TEST DE HIPOTESIS

1) Dadas las siguientes afirmaciones explique si son verdaderas o falsas:
   a1) Si el P – valor $= 0.02$ entonces la hipótesis nula se rechaza con $\alpha = 0.05$
   a2) Si el P – valor $= 0.02$ entonces la hipótesis nula se rechaza con $\alpha = 0.01$

a1)El p- valor es el mínimo valor de α para el cual se rechaza la hipótesis nula, como en este caso el p-valor es 0,02 y α= 0,05 es más grande que el p-valor por lo tanto se rechaza H0.

a2) El p- valor es el mínimo valor de α para el cual se rechaza la hipótesis nula, como en este caso el p-valor es 0,02 y α= 0,01 no es más grande que el p-valor por lo tanto no se rechaza H0.

b) Elija la respuesta correcta justificando su elección: un intervalo de confianza al 95% para μ es (1.2 , 2.0), con base en los datos a partir de los cuales se construyó el intervalo de confianza, alguien quiere probar que H0: $\mu = 1$ contra H1:$\mu \neq 1$, entonces el P – valor de este test será :
i) mayor que 0.05 ii) menor o igual que 0.05 iii) mayor o igual a 0.05

b) Como μ =1 no pertenece al intervalo (1,2;2,0) se rechaza H0 con α=0,05 por lo tanto el p-valor es menor o igual a 0,05.

2) Un taller acaba de recibir una máquina nueva y busca ajustarla correctamente. Según el técnico vendedor de la máquina, la máquina está ajustada para que no produzca más de 4% de piezas defectuosas. La empresa prueba la máquina y de 200 piezas encuentra 15 defectuosas. Hacer un test con el fin de determinar si la máquina se encuentra mal ajustada con un nivel de significancia de 0.01

$$H0: P = 0{,}04 \quad VERSUS\ \ H1: P > 0{,}04$$

X= Cantidad de piezas defectuosas entre las 200 piezas.

$$Rechazo\ HO\ si\ y\ sólo\ si\quad \frac{\hat{p}-0{,}04}{\sqrt{\frac{0{,}04(1-0{,}04)}{n}}} > Z_{\underline{\alpha}}$$

$$2{,}536 = \frac{0{,}035}{0{,}0138} = \frac{\hat{p}-0{,}04}{\sqrt{\frac{0{,}04(1-0{,}04)}{n}}} > Z_{\underline{\alpha}} = Z_{0{,}01} = 2{,}33$$

Por lo tanto con α=0,01 puedo rechazar Ho por lo tanto se puede afirmar que la máquina está desajustada.

3) Un proceso de fabricación produce cojinetes de bola con diámetros que tienen una distribución normal y una desviación estándar de $\sigma = 0.04$ cm. Los cojinetes de bola que tienen diámetros que son muy pequeños o muy grandes son indeseables. Para poner a prueba la hipótesis nula de que $\mu = 0.5$ cm se selecciona al azar una muestra de 25 y se encuentra que la media muestral es 0.51

a) Establezca las hipótesis nula y alternativa tales que el rechazo de la hipótesis nula implicará que los cojinetes de bola son indeseables. Con $\alpha = 0.02$, ¿cuál es el valor crítico para el estadístico de prueba?

b) Calcule la probabilidad de cometer error de tipo II si el verdadero μ fuera 0.52.

a) X_i=diámetro del cojinete de bola i-ésimo en cm

$$H0\colon \mu = 0{,}5 \; versus \; H1\colon \mu \neq 0{,}5$$

$$Rechazo\ HO\ sii\ \left|\frac{\bar{X} - 0{,}5}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| > Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0{,}01} = 2{,}3 = VALOR\ CRÍTICO$$

b)

Si las hipótesis son $H_0 : \mu = \mu_0$ contra $H_1 : \mu \neq \mu_0$, entonces

$$\beta(\mu) = \Phi\left(z_{\frac{\alpha}{2}} - \frac{(\mu - \mu_0)}{\sigma}\sqrt{n}\right) - \Phi\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} - \frac{(\mu - \mu_0)}{\sigma}\sqrt{n}\right)$$

$$\beta(0{,}52) = \Phi\left(Z_{0{,}01} - \frac{0{,}52 - 0{,}5}{0{,}04}\sqrt{25}\right) - \Phi\left(-Z_{0{,}01} - \frac{0{,}52 - 0{,}5}{0{,}04}\sqrt{25}\right)$$

$$\beta(0{,}52) = \Phi\left(2{,}33 - \frac{0{,}02}{0{,}04}\sqrt{25}\right) - \Phi\left(-2{,}33 - \frac{0{,}02}{0{,}04}\sqrt{25}\right) = \Phi(-0{,}17) - \Phi(-4{,}83) = 0{,}4325$$

4) Una empresa lleva trabajando con el mismo sistema de producción durante varios años y se sabe que su rendimiento diario sigue una distribución normal de varianza 4. El gerente de la empresa desea estudiar si el rendimiento promedio de su sistema ha disminuido con respecto al valor inicial que era de 80. Para ello, anota el rendimiento que proporciona su sistema durante 16 días, obteniendo un rendimiento medio de 79.3.

a) Realizar detalladamente un test para el estudio anterior. Determinar el p-valor del test y discutir la conclusión que se obtiene en función del p-valor.

b) Si el rendimiento medio autentico fuera de 79, ¿le parece adecuado el test anterior para detectar esta alternativa con un nivel de significancia de 0.05?.

c) ¿Cuántos días debería durar el estudio para poder detectar la alternativa del inciso anterior en un 90% de los casos?

a) X_I=RENDIMIENTO EN EL DÍA I-ÉSIMODE LA PRODUCCIÓN

$$H0\colon \mu = 80 \; versus \; H1\colon \mu < 80$$

$$Rechazo\ HO\ sii\ \frac{\bar{X} - 0{,}5}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < -Z_{\alpha}$$

$$-1{,}4=\frac{79{,}3-80}{\frac{2}{\sqrt{16}}}=\frac{\bar{X}-0{,}5}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}<-Z_{\alpha}$$

$$P-VALOR=P(Z<-1{,}4)=0{,}0808$$

El P-valor es 0,0808 que no se considera suficientemente chico como para rechazar Ho para poder rechazar Ho el p-valor debe ser menor o igual a 0,05.Por lo tanto no se puede afirmar que el rendimiento de la producción ha disminuid.

b)

Si las hipótesis son : $H_0:\mu=\mu_0$ contra $H_1:\mu<\mu_0$ entonces
$\beta(\mu)=1-\Phi\left(-z_{\alpha}-\frac{(\mu-\mu_0)}{\sigma}\sqrt{n}\right)$

$$\beta(\mu)=P(error\ de\ tipo\ II)=P(aceptar\ Ho/dado\ H1\ verdadera)$$

$$P(rechaza\ Ho/dado\ H1\ verdadera)=1-P(aceptar\ Ho/dado\ H1\ verdadera)$$
$$=1-\beta(\mu)$$

$$P(rechaza\ Ho/dado\ H1\ \mu=79)=1-P(aceptar\ Ho/dado\ H1\ \ \mu=79)$$
$$=1-\beta(79)$$

$$1-\beta(79)=1-(1-\Phi\left(-z_{0,05}-\frac{79-80}{2}\sqrt{16}\right))$$
$$=1-(1-\Phi\left(-1{,}645-\frac{-1}{2}\sqrt{16}\right))=\Phi(-1{,}645+2)$$
$$=\Phi(-1{,}645+2)=\Phi(0{,}355)=0{,}6368=$$

No me parece muy adecuado para detectar esta alternativa, dado que lo logra sólo el 63% de las veces cuando en realidad deberá haber dado más alta.

c) $1-\beta(79)=\Phi\left(-z_{0,05}-\frac{79-80}{2}\sqrt{n}\right)=\Phi\left(-1{,}645-\frac{-1}{2}\sqrt{n}\right)\geq 0{,}9$

$$\Phi\left(-1{,}645-\frac{-1}{2}\sqrt{n}\right)\geq 0{,}9$$

$$\left(-1{,}645-\frac{-1}{2}\sqrt{n}\right)\geq 1{,}28$$

$$n\geq(1{,}28+1{,}645)^{2}\times 4=34{,}2225$$

$$n\geq 35$$