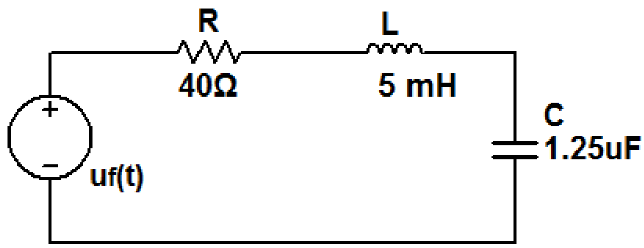
Ejemplos resueltos de circuitos en alterna

Ejemplo 1

En el circuito de la figura uf(t) = 600 sen(8000t + 20°) V



a) Representar el circuito en el dominio de la frecuencia.
b) Calcular la corriente i(t)
c) Calcular la frecuencia f a la cual la corriente estará en fase con la tensión.

Solución

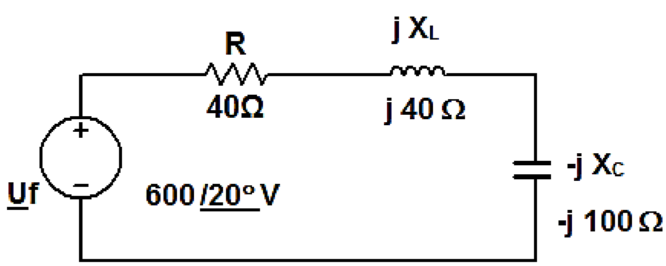
Para pasar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia tenemos en cuenta que como los resistores no dependen de la frecuencia no cambian su valor. El inductor y el capacitor quedan representados por sus reactancias inductiva y capacitiva respectivamente. La pulsación angular ω= 8000 rad/s.

R $\rightarrow$ R= 40 Ω

L $\rightarrow$ $X_L = \omega L$ = 8000 rad/s (5×10^{-3} H) = 40 Ω

C $\rightarrow$ $X_C = 1/\omega C$= 1/8000 rad/s 1.25×10^{-6} F = 100 Ω

a) La figura que sigue muestra el circuito en el dominio de la frecuencia.



Como los elementos del circuito están en serie podemos calcular la impedancia total como la suma de las impedancias de cada elemento.

$\underline{Z} = R + j\,\omega L - j\,1/\omega C$

$\underline{Z} = 40\ \Omega + j\,40\ \Omega - j\,60\ \Omega = 40\ \Omega - j\,60\ \Omega$

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}} = \frac{600 <20° \text{ V}}{(40 - j\,60)\ \Omega} = \frac{600 <20° \text{ V}}{72.11<-56.3°}$$

$$\underline{I} = 8.32\ \underline{/-76.3}°\text{ A}$$

i(t) = 8.32 sen(8000t -76.3°) A

c) Para que la corriente esté en fase con la tensión el circuito debe ser resistivo puro, es decir la parte imaginaria de **Z** debe ser nula. Por lo tanto:

$j\,\omega\,L - j\,1/\omega\,C = 0$, de donde:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L\,C}} = 2\,\pi\,f$$

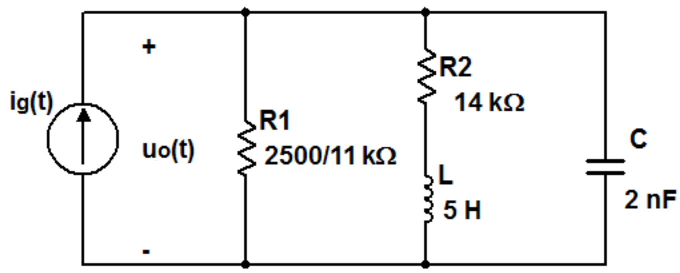
$$f = \frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{LC}} = 2013.16\text{ Hz}$$

Ejemplo 2

Se ajusta la frecuencia de la fuente de corriente ig(t) hasta que uo(t) está en fase con la corriente.

a) Calcular a qué valor de la frecuencia angular ω se produce.

b) Si ig(t) = 0.25 senωt mA calcular uo(t) a la frecuencia anterior.



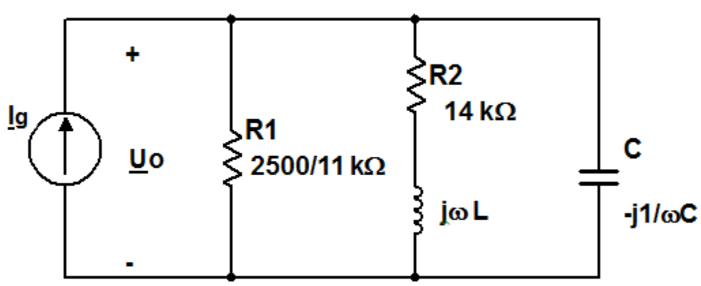
Solución

a) El primer paso es pasar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Como los resistores no dependen de la frecuencia no cambian su valor. El inductor y el capacitor quedan representados por sus reactancias inductiva y capacitiva respectivamente.

$L \rightarrow\ X_L = \omega\,L$

$C \rightarrow\ X_C = 1/\,\omega C$

La figura que sigue muestra el circuito resultante en el dominio de la frecuencia.



$\omega\,L = 5\,\omega\,\Omega$, $1/\omega C = 1/\omega\ 2\text{x}10^{-9}\,\Omega$

Cada una de las ramas, como están en paralelo, pueden reemplazarse por su admitancia y calcular la admitancia total como la suma de las admitancias. De esta forma se puede reducir el circuito a uno más simple formado por la fuente de corriente con la admitancia total en paralelo.

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{R1} = \frac{11}{2500}\ \mathrm{S}$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{14000 + j5\ \omega}\ \mathrm{S}$$

$$\underline{Y}_3 = j\ \omega\ 2\mathrm{x}10^{-9}\ \mathrm{S}$$

$$\underline{Y}_T = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3$$

$$\underline{Y}_T = 4.4\ \mathrm{x}10^{-6} + \frac{14000}{14000^2 + 25\ \omega^2} - \frac{j\,5\ \omega}{14000^2 + 25\ \omega^2} + j\,2\mathrm{x}10^{-9}\ \omega$$

Para que la corriente y la tensión estén en fase la admitancia deberá ser solo una conductancia de modo que la parte reactiva debe ser nula.
Por lo tanto:

$$-\frac{5\ \omega}{14000^2 + 25\ \omega^2} + 2\mathrm{x}10^{-9}\ \omega = 0$$

Resolviendo la ecuación anterior resulta ω= 9600 rad/s.

b) Para ω= 9600 rad/s la admitancia total será:

$$\underline{Y}_T = 4.4\ \mathrm{x}10^{-6} + \frac{14000}{14000^2 + 25\ (9600)^2} = 10^{-5}\ \mathrm{S}$$

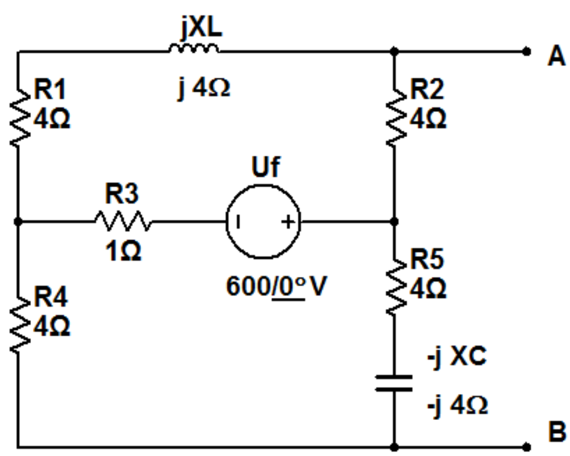
$$\underline{Z}_T = \frac{1}{\underline{Y}_T} = 100\ \mathrm{k}\Omega$$

$$\underline{U}_o = \underline{I}_g\ \underline{Z}_T = 0.25\ \underline{/0°}\ \mathrm{mA}\ 100\ \mathrm{k}\Omega = 25\ \underline{/0°}\ \mathrm{V}$$

$$u_o(t) = 25\ \mathrm{sen}(9600\ t)\ \mathrm{V}$$

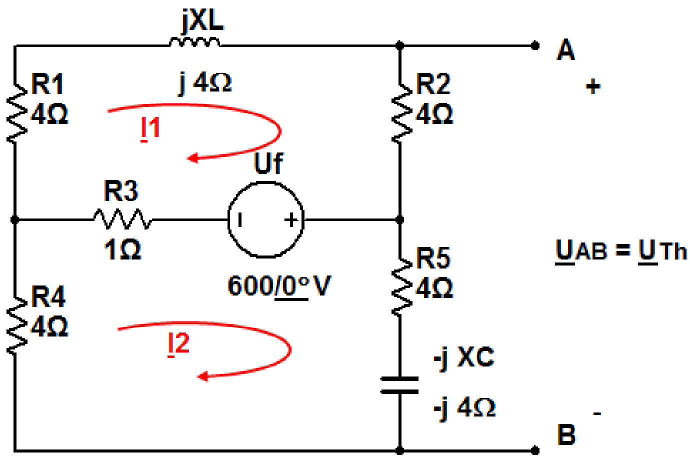
Ejemplo 3

Encontrar el circuito equivalente de Thevenin entre A y B



Solución

Para encontrar la tensión de Thevenin calculamos la tensión **$\underline{U}$AB**, tensión a circuito abierto aplicando método de corrientes de malla. Tenemos dos mallas como se ve en la figura que sigue.



$\underline{U}$AB = **$\underline{U}$Th** = **$\underline{I}$1** R2 + **$\underline{I}$2** (R5 – j XC) = **$\underline{I}$1** 4Ω + **$\underline{I}$2** (4 – j 4) Ω

$\underline{I}$1 (R1 + R2 + R3 + j XL) - **$\underline{I}$2** (R3) = - **$\underline{U}$f**

- **$\underline{I}$1** R3 + **$\underline{I}$2** (R3 + R4 +R5 – j XC) = **$\underline{U}$f**

$$\begin{bmatrix} 9+j\,4 & -1 \\ -1 & 9-j\,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}1 \\ \underline{I}2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -60 \\ 60 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema resultan:

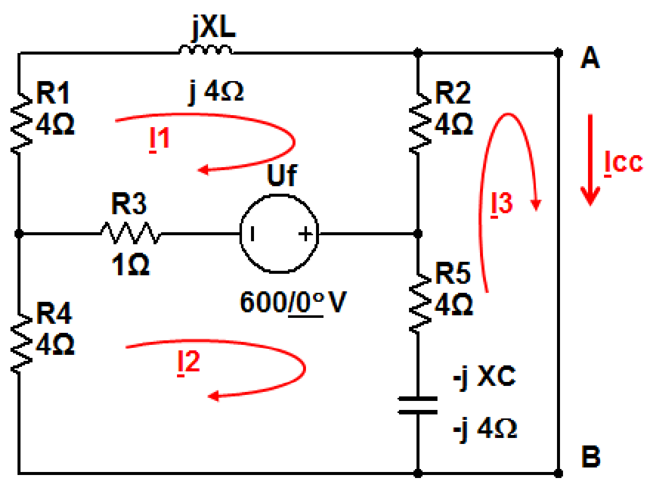
$\underline{I}$1 = -5 + j 2.5 A

$\underline{I}$2 = 5 + j 2.5 A

$\underline{U}$AB = **$\underline{U}$Th** = **$\underline{I}$1** 4Ω + **I2** (4 –j 4) Ω = (-5 + j 2.5) A 4Ω + (5 + j 2.5) A (4 – j 4) Ω

$\underline{U}$AB = **$\underline{U}$Th = 10 $\underline{/0°}$ V**

Para calcular la **$\underline{Z}$Th** se debe calcular la corriente de cortocircuito **$\underline{I}$cc** entre los terminales A y B, de modo que **$\underline{Z}$Th = $\underline{U}$Th/ $\underline{I}$cc.**



$\underline{I}_1\,(R_1 + R_2 + R_3 + j\,X_L) - \underline{I}_2\,(R_3) - \underline{I}_3\,R_2 = -\,\underline{U}_f$

$-\,\underline{I}_1\,R_3 + \underline{I}_2\,(R_3 + R_4 + R_5 - j\,X_C) - \underline{I}_3\,(R_5 - j\,X_C) = \underline{U}_f$

$-\,\underline{I}_1\,R_2 - \underline{I}_2\,(R_5 - j\,X_C) + \underline{I}_3\,(R_2 + R_5 - j\,X_C) = 0$

$(9 + j\,4)\,\underline{I}_1 - \underline{I}_2 - 4\,\underline{I}_3 = -\,60$

$-\underline{I}_1 + (9 - j\,4)\,\underline{I}_2 - (4 - j\,4)\,\underline{I}_3 = 60$

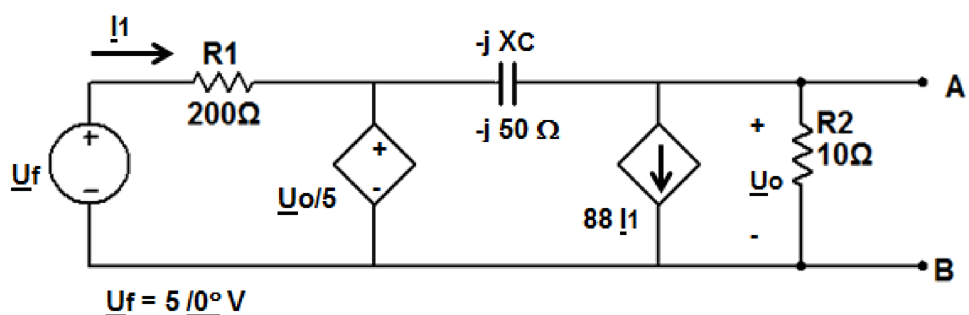
$-4\,\underline{I}_1 - (4 - j\,4)\,\underline{I}_2 + (8 - j\,4)\,\underline{I}_3 = 0$

Dado que interesa la corriente de cortocircuito solo es necesario calcular $\underline{I}_3$. Resolviendo resulta: $\mathbf{\underline{I}_3 = \underline{I}_{CC} = 2.07\ \underline{/0°}\ A}$

$$\underline{Z}_{Th} = \frac{10<0°}{2.07<0°} = 4.83\ \Omega$$

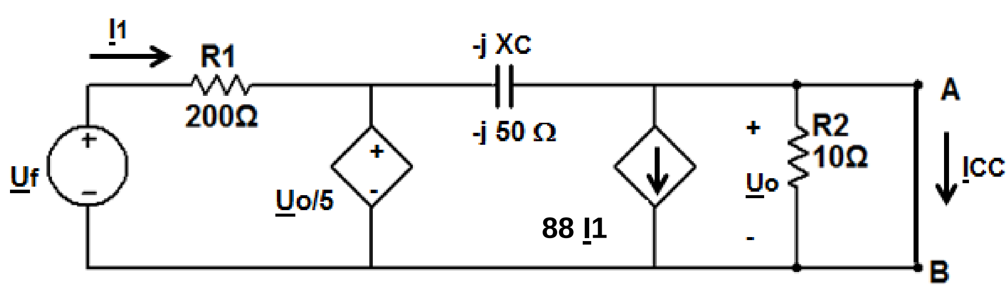
Ejemplo 4

Para el circuito encontrar el circuito equivalente Norton.



Debemos calcular la corriente de cortocircuito entre los terminales A y B que determina la $\underline{I}_N$ y la tensión a circuito abierto para calcular la $\underline{Y}_N$.

Si cortocircuitamos A y B la tensión $\underline{U}_o = 0$ por lo que será nula la corriente por R2 y la fuente controlada $\underline{U}_o/5$ tendrá valor nulo.

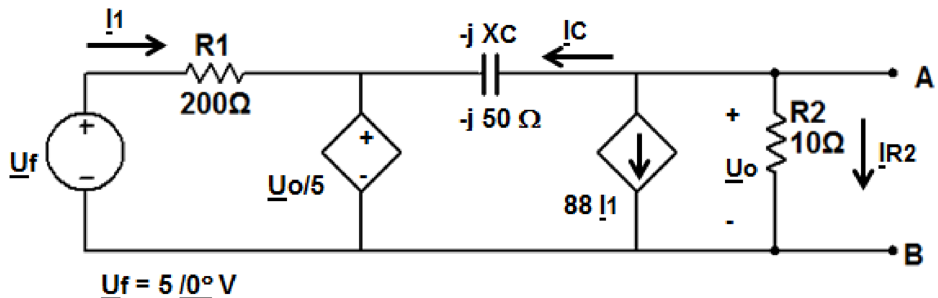


En estas condiciones la corriente $\underline{\mathbf{I}}\mathbf{1}$ estará dada por:

$$\underline{I}1 = \frac{\underline{U}f}{R1} = \frac{5<0^{\circ}\ V}{200\ \Omega} = 0.02\ <0^{\circ}A$$

$$\underline{I}cc = -\ 88\ \underline{I}1 = -\ 2.2\ A = 2.2<180^{\circ}\ A$$

Para calcular la $\underline{\mathbf{Y}}\mathbf{N}$ debemos encontrar la tensión a circuito abierto entre los terminales A y B. Del circuito resulta:



$$\underline{I}c + 88\ \underline{I}1 + \underline{I}R2 = 0$$

$$\underline{I}c = \frac{\underline{U}AB - \frac{\underline{U}o}{5}}{-\ j\ Xc} \quad , \qquad \underline{I}1 = \frac{\underline{U}f - \frac{\underline{U}AB}{5}}{R1} \quad , \qquad \underline{I}R2 = \frac{\underline{U}AB}{R2}$$

Reemplazando y operando con las ecuaciones anteriores resulta:

$\underline{\mathbf{U}}\mathbf{AB} = \underline{\mathbf{U}}\mathbf{Th} = 110\ \underline{/126.9^{\circ}}\ V$

$$\underline{Y}N = \frac{\underline{I}N}{\underline{U}Th} = \frac{2.2<180^{\circ}\ A}{110<126.9^{\circ}\ V} = 0.02<53.1^{\circ}\ S$$