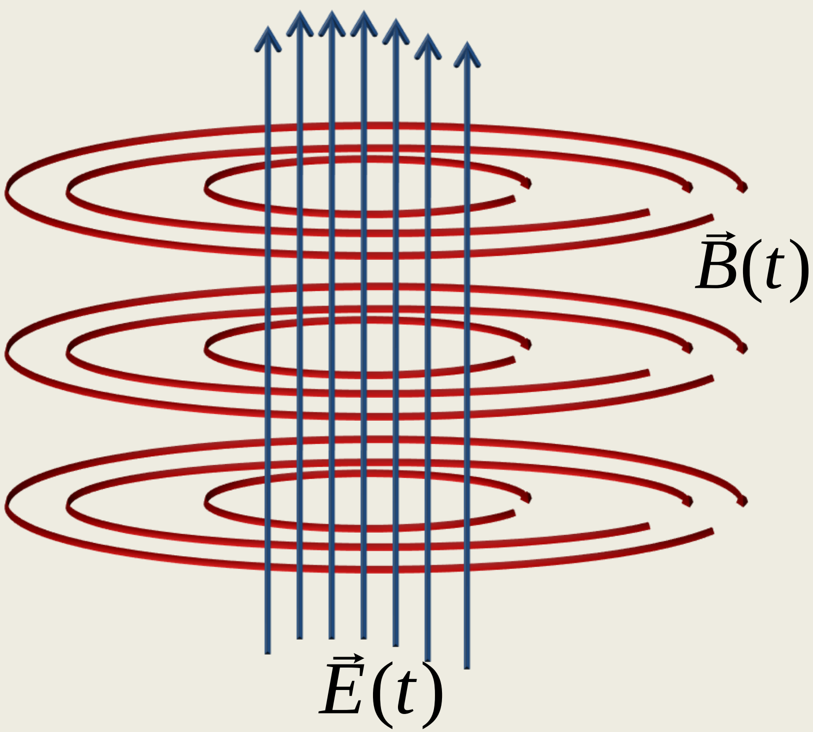
Ecuaciones integrales		Ecuaciones diferenciales
$\oiint_S \vec{E} \bullet d\vec{a} = \dfrac{q_{neta}}{\varepsilon_0}$	Ley de Gauss (E)	$\vec{\nabla} \bullet \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$
$\oiint_S \vec{B} \bullet d\vec{a} = 0$	Ley de Gauss (B)	$\vec{\nabla} \bullet \vec{B} = 0$
$\oint_C \vec{E}_{IND} \bullet d\vec{l} = \varepsilon_{IND} = -\dfrac{d\phi_B}{dt}$	Ley de Faraday	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
$\oint_C \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \left(I_{\text{cond}} + I_{\text{desplaz}} \right)$	Ley de Ampere-Maxwell	$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\sigma \vec{E} + \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$

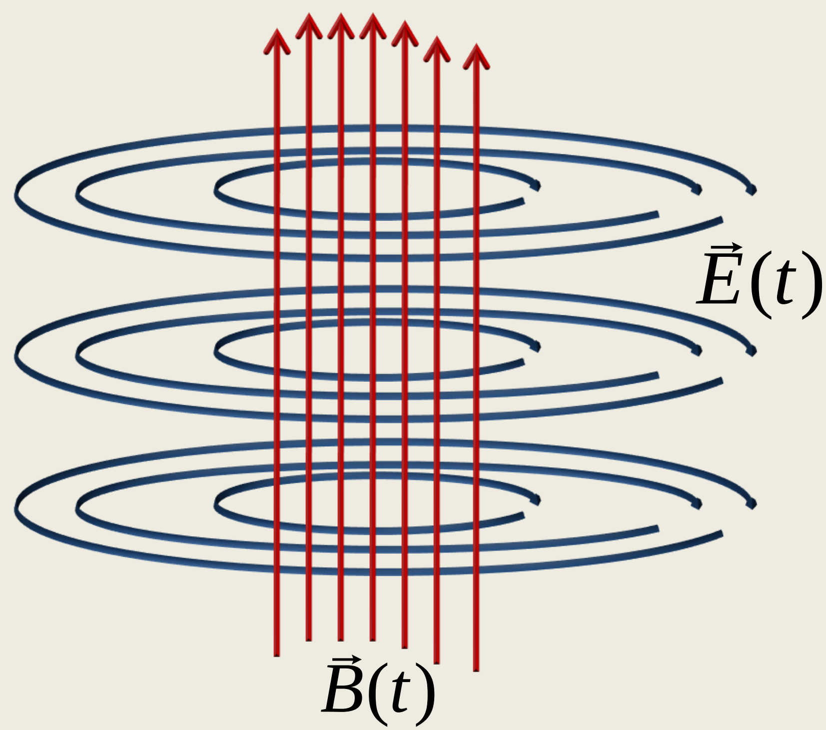
En el vacío, lejos de corrientes de conducción ($\boldsymbol{\sigma} = 0$)
lejos de distribución de cargas ($\boldsymbol{\rho} = 0$)

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{E} = 0 \qquad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{B} = 0 \qquad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Los campos aparecen en forma simétrica en este sistema de ecuaciones





$$\text{ecuación de onda 1D:} \quad \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\text{ecuación de onda 3D:}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi(x,y,z,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi(x,y,z,t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi(x,y,z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \Psi(x,y,z,t)}{\partial t^2}$$

$$\text{recordando} \quad \text{que:} \quad \nabla^2 \Psi(x,y,z) \equiv \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$$

$$\therefore \quad \nabla^2 \Psi(x,y,z,t) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \Psi(x,y,z,t)}{\partial t^2}$$

$$\therefore \quad \nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad ; \quad \nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Ecuación de onda para cada componente de los campos E y B

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)=-\frac{\partial\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)}{\partial t}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)}{\partial t}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{pero:}\quad \vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\quad\right)=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\bullet\quad\right)-\nabla^2$$

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\bullet\vec{E}\right)-\nabla^2\vec{E}=-\nabla^2\vec{E}$$

$$\therefore\quad \boxed{\nabla^2\vec{E}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}}$$

Ecuación de onda
para el campo eléctrico

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)}{\partial t}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)}{\partial t}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\text{pero:}\quad \vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\quad\right)=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\bullet\quad\right)-\nabla^2$$

$$\therefore\ \vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\bullet\vec{B}\right)-\nabla^2\vec{B}=-\nabla^2\vec{B}$$

$$\therefore\quad \boxed{\nabla^2\vec{B}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}}$$

Ecuación de onda
para el campo magnético

$$\left.\begin{aligned}\nabla^2\Psi &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}\\ \nabla^2\vec{E} &= \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}\\ \nabla^2\vec{B} &= \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}\end{aligned}\right\} \quad \frac{1}{v^2} = \mu_0\varepsilon_0 \Rightarrow \boxed{v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}}$$

Velocidad de propagación de las ondas

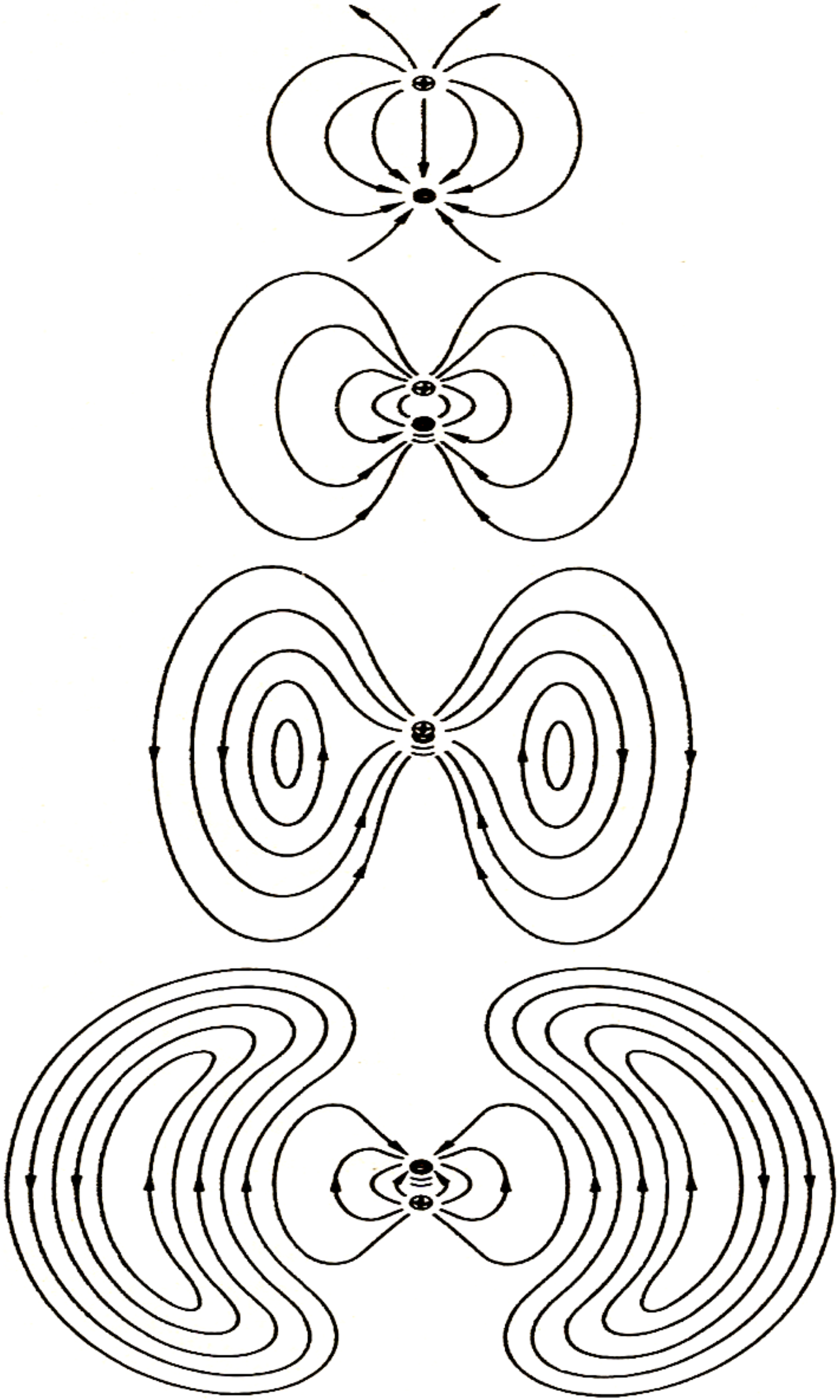
$$\mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7} \quad \mathrm{m\,kg/C^2}; \;\; \varepsilon_0 = 8{,}85\;10^{-12} \quad \mathrm{s^2C^2/m^3\,kg}$$

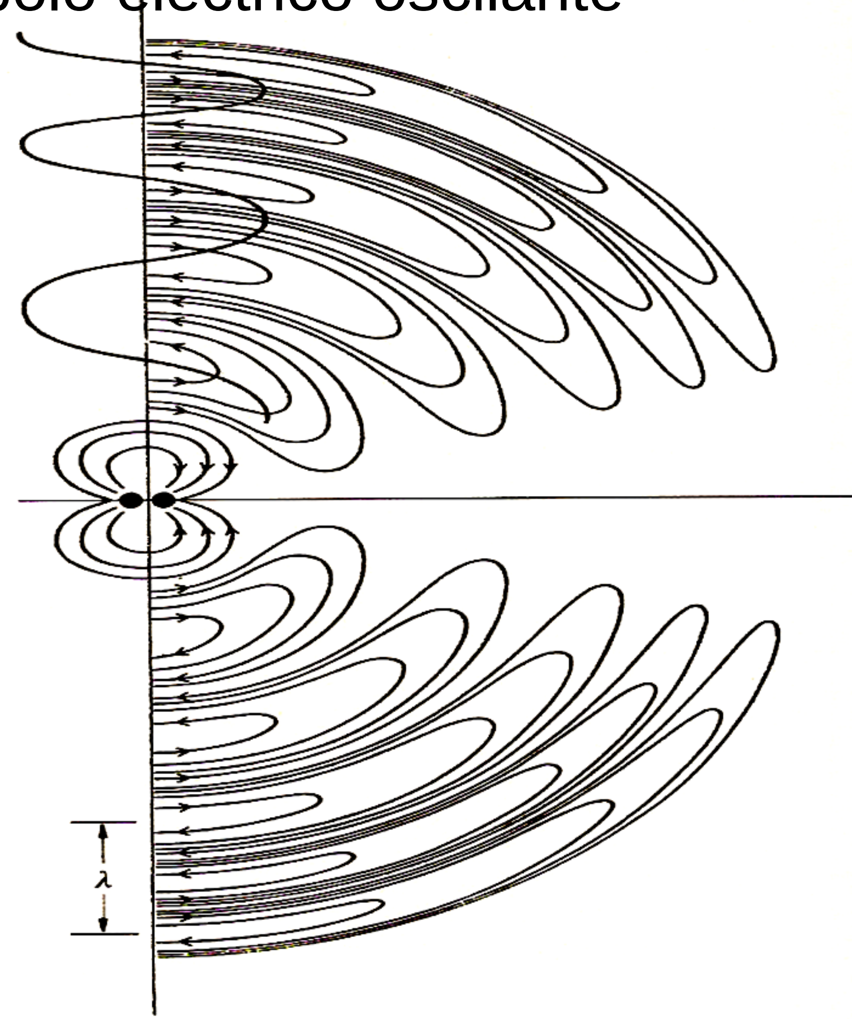
$$\mu_0\varepsilon_0 = 11{,}12\;\;10^{-18}\;\;\mathrm{s^2/m^2}$$

$$\therefore \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 3\;\;10^8 \quad \mathrm{m/s}$$

Velocidad de la luz

Generación de una OEM por un dipolo eléctrico oscilante

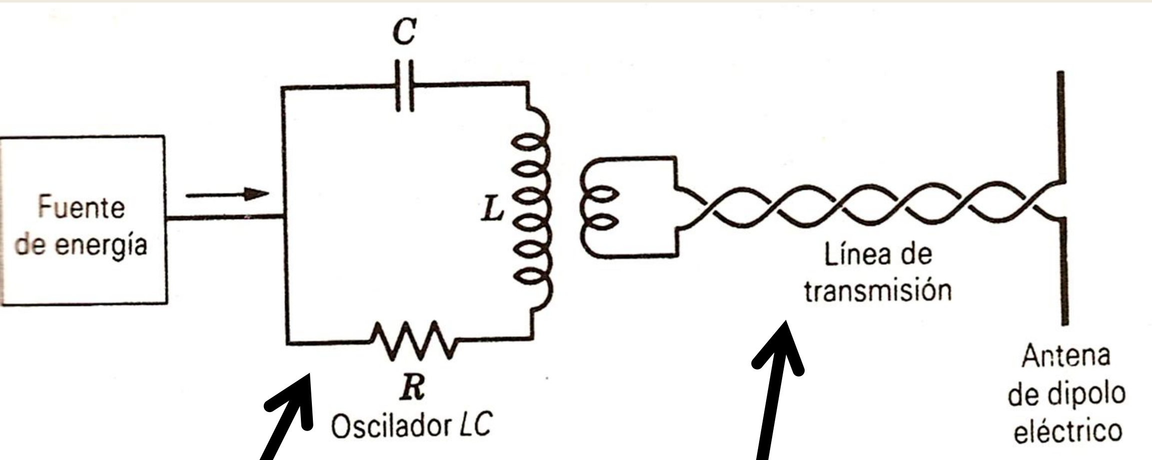


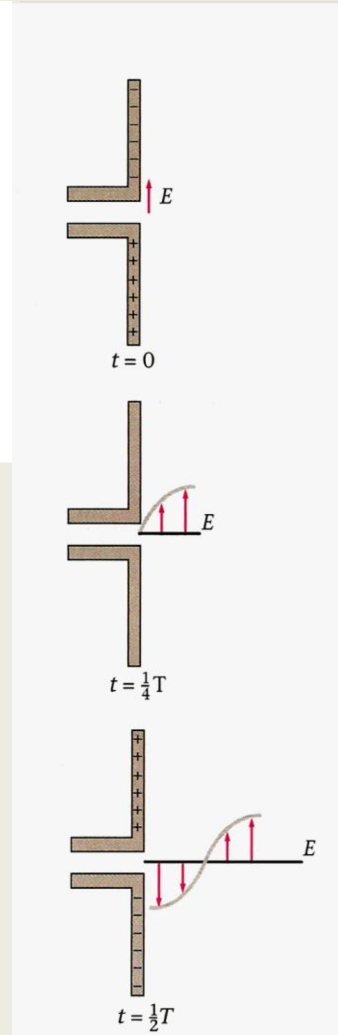


(e)

Fig. 3.26 Campo **E** de un dipolo eléctrico oscilant

Esquema básico para generar OEM: antena dipolar





Circuito oscilador LC

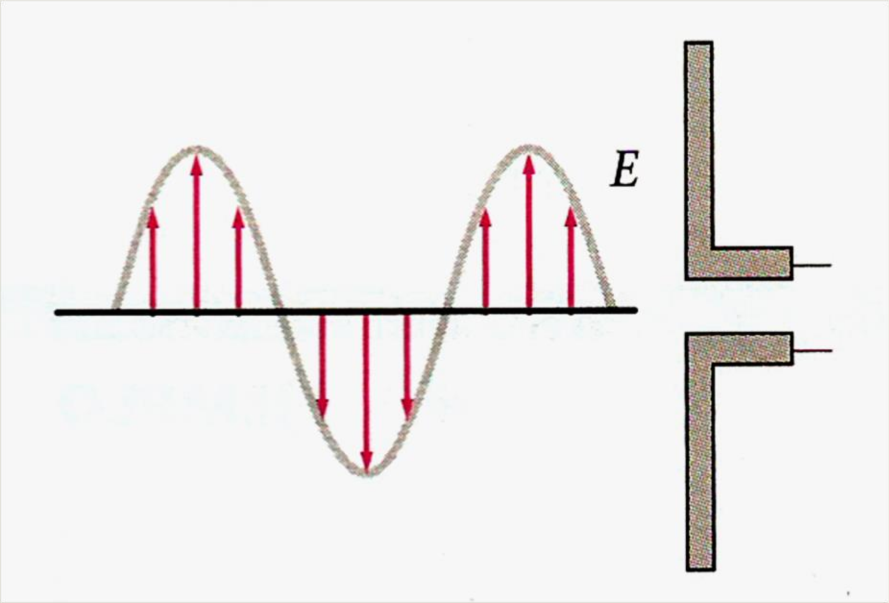
frecuencia propia

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Línea de transmisión

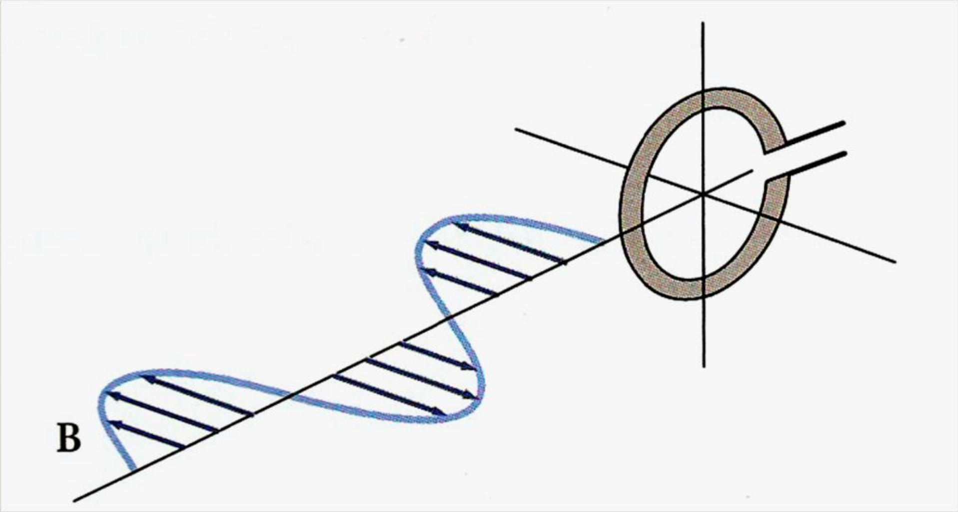
Antena dipolar

Esquema básico para detectar OEM: antena dipolar



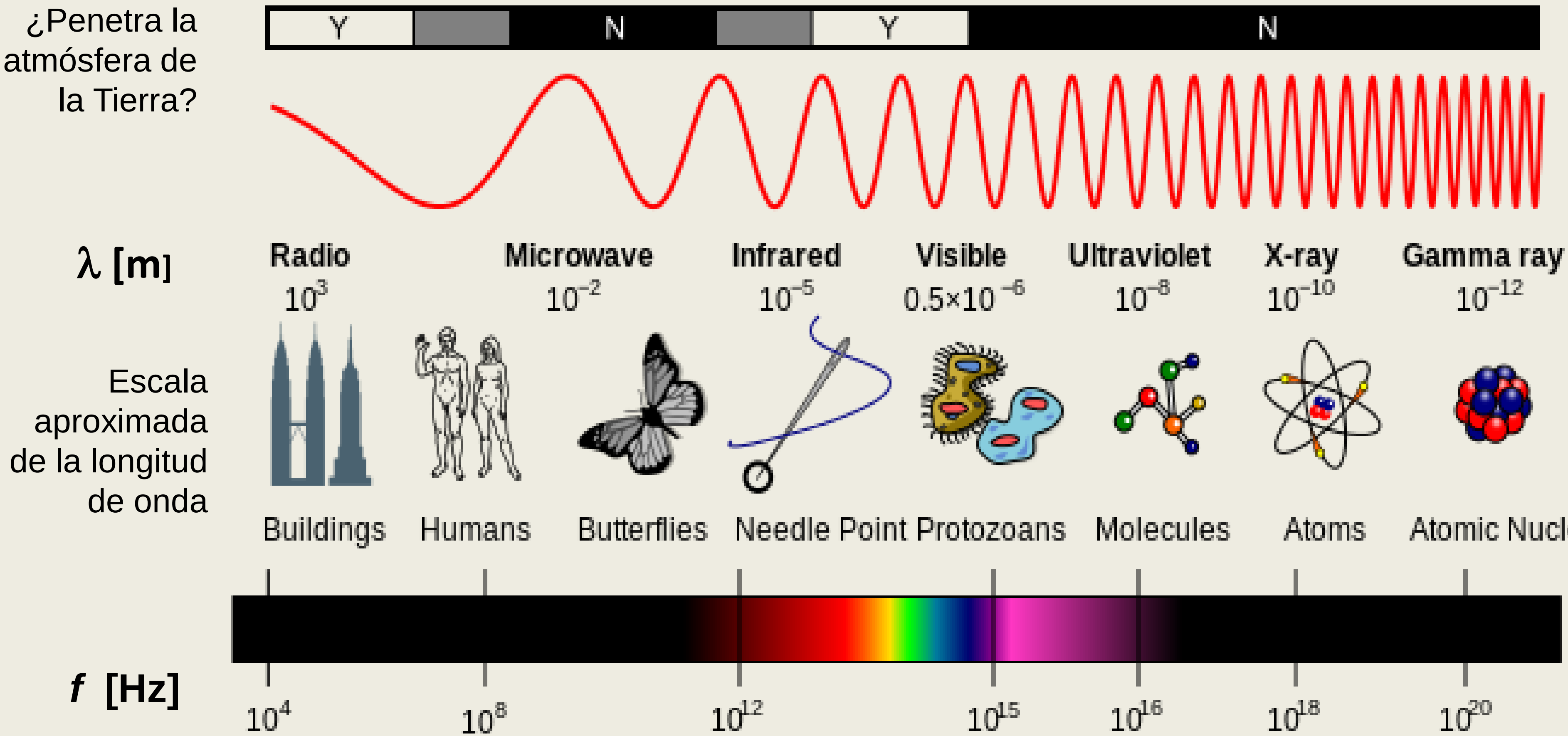
Antena dipolar eléctrica: el campo eléctrico de la radiación incidente produce una corriente alterna en la antena

Antena dipolar magnética: el flujo de campo magnético armónico incidente a través del área de la espira produce una fem alterna inducida en la antena



El espectro electromagnético

Las ondas electromagnéticas cubren un amplio espectro de longitudes de onda (frecuencias)



Algunas escalas para longitud de onda:

$1\ \text{mm} = 10^{-3}\ \text{m}$

$1\ \mu\text{m} = 10^{-6}\ \text{m}$

$1\ \text{nm} = 10^{-9}\ \text{m}$

Algunas escalas para frecuencias:

$1\ \text{THz} = 10^{12}\ \text{Hz}$

$1\ \text{GHz} = 10^{9}\ \text{Hz}$

$1\ \text{MHz} = 10^{6}\ \text{Hz}$

Una breve descripción del espectro electromagnético

Ondas de radiofrecuencia

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{\lambda \text{ de 1 km a unos 30 cm}} \\ \boxed{f \text{ de 1 Hz a unos } 10^9 \text{ Hz}} \end{array} \right.$$

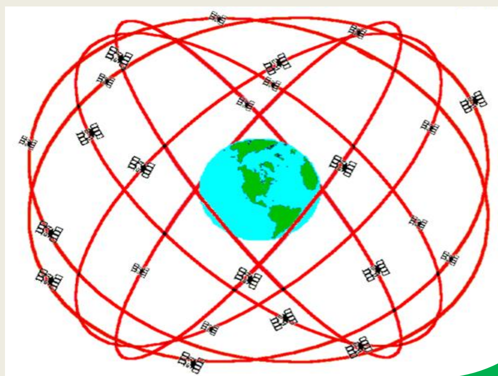
- Las generadas por Hertz con $\lambda \sim 1$ m.
- Ondas emitidas por los circuitos eléctricos .
- No existe límite teórico a estas ondas.

Microondas

- Intervalo de variación $\left\{ \begin{array}{l} \boxed{\lambda \text{ de unos 30 cm a 1 mm}} \\ \boxed{f \text{ de unos } 10^9 \text{ Hz a } 3 \cdot 10^{11} \text{ Hz}} \end{array} \right.$
- Utilidad en radioastronomía y en la comunicación de vehículos espaciales.
- Las frecuencias de los microondas coinciden con la frecuencia natural de las moléculas de agua (base de los hornos microondas).

Sistema de posicionamiento global (GPS)

- 24 satélites en órbita.
- Cuatro satélites por órbita inclinado a 55 grados respecto a ecuador.
- **Funciona a 1.575 GHz (1.228 GHz para compensar efectos de agua atmosfera)**
- Se requieren 4 señales ; una para el tiempo, tres para la posición



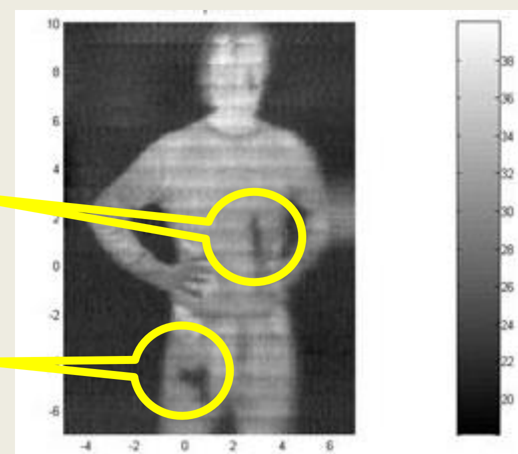
Los hornos de microondas **operan a 2.45 GHz** , donde el agua se absorbe muy bien.

TeraHertz ~ 1 THz , es decir, una longitud de onda de ~ 300 mm .

THz es fuertemente absorbida por el agua metales y cerámicas, pero la ropa es transparente en este rango de longitud de onda.

Cuchillo cerámico

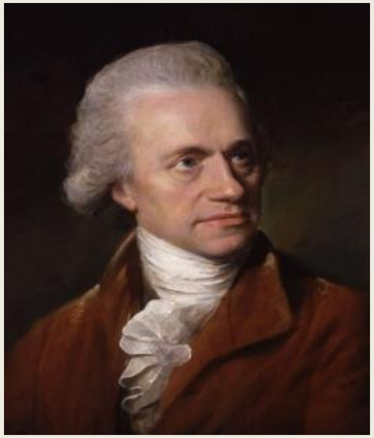
Revólver



El infrarrojo

Longitudes de onda detectadas por Sir William Herschel en 1800

$$\boxed{f \text{ de } 3 \cdot 10^{11} \text{ Hz a } 4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}}$$



Subintervalos

- IR cercano: 780 nm-3000 nm
- IR intermedio: 3000 nm-6000 nm
- IR lejano: 6000 nm-15000 nm
- IR extremo: 15000 nm-1 mm

- Cualquier molécula por encima de cero absoluto radiará en el IR (por agitación térmica).
- Los cuerpos calientes radían IR en un espectro continuo (ej. un radiador).
- Aprox. la mitad de la energía electromagnética del Sol es IR.
- El cuerpo humano también radía IR (emisión se utiliza para visión nocturna).
- Existen misiles que "siguen el calor" y que son guiados por IR.

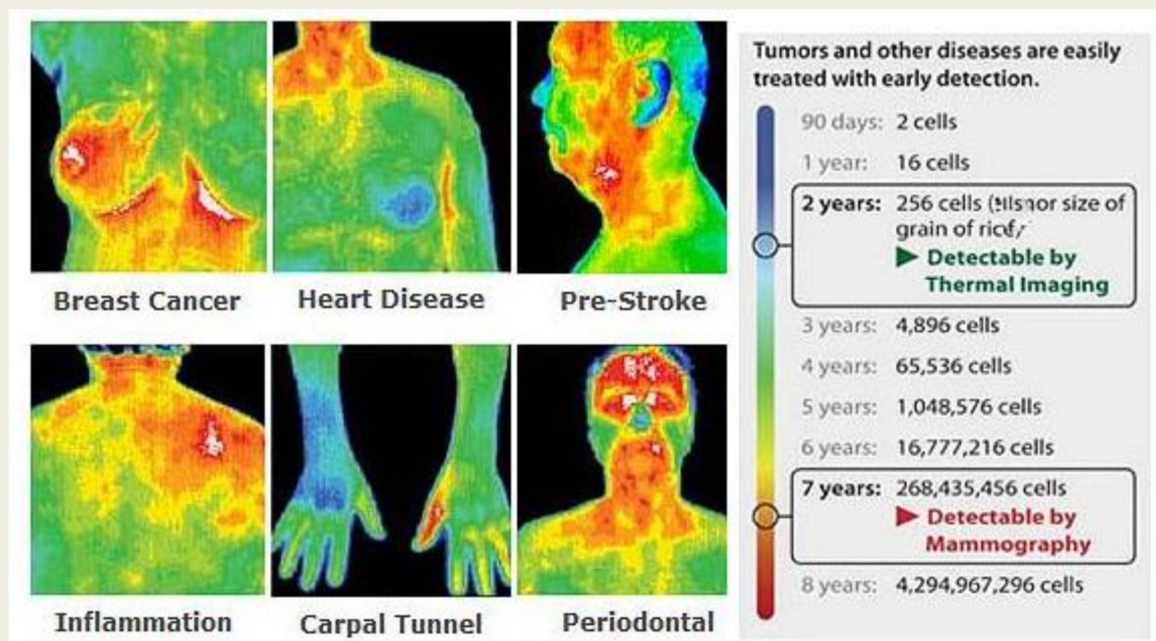
Infrarrojo: algunas aplicaciones

La luz infrarroja penetra la niebla y el humo mejor que la luz visible.

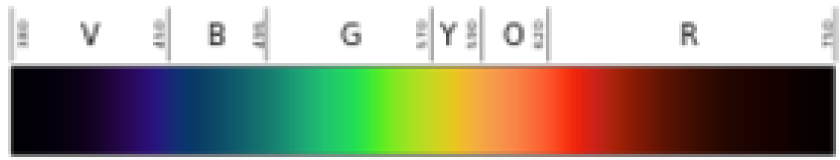
También permite “ver” en la oscuridad.

Corte con láser (IR cercano)

Diagnóstico temprano de enfermedades



El espectro visible



Color	Wavelength	Frequency	Photon energy
violet	380–450 nm	668–789 THz	2.75–3.26 eV
blue	450–495 nm	606–668 THz	2.50–2.75 eV
green	495–570 nm	526–606 THz	2.17–2.50 eV
yellow	570–590 nm	508–526 THz	2.10–2.17 eV
orange	590–620 nm	484–508 THz	2.00–2.10 eV
red	620–750 nm	400–484 THz	1.65–2.00 eV

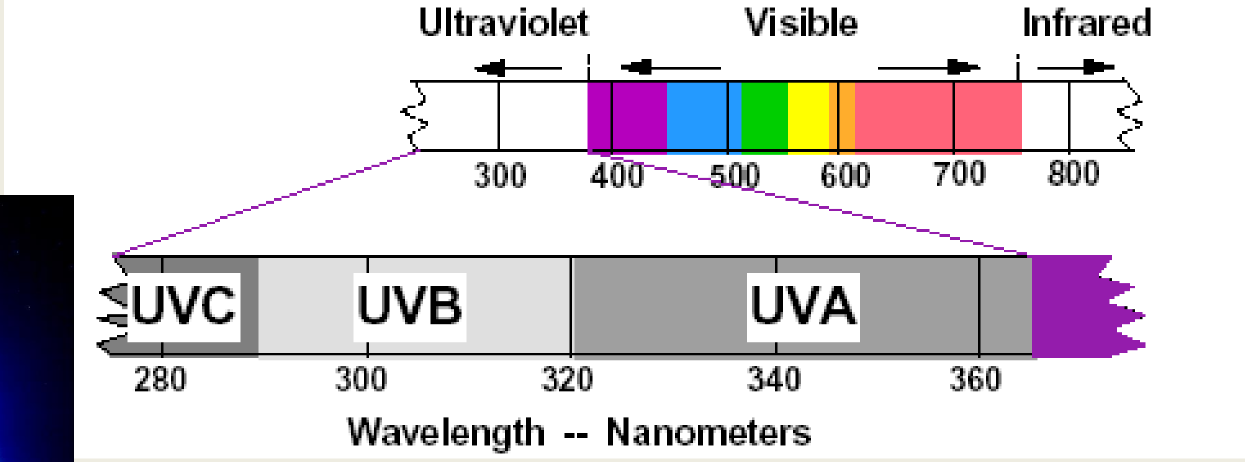
Percibimos el color como resultado del predominio de determinadas longitudes de onda de la luz.

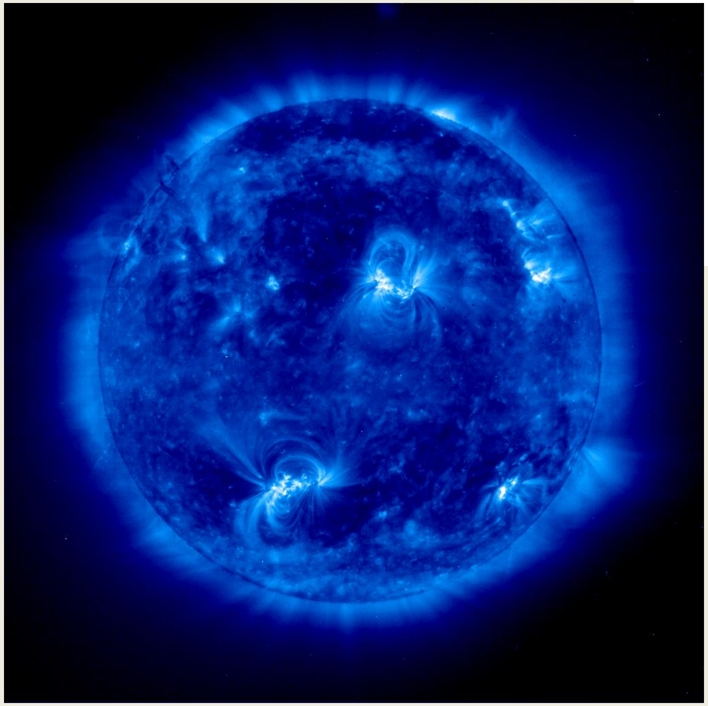
El ojo responde a la luz visible con eficiencias diferentes en todo el espectro visible.

Ultravioleta (UV)

UV es usualmente dividido en 3 regions: UVA (320-400 nm), UVB (290-320 nm), y UVC (220-290 nm).

UVC es casi completamente absorbida por la atmósfera. La radiación tiene la energía necesaria para romper enlaces moleculares (peligro vida-cáncer). Utilizado como germicida (bacterias , virus y otros gérmenes)





Fotografía del sol en el UV tomada por satélite

Rayos X

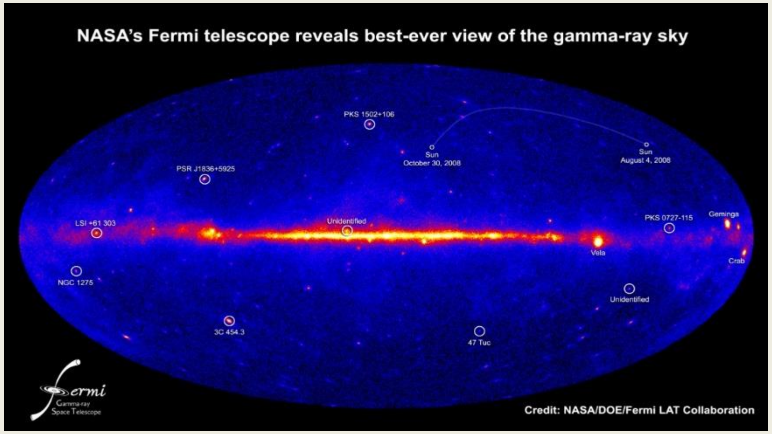
$$\boxed{f \text{ de } 2,4 \cdot 10^{16} \text{ Hz a } 5 \cdot 10^{19} \text{ Hz}}$$

- Descubiertos por Röetgen (1845-1923):
- Se utilizan en medicina para radiodiagnóstico.
- Existen microscopios de RX.

Rayos γ

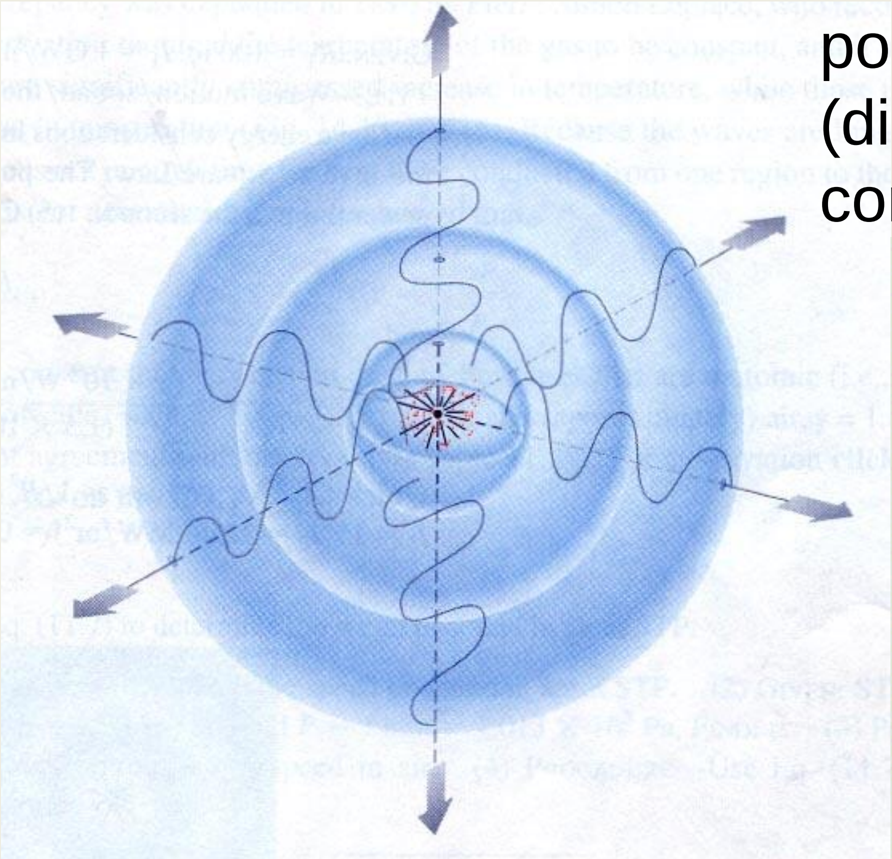
$$\boxed{f > 10^{20} \text{ Hz}}$$

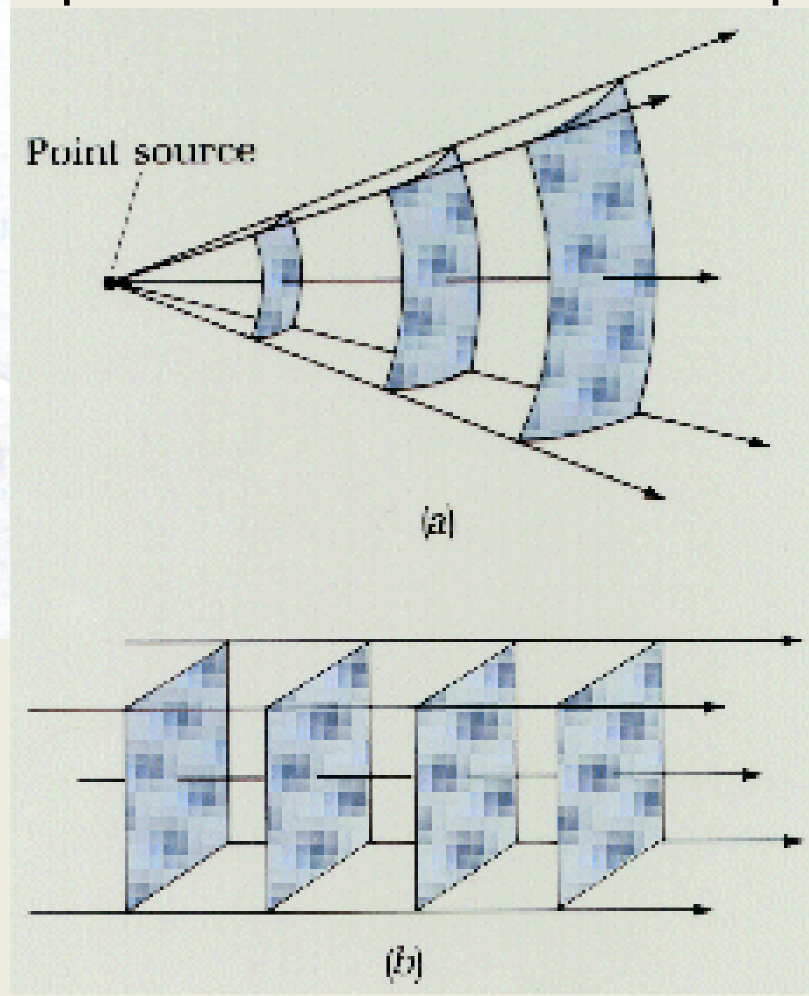
- Radiaciones electromagnéticas con la longitud de onda más corta.
- Son emitidas por partículas que están sujetas a transiciones dentro del núcleo atómico.
- Es muy difícil observar fenómenos ondulatorios en esta parte del espectro electromagnético.



Otros tipos de ondas: ondas esféricas (transversales)

Las ondas esféricas se generan por fuentes puntuales (dimensiones pequeñas comparadas con distancias típicas)





Las ondas esféricas se asemejan a ondas planas para distancias lejanas a la fuente puntual

Las OEM se propagan en el vacío con una velocidad constante de 300.000 Km/s

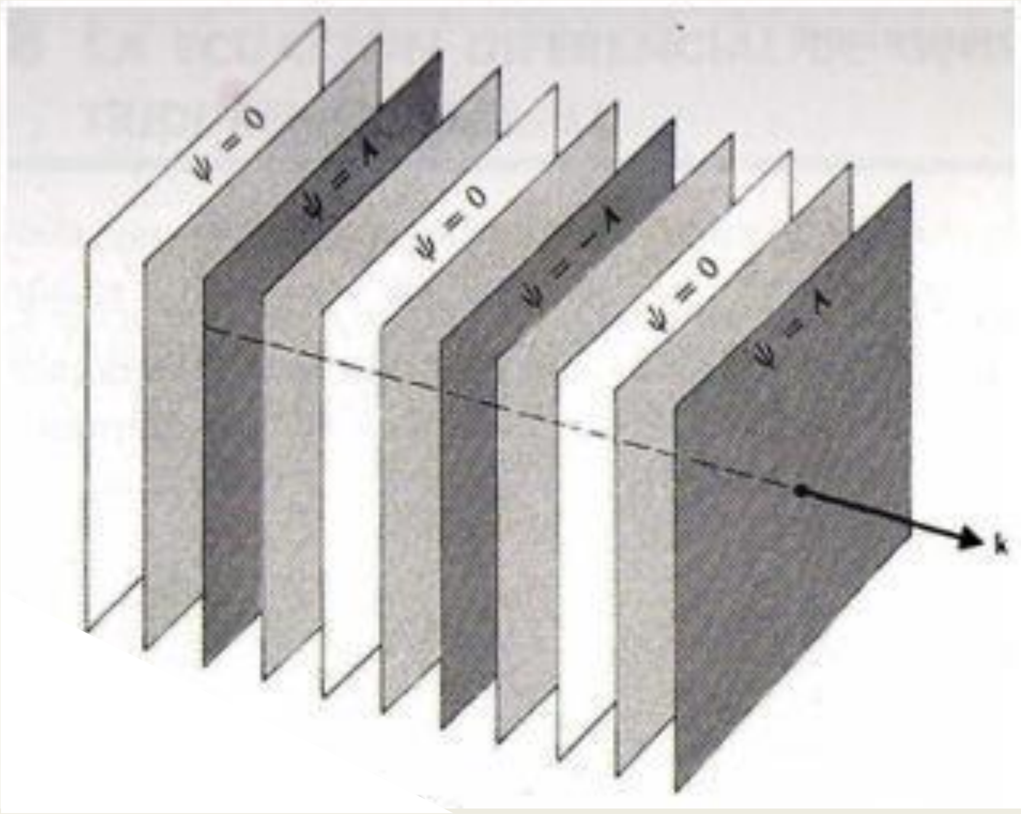
Las OEM ¿son ondas transversales o longitudinales?

Consideremos OEM planas: el valor de **E** y de **B** son constantes sobre c/u de los planos perpendiculares al eje de propagación:

$\vec{\mathbf{E}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ solo dependen de la coordenada del eje de propagación (por ejemplo, el eje x)

$$\vec{E} = \vec{E}(x,t)$$

$$\vec{B} = \vec{B}(x,t)$$



Consideremos el campo eléctrico:

$$\vec{E} = \vec{E}(x,t) = [E_x(x,t), E_y(x,t), E_z(x,t)]$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{E} = 0 = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \underbrace{\cancel{\frac{\partial E_y}{\partial y}} + \cancel{\frac{\partial E_z}{\partial z}}}_{=0}$$

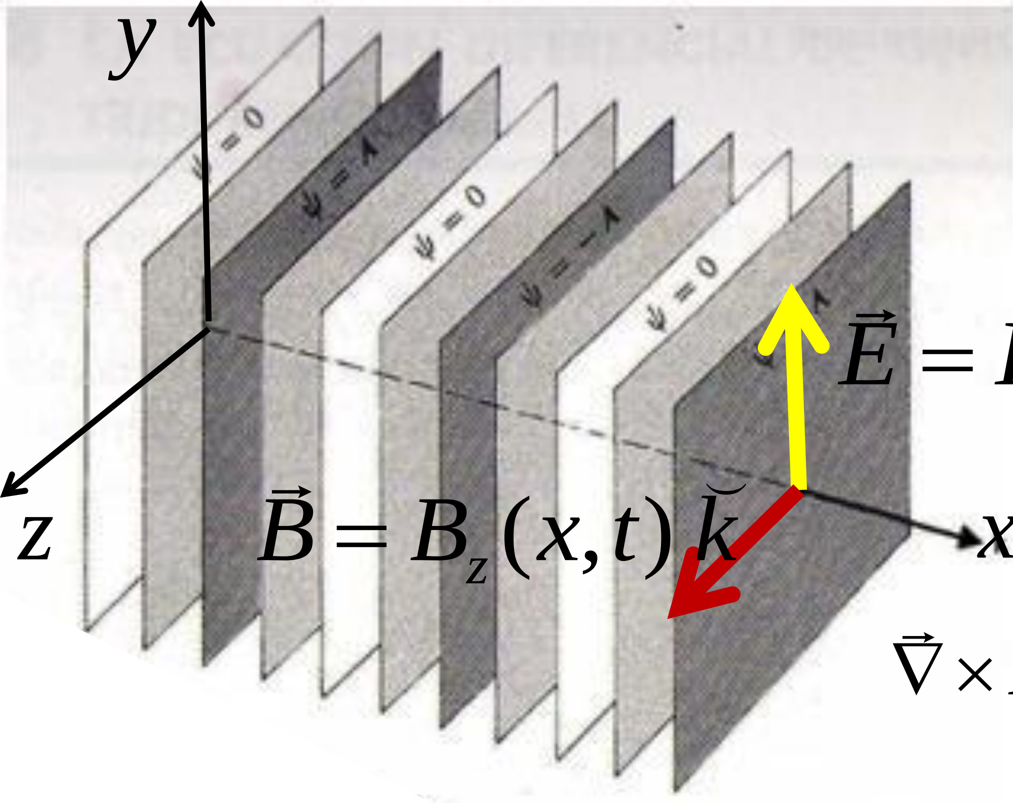
$$\therefore \quad \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$$

E_x = cte, NO depende ni de *x* ni de *t*, NO es onda propagante

$\vec{E}$ que asociado a una OEM plana <u>está vibrando contenido en el plano de la OEM.</u>

$\vec{E}$ es transversal a la OEM

¿ y $\vec{B}(x,t)$?



Como E está en el plano, vamos a suponer que vibra a lo largo del eje Y

$$\vec{E} = E_y(x,t)\,\breve{j} \qquad (E_x = E_z = 0)$$

$$\vec{B} = B_z(x,t)\,\breve{k}$$

Tomamos la ecuación:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\left(\frac{\partial B_x}{\partial t}, \frac{\partial B_y}{\partial t}, \frac{\partial B_z}{\partial t}\right)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \breve{i} & \breve{j} & \breve{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y(x) & 0 \end{vmatrix} = 0\,\breve{i} + 0\,\breve{j} + \frac{\partial E_y}{\partial x}\,\breve{k} \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial E_y}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t} \\ \\ B_x,\, B_y \text{ const.} \end{array} \right.$$

$$\therefore \quad \vec{B} = B_z(x,t)\,\breve{k} \qquad (B_x = B_y = 0)$$ también transversal

¿Qué relación cuantitativa existe entre $\vec{E}$ y $\vec{B}$?

Tomemos una OEM plana armónica: $\vec{E} = E_{0y}\,\mathrm{sen}(kx - \omega t)\;\breve{j}$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \Rightarrow B_z = -\int \frac{\partial E_y}{\partial x}\,dt \qquad \frac{\partial E_y}{\partial x} = k E_{0y}\cos(kx - \omega t)$$

$$B_z = -\int k E_{0y}\cos(kx - \omega t)\,dt$$

integrando por sustitución con: $\begin{cases} u = kx - \omega t \\ du = -\omega\,dt \end{cases}$

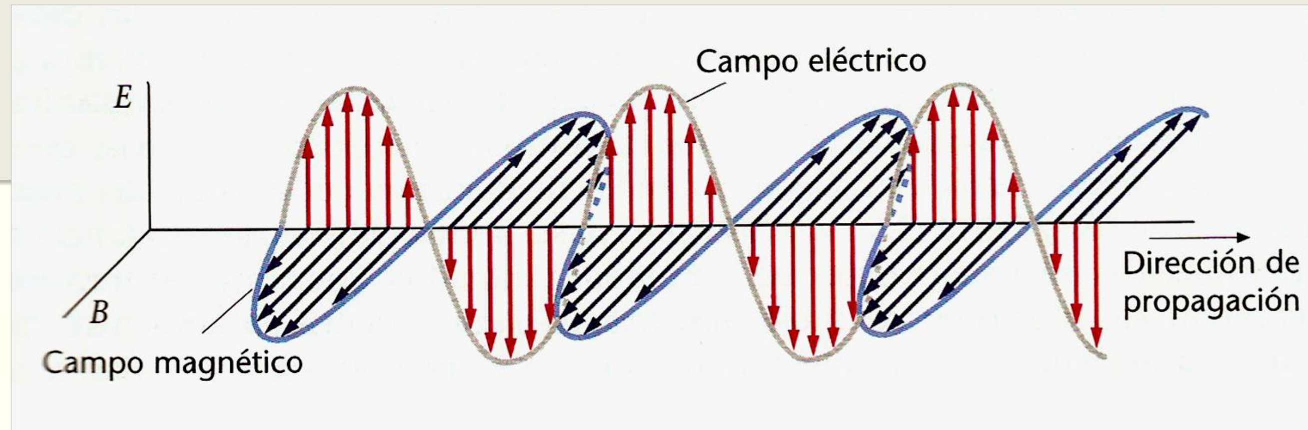
$$B_z = +\frac{k}{\omega} E_{0y}\,\mathrm{sen}(kx - \omega t) = \frac{1}{c} E_y$$

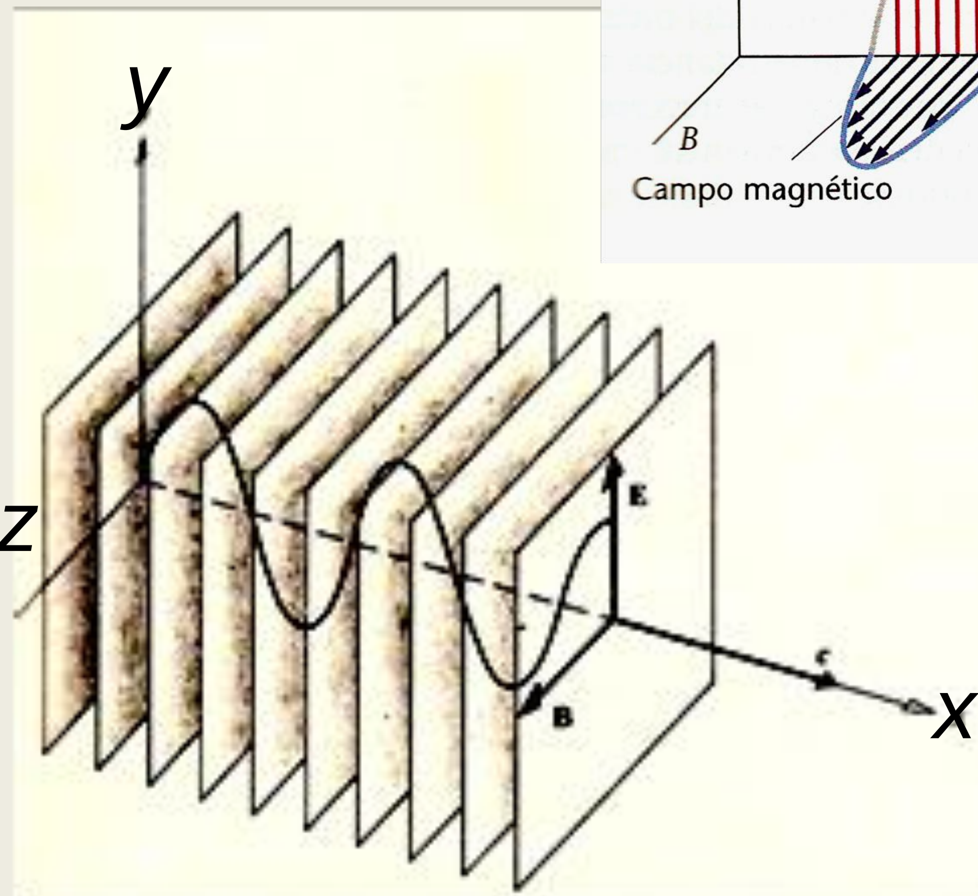
Los campos **E** y **B** :

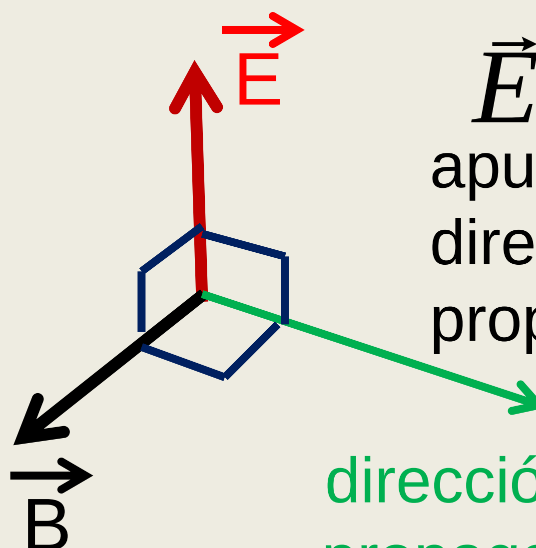
- Tienen la misma dependencia temporal
- Están en fase para todo punto (x,y,z)
- Y además……

Onda plana armónica

$\vec{\mathbf{E}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ son perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación





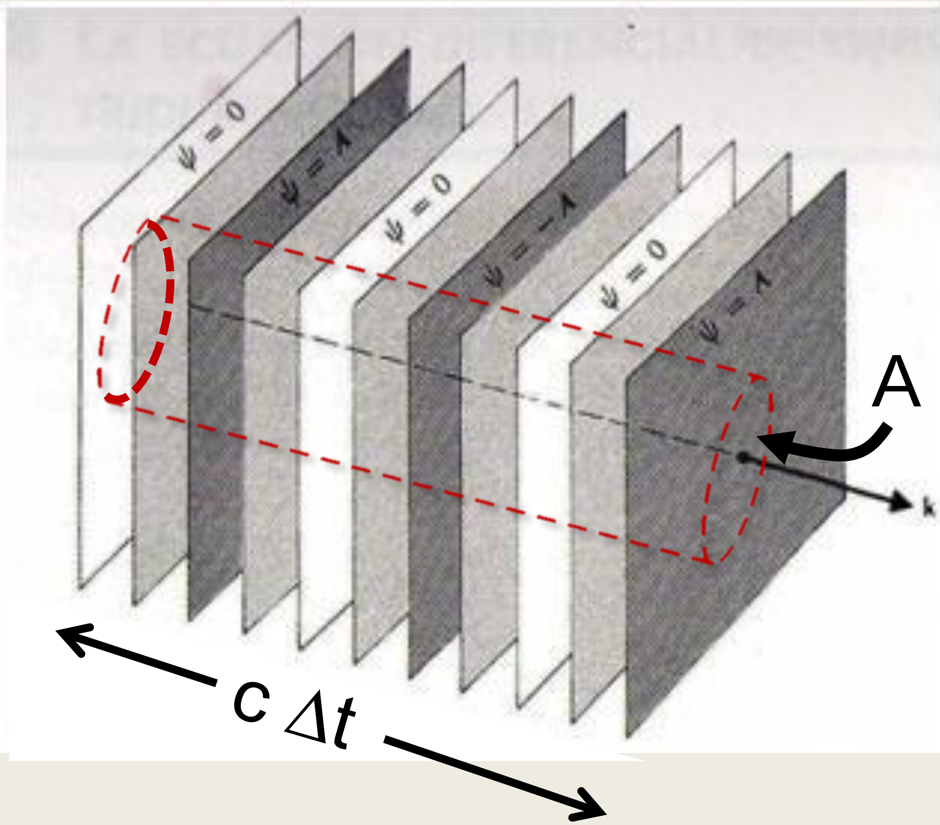


$$\vec{E} \times \vec{B}$$

apunta en la dirección de propagación

dirección de propagación

Las OEM transportan energía



La densidad de energía del campo eléctrico y del magnético son:

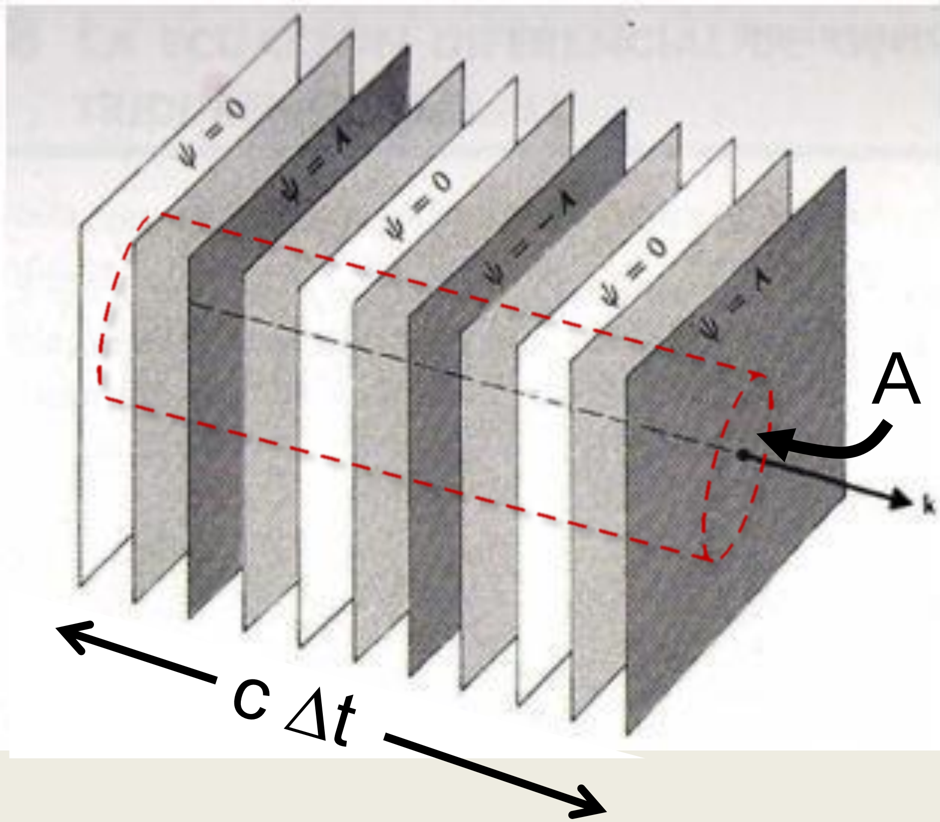
$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

$$E = cB = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} B \Rightarrow u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$u = u_E + u_B = \varepsilon_0 E^2 = \frac{E\,B}{c\,\mu_0}$$

Si Δt es pequeño, la energía que cruza el área **A** será la contenida en un cilindro de base **A** y altura **c Δt**

$$S = \frac{u\,c\,\Delta t\,A}{\Delta t\,A} = u\,c$$



$$S = u\,c = \frac{E\,B}{\mu_0}$$ Potencia por unidad de área [W / m^2]

Como la <u>energía fluye en la dirección de propagación</u>, conviene <u>definir un vector</u> cuyo <u>módulo sea la potencia por unidad de área</u> de la onda y su <u>dirección coincida con la dirección de propagación</u>.

$$\boxed{\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}}$$

<u>Vector de Poynting</u>:
determina el flujo de energía por unidad de tiempo y unidad de área de una OEM

Para una OEM plana armónica $\begin{cases} \vec{E} = E_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t)\, \breve{j} \\ \vec{B} = B_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t)\, \breve{k} \end{cases}$

$$\vec{S} = c^2 \varepsilon_0\, \vec{E}_0 \times \vec{B}_0 \operatorname{sen}^2(kx - \omega t)\, \breve{i}$$

El promedio temporal será:

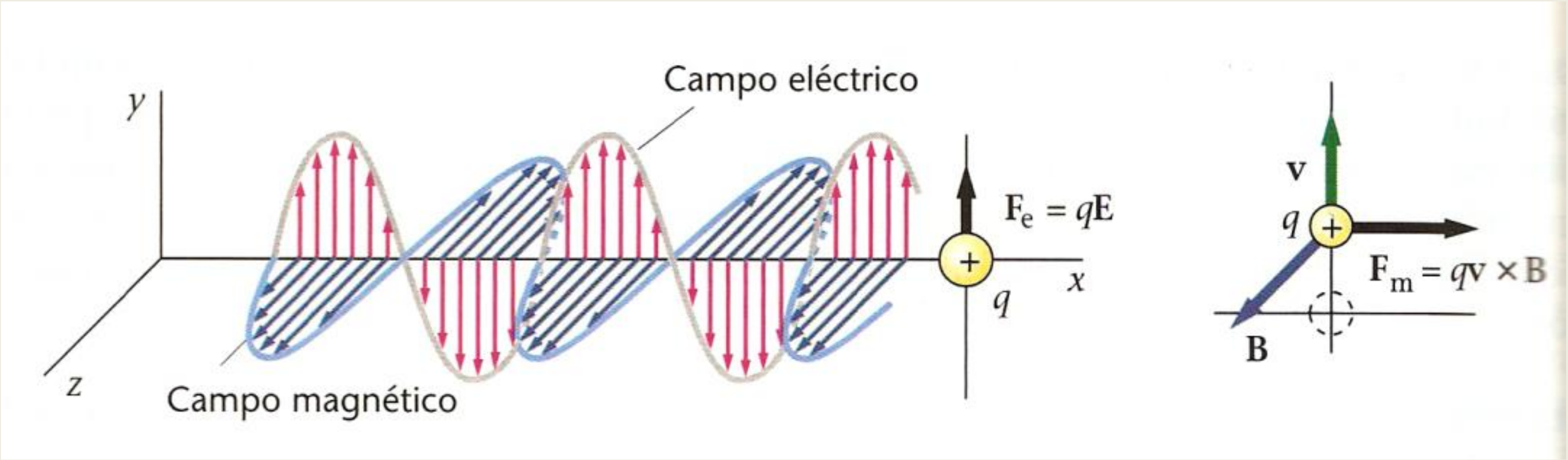
$$\left\langle \vec{S} \right\rangle = \left\langle S \right\rangle = c^2 \varepsilon_0 \left| \vec{E}_0 \times \vec{B}_0 \right| \left\langle \operatorname{sen}^2(kx - \omega t) \right\rangle = \frac{1}{2} c^2 \varepsilon_0\, E_0\, B_0$$

Irradiancia de una OEM:

$$I \equiv \left\langle S \right\rangle = \frac{1}{2} c^2 \varepsilon_0\, E_0\, B_0 = \frac{1}{2} c \varepsilon_0\, E_0^2$$

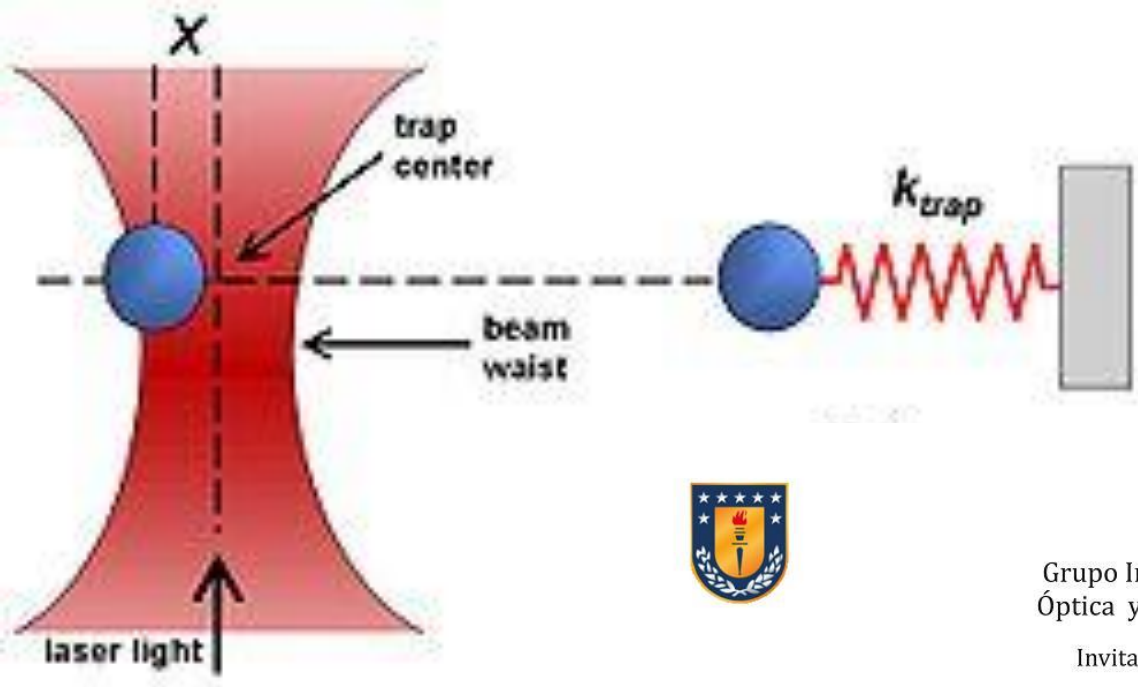
Las OEM transportan cantidad de movimiento

(ver demostración en Tipler Vol II, por ejemplo)



cantidad de movimiento lineal : $$\vec{p} = \frac{u}{c}\,\hat{i}$$

fuerza por unidad de área: $$P_{rad} = \frac{I}{c}$$



Pinzas ópticas: manipulación de objetos nanoscópicos con fuerzas de picoNewtons (**10^{-12} N**)

Estudios químicos con pinzas ópticas en la U. de Concepción (Chile) en colaboración con CIOp (Arg)

SEMINARIOS

Centro de Óptica y Fotónica

Grupo Investigación Instrumentación Óptica y Tecnologías de Teledetección

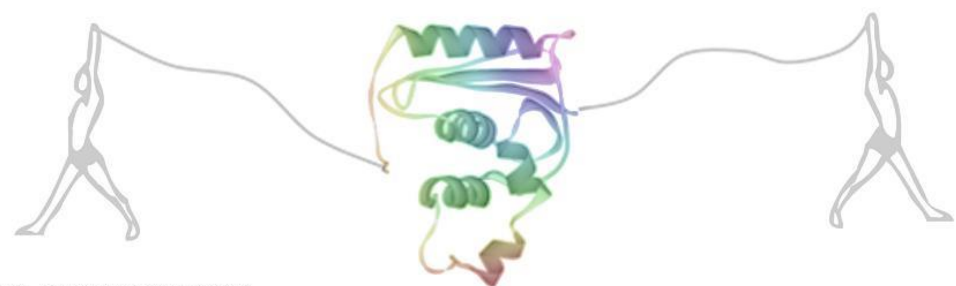
Invita a charla el miércoles 20 abril:

"Estudio de moléculas individuales mediante pinzas ópticas: plegamiento y desplegamiento de la glucoquinasa de Thermococcus litoralis"

Christian A.M. Wilson

Posdoctoral Researcher

Bustamante and Marqusee Lab, University of California, Berkeley

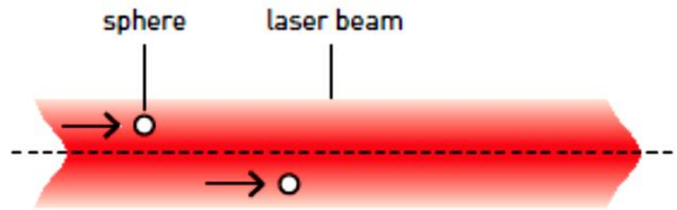


Fecha: 20 Abril 2011 10.00-12.00 hrs

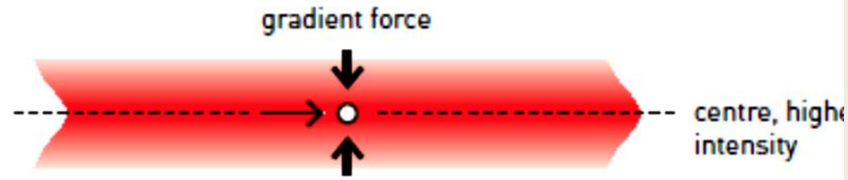
Lugar: Auditorio Alamiro Robledo | Primer piso Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción

THE NOBEL PRIZE IN PHYSICS 2018
POPULAR SCIENCE BACKGROUND

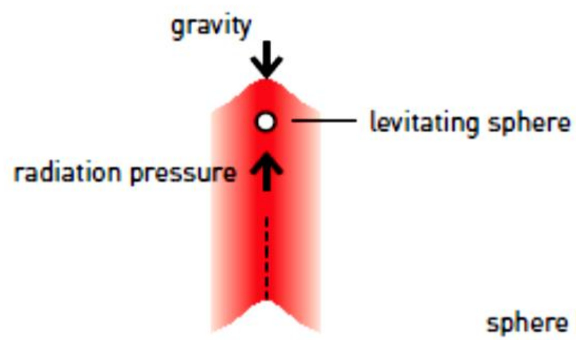
1 Small transparent spheres are set in motion when they are illuminated with laser light. Their speed corresponds to Ashkin's theoretical estimation, demonstrating that it really is radiation pressure pushing them.



2 One unexpected effect was the gradient force that pushes the spheres towards the centre of the beam, where the light is most intense. This is because the intensity of the beam decreases outwards and the sum of all the forces pushing the spheres sends them towards its centre.



3 Ashkin makes the spheres levitate by pointing the laser beam upwards. The radiation pressure counteracts gravity.



4 The laser beam is focused with a lens. The light captures particles and even live bacteria and cells in these optical tweezers.

Scientific Background on the Nobel Prize in Physics 2018

The Nobel Committee for Physics

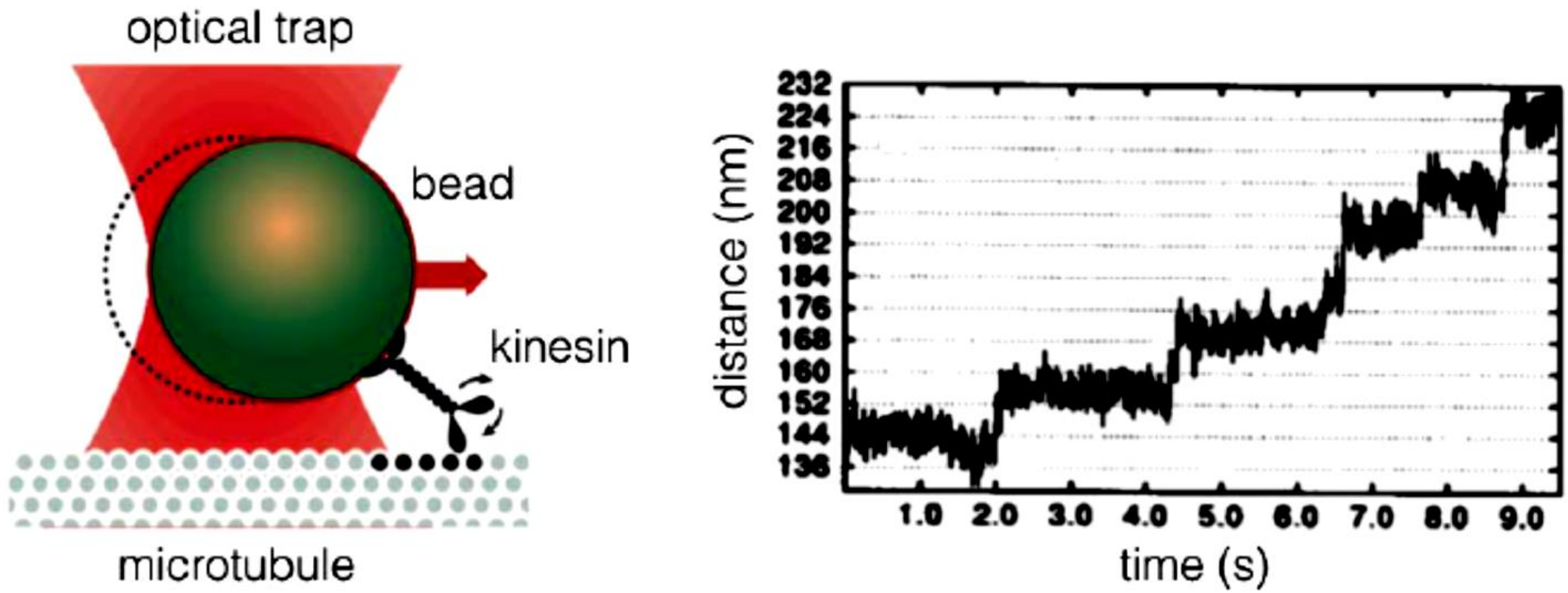


***Figure 2:** (Left) Sketch of the kinesin-microtubule system studied with optical tweezers in reference [39]. An optically trapped bead carries a single kinesin molecule that walks along an immobilized microtubule filament. (Right) Displacement versus time graph for a bead, which shows that the kinesin molecule executes a walk, pulling the bead forward in a stepwise manner. Sources: reference [39].*