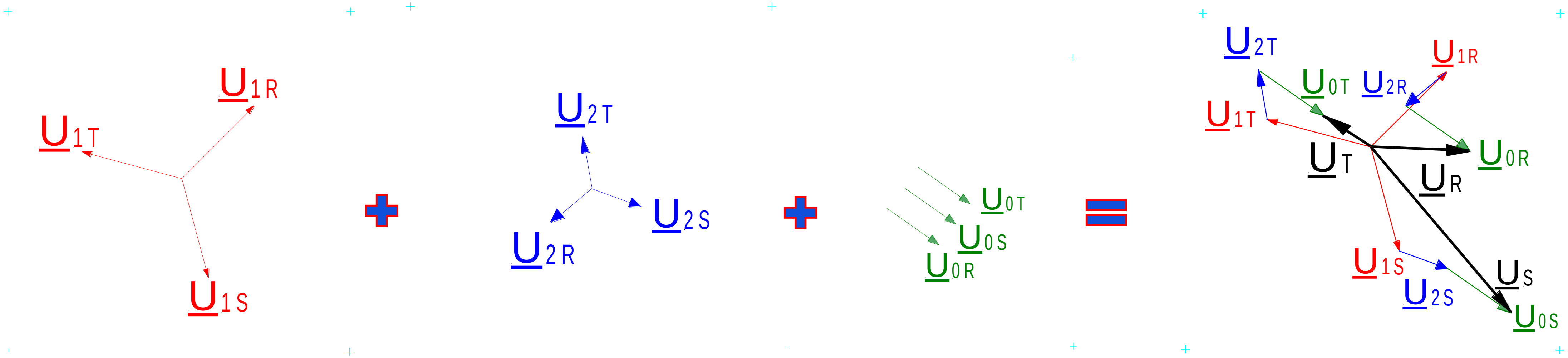
COMPONENTES SIMÉTRICAS

COMPONENTES SIMÉTRICAS

*El método de las **componentes simétricas** se utiliza para analizar y calcular sistemas **desequilibrados** (y **asimétricos**) de corrientes y tensiones en circuitos trifásicos, aplicando el principio de superposición.*

*TEOREMA DE FORTESCUE**

*"Cualquier sistema trifásico asimétrico y desequilibrado puede descomponerse en tres **ternas** simétricas, dos de ellas equilibradas de secuencia directa e inversa respectivamente, y una tercera **homopolar**"*



Secuencia directa, 1 ó (+) ***Secuencia inversa, 2 ó (-)*** ***Secuencia homopolar ó 0*** ***Resultante***

****Charles LeGeyt Fortescue** presentó el teorema en 1918, aplicado a un sistema n-fásico, en una publicación titulada "Method of Symmetrical Co-Ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks"*

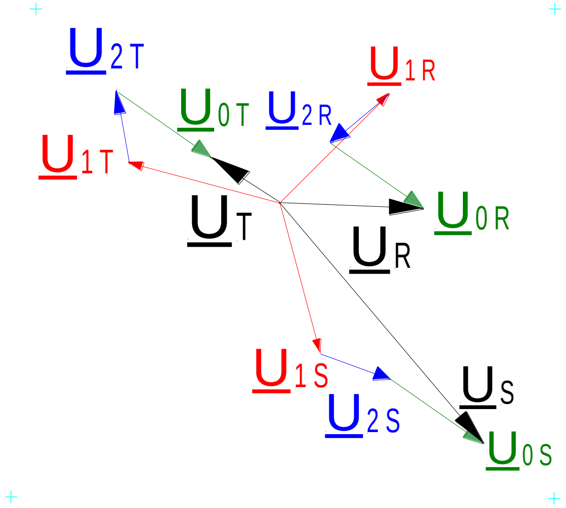
COMPONENTES SIMÉTRICAS

DETERMINACIÓN DE LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS

Las componentes del sistema original en función de las componentes simétricas son:

3 ecuaciones con 9 incógnitas

$$\begin{aligned} \underline{U}_R &= \underline{U}_{0R} + \underline{U}_{1R} + \underline{U}_{2R} \\ \underline{U}_S &= \underline{U}_{0S} + \underline{U}_{1S} + \underline{U}_{2S} \\ \underline{U}_T &= \underline{U}_{0T} + \underline{U}_{1T} + \underline{U}_{2T} \end{aligned}$$



Definiendo un nuevo operador $\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j120^\circ}$

Si $\underline{U}_0 = \underline{U}_{0R}; \quad \underline{U}_1 = \underline{U}_{1R}; \quad \underline{U}_2 = \underline{U}_{2R}$

Y si además repetimos para S y T…
… entonces el sistema anterior se puede escribir

$$\begin{aligned} \underline{U}_R &= \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \\ \underline{U}_S &= \underline{U}_0 + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_1 + \underline{a} \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{U}_T &= \underline{U}_0 + \underline{a} \cdot \underline{U}_1 + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_2 \end{aligned}$$

Resultando un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas

Donde $\underline{U}_0; \quad \underline{U}_1; \quad \underline{U}_2$ *son las denominadas **componentes llave** del sistema*

COMPONENTES SIMÉTRICAS

Sumando las tres expresiones anteriores, y teniendo en cuenta que $1+\underline{a}+\underline{a}^2=0$*, resulta*

$$3\cdot\underline{U}_0 = \underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_0 = \frac{1}{3}\left(\underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T\right)$$

Multiplicando las expresiones de $\underline{U}_S$ *y de* $\underline{U}_T$ *por* $\underline{a}$ *y por* $\underline{a}^2$*, respectivamente, resulta*

$$\underline{U}_R = \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2$$

$$\underline{a}\cdot\underline{U}_S = \underline{a}\cdot\underline{U}_0 + \underline{a}^3\cdot\underline{U}_1 + \underline{a}^2\cdot\underline{U}_2 = \underline{a}\cdot\underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{a}^2\cdot\underline{U}_2$$

con $\underline{a}^3=1$ *y* $\underline{a}^4=\underline{a}$

$$\underline{a}^2\cdot\underline{U}_T = \underline{a}^2\cdot\underline{U}_0 + \underline{a}^3\cdot\underline{U}_1 + \underline{a}^4\cdot\underline{U}_2 = \underline{a}^2\cdot\underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{a}\cdot\underline{U}_2$$

Sumando nuevamente, resulta

$$3\cdot\underline{U}_1 = \underline{U}_R + \underline{a}\cdot\underline{U}_S + \underline{a}^2\cdot\underline{U}_T \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_1 = \frac{1}{3}\left(\underline{U}_R + \underline{a}\cdot\underline{U}_S + \underline{a}^2\cdot\underline{U}_T\right)$$

Multiplicando las expresiones de $\underline{U}_S$ *y de* $\underline{U}_T$ *por* $\underline{a}^2$ *y por* $\underline{a}$ *respectivamente, sumando de nuevo y despejando* $\underline{U}_2$*, queda*

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}\left(\underline{U}_R + \underline{a}^2\cdot\underline{U}_S + \underline{a}\cdot\underline{U}_T\right)$$

COMPONENTES SIMÉTRICAS

Se han obtenido las componentes llave de las tres ternas simétricas a partir de los valores de las componentes del sistema original:

Componentes llave

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3}\left(\underline{U}_R + \underline{U}_S + \underline{U}_T\right)$$

Secuencia homopolar

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3}\left(\underline{U}_R + \underline{a}\cdot\underline{U}_S + \underline{a}^2\cdot\underline{U}_T\right)$$

Secuencia directa

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}\left(\underline{U}_R + \underline{a}^2\cdot\underline{U}_S + \underline{a}\cdot\underline{U}_T\right)$$

Secuencia inversa

Todo lo visto es válido también para cualquier sistema de corrientes asimétrico y desequilibrado

COMPONENTES SIMÉTRICAS

Es muy útil expresar estos resultados en forma matricial, con lo cual las componentes llave resultan:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} = [A]^{-1}$$

De igual forma se pueden expresar las tensiones de fase en función de las componentes llave:

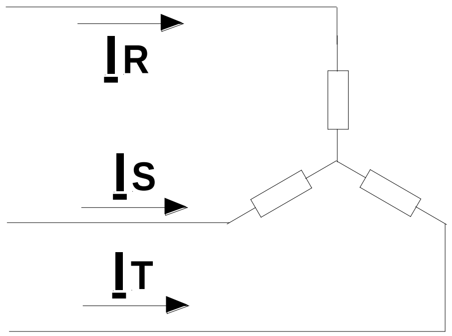
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} = [A]$$

Finalmente, se puede demostrar que $$[A][A]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

COMPONENTES SIMÉTRICAS

ALGUNAS CONSECUENCIAS EN CIRCUITOS

Se supone generador perfecto



No hay neutro y

$$\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = 0$$

*Si las impedancias son **iguales**, el sistema de corrientes es **equilibrado** y **simétrico***

*Sólo hay componente de **secuencia directa***

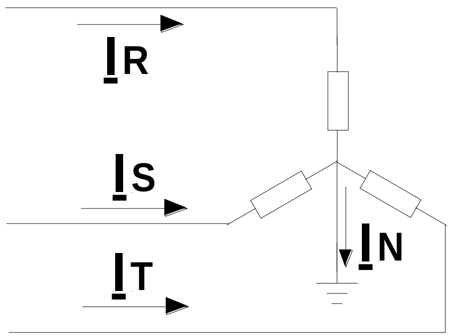
*Si las impedancias son **distintas**, el sistema de corrientes es **equilibrado** y **asimétrico***

*Hay componentes de secuencia **directa** e **inversa** (no hay homopolar)*

COMPONENTES SIMÉTRICAS

ALGUNAS CONSECUENCIAS EN CIRCUITOS

Se supone generador perfecto



Hay neutro y

$$\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = \underline{I}_N$$

*Si las impedancias son **iguales**, el sistema de corrientes es **equilibrado** y **simétrico***

*Sólo hay componente de **secuencia directa** y* $\underline{I}_N=0$

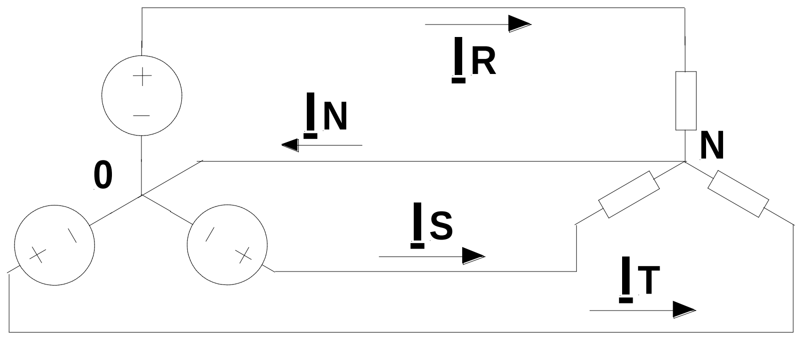
*Si las impedancias son **distintas**, el sistema de corrientes es **desequilibrado** y **asimétrico***

*Hay componentes de secuencia **directa**, **inversa** y **homopolar** y* $\underline{I}_N=3\underline{I}_0$

COMPONENTES SIMÉTRICAS

ALGUNAS CONSECUENCIAS EN CIRCUITOS

Se supone generador perfecto



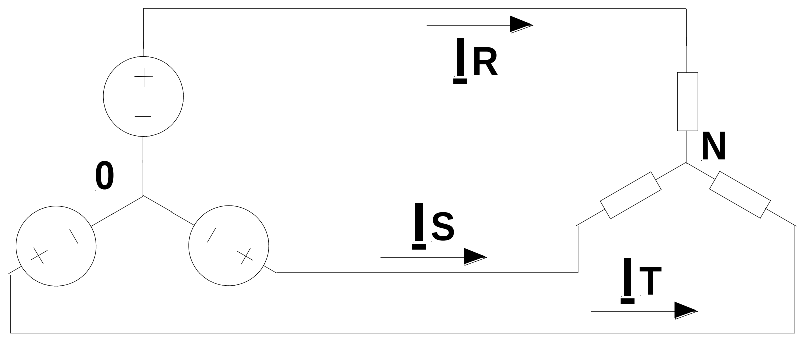
Hay neutro y $\underline{Z}_N$=0

*Si las impedancias son **iguales** o **distintas**, el sistema de tensiones de fase de la carga es **equilibrado** y **simétrico***

*Sólo hay componente de **secuencia directa** y $\underline{U}_{N0}$=0*

ALGUNAS CONSECUENCIAS EN CIRCUITOS

Se supone generador perfecto



No hay neutro o $\underline{Z}_N \neq 0$

*Si las impedancias son **iguales**, el sistema de tensiones de fase de la carga es **equilibrado** y **simétrico***

*Sólo hay componente de **secuencia directa** y* $\underline{U}_{N0}=0$

*Si las impedancias son **distintas**, el sistema de tensiones de fase de la carga es **desequilibrado** y **asimétrico** y*

$$\underline{U}_{N0}=3\underline{U}_0$$

*Hay componentes de **secuencia directa**, **inversa** y **homopolar** de las tensiones de fase*

RESUMEN

Teorema de Fortescue. Utilidad.

Cálculo de las componentes simétricas

Estudio de algunos casos

BIBLIOGRAFÍA

Circuitos eléctricos. Parte 2. Morcelle-Deorsola. Cap 3.

Circuitos eléctricos y magnéticos. Spinadel. Cap 11.

Circuitos eléctricos. Nilsson. Cap 14.

Circuitos en ingeniería eléctrica. Skilling. Cap 21.

Principios de electrotecnia. Zeveke-Ionkin. Cap XV.