**10)** Se determina la duración en horas de cada una de diez lamparitas eléctricas, dando los siguien tes datos:

49.5, 1015, 1009.4, 173.4, 251.6, 315, 1301.4, 732.8, 660.6, 1456.5

**a)** Si se supone que la duración en horas de cada lamparita tiene distribución exponencial, estimar el parámetro de la distribución usando el método de máxima verosimilitud.

**b)** Hallar los estimadores de máxima verosimilitud de la esperanza y la varianza de la duración en horas de la lamparita. ¿Qué propiedad utiliza?. ¿Cuál sería la estimación de la esperanza y la varianza para los datos dados?

**c)** Supongamos que se decide examinar otra lamparita.

Sea X: "duración en horas de la lamparita".
Utilizar la información dada en **a)** para obtener el EMV de $P(X \leq 1400)$, y hallar la estimación de $P(X \leq 1400)$.

(Sugerencia: $P(X < 1400) = 1 - e^{-\lambda\, 1400}$).

a) $L(X_1X_2X_3 \ldots\ldots X_n,\lambda) = \lambda\, e^{-\lambda X_1}\lambda\, e^{-\lambda X_2}\lambda\, e^{-\lambda X_3} \ldots\ldots..\lambda\, e^{-\lambda X_n} = \lambda^n e^{-\lambda(X_1+X_2+\cdots\ldots+X_n)}$

$$\ln\big(L(X_1X_2X_3 \ldots\ldots X_n,\theta)\big) = n\ln(\lambda) - \lambda(X_1 + X_2 + \cdots \ldots + X_n)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda}\ln\big(L(X_1X_2X_3 \ldots\ldots X_n,\lambda)\big) = \frac{n}{\lambda} - (X_1 + X_2 + \cdots \ldots + X_n) = 0$$

$$\frac{n}{\lambda} = (X_1 + X_2 + \cdots \ldots + X_n)$$

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{(X_1 + X_2 + \cdots \ldots + X_n)}$$

b) $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ $V(X) = 1/\lambda^2$

$\widehat{E(X)} = \frac{1}{\hat{\lambda}} = \bar{X}$ $\widehat{E(X)} = 1/\widehat{\lambda^2} = (\bar{X})^2$

PROPIEDAD DE INVARIANZA DE LOS E.M.V

La estimación de la esperanza es: 696,52 y la estimación de la varianza es: 485140

c) $\widehat{P(X \leq 1400)} = 1 - e^{-\hat{\lambda}1400} = 1 - e^{-(\frac{1}{\bar{X}})1400}$

PROPIEDAD DE INVARIANZA DE LOS E.M.V

La estimación de esa probabilidad es: $1 - e^{-(\frac{1}{696,52})\times 1400}$