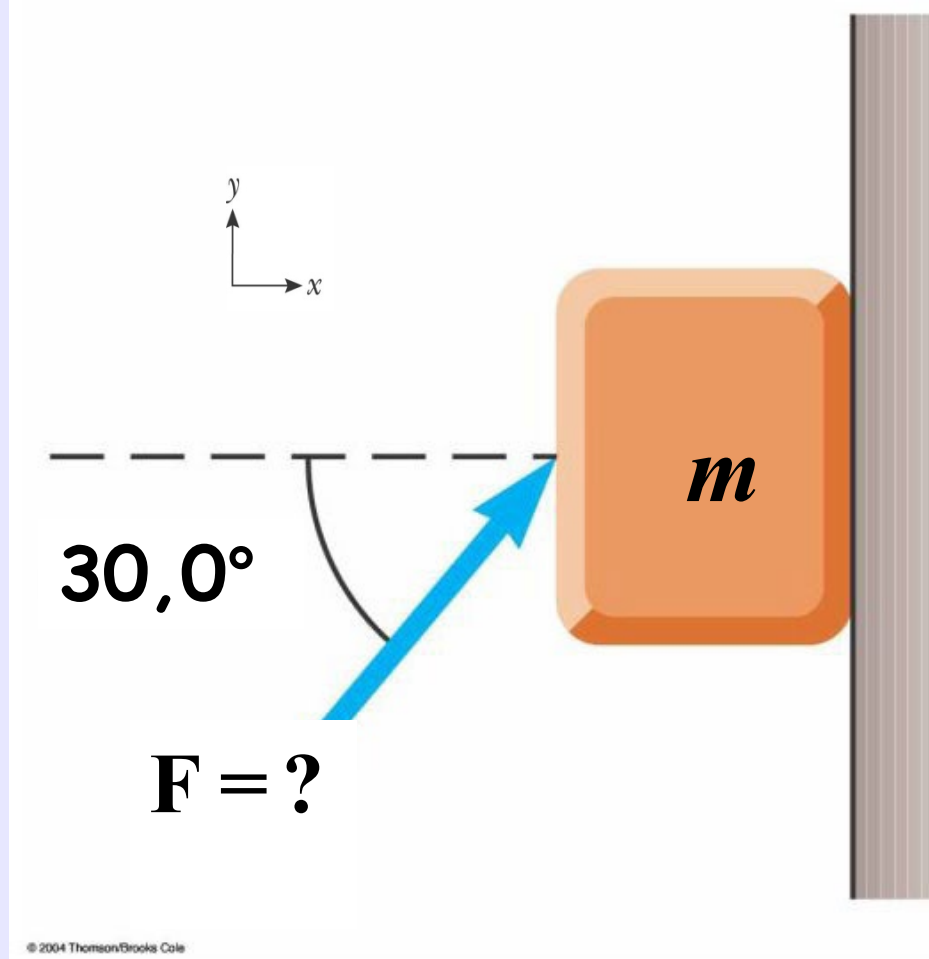


Para  
animarse y  
entregar



Si la masa del bloque tiene 1kg

- ¿que valor debe tener  $F$  para que  $m$  adquiriera una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ ?
- Podríamos conseguir imprimir al bloque dicha aceleración si el ángulo fuera de  $0^\circ$  o  $90^\circ$

# Física I

## Apuntes de Clase 3, 2023

Turno E  
Prof Susana Conconi

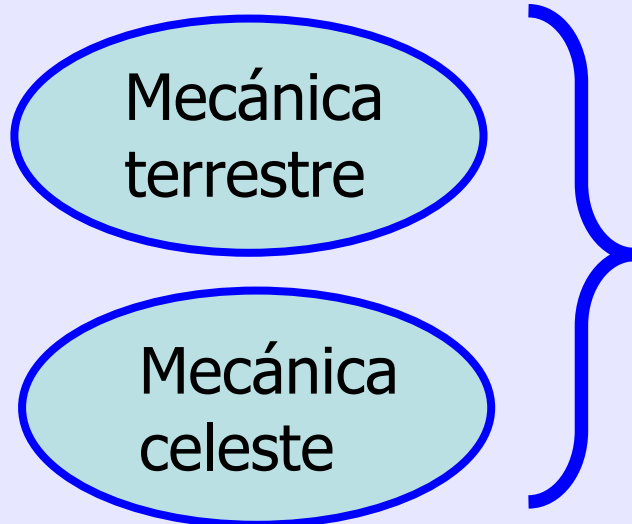
### Fuerzas no constantes

- Ley de gravitación universal de Newton. Principio de superposición*
- Ley de Hooke.*
- Fuerza de roce: analizar el comportamiento de la componente de la fuerza de contacto paralela a la superficie, distinguir entre los casos estáticos y dinámicos.*

# Gravitación universal

Desde la antigua Grecia, la búsqueda del conocimiento estaba centrada en dos aspectos:

- 1) Estudio del comportamiento de los objetos al caer cuando se los abandonaba a cierta altura (mecánica terrestre) y
- 2) Estudio del movimiento de los planetas (mecánica celeste)

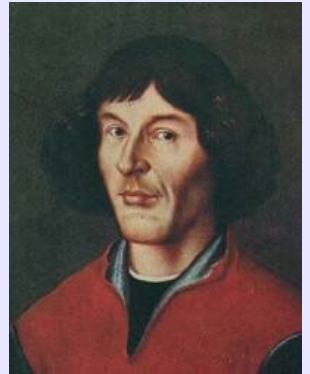


Newton en el año  
1665 unifica

## Resumen histórico:

- ◆ Nicolás Copérnico (Polonia, 1473 -1543)

Astrónomo que estudió la primera teoría heliocéntrica del Sistema Solar. Establece el marco de referencia apropiado para visualizar el problema.



- ◆ Tycho Brahe (Dinamarca, 1546-1601).

Obtiene los primeros datos experimentales sistemáticos y precisos.



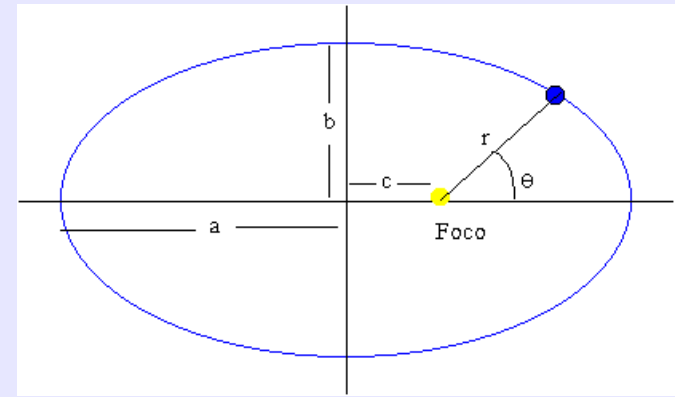
- ◆ Johannes Kepler (Alemania, 1571-1630).

En base a un análisis riguroso de los datos, propuso tres leyes empíricas que describen el movimiento de los planetas.

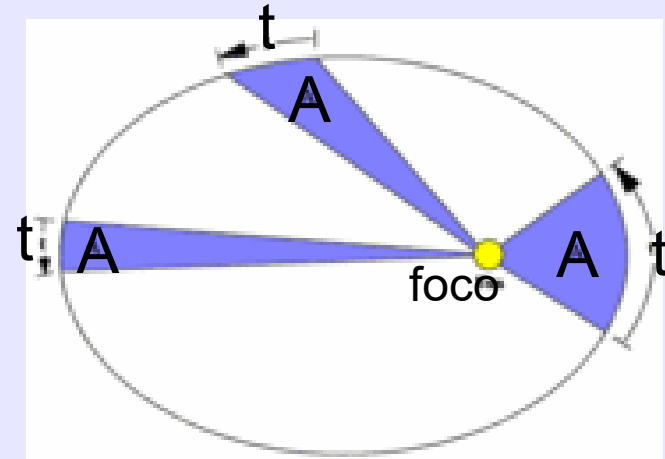


# Las tres leyes de Kepler:

- Los planetas tienen movimientos elípticos alrededor del Sol, estando éste situado en uno de los 2 focos que contiene la elipse.



- Las áreas barridas por los radios de los planetas, son proporcionales al tiempo empleado por estos en recorrer el perímetro de dichas áreas.



- El cuadrado de los períodos de la órbita de los planetas es proporcional al cubo de la distancia promedio al Sol.

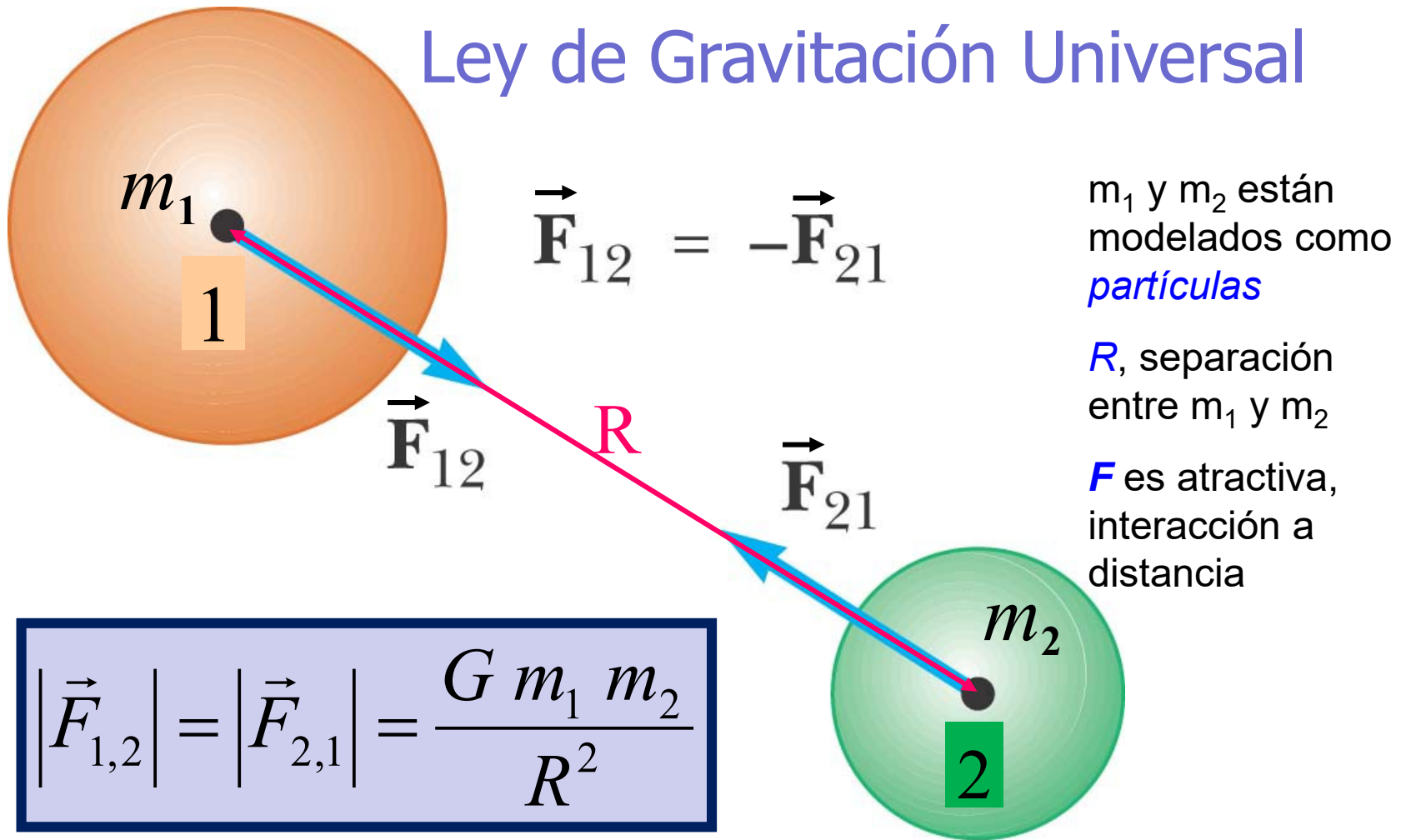
$$T^2 = k \cdot a^3$$

**Isaac Newton** pudo derivar las Leyes de Kepler de sus leyes de la Mecánica y formuló la ley de Gravitación Universal.

Newton pudo utilizar el mismo concepto para explicar el movimiento de los planetas y de los cuerpos que caen cerca de la superficie terrestre. Propuso la **Ley de Gravitación Universal** en el año 1686:

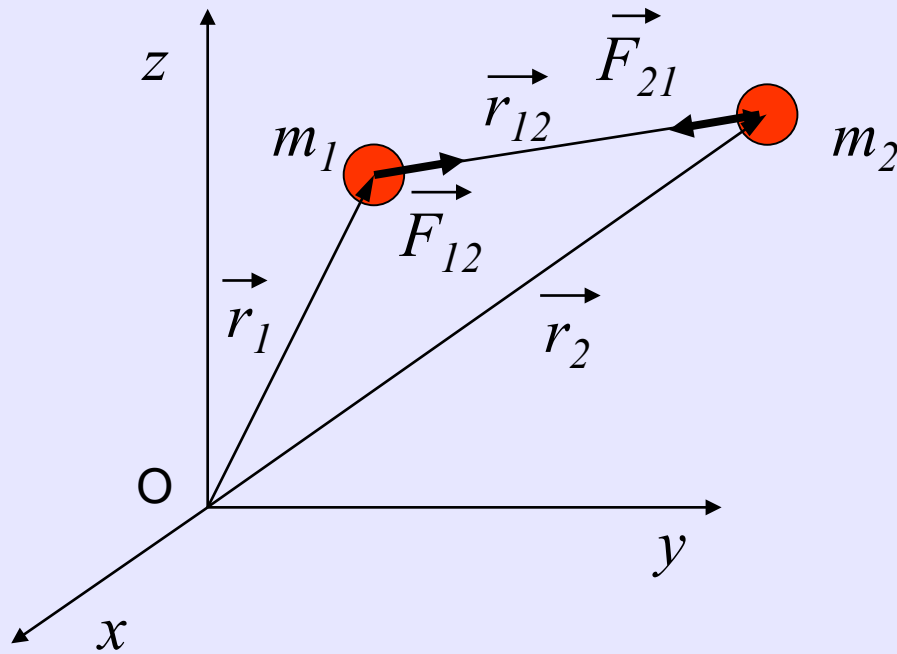
“Todas las partículas del universo se atraen entre sí con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. La dirección de esta fuerza sigue la línea que une las partículas”

# Ley de Gravitación Universal



$G$ : constante de gravitación universal

$$G = (6,67384 \pm 0,00080) \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$



En forma vectorial:

$$\vec{F}_{12} = \frac{G m_1 m_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \vec{r}_{12}$$

Sobre 1

Debido a 2

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$  ➔ Son fuerzas atractivas a distancia  
y constituyen un par acción-reacción

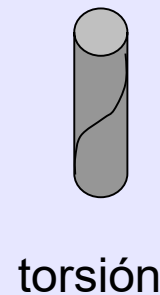
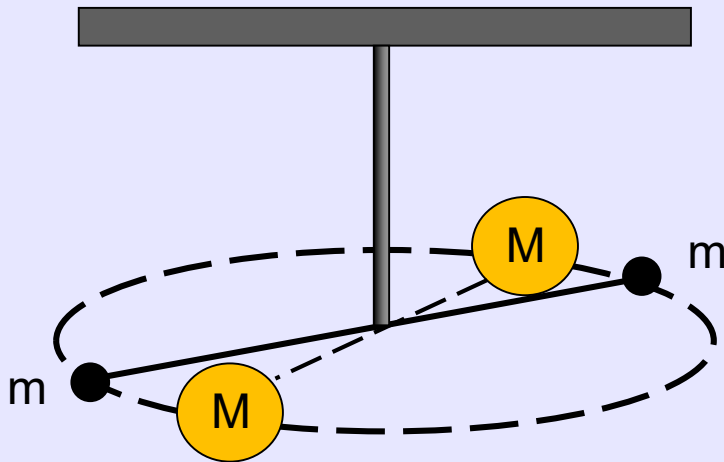
**G** Tiene el mismo valor para todos los pares de partículas.



$$[G] = \frac{L^3}{M T^2} \quad \text{es un escalar}$$

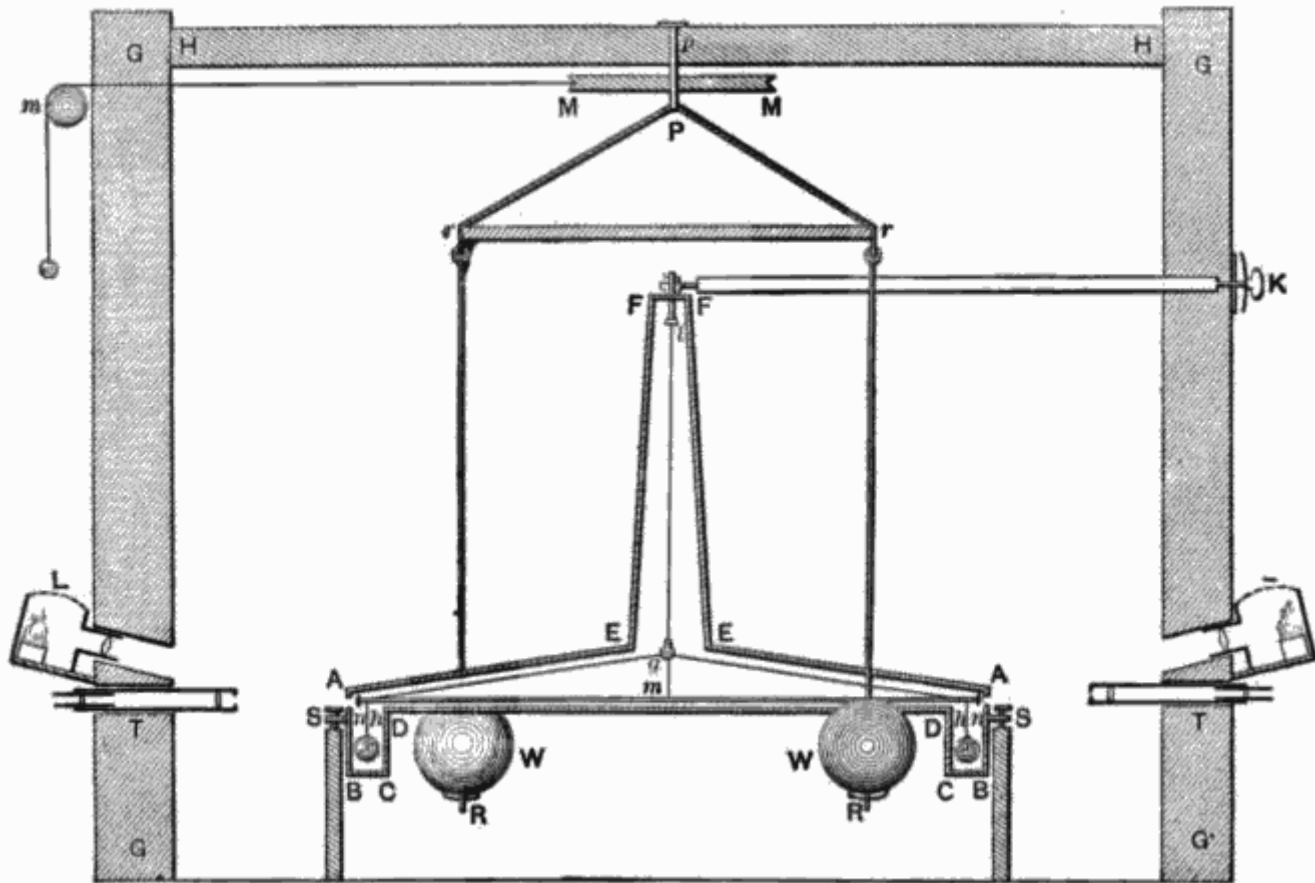
Ojo! No confundir con  $\vec{g}$  = aceleración de la gravedad, ya que ésta es un vector, no es universal ni constante, y sus dimensiones son  $[g] = \frac{L}{T^2}$

G fue determinada por Cavendish con una balanza de torsión en 1798:



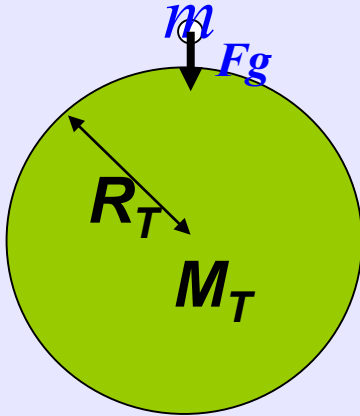
La barra llega a la posición de equilibrio cuando la fuerza gravitatoria ejercida por las masas M se compensa con el torque de restitución debida a la fibra.

*Experimento de Cavendish (dibujo del propio Cavendish)*



Ley de gravitación universal  $\rightarrow$  fuerza entre dos partículas.

¿Puede aplicarse a la fuerza entre un pequeño cuerpo y la Tierra? ¿o entre la Tierra y la Luna?

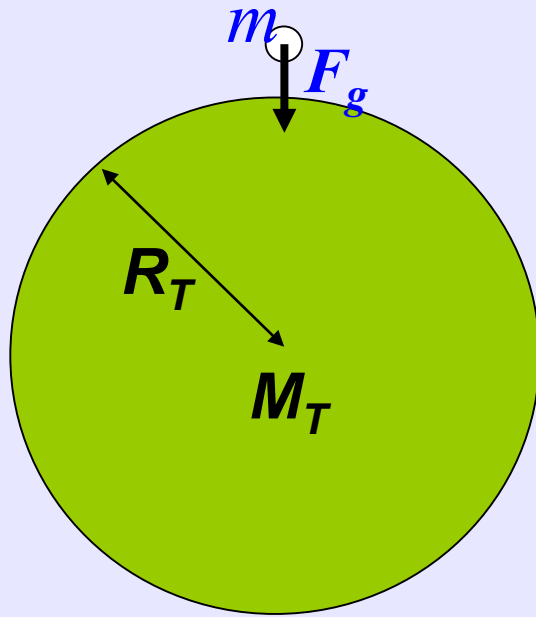


***La fuerza ejercida por o sobre una esfera homogénea es la misma que si toda su masa estuviera concentrada en su centro.***

El enunciado de Newton de la ley de Gravitación Universal se refiere a dos cuerpos. Cuando la aplicamos a sistemas de más de dos cuerpos, hay que tener en cuenta el Principio de superposición:

***"La fuerza que ejerce un cuerpo sobre otro es independiente de la que ejercen los demás".***

# Interacción entre la Tierra y un objeto cerca de su superficie de masa $m$



$$F_g = G \frac{M_T m}{R_T^2}$$

Si llamamos  $g = G \frac{M_T}{R_T^2}$

Donde:  $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

$$G : 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$$

$$g = 9.8 \cong 10 \text{ m/s}^2 :$$

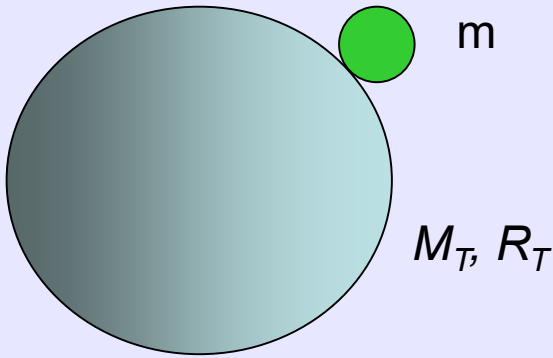
$$\vec{F}_g = \vec{P} = m \vec{g} :$$

aceleración de la gravedad

fuerza Peso

## Aceleración gravitatoria terrestre $\vec{g}$ :

Es la aceleración experimentada por cualquier cuerpo en caída libre en la superficie terrestre (**en vacío**).  $F_g$ : *fuerza gravitatoria* (*Peso*)



$$F_g = m g; \quad F = \frac{G m M_T}{R_T^2}$$

En la ciudad de La Plata  $g = 9,7975 \text{ m/s}^2$ .  
Aproximamos en nuestros calculos  $9.8 \text{ m/s}^2$

El valor de  $g$  **no es constante** en toda la superficie terrestre:

1) La corteza de la tierra no es uniforme existiendo variaciones locales de densidad, 2) la tierra no es una esfera, 3) la tierra rota sobre su eje haciendo que  $g$  cambie según la latitud.

Si la ley de gravitación es universal, y  
afecta todos los cuerpos, y la tierra  
ejerce la fuerza gravitatoria sobre  
todos los cuerpos  
¿Todos los cuerpos adquieren la  
misma aceleración al caer libremente?

Ejemplo: Calcular la fuerza gravitatoria entre

(a) 2 bolas de bowling de 7.3 kg separadas por 0.65 m entre sus centros

(b) la Tierra y la Luna. Comparar los órdenes de magnitud.

$$M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ Kg}$$

$$M_L = 7.36 \times 10^{22} \text{ Kg}$$

$$D_{T-Luna} = 3.82 \times 10^8 \text{ m}$$

$$\left| \vec{F}_{1,2} \right| = \left| \vec{F}_{2,1} \right| = \frac{G m_1 m_2}{R^2}$$

$$G : 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$$

Respuestas: (a)  $F \cong 8 \times 10^{-9} \text{ N}$

(b)  $F \cong 2 \times 10^{20} \text{ N}$

# ¡La fuerza gravitatoria es sumamente débil!:

podemos levantar muy fácilmente unos cuantos trozos de papel con un peine cargado electrostáticamente o también unos cuantos clips de papelería con un pequeño imán.

Si hacemos una comparación con las otras fuerzas fundamentales que existen en la naturaleza (fuerzas fuertes, fuerza nuclear débil, fuerza electromagnética), otorgándole a las fuertes un valor relativo de 1 a fines comparativos, observamos:

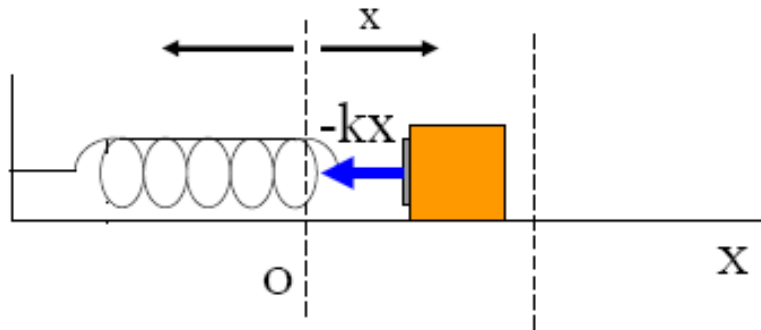
- fuerte → 1
- electromagnética →  $10^{-2}$
- débil →  $10^{-2}$
- gravitatoria →  $10^{-38}$  !!!!! → muy débil

Sin embargo, la fuerza gravitatoria es evidente cuando consideramos la atracción de los objetos por la Tierra. Esa atracción es la que le confiere **peso** a los objetos.



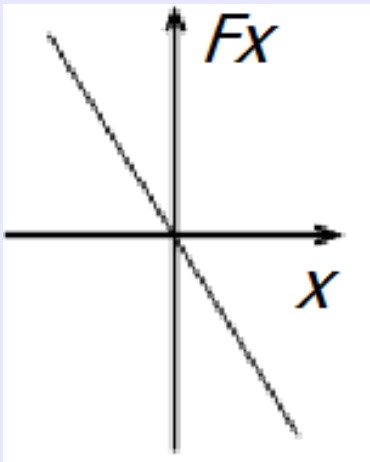
## Fuerzas variables: resortes

¿Qué tipo de fuerza se aplica sobre el cuerpo ?



En el caso de un resorte,  
Ley de Hooke:

$$F_x = - k x$$

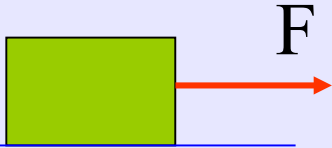


$k$ : constante del resorte

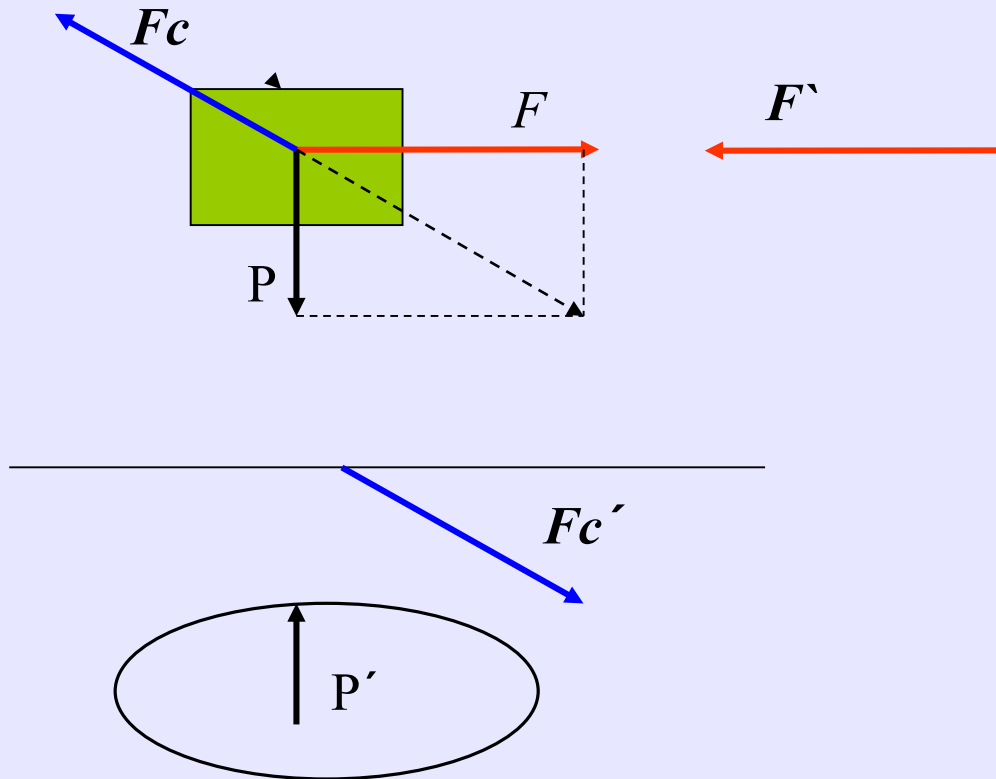
$F_x$  es funcion de  $x$ , no es constante

# Fuerza de contacto con una superficie

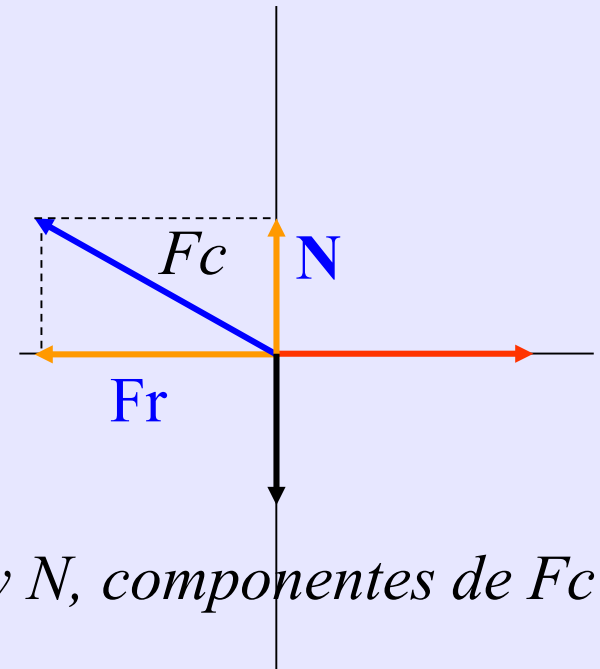
- Para una misma  $F$  dependiendo del tipo de material del objeto y de la superficie, puede moverse o no.
- En algunos casos aunque aplique  $F$  el cuerpo no se mueve



Aplicando las leyes de Newton



$F_c$  : Fuerza de contacto



$F_r$  y  $N$ , componentes de  $F_c$

# Fuerza de fricción

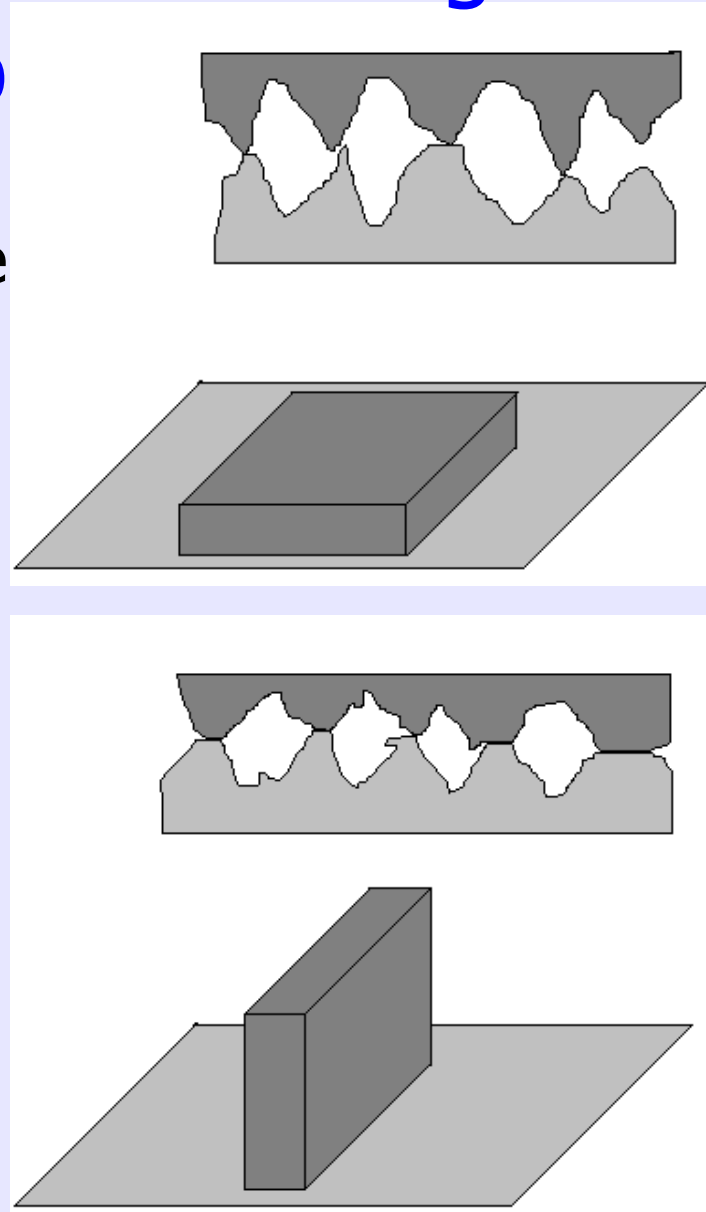
Es la componente horizontal (paralela a la superficie) de la fuerza de contacto entre un objeto y la superficie donde está apoyado el mismo ( $F_{c_x} = F_r$ ).

Microscópicamente, esta fuerza se origina a partir de las fuerzas entre átomos de las dos superficies.

Cuando tratamos con sistemas mecánicos, podemos reemplazar la complicada subestructura microscópica por una sola fuerza efectiva macroscópica (de magnitud y dirección específicas) que representa en promedio el comportamiento global.

# Modelo macroscópico de superficies rugosas en contacto

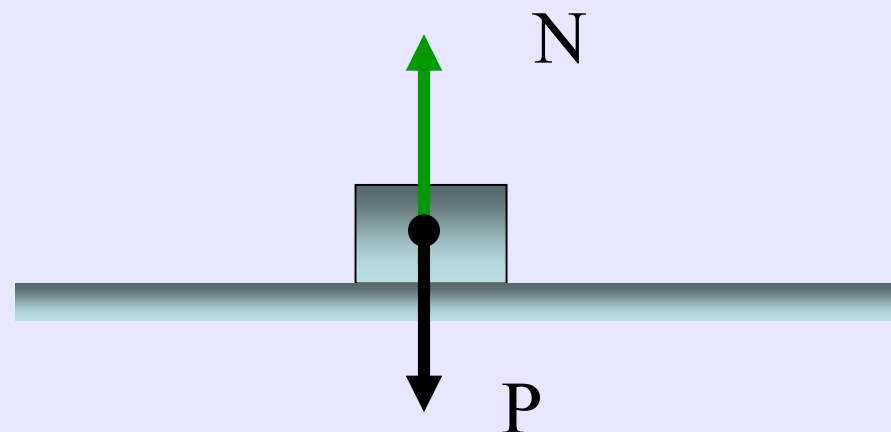
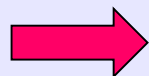
- La rugosidad dificulta el movimiento de una superficie sobre la otra.
- El grado de dificultad depende de las superficies y de la componente vertical de la fuerza de contacto entre las superficies ( $F_{cy}$  o normal  $N$ ).
- El grado de dificultad no depende del área aparente de contacto
- La componente horizontal (paralela a las superficies) de la fuerza de contacto varía entre  $0 \leq F_{cx} \leq F_{c_{\text{máx}}}$



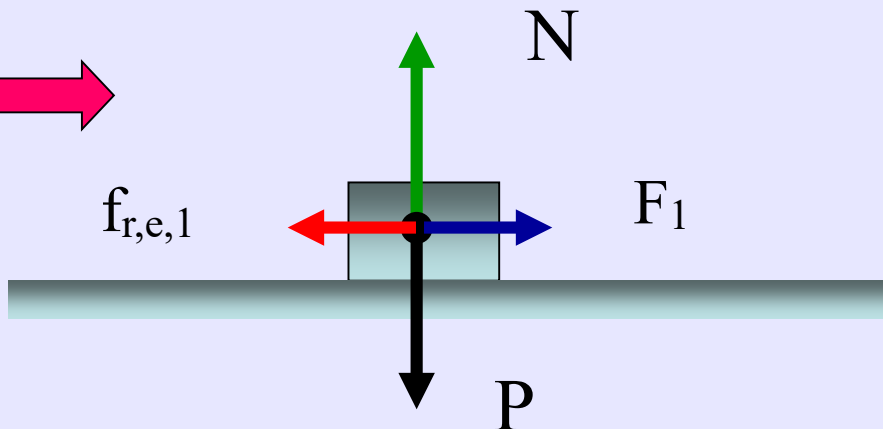
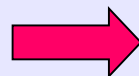
# Analicemos qué ocurre con la componente horizontal de la fuerza de contacto

(Animación -Experiencia)

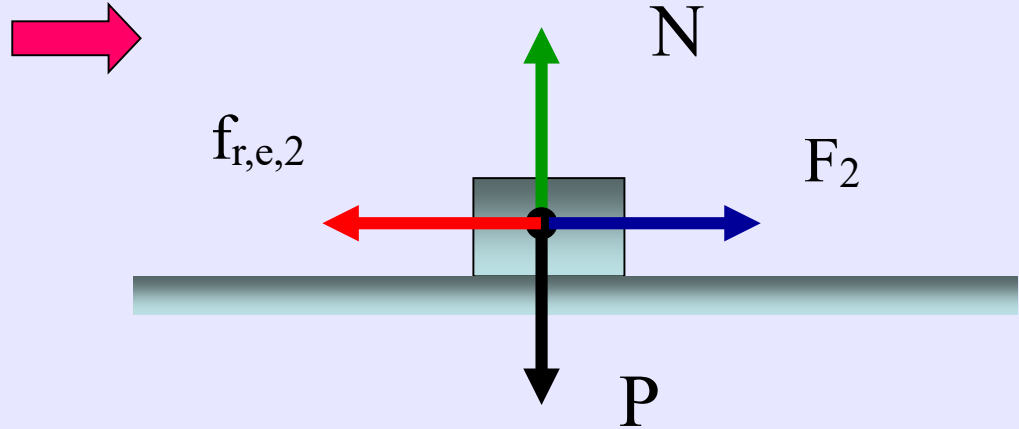
Bloque en reposo  
sobre una superficie  
horizontal



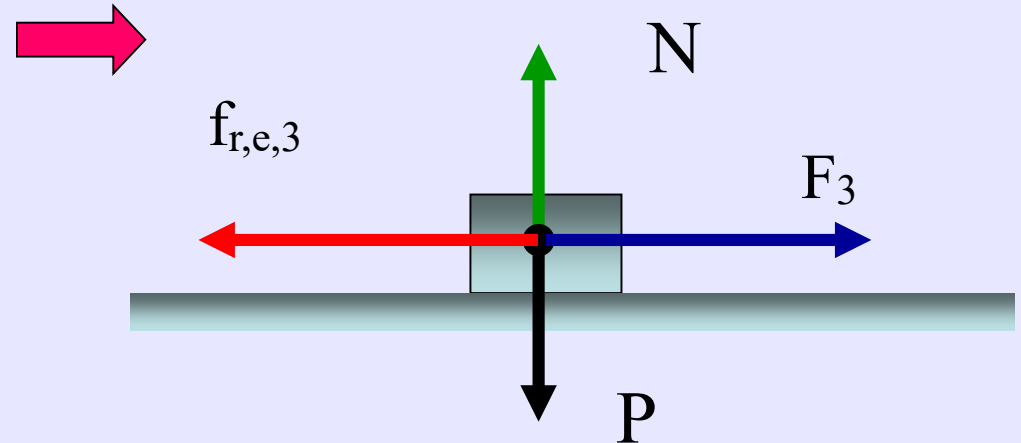
Si aplicamos una fuerza  
pequeña horizontal  $F_1$ , el  
bloque no se mueve  $\rightarrow$   
aparece  $f_{r,e,1} = F_1$



Si aplicamos una fuerza  $F_2 > F_1$ , el bloque aún no se mueve  $\rightarrow$  aparece  $f_{r,e,2} = F_2$

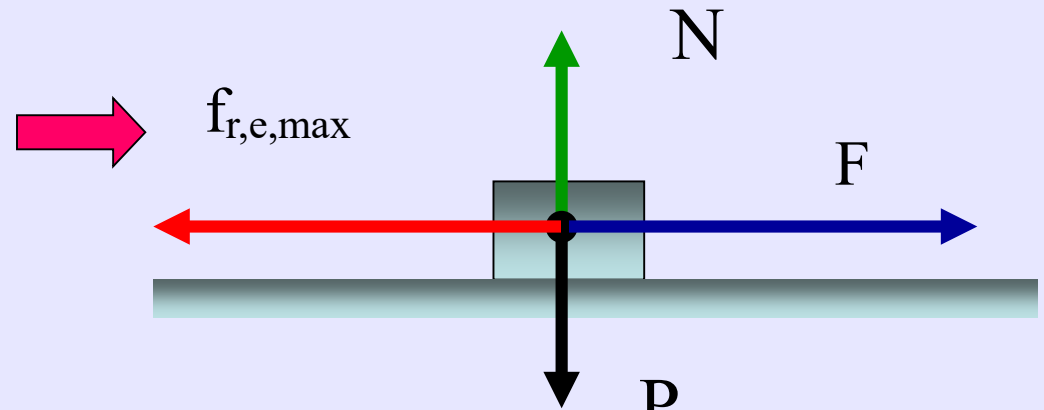


Si aplicamos una fuerza  $F_3 > F_2$ , el bloque aún no se mueve  $\rightarrow$  aparece  $f_{r,e,3} = F_3$



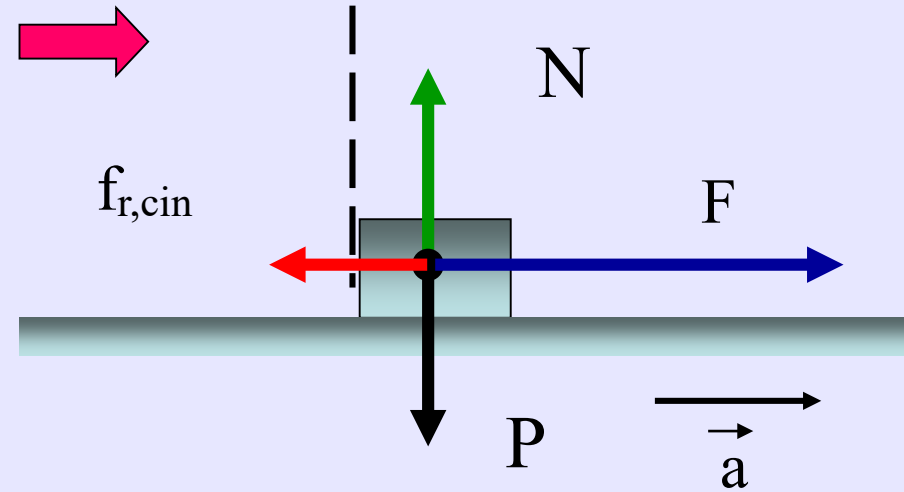
Si aplicamos una fuerza  $F > F_3$ , tal que el bloque justo comienza a moverse en la dirección de  $F \rightarrow$

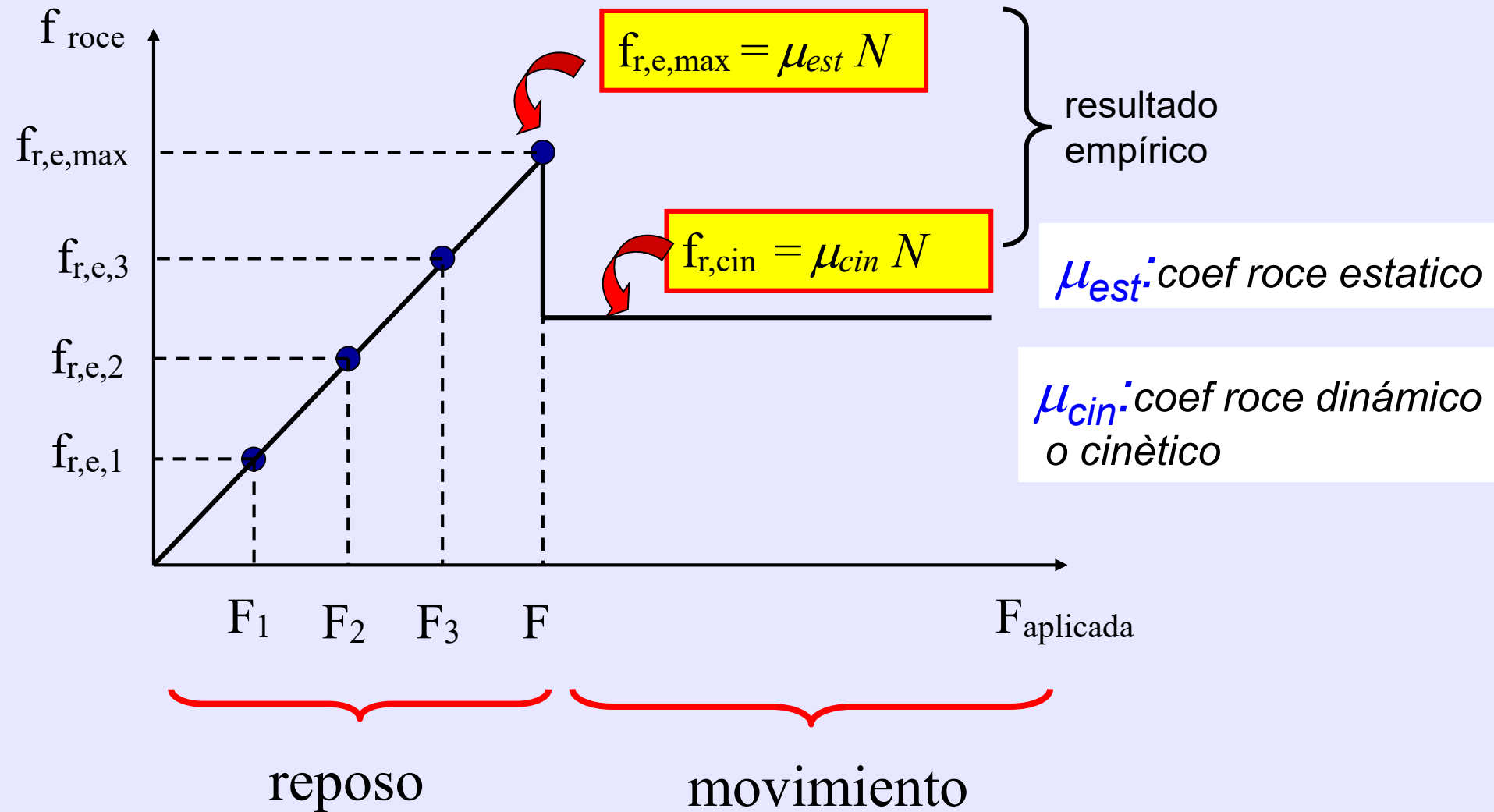
$$F = f_{r,e,max}$$



Luego de iniciado el movimiento la fuerza de roce disminuye su valor a  $f_{r,cin} < f_{r,e,max}$  y el bloque acelera.

Para mantenerlo a  $\vec{v} = cte$  debemos disminuir la fuerza aplicada hasta el valor  $F = f_{r,cin}$ .





Si  $f_{r,e} < f_{r,e,max}$ . Puede tomar cualquier valor  $< f_{r,e,max}$

Cuando comienza a moverse, en ese punto  $f_{r,e} = f_{r,e,max} = \mu_{est} N$

En movimiento  $f_{r,c} = \mu_{cin} N$

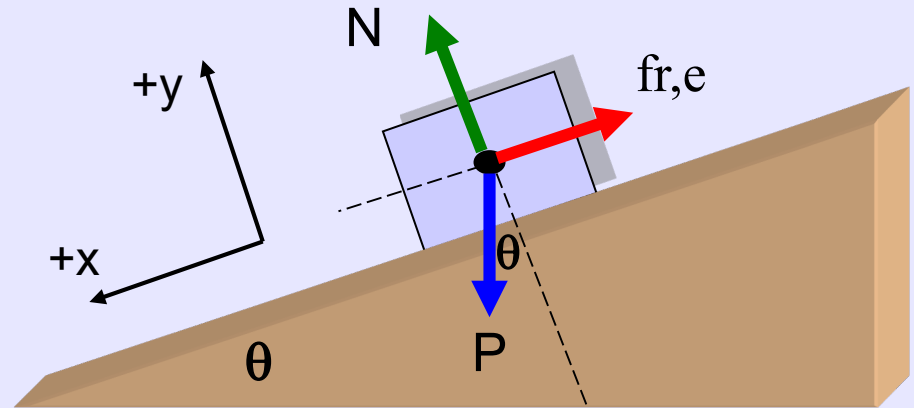
$$\mu_{cin} < \mu_{est}$$



## Algunos valores de coeficientes de roce

Superficies	$\mu_e$	$\mu_{cin}$
Madera sobre madera	0.25 - 0.5	0.2
Vidrio sobre vidrio	0.9 - 1	0.4
Acero sobre acero (limpio)	0.6	0.6
Acero sobre acero (lubricado)	0.09	0.05
Goma contra asfalto seco	1 - 2	0.5 - 0.8

Ejemplo 1: El bloque de la figura está en reposo sobre una superficie que puede inclinarse en forma controlada. El ángulo de inclinación comienza a aumentar, hasta que en  $\theta = 15^\circ$  el bloque comienza a deslizar. ¿Cuánto vale el coeficiente de fricción estática entre el bloque y el plano?



Justo antes de que el bloque comience a deslizar, el ángulo  $\theta$  toma el valor especial  $\theta_e$  y la  $f_{re}$  toma su máximo valor, es decir:  $f_{re} = f_{re\max} = \mu_e N$ , entonces:

$$\sum F_x = m g \operatorname{sen} \theta_e - f_{re\max} = 0 \quad (\text{I})$$

$$\sum F_y = N - m g \cos \theta_e = 0 \quad (\text{II})$$

De (I):  $\mu_e N = m g \operatorname{sen} \theta_e$

Considerando (II):  $\mu_e \cancel{m g} \cos \theta_e = \cancel{m g} \operatorname{sen} \theta_e$

$$\Rightarrow \boxed{\mu_e = \operatorname{tg} \theta_e}$$

Entonces, midiendo el ángulo de inclinación cuando el deslizamiento apenas comienza, es posible determinar el valor del coeficiente de fricción estático entre dos superficies!!

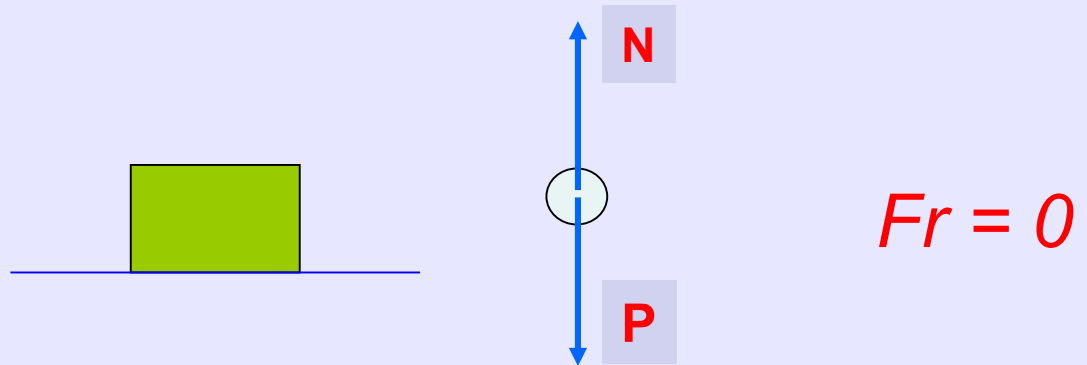
## **Ejemplo 2:**

Un bloque de acero de 5 kg está en reposo sobre una superficie horizontal. Los coeficientes de fricción estático y cinético entre el bloque y la superficie son respectivamente  $\mu_e = 0.40$  y  $\mu_c = 0.30$ .

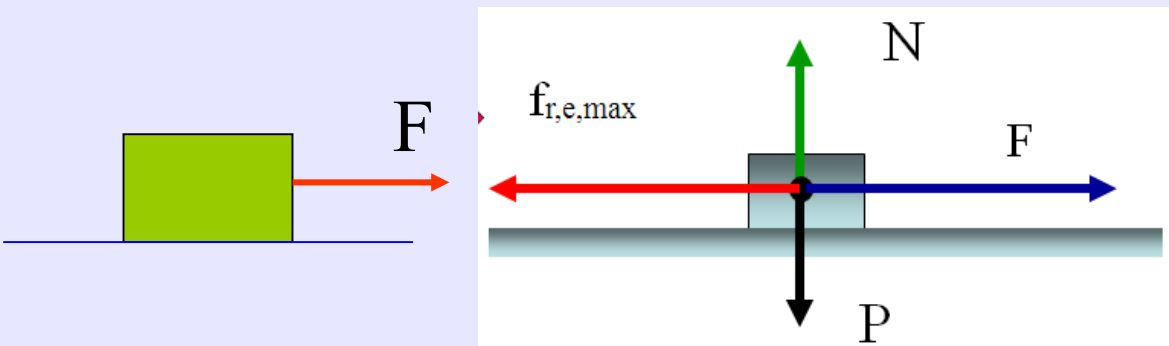
- a) ¿Cuál es la componente horizontal de la fuerza de contacto ejercida por la superficie sobre el bloque?
- b) ¿Cuál es la fuerza  $F$  paralela a la superficie mínima capaz de provocar que el bloque comience a deslizarse?
- c) Calcular el valor de la fuerza de roce ( $f_r$ ) cuando actúa sobre el bloque una fuerza de 5 N paralela a la superficie.
- d) Una vez iniciado el movimiento, ¿qué fuerza es necesaria para que el bloque permanezca moviéndose con velocidad constante respecto de la superficie?
- e) Si el bloque es empujado hasta alcanzar una velocidad de 4 m/s y luego se lo suelta, ¿cuánto tiempo tardará en detenerse?

Ej: Un bloque de acero de 5 kg está en reposo sobre una superficie horizontal. Los coeficientes de fricción estático y cinético entre el bloque y la superficie son respectivamente  $\mu_e = 0.40$  y  $\mu_c = 0.30$ .

a) ¿Cuál es la componente horizontal de la fuerza de contacto ejercida por la superficie sobre el bloque?



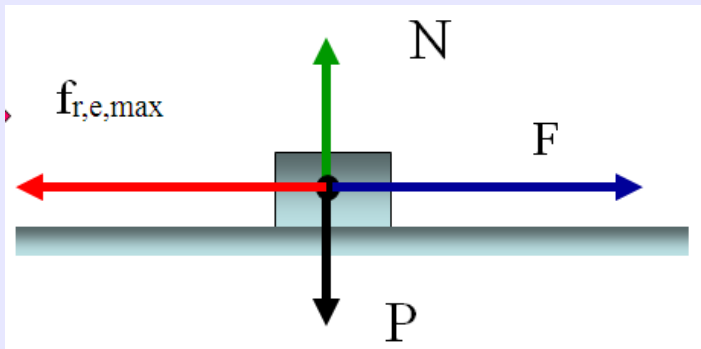
b) ¿Cuál es la fuerza  $F$  mínima, paralela a la superficie, capaz de provocar que el bloque comience a deslizarse?



$$\sum F_x = F - F_{rmax} = 0$$

En el momento que arranca

$$F = F_{rmax}$$



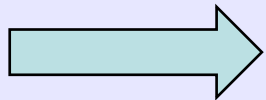
$$f_{re\ max} = \mu_e N$$

Aplicando la 2da Ley en el eje y

$$\sum F_y = N - P = N - m g = 0$$

$$N = m g$$

$$f_{re\ max} = \mu_e m g = 0,4 \cdot 5\ kg \cdot 9,8\ m/s^2$$



$$f_{re\ max} = 19,3\ kg\ m/s^2 = \textcolor{red}{19,6\ N\ F\ minima}$$

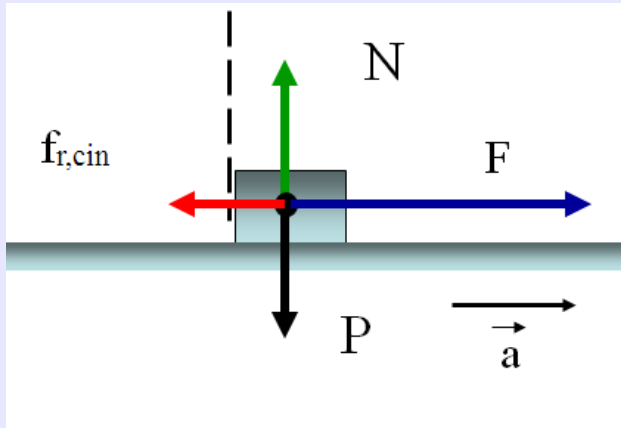
c) Calcular el valor de la fuerza de roce ( $f_r$ ) cuando actúa sobre el bloque una fuerza de 5 N paralela a la superficie.

$$\sum F_x = F - F_r = 0$$

Si  $F = 5\ N$ ,  $F_r = 5\ N < 19,5\ N$ , y no se mueve

**Debemos chequear esto!!!**

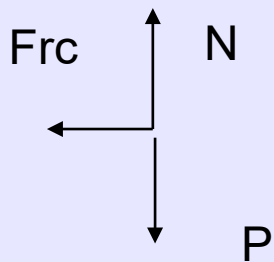
d) Una vez iniciado el movimiento, ¿qué fuerza es necesaria para que el bloque permanezca moviéndose con velocidad constante respecto de la superficie?



$$F - F_{r \text{ cinetica}} = 0 \quad V \text{ constante}$$

$$F = F_{r \text{ cinetica}} = \mu_c N = 0,3 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s} = 14,7 \text{ N}$$

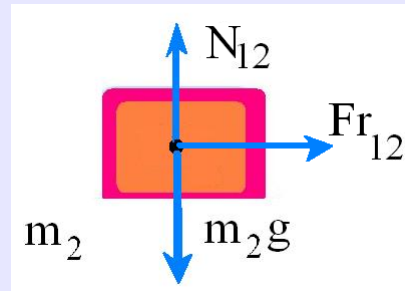
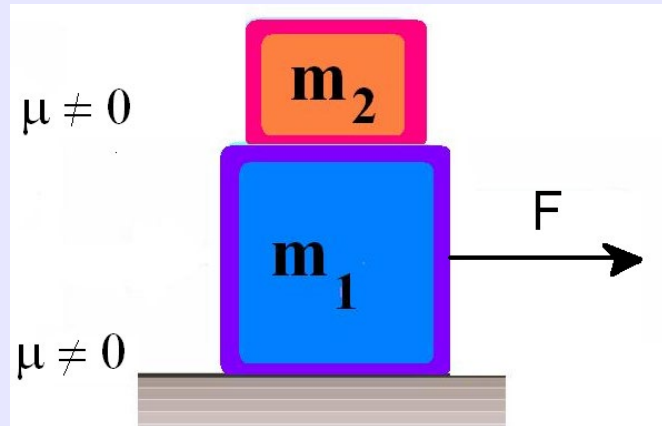
e) Si el bloque es empujado hasta alcanzar una velocidad de 4 m/s y luego se lo suelta, ¿cuánto tiempo tardará en detenerse?



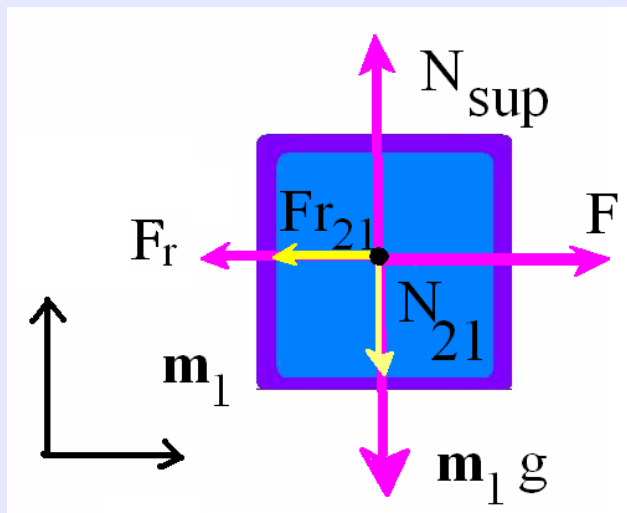
$$- F_{r \text{ cinetica}} = m \cdot a$$

Calculada  $a$ , con la definición de aceleración sacamos el tiempo

*Ejemplo 4: ¿Cuál es la máxima fuerza  $F$  que puedo aplicar para que el sistema se mueva pero el bloque 2 no se deslice sobre el bloque 1? Se vera en la practica un ejemplo*

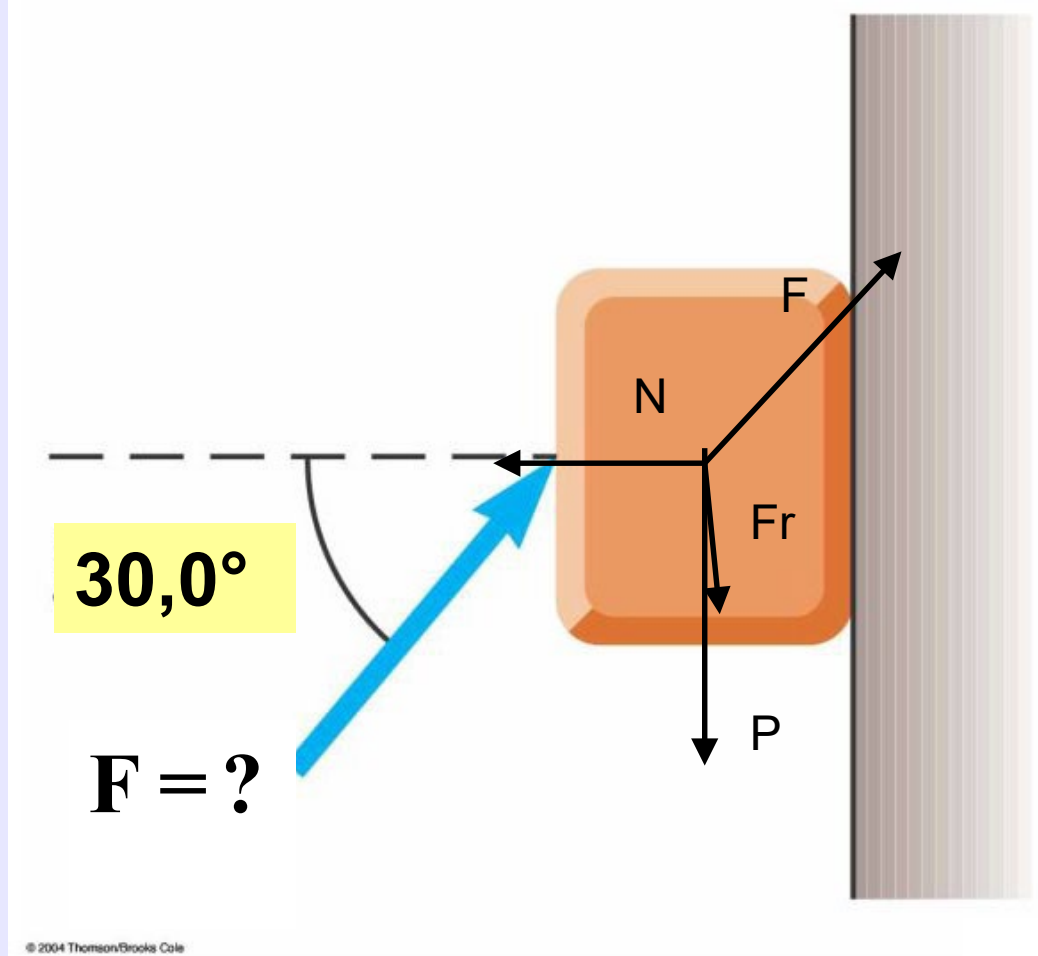


$$Fr_{12} \max = \mu_{e12} N_{12}$$



$$Fr = \mu_{c \sup} N_{sup}$$





Pared rugosa  
 $\mu_c : 0.3$

$$m = 1\text{Kg}$$

Para entregar:

- ¿Que valor debe tener  $F$  para que  $m$  adquiriera una  $a = 1\text{ m/s}^2$ , si la pared es rugosa ?
- Determinar la fuerza de contacto neta entre el bloque y la pared (modulo y dirección)