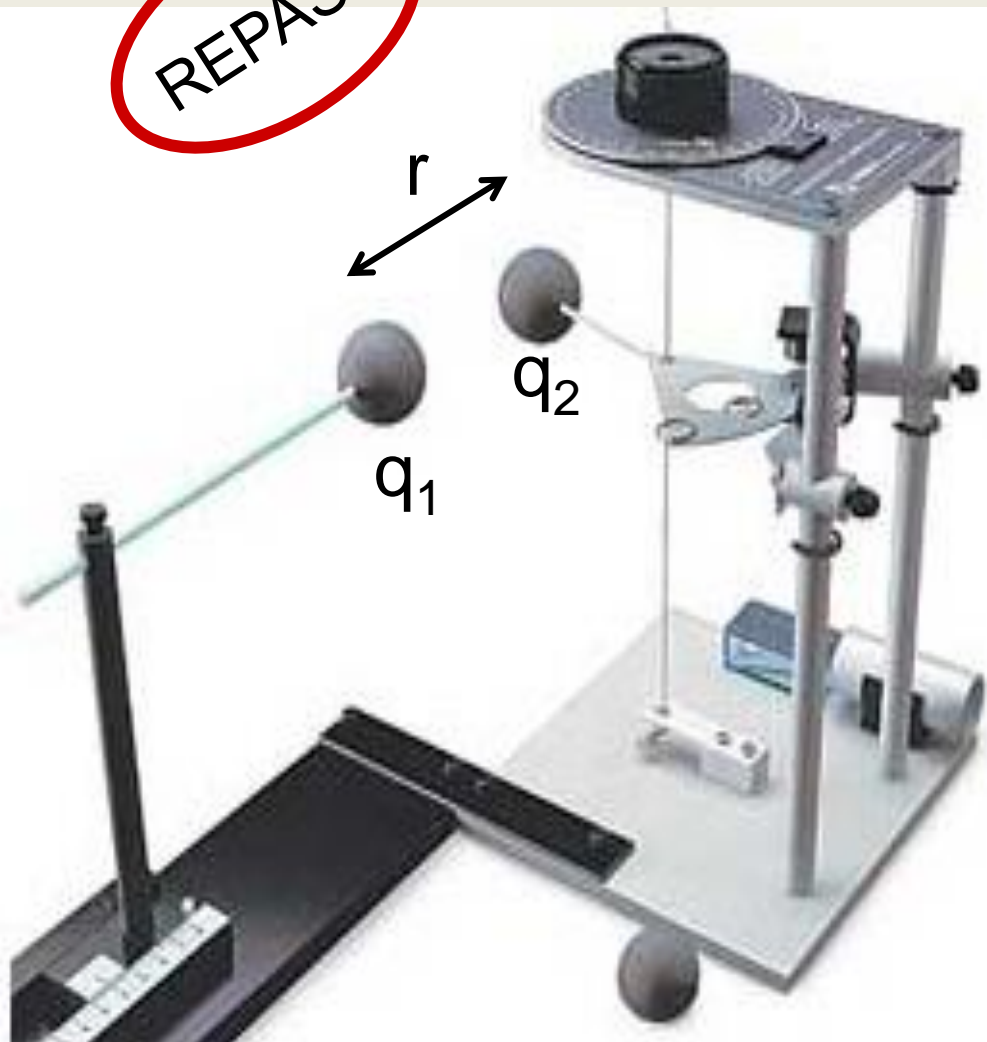


REPASO



## Propiedades de $F_e$ para Cargas puntuales estáticas

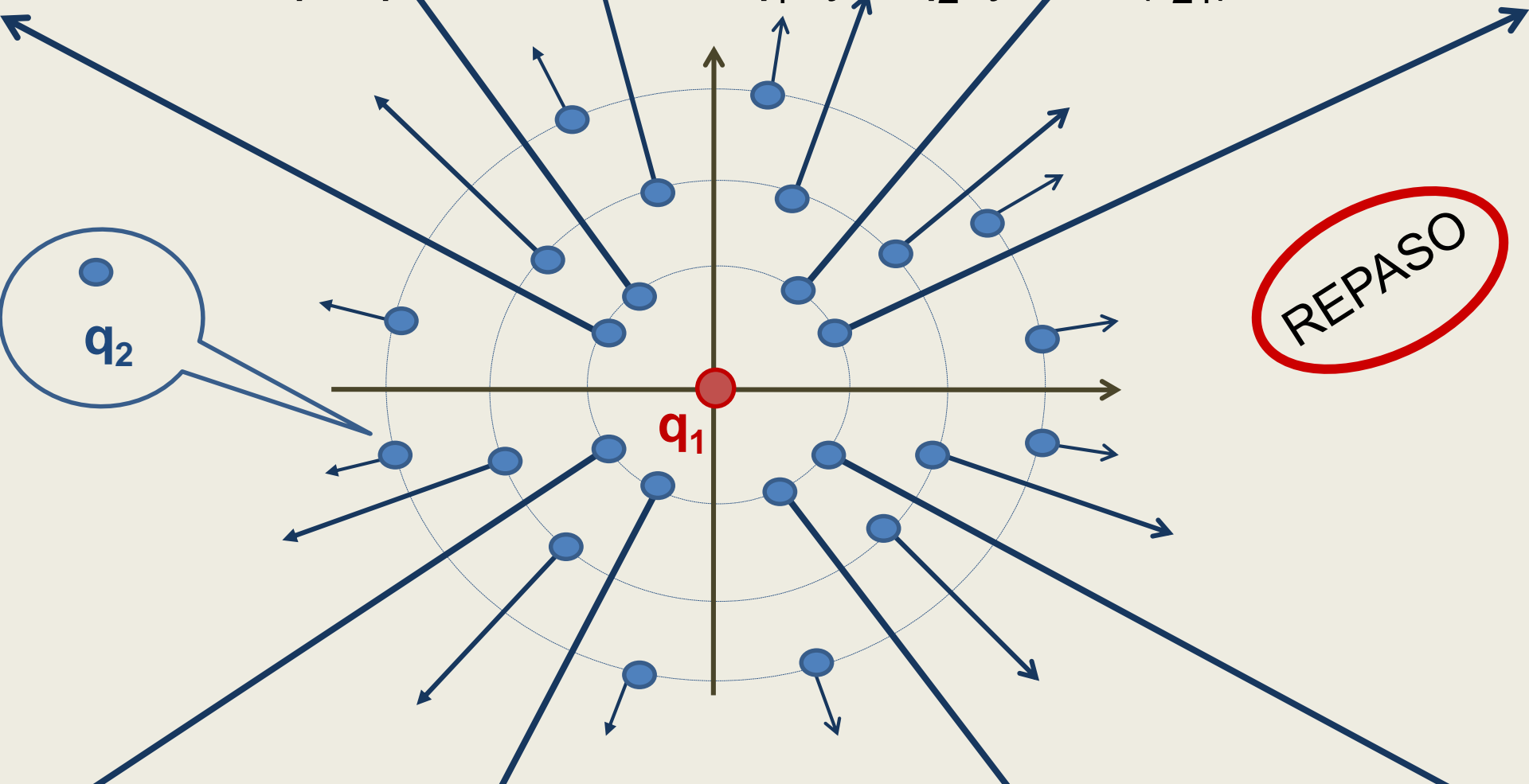
- 1)  $F_e$ : dirección de la recta que une a  $q_1$  y a  $q_2$
- 2)  $F_e$ : atractiva signos opuestos  
 $F_e$ : repulsiva mismo signo
- 3)  $F_e$  es proporcional a  $q_1$  y  $q_2$
- 4)  $F_e$  es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa las cargas

$$|F_e| = k |q_1| |q_2| \frac{1}{r^2}$$

Ley de Coulomb (así nomás)

$$K = 8,987 \cdot 10^9 \text{ [N m}^2 \text{/C}^2 \text{] MKS}$$

Si medimos la  $F_{21}$  en todo el espacio alrededor de  $q_1$ , podemos asignar a cada punto un vector “fuerza de Coulomb”:  
dirección: radial respecto de  $q_1$   
módulo: proporcional a  $q_1$  y  $q_2$  y a  $(r_{21})^{-2}$



Podemos pensar que  $q_2$  es una “carga de prueba” con la que sondeamos los alrededores de  $q_1$ . Para independizarnos de la influencia de  $q_2$ , dividimos  $F_{12}$  por  $q_2$  :

$$\frac{\vec{F}_{21}}{q_2} = k \frac{q_1}{|\vec{r}_{21}|^2} \vec{r}_{21}$$

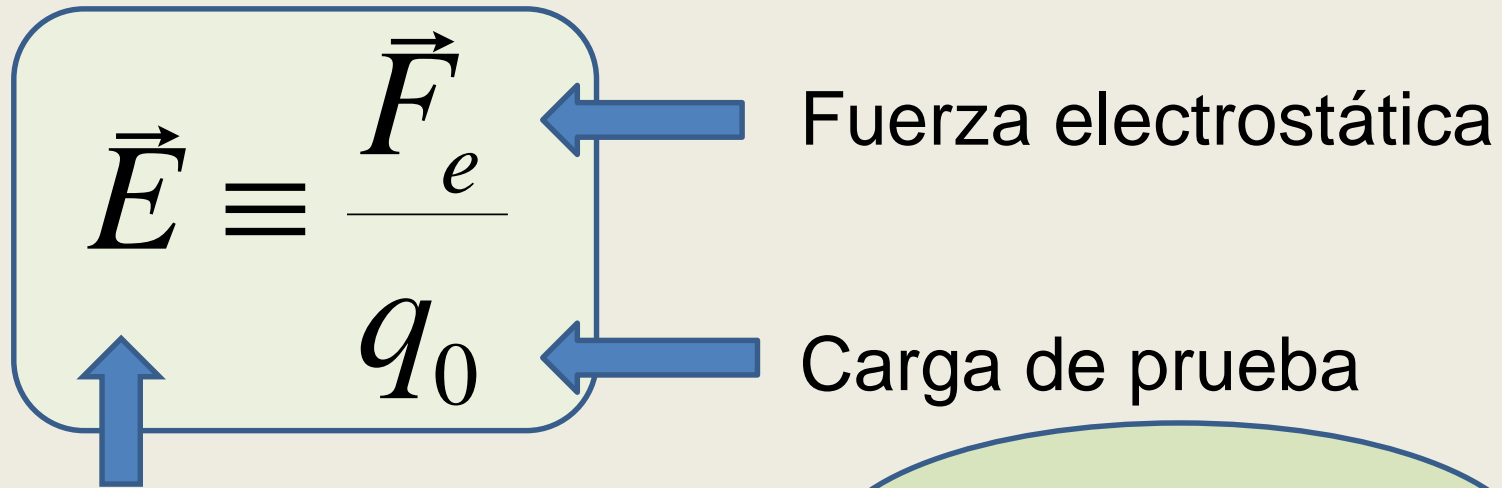
Sólo depende de  $q_1$  y de su distancia a un punto

El cociente  $\frac{\vec{F}_{21}}{q_2}$  ya no depende de  $q_2$  :

$$a > q_2, > \vec{F}_{21}$$

$$a < q_2, < \vec{F}_{21}$$

Así, definimos, en general, campo eléctrico  $E$  como:



The diagram shows the equation  $\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q_0}$  inside a light green rounded rectangle. A blue arrow points from the text 'Fuerza electrostática' to the numerator  $\vec{F}_e$ . Another blue arrow points from the text 'Carga de prueba' to the denominator  $q_0$ . A third blue arrow points from the text 'Campo vectorial' to the vector  $\vec{E}$  on the left side of the equation.

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

Fuerza electrostática

Carga de prueba

Campo vectorial

Unidades: [ N / C ]

$q_0 \ll q_1$  (carga fuente de  $\vec{E}$ ) para que no afecte la posible distribución de cargas:

$$\vec{E} \equiv \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

## **Valores típicos de campos eléctricos**

atmósfera limpia: 100 N/C

vidrio frotado: 1.000 N/C

fotocopiadora: 100.000 N/C

nube de tormenta: 100.000 N/C

chispa en aire: 5.000.000 N/C

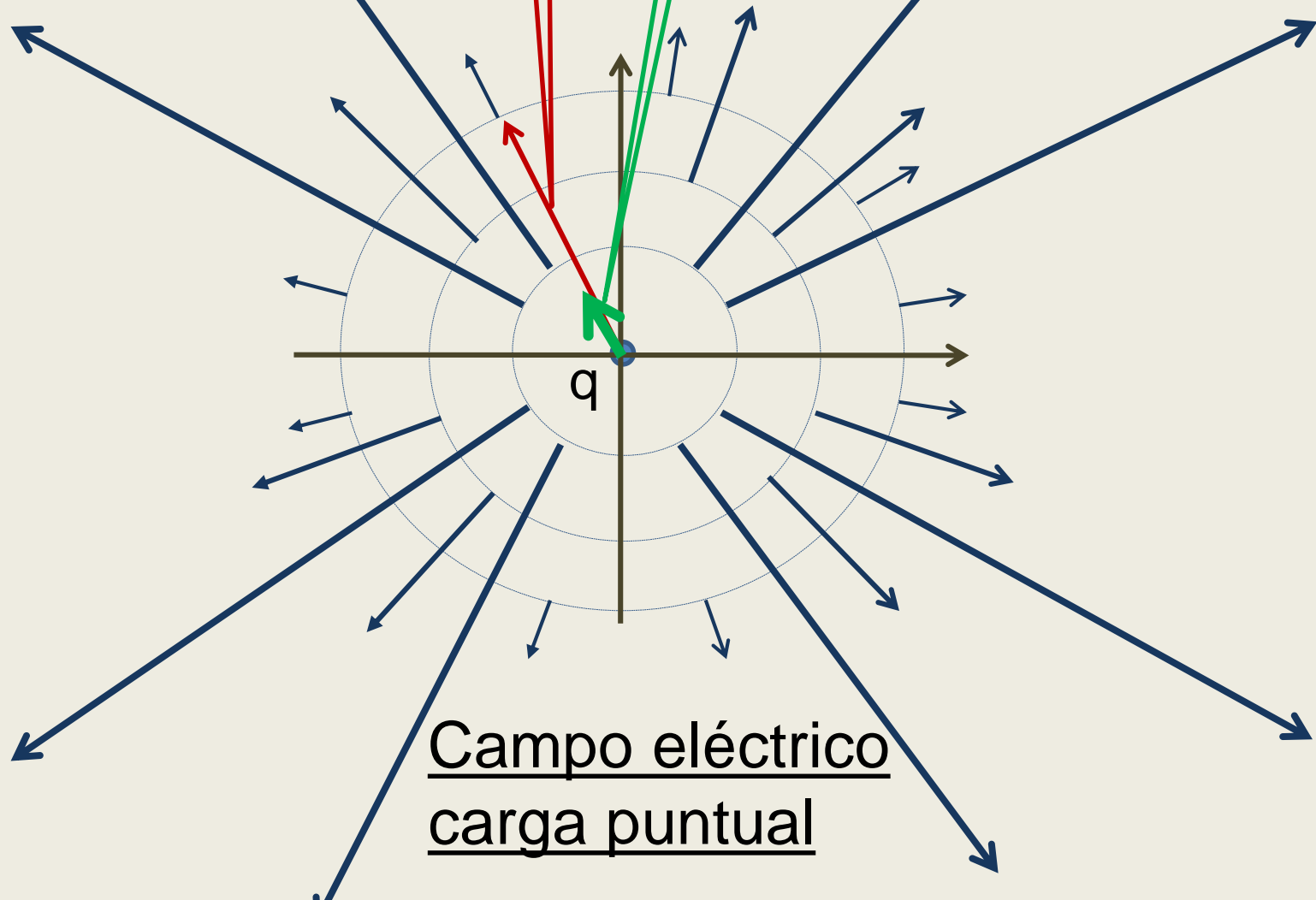
## ***Algunos inconvenientes del concepto de acción a distancia de la Ley de Coulomb:***

- ¿Qué mecanismo es el responsable?
- ¿Qué “cosa” hay entre una carga y otra para que haya una fuerza?
- ¿Perturbación a velocidad infinita?
- ¿Principio acción y reacción?

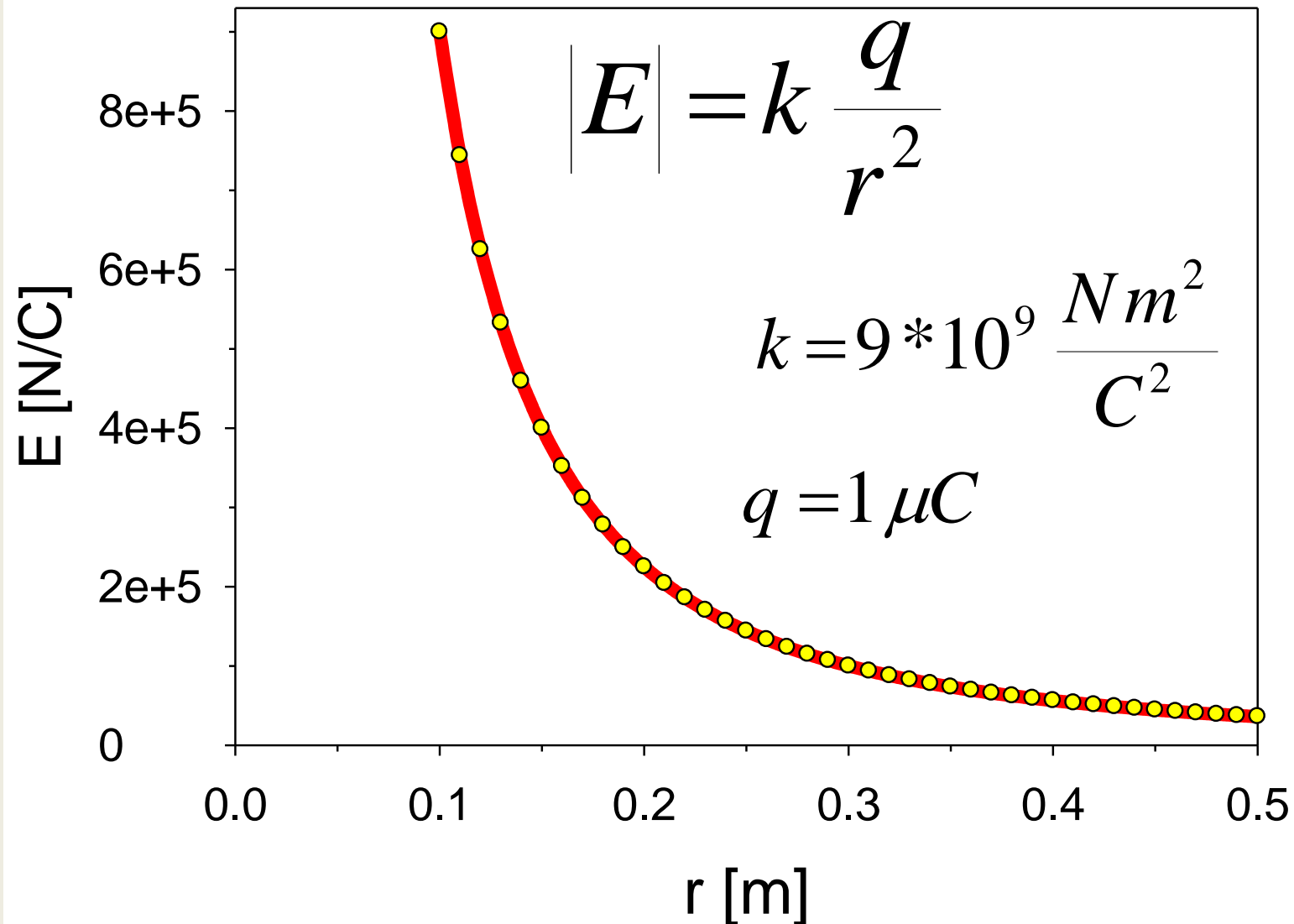
## ***Concepto de Campo Eléctrico:***

- Propiedad del espacio que rodea a las cargas eléctricas
- Medio por el cual una carga ejerce una fuerza sobre otra carga
- Perturbación a velocidad finita: carga  $\leftrightarrow$  campo  $\leftrightarrow$  carga
- Principio acción y reacción local: carga  $\leftrightarrow$  campo  $\leftrightarrow$  carga

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{r}$$



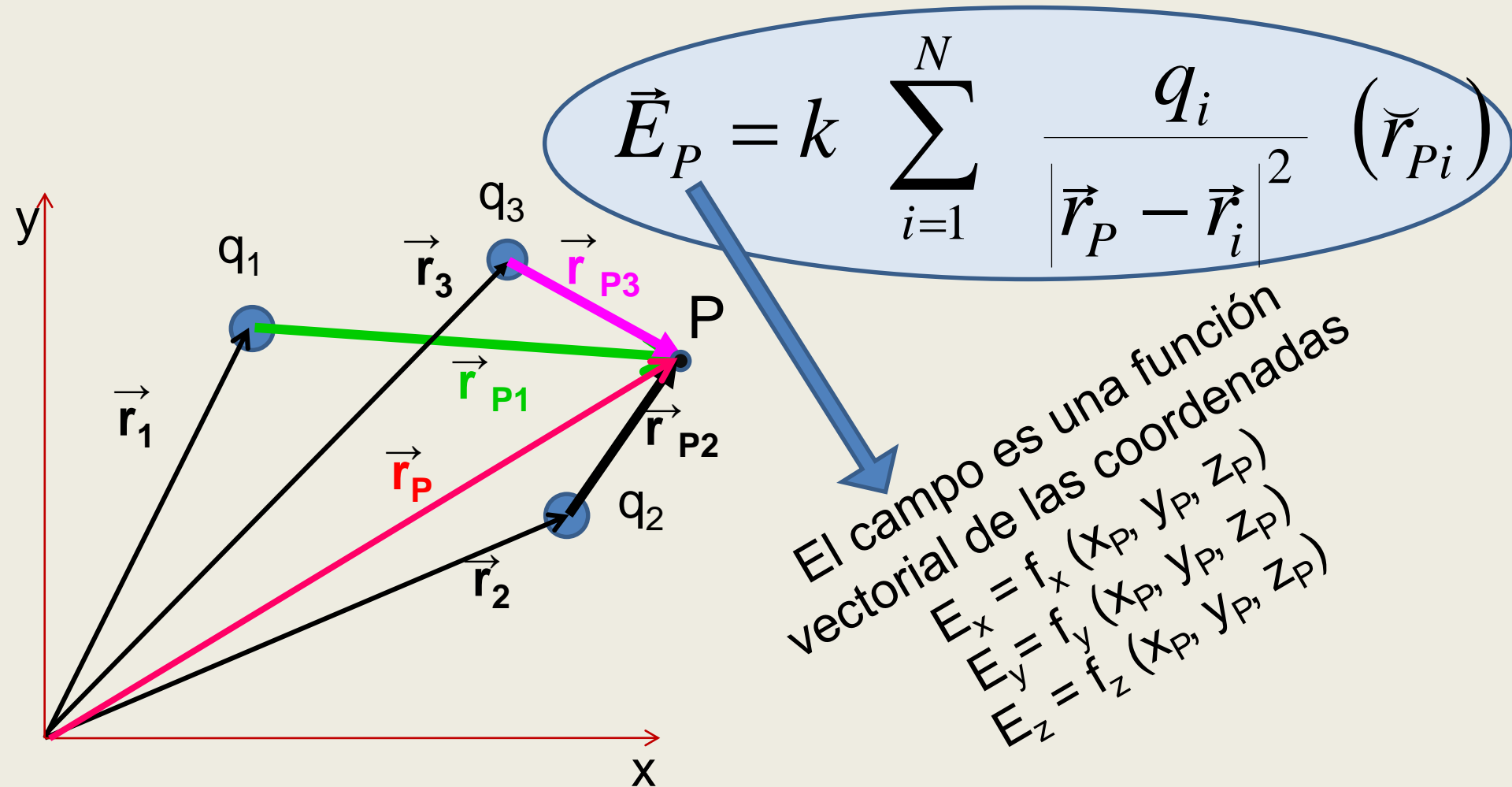
# Variación del módulo de campo eléctrico con la distancia para una carga puntual

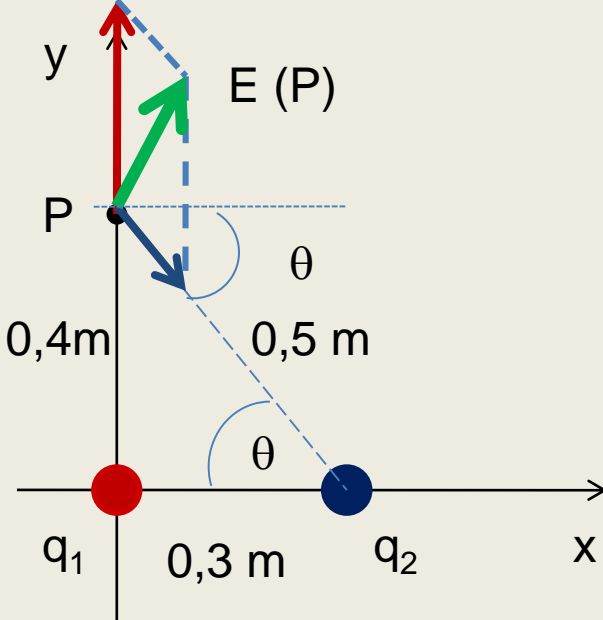




**P:** ¿Cómo se determina el campo eléctrico de varias cargas puntuales (distribución discreta de cargas)?

**R:** Principio de superposición





$$q_1 = 7 \mu\text{C} \quad q_2 = -5 \mu\text{C} \quad \vec{E}(P) ?$$

Realizamos un esquema vectorial de los campos en P generados por  $q_1$  y  $q_2$  separadamente.

Realizamos la suma vectorial en forma gráfica

Calculamos el módulo de cada campo:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{7 \times 10^{-6}}{(0,4)^2} = 4 \times 10^5 \left[ \frac{\text{N}}{\text{C}} \right] \quad E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-6}}{(0,5)^2} = 1,8 \times 10^5 \left[ \frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

Calculamos las componentes de cada campo:

$$\vec{E}_1 = |\vec{E}_1| \vec{j}$$

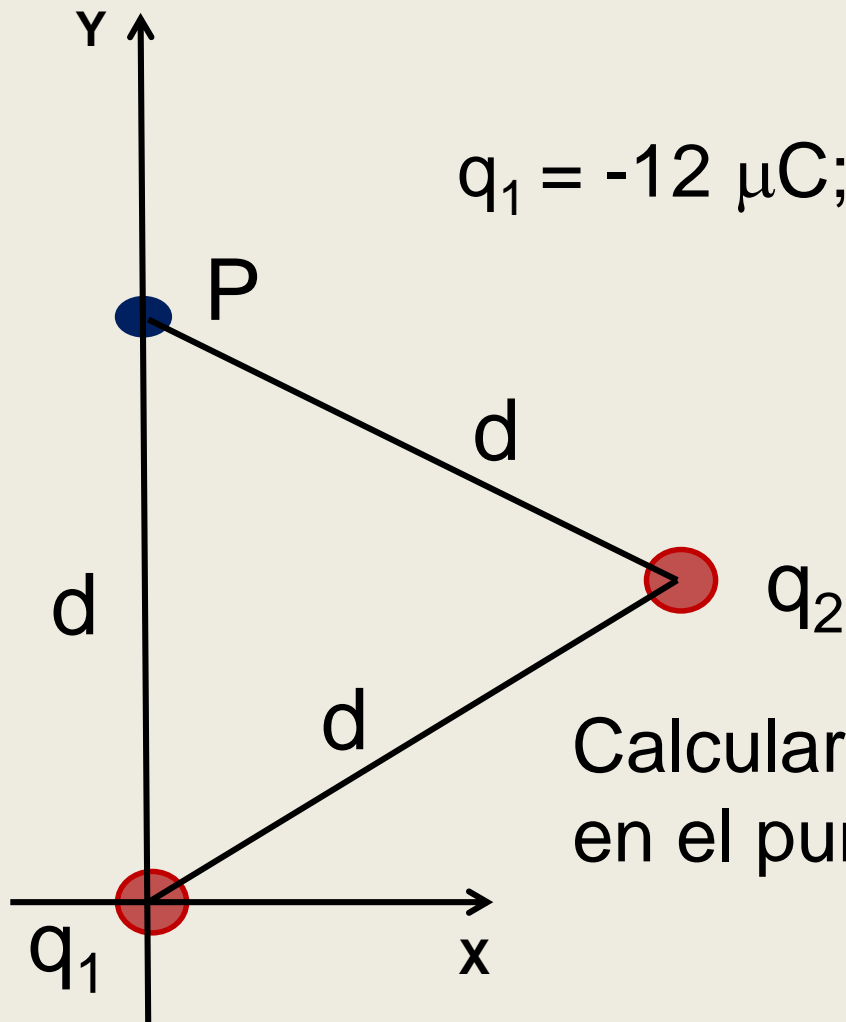
$$E_{2x} = |\vec{E}_2| \times \cos(\theta) = |\vec{E}_2| \times \frac{3}{5}; \quad E_{2y} = -|\vec{E}_2| \times \sin(\theta) = -|\vec{E}_2| \times \frac{4}{5}$$

$$\vec{E}_1 = 4 \times 10^5 \vec{j} \left[ \frac{\text{N}}{\text{C}} \right]; \quad \vec{E}_2 = (1,1 \times 10^5 \vec{i} - 1,4 \times 10^5 \vec{j}) \left[ \frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

$$\therefore \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

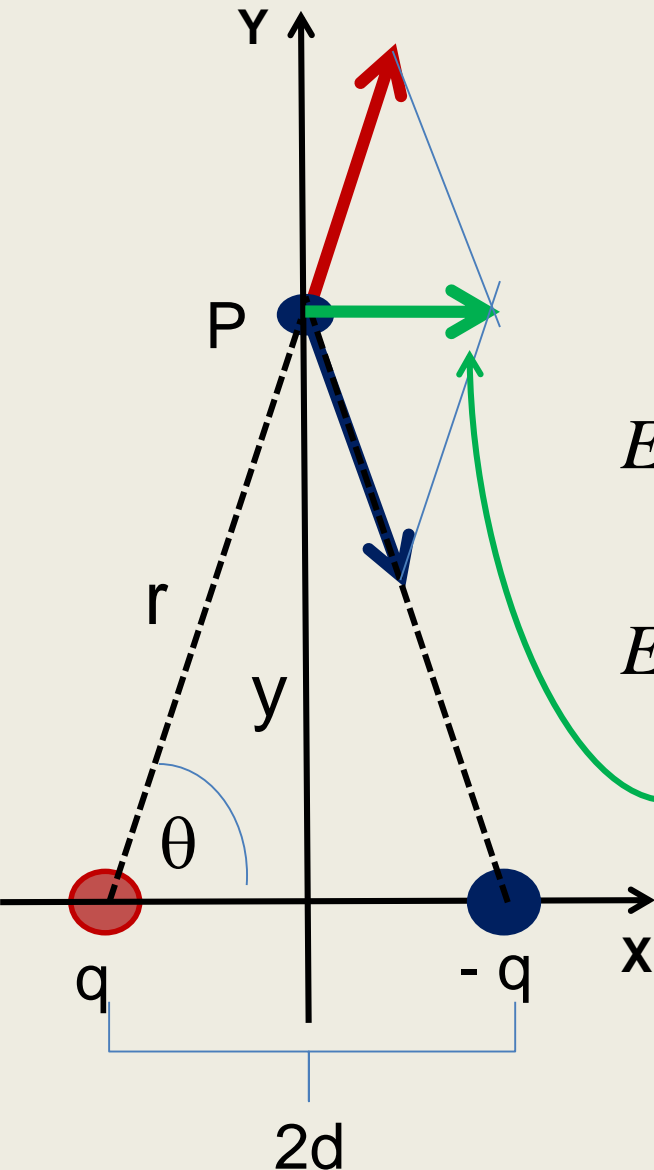
## Un ejercicio de aplicación

$$q_1 = -12 \mu\text{C}; \quad q_2 = -18 \mu\text{C}; \quad d = 1 \text{ cm}$$



Calcular el campo eléctrico total en el punto  $P$  debido a  $q_1$  y  $q_2$

# Caso especial de distribución discreta de cargas: el DIPOLO



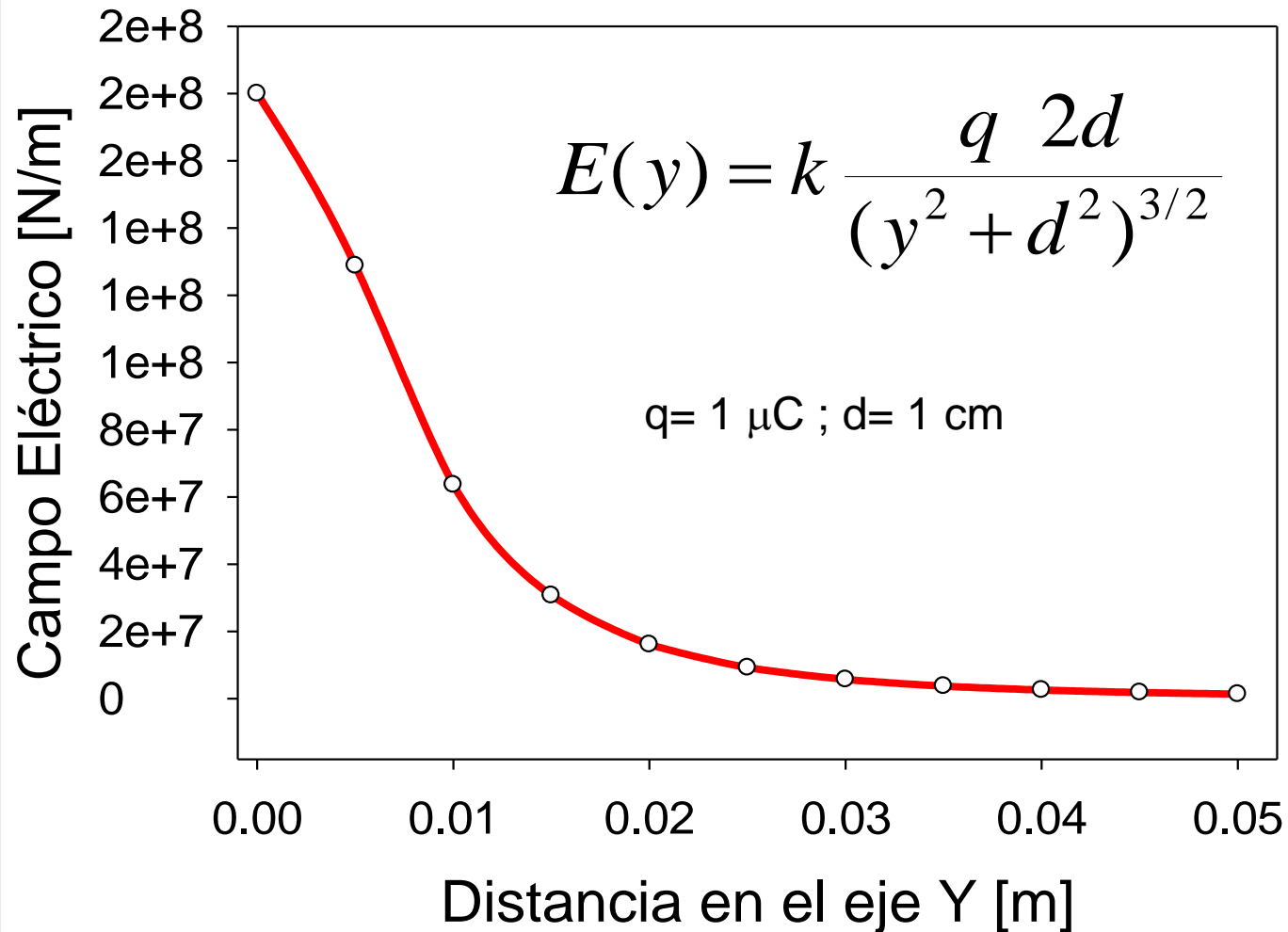
Campo sobre la mediatriz (eje  $y$ ): por simetría, las componentes en  $y$  se anulan, quedando el campo total solo en la dirección  $x$

$$E_1 = E_2 = k \frac{q}{r^2} = k \frac{q}{(y^2 + d^2)}$$

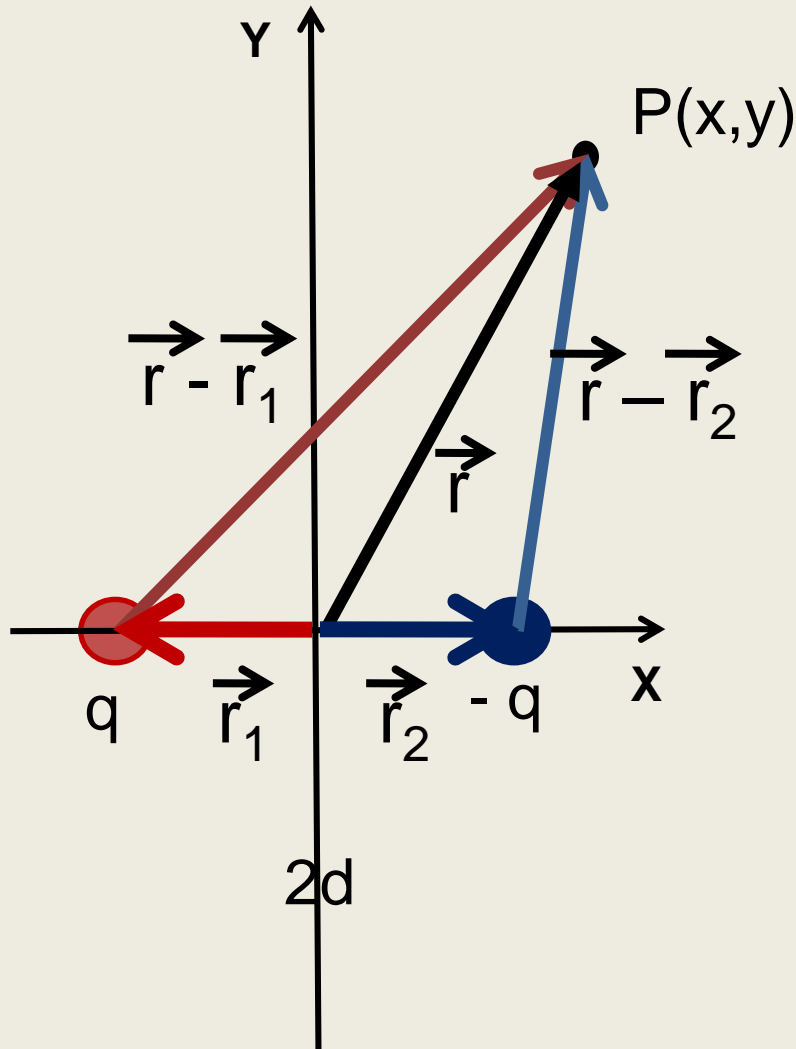
$$E = 2 E_1 \cos(\theta) = 2 k \frac{q}{(y^2 + d^2)} \frac{d}{(y^2 + d^2)^{1/2}}$$

$$E(y) = k \frac{q 2d}{(y^2 + d^2)^{3/2}}$$

# Módulo del campo eléctrico sobre la mediatriz de un dipolo, en función de la distancia al eje del mismo



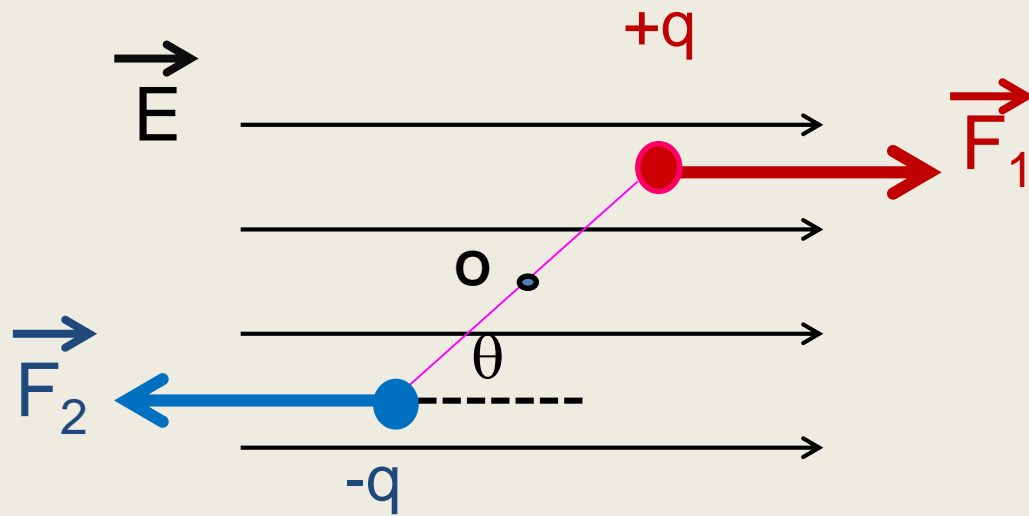
## Otro ejercicio de aplicación para los alumnos



Calcular el campo eléctrico de un dipolo para todo punto del plano XY  
(Ayuda: cada una de las componentes  $E_x$  y  $E_y$  deben ser funciones de las coordenadas  $x$  e  $y$ )

Verificar el límite de dichas expresiones cuando  $r$  tiende a infinito

# Dipolo de separación $2a$ en campo eléctrico uniforme

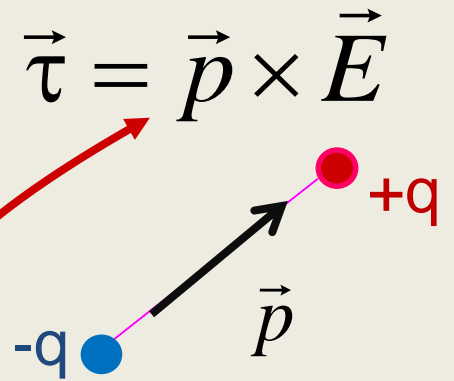


$$\vec{F}_{\text{neta}} = 0 ; \quad \vec{\tau}_{\text{neto}} \neq 0$$

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = q E$$

$$|\vec{\tau}_o| = F_1 \frac{2a}{2} \text{sen}(\theta) + F_2 \frac{2a}{2} \text{sen}(\theta) =$$
$$= q E 2a \text{sen}(\theta) = p E \text{sen}(\theta)$$

Torque de un dipolo

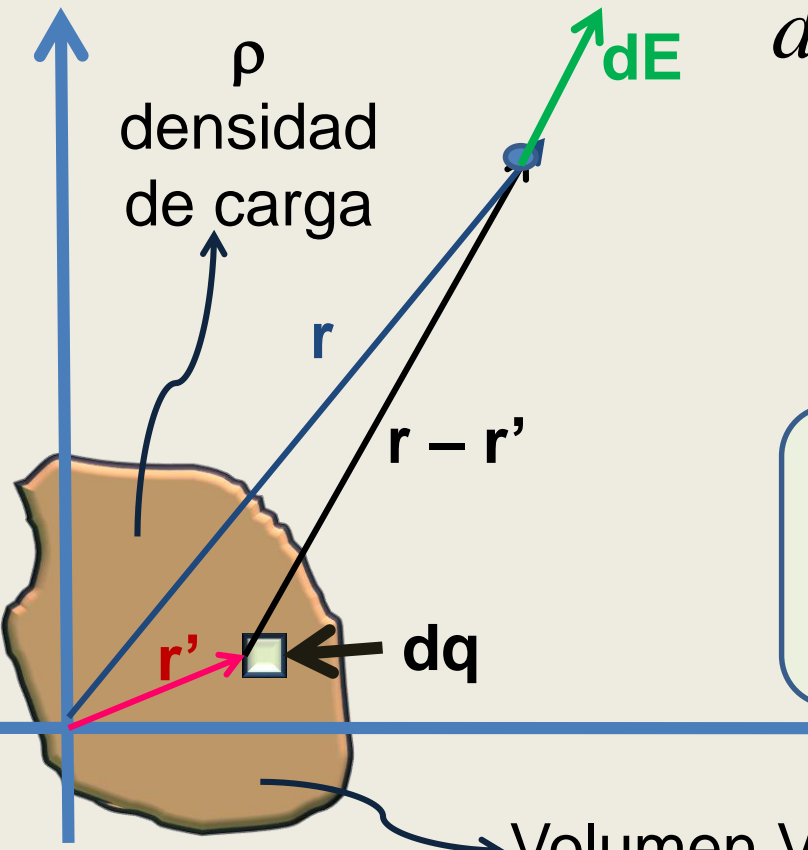


$$|\vec{p}| = q 2a$$

**momento dipolar**

**P:** ¿Cómo se determina el campo eléctrico de una distribución continua de cargas (por ejemplo, la de un cuerpo cargado)?

**R:** Principio de superposición (¡otra vez!)



The diagram illustrates a 3D coordinate system with a blue vertical axis and a blue horizontal axis. A brown, irregularly shaped volume labeled 'Volumen V' is shown. A small green cube labeled 'dq' is located within this volume. A red vector labeled 'r'' points from the origin to the cube. A blue vector labeled 'r' points from the origin to a point on the surface of the volume. A black vector labeled 'r - r'' points from the cube to this surface point. A green vector labeled 'dE' points away from the surface point. A label 'ρ densidad de carga' points to the volume. A label 'dq' points to the green cube.

$$d\vec{E} = k \frac{dq}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\vec{r}r')$$
$$dq = \rho dV$$

$$\vec{E} = k \iiint_{V'} \frac{\rho dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} (\vec{r}r')$$

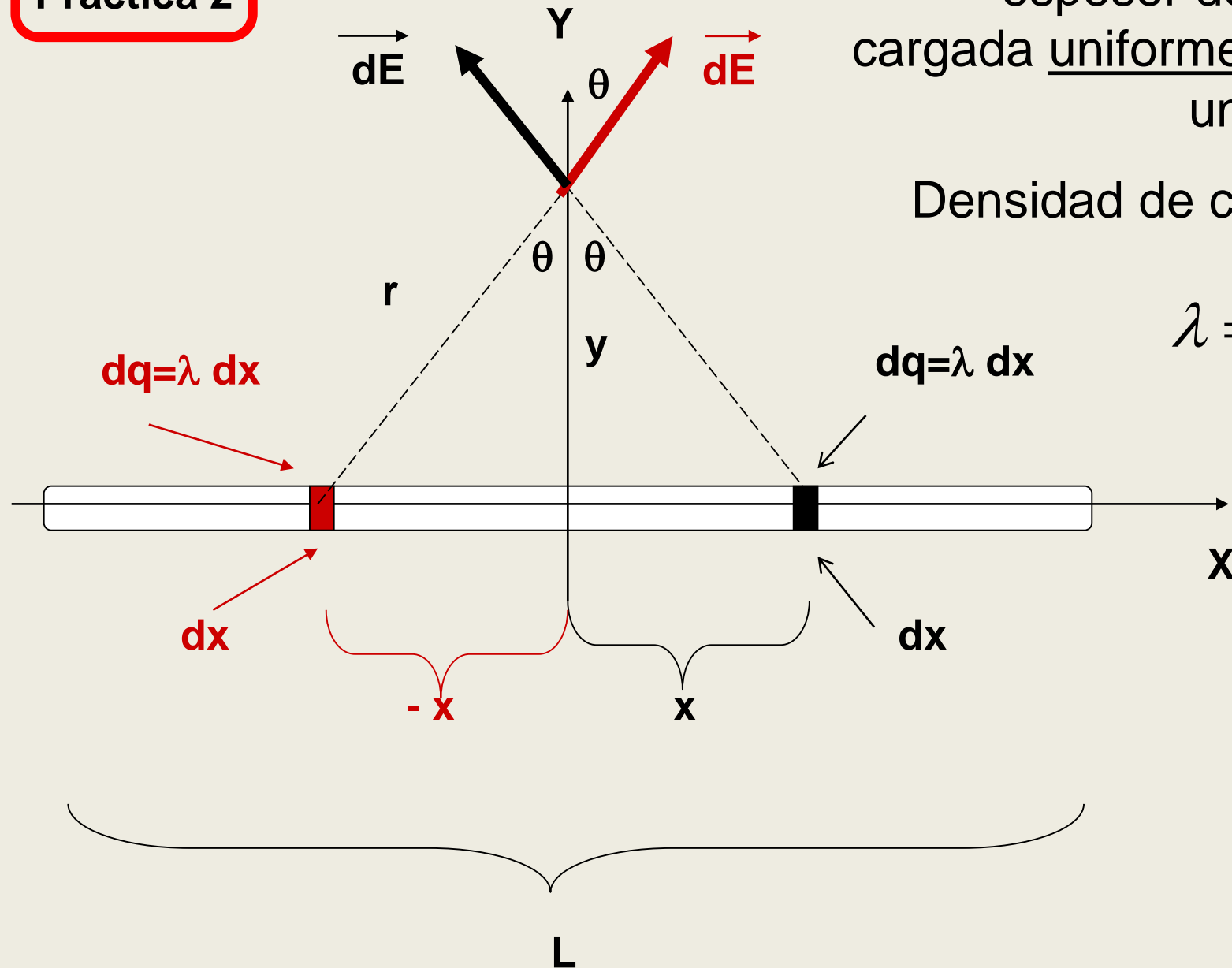


**Prob. 6**  
**Práctica 2**

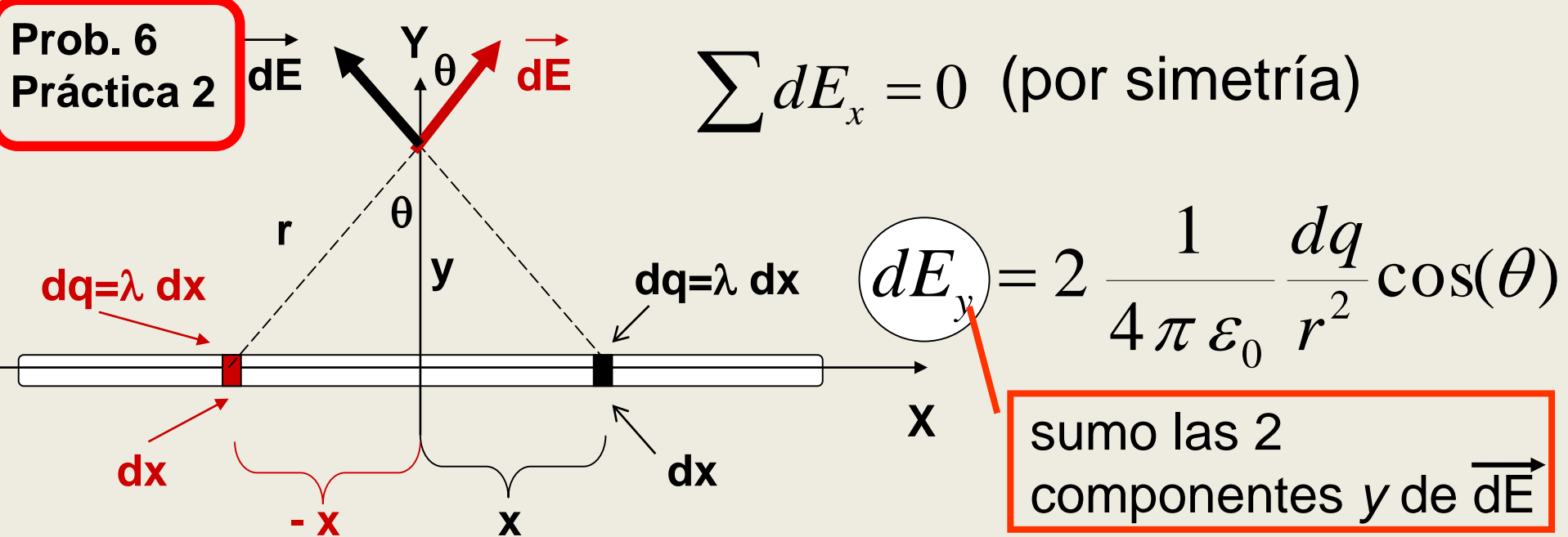
Barra de longitud  $L$  y  
espesor despreciable  
cargada uniformemente con  
una carga  $Q$ .

Densidad de carga lineal:

$$\lambda = \frac{Q}{L} \quad (cte)$$



Prob. 6  
Práctica 2



$$dE_y = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(x^2 + y^2)} \frac{y}{\sqrt{(x^2 + y^2)}}$$

$$E_y = \int_0^{L/2} dE_y = \frac{\lambda y}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{L/2}{y \sqrt{(L/2)^2 + y^2}}$$

∴ El CE sobre la mediatriz de una barra cargada de longitud  $L$  es:

$$E_y(y) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{L/2}{y \sqrt{(\frac{L}{2})^2 + y^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \frac{L}{\sqrt{\frac{L^2}{4} + y^2}}$$

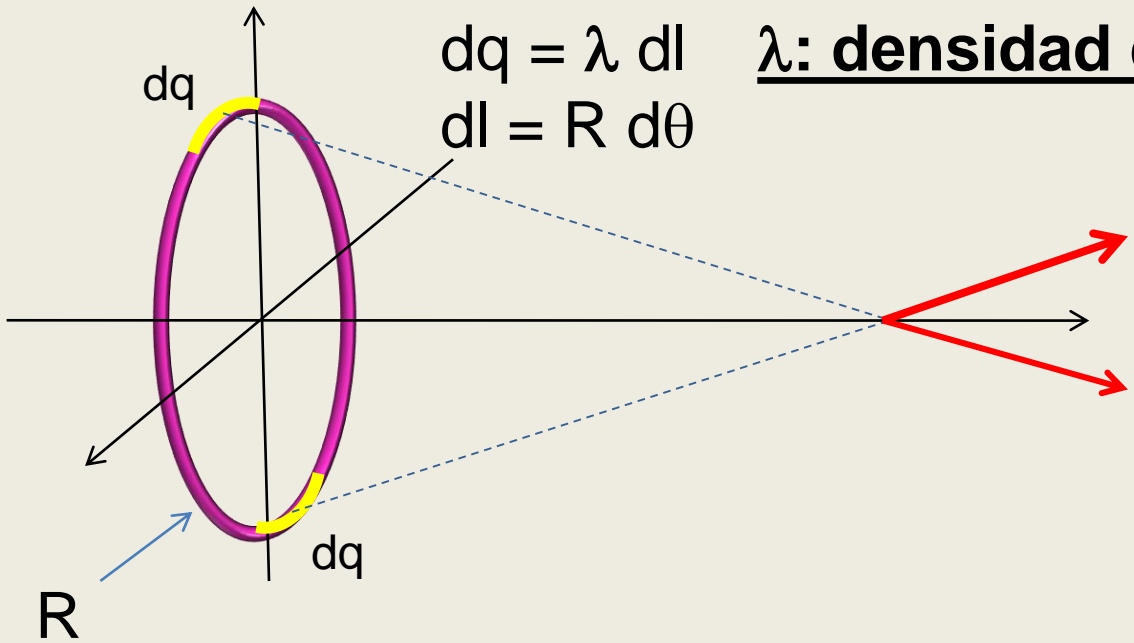
Prob. 7  
Práctica 2

Si  $L \rightarrow \infty \Rightarrow \sqrt{\frac{L^2}{4} + y^2} \rightarrow \sqrt{\frac{L^2}{4}} = \frac{L}{2}$

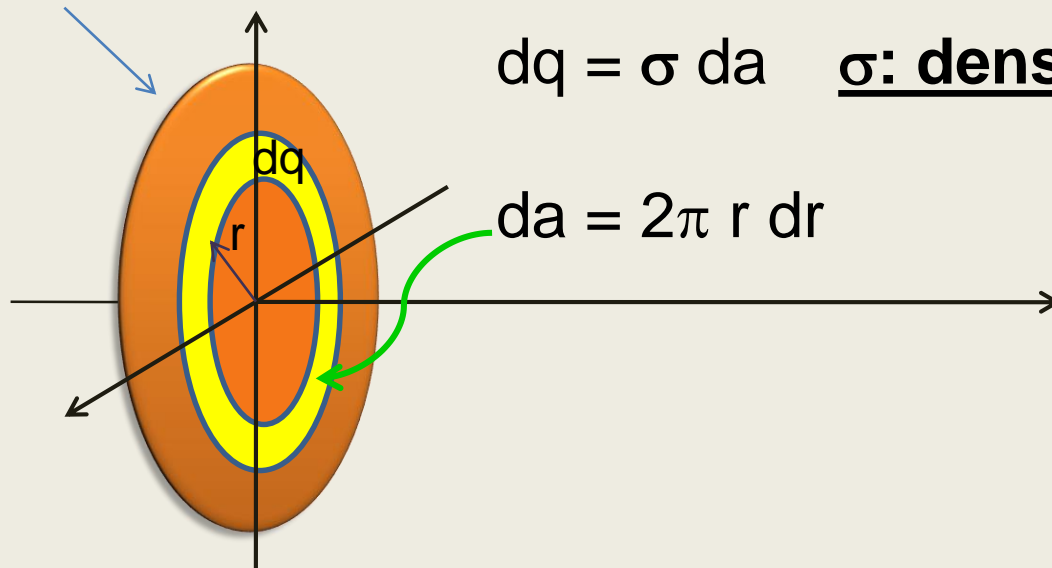
∴  $E_y(y) \Rightarrow \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{y} \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$  CE de una recta de carga

¿y si  $y \gg L$ ?  $\Rightarrow$  lejos de la barra  $\rightarrow$  carga puntual!

# Campo eléctrico sobre el eje de un anillo y un disco de radio R cargados uniformemente

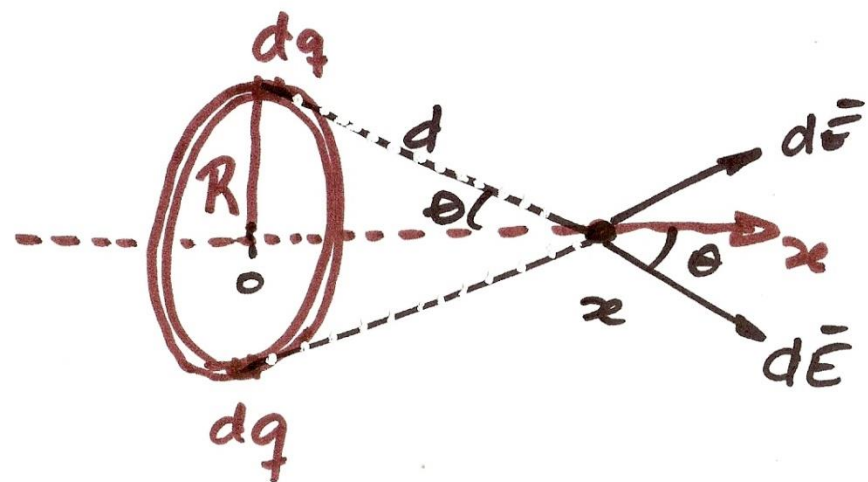


Prob. 8  
Práctica 2



Prob. 9  
Práctica 2

# CE de un anillo de carga sobre el $x$



$\lambda$ : densidad lineal de carga

$$dq = \lambda ds$$

↑ diferencial de arco

Por simetría: las comp. en el  $y$  y  $z$  se anulan de a pares

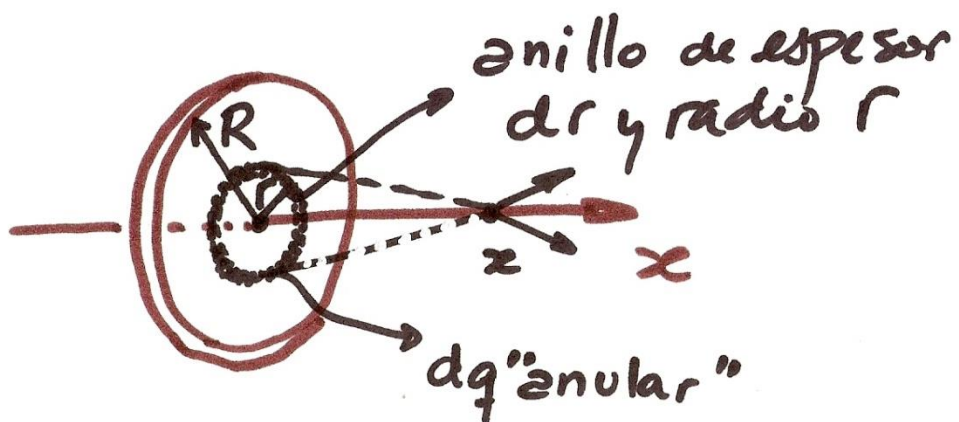
$$\therefore dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{d^2} \cos\theta \quad \begin{cases} d^2 = R^2 + x^2 \\ \cos\theta = \frac{x}{d} = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \end{cases}$$

$$\therefore E_x = \int dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda ds}{(R^2 + x^2)} \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \quad \text{Variable de integración}$$

$$\therefore \boxed{E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \int_{2\pi R} ds = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}}$$



# CE sobre el eje de disco cargado



$\sigma$ : dens. superficial  
de carga =  $Q/A$

$$\therefore dq = \sigma dA$$

aprovechamos  
simetría para elegir  
convenientemente  $dA$

$$dA = 2\pi r dr$$

$$\therefore dq = \sigma 2\pi r dr$$

$$dE_x = (\text{anillo de radio } r) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 2\pi\sigma \frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} dr$$

$\Rightarrow$  hay que integrar  
desde  $r=0 \rightarrow r=R$

$$\boxed{E_x} = \frac{\pi\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{2r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}} = \boxed{\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right)}$$