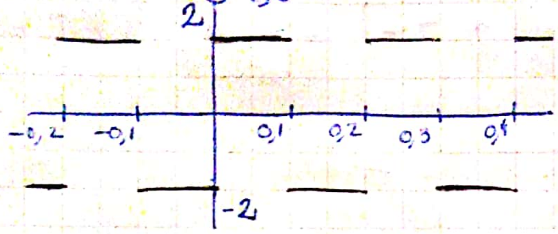
Ejercicio de Poliarmónicas.

Excitación:



→ Función periódica ✓

→ Valor medio = 0, ≠ ∞ ✓

→ Número finito de discontinuidades en un periodo;

→ Número finito de máximos positivos y negativos en un periodo;

Serie de Fourier:

$$A_0 = \frac{1}{T}\cdot\int_0^T u(t)\,dt$$

$$A_n = \frac{2}{T}\cdot\int_0^T u(t)\cdot \operatorname{sen}(n\omega t)\,dt$$

$$B_n = \frac{2}{T}\cdot\int_0^T u(t)\cos(n\omega t)\,dt \qquad f(t) = -f(-t)$$

Como la función es impar, los términos de la serie de Fourier, que se corresponden con · serán nulos.

El valor medio de $i(t)$, será 0. → $A_0 = 0$

La función $i(t) = \begin{cases} 2 & 0 < t < 0{,}1 \\ -2 & 0{,}1 < t < 0{,}2 \end{cases}$ $\quad T = 0{,}2. \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$

→ $\cancel{A_1 = \frac{2}{T}\int_0^{0,1} 2\cdot \operatorname{sen}(1\cdot\omega\cdot t)\,dt = \frac{4}{T}\cos(1\omega t)}$

$$A_1 = \frac{2}{T}\left[\int_0^{T/2} 2\operatorname{sen}(1\omega t)\,dt + \int_{T/2}^{T} 2\cdot\operatorname{sen}(1\omega t)\,dt\right]$$

Finalmente: $\omega \cdot T = \frac{2\pi}{\cancel{T}} \cdot \cancel{T} = 2\pi$

$$A_n = \frac{4}{n \cdot 2\pi} \cdot \cancel{\cos 2\pi}\,(1 - \cos 2\pi n)$$

$$A_n = \frac{2}{n \cdot \pi} \cdot (1 - \cos(2\pi n)) \quad \text{con } n = 1, 2 \ldots\ldots$$

$$\rightarrow A_n = \frac{4U}{n \cdot \pi}$$

Luego:

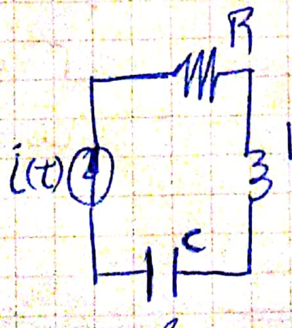
Los primeros 4 términos de la serie de Fourier serán:

$$i(t) = \overset{0}{\cancel{A_0}} + A_1 \cdot \text{sen}(\omega_1 t) + \overset{0}{\cancel{B_1 \cdot \cos(\omega_1 t)}} + A_2 \cdot \text{sen}(\omega_2 t) + \cdot$$

$$= \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot \pi} \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{0,2} t\right) + \frac{4 \cdot 2}{2 \cdot \pi} \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot 2\pi}{0,2} \cdot t\right)$$

$$\boxed{i(t) = 2,55 \cdot \text{sen}(10\pi t) + 1,27 \cdot \text{sen}(20\pi t)}$$

(b)

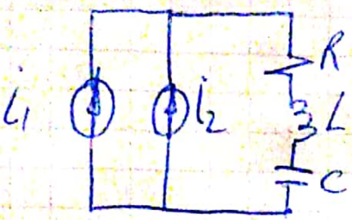


Donde $R = 10\Omega$

$C = \cancel{50\mu F}$ 5 mF

$L = 10$ mH.

Para resolver un circuito poliarmónico, se separan las fuentes en tantas fuentes como términos tengo la serie.

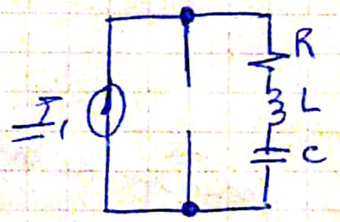


Al ser fuentes de corriente, deben separarse en ramas en paralelo.
¿Porqué?
(En un parcial se recomienda explicarlo)

Luego, se resuelve por superposición

$i_1 = 2,55 \cdot \text{sen}(10\pi t) \longrightarrow \underline{I}_1 = 2,55\, e^{0j}$

$i_2 = 1,27\ \text{sen}(20\pi t) \longrightarrow \underline{I}_2 = 1,27 \cdot e^{0j}$



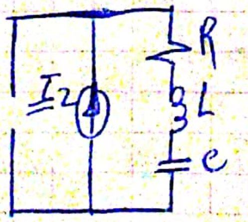
Anulamos el efecto de i_2, al dejar la rama en circuito abierto.

$$\underline{Z}_{eq} = \left(R + j\overset{\omega_1 = 10\pi}{\omega} L - j\frac{1}{\omega C}\right) = 10\Omega + j\left(10\pi \cdot 10\,mH - \frac{1}{10\pi \cdot 5\,mF}\right)$$

$$\underline{Z}_{eq_1} = 10 - j \cdot 6,05\ \Omega = 11,688\, e^{-31,17j}$$

Por Ley de Ohm: $\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{eq_1} = 2,55 e^{0j} \cdot 11,688 e^{-31,17j}$

$$\boxed{\underline{U}_1 = 29,804\, e^{-31,17j}}$$



$$\underline{Z}_{eq_2} = R + j\left(\overset{\omega_2 = 20\pi}{\omega} L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$= 10 + j\left(20\pi \cdot 10\,mH - \frac{1}{20\pi \cdot 5\,mF}\right)\Omega$$

$$\underline{Z}_{eq_2} = 10 - j \cdot 2,55\ \Omega = 10,32\, e^{-14,31j}$$

$$\boxed{\underline{U}_1 = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_{eq_2} = 1,27 e^{0j} \cdot 10,32 e^{-14,31j} = 13,14 e^{-14,31j}}$$

Finalmente, la tensión en los bornes de la fuente, por superposición, será:

Evitar la tentación de hacer esto

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$$

$$29{,}804 e^{-31{,}17j} + 13{,}11 e^{14{,}31j}$$

$$= 25{,}5 + j\,15{,}43 + 12{,}7 + j\,3{,}24$$

$$= \cancel{25}$$

$$\boxed{\underline{U} = 38{,}2 + j\,18{,}67 = 42{,}52 e^{26j}}$$

→ Están bajo distintas pulsaciones, con lo cual no pueden sumarse.

$$\rightarrow \underline{U}_f = 29{,}804 e^{-31{,}17j} + 13{,}11 e^{-14{,}31j}$$

$$\rightarrow \cancel{u_f(t) = 29{,}8 \operatorname{sen}(\omega_1 t) + 13{,}11 \operatorname{sen}}$$

Esto en radianes.

$$u_f(t) = 29{,}8 \operatorname{sen}(101\pi t - 31{,}17) + 13{,}11 \operatorname{sen}(201\pi t - 14{,}31)$$

Esto en ° sexagesimales.

~~Ojo~~ Ojo con esas cosas.

Tensión eficaz en Poliarmónicas.

$$U_{ef} = \sqrt{U_{ef_1}^2 + U_{ef_2} + \dots + U_{ef_n}^2}$$

$$\boxed{U_{ef} = \sqrt{\left(\frac{29{,}8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{13{,}11}{\sqrt{2}}\right)^2} = 23{,}02\ V}$$

$$I_{ef} = \sqrt{I_{ef}^2 + I_{ef}^2 + \dots + I_{ef_n}^2}$$

$$\boxed{I_{ef} = \sqrt{\left(\frac{2{,}55}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1{,}27}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2{,}01\ A}$$