

- 10) Se determina la duración en horas de cada una de diez lamparitas eléctricas, dando los siguientes datos:

49.5, 1015, 1009.4, 173.4, 251.6, 315, 1301.4, 732.8, 660.6, 1456.5

- a) Si se supone que la duración en horas de cada lamparita tiene distribución exponencial, estimar el parámetro de la distribución usando el método de máxima verosimilitud.
- b) Hallar los estimadores de máxima verosimilitud de la esperanza y la varianza de la duración en horas de la lamparita. ¿Qué propiedad utiliza?. ¿Cuál sería la estimación de la esperanza y la varianza para los datos dados?
- c) Supongamos que se decide examinar otra lamparita.

Sea  $X$ : "duración en horas de la lamparita".

Utilizar la información dada en a) para obtener el EMV de  $P(X \leq 1400)$ , y hallar la estimación de  $P(X \leq 1400)$ .

(Sugerencia:  $P(X < 1400) = 1 - e^{-\lambda \cdot 1400}$ ).

$$a) L(X_1 X_2 X_3 \dots X_n, \lambda) = \lambda e^{-\lambda X_1} \lambda e^{-\lambda X_2} \lambda e^{-\lambda X_3} \dots \lambda e^{-\lambda X_n} = \lambda^n e^{-\lambda(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}$$

$$\ln(L(X_1 X_2 X_3 \dots X_n, \theta)) = n \ln(\lambda) - \lambda(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$$

$$\frac{d}{d\lambda} \ln(L(X_1 X_2 X_3 \dots X_n, \lambda)) = \frac{n}{\lambda} - (X_1 + X_2 + \dots + X_n) = 0$$

$$\frac{n}{\lambda} = (X_1 + X_2 + \dots + X_n)$$

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}$$

$$b) E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

$$V(X) = 1/\lambda^2$$

$$\widehat{E(X)} = \frac{1}{\hat{\lambda}} = \bar{X}$$

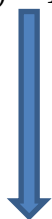
$$\widehat{E(X)} = 1/\hat{\lambda}^2 = (\bar{X})^2$$



PROPIEDAD DE INVARIANZA DE LOS E.M.V

La estimación de la esperanza es: 696,52 y la estimación de la varianza es: 485140

$$c) \widehat{P(X \leq 1400)} = 1 - e^{-\hat{\lambda} 1400} = 1 - e^{-(\frac{1}{\bar{X}}) 1400}$$



PROPIEDAD DE INVARIANZA DE LOS E.M.V

La estimación de esa probabilidad es:  $1 - e^{-(\frac{1}{696,52}) \times 1400}$