Pregunta 1 Se dice que un estimador es consistente si se aproxima en probabilidad cada vez más al verdadero valor del parámetro a medida que

Se dice que un estimador$\hat{\theta}$ es consistente para θ cuando:

$$dado\ \varepsilon > 0\ \lim_{n\to\infty} p\left(\left|\hat{\theta} - \theta\right| \leq \varepsilon\right) = 1$$

Por lo tanto la respuesta verdadera es la respuesta 1

Pregunta 2 Un estimador es

Un estimador es un estadístico para estimar parámetros poblacionales.

Pregunta 3 La media muestral de una muestra tomada de una población normal con desviación típica 5, siempre es:

$$\overline{X}\ ES\ UN\ ESTIMADOR\ INSESGADO\ DE\ LA\ MEDIA\ POLACIONAL\ \mu$$

Ya que $E(\bar{X}\ ) = \mu$

A su vez $\bar{X}$ es un estimador consistente para μ ya que:

$$\lim_{n\to\infty} V(\bar{X}) = \lim_{n\to\infty} \frac{5^2}{n} = 0\ \text{ Y }\ \lim_{n\to\infty} (E(\bar{X}) - \mu) = 0$$

Pregunta 4 Sea $\vec{X} = (X_1, X_2, X_3, X_4)$ una muestra aleatoria simple de una población con media μ y varianza σ^2. Si $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ son los estimadores de μ definidos por:

$$\hat{\theta}_1 = 0{,}25X_1 + 0{,}25X_2 + 0{,}25X_3 + 0{,}25X_4$$

$$\hat{\theta}_1 = 0{,}2X_1 + 0{,}4X_2 + 0{,}25X_3 + 0{,}15X_4$$

Se puede afirmar que

Ambos estimadores son insesgados ya que:

$$E(\hat{\theta}_1) = 0{,}25\mu + 0{,}25\mu + 0{,}25\mu + 0{,}25\mu = \mu$$

$$E(\hat{\theta}_2) = 0{,}2\mu + 0{,}4\mu + 0{,}25\mu + 0{,}15\mu = \mu$$

Para ver cual tiene varianza más chica, calculo ambas varianzas:

$$V(\hat{\theta}_1) = 0{,}25^2\sigma^2 + 0{,}25^2\sigma^2 + 0{,}25^2\sigma^2 + 0{,}25^2\sigma^2 = 0{,}25\sigma^2$$

$$V(\hat{\theta}_2) = 0{,}2^2\sigma^2 + 0{,}4^2\sigma^2 + 0{,}25^2\sigma^2 + 0{,}15^2\sigma^2 = 0{,}285\sigma^2$$

Por lo tanto $\hat{\theta}_1$ tiene menor varianza que $\hat{\theta}_2$ por lo tanto también es más eficiente.

$\hat{\theta}_1$ es la media muestral también es respuesta verdadera

Pregunta 5 Un estimador insesgado...

Si su sesgo es cero

Pregunta 6 Si X_1, X_2, X_3 es una muestra aleatoria simple de una población con media μ y varianza 4 y utilizamos como estimador de μ a $\hat{\mu}_1$, definido por

$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{5}X_2 + \frac{1}{5}X_3$, el error cuadrático medio de μ a $\hat{\mu}_1$ es....

El error cuadrático medio del estimador es: $E(E(\hat{\mu}_1) - \mu)^2 = V(\widehat{\mu_1}) + (SESGO(\hat{\mu}_1))^2 = \frac{44}{25}$

$$V(\hat{\mu}_1) = \frac{1}{5^2} \times 4 + \frac{3^2}{5^2} \times 4 + \frac{1}{5^2} \times 4 = \frac{44}{25}$$

$$SESGO(\hat{\mu}_1) = E(\hat{\mu}_1) - \mu = \mu - \mu = 0$$

$$E(\hat{\mu}_1) = \frac{1}{5}\mu + \frac{3}{5}\mu + \frac{1}{5}\mu = \mu$$

Pregunta 7 En una muestra aleatoria de una distribución exponencial con media μ se han observado los valores 2, 4, 8 y 2. Una estimación de μ obtenida por el método de los momentos a partir de esos datos es...

Por el método de los momentos:

$\hat{\mu} = E(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = 4$

Por lo tanto el estimador de μ por el método de los momentos es la media muestral. Y la estimación es: 4

Pregunta 8 De acuerdo con el criterio del error cuadrático medio, entre dos estimadores que tienen distinta varianza y son ambos insesgados para un cierto parámetro, elegirá...

Seleccione una o más de una:

Se elegirá el de menor varianza o lo que es lo mismo en este caso el que tenga menor error cuadrático medio

Pregunta 9 Sea X_1, X_2, X_3 una muestra aleatoria simple de tamaño tres de una población con media μ y varianza $\sigma^2 = 25$. Si consideramos como estimadores de μ a $\hat{\mu}_1$ y $\hat{\mu}_2$, definidos como:

$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{4}\backslash(X_1 + 2X_2 + X_3\backslash)$

$\hat{\mu}_2 = \frac{1}{5}\backslash(X_1 + 2X_2 + X_3\backslash)$

Podemos afirmar que, de acuerdo con el criterio del error cuadrático medio,...

El error cuadrático medio del estimador $\hat{\mu}_1$ es: $E(E(\hat{\mu}_1) - \mu)^2 = V(\widehat{\mu_1}) + (SESGO(\hat{\mu}_1))^2 = \frac{75}{8}$=9,375

$$SESGO(\hat{\mu}_1) = E(\hat{\mu}_1) - \mu = \left[\frac{1}{4}(\mu + 2\mu + \mu)\right] - \mu = \mu - \mu = 0$$

$$V(\hat{\mu}_1) = \frac{1}{4^2} \times 25 + \frac{2^2}{4^2} \times 25 + \frac{1}{4^2} \times 25 = \frac{6}{16} \times 25 = \frac{150}{16} = \frac{75}{8}$$

El error cuadrático medio del estimador $\hat{\mu}_2$ es: $E(E(\hat{\mu}_2) - \mu)^2 = V(\widehat{\mu_2}) + (SESGO(\hat{\mu}_2))^2 = 6 + \frac{9}{25}\mu^2$

$$SESGO(\hat{\mu}_2) = E(\hat{\mu}_2) - \mu = \left[\frac{1}{5}(\mu + 2\mu + \mu)\right] - \mu = \frac{4}{5}\mu - \mu = \frac{3}{5}\mu$$

$$V(\hat{\mu}_2) = \frac{1}{5^2} \times 25 + \frac{2^2}{5^2} \times 25 + \frac{1}{5^2} \times 25 = \frac{6}{25} \times 25 = 6$$

Lo único que puedo concluir es que no son comparables ya que para algunos valores de μ podría ser más chico el error cuadrático del segundo estimador y para otros valores de μ podría ser más grande