MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

Ohm

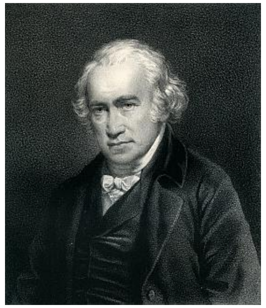
Kirchhoff

Volta

Faraday

Ampere

Henry

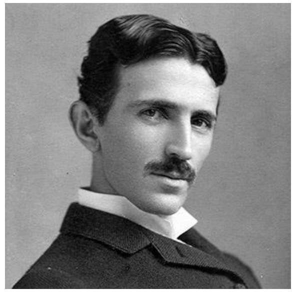


Watt

Hertz

Siemens

Joule



Tesla

Thevenin

Norton

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

¿Qué significa “resolver un circuito”?

Generalmente, las fuentes y los valores de los elementos pasivos son datos de un circuito.

Por lo tanto, “resolver un circuito” implica *obtener todas las corrientes y tensiones en cada elemento* (pasivo o activo) del circuito.

Para obtener dichas corrientes y tensiones normalmente se utilizan las leyes de Ohm y Kirchhoff, tal como se viera oportunamente.

Se verá seguidamente que a partir de estas tres leyes fundamentales de la electrotecnia es posible derivar metodologías que permiten simplificar los análisis para obtener los resultados buscados.

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

Permiten *sistematizar* y/o *simplificar* el análisis de un circuito

Se basan en las leyes de Ohm y Kirchhoff

CANTIDAD DE ECUACIONES NECESARIAS

Debe ser igual a la cantidad de incógnitas del problema

O viendo la ***topología*** del circuito:

$$R = L_i + N_i$$

R: ramas = incógnitas = ecuaciones

L_i: lazos independientes

N_i: nodos independientes

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

Sistematización → Análisis **NODAL**

Análisis de **MALLA**

→ Se obtienen un conjunto de ecuaciones simultáneas posible de resolver con un método algebráico adecuado

Simplificación → Método de **SUPERPOSICIÓN**

Método de **THEVENIN**

Método de **NORTON**

→ Dependiendo del circuito, es posible obtener una simplificación del mismo, de acuerdo al objetivo buscado

ANÁLISIS NODAL

Se utilizan las ***tensiones de los nodos*** del circuito como variables del problema

La elección de las tensiones de nodo en lugar de las tensiones en cada elemento resulta conveniente y reduce el número de ecuaciones

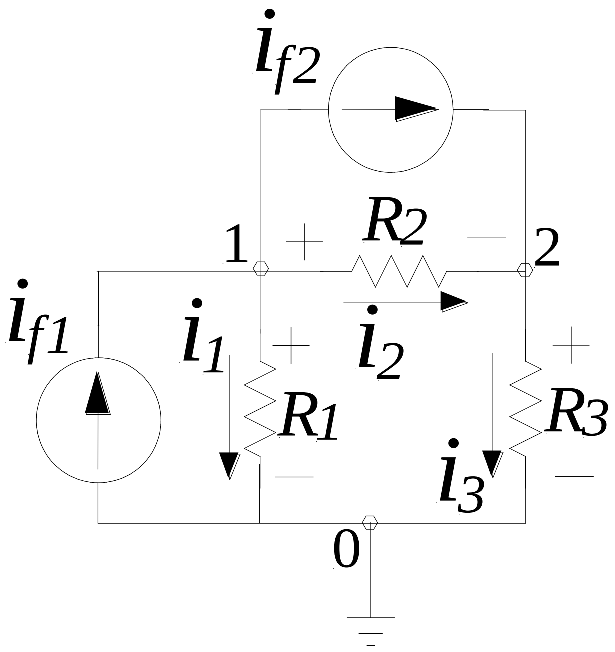
Se basa en la primera ley de Kirchhoff

Se puede aplicar a cualquier tipo de circuitos

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 1:

Circuito con fuentes de corriente



Nodo 1 $$i_{f1} = i_{f2} + i_1 + i_2$$

Nodo 2 $$i_{f2} + i_2 = i_3$$

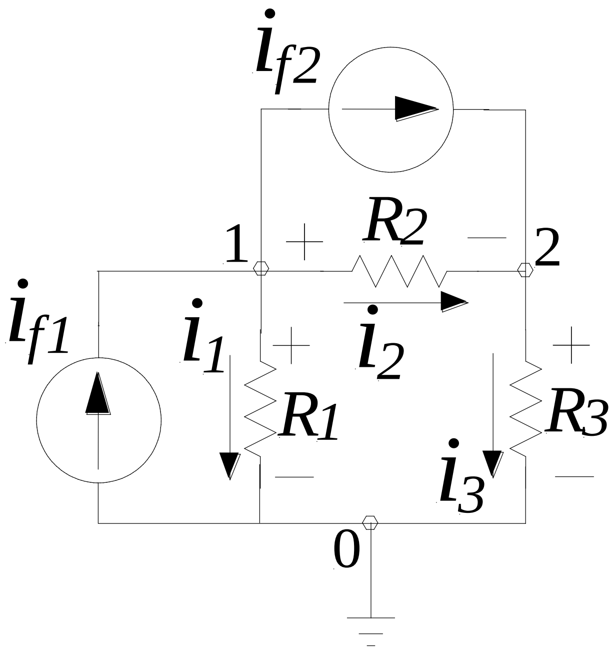
Ley de Ohm para LKC en nodo 1 $$i_{f1} = i_{f2} + \frac{u_1 - 0}{R_1} + \frac{u_1 - u_2}{R_2}$$

Ley de Ohm para LKC en nodo 2 $$i_{f2} + \frac{u_1 - u_2}{R_2} = \frac{u_2 - 0}{R_3}$$

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 1:

Circuito con fuentes de corriente



Nodo 1 $$i_{f1} = i_{f2} + i_1 + i_2$$

Nodo 2 $$i_{f2} + i_2 = i_3$$

Reagrupando corrientes y tensiones

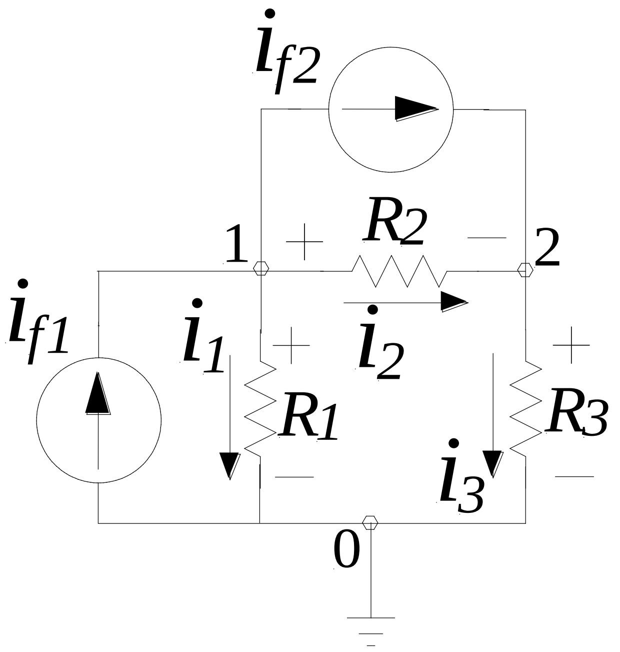
$$i_{f1} - i_{f2} = u_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - u_2\frac{1}{R_2}$$

$$i_{f2} = -\frac{u_1}{R_2} + u_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 1:

Circuito con fuentes de corriente



Nodo 1 $$i_{f1} = i_{f2} + i_1 + i_2$$

Nodo 2 $$i_{f2} + i_2 = i_3$$

Reemplazando las resistencias por las conductancias correspondientes

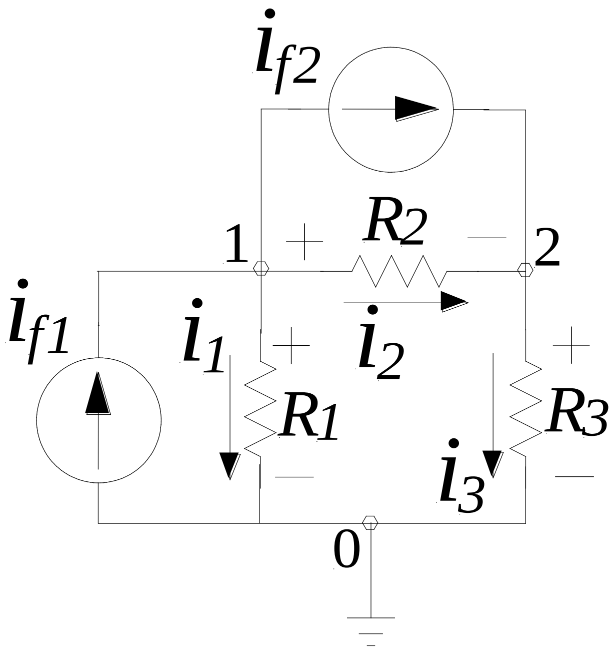
$$i_{f1} - i_{f2} = u_1 \left(G_1 + G_2 \right) - u_2 G_2$$

$$i_{f2} = -u_1 G_2 + u_2 \left(G_2 + G_3 \right)$$

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 1:

Circuito con fuentes de corriente



Nodo 1 $\quad i_{f1} = i_{f2} + i_1 + i_2$

Nodo 2 $\quad i_{f2} + i_2 = i_3$

En forma matricial

$$\begin{bmatrix} i_{f1} - i_{f2} \\ i_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

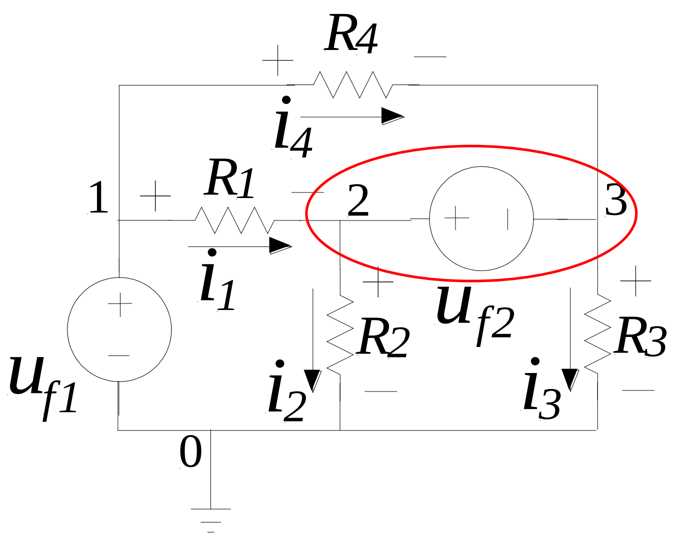
Este sistema de ecuaciones está preparado para resolver por algún método numérico adecuado

¿Qué representan los coeficientes de la matriz de $\boldsymbol{G}$?

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 2:

Circuito con fuentes de tensión



Nodo 1 $u_1 = u_{f1}$

Nodos 2 y 3 → ***SUPERNODO***

Se obtiene un *supernodo* cuando una fuente de tensión se encuentra conectada entre dos nodos distintos del de referencia

Aplicando LKC al supernodo → $i_1 + i_4 = i_2 + i_3$

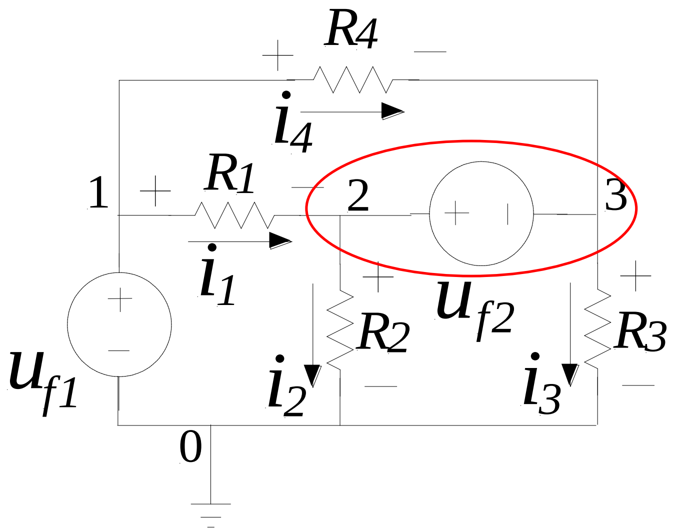
Por ley de Ohm → $$\frac{u_{f1} - u_2}{R_1} + \frac{u_{f1} - u_3}{R_4} = \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3}$$

Y además: $u_2 - u_3 = u_{f2}$

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 2:

Circuito con fuentes de tensión



Finalmente resulta el sistema

$$\begin{bmatrix} \left(\dfrac{G_1+G_2}{G_1+G_4}\right) & \left(\dfrac{G_3+G_4}{G_1+G_4}\right) \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{f1} \\ u_{f2} \end{bmatrix}$$

No se observa la simetría del ejemplo anterior

ANÁLISIS NODAL

Finalmente, el análisis se puede resumir en el siguiente procedimiento:

1.- Se elige un nodo de referencia (con tensión igual a ***cero****), asignando una variable (tensión) a cada uno de los restantes nodos* $\mathbf{N_i}$*. La polaridad de estas tensiones se asigna respecto al nodo de referencia.*

2.- Se aplica LKC a cada nodo $\mathbf{N_i}$ *, aplicando la ley de Ohm para expresar las corrientes de rama en términos de las tensiones de nodo.*

3.- Se resuelve el sistema de ecuaciones hallado para obtener las tensiones de nodo desconocidas.

ANÁLISIS DE MALLA

El análisis de malla no es tan general como el de nodos, sólo se puede aplicar en circuitos planos

Una ***malla*** es un lazo que no contiene otros lazos en su interior

Se utilizan las ***corrientes de las mallas*** del circuito como variables del problema

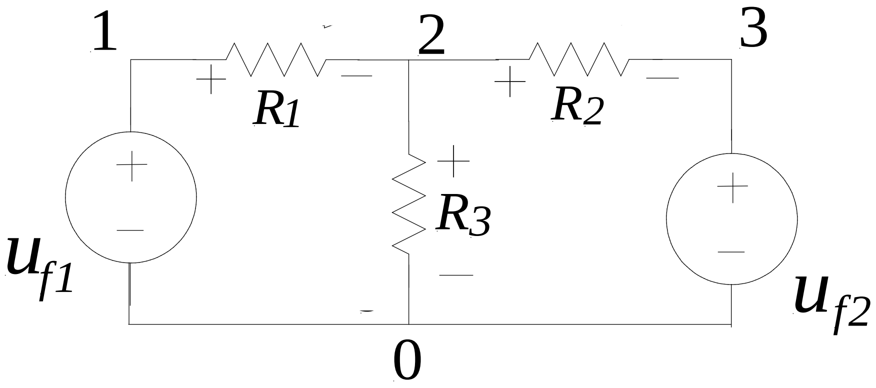
Se basa en la segunda ley de Kirchhoff

La elección de las corrientes de malla en lugar de las corrientes en cada elemento resulta conveniente y reduce el número de ecuaciones

ANÁLISIS DE MALLA

Ejemplo 1:

Circuito con fuentes de tensión



Malla 1 $$u_{f1} = u_{R1} + u_{R3}$$

Malla 2 $$u_{R3} = u_{R2} + u_{f2}$$

Ley de Ohm en las mallas

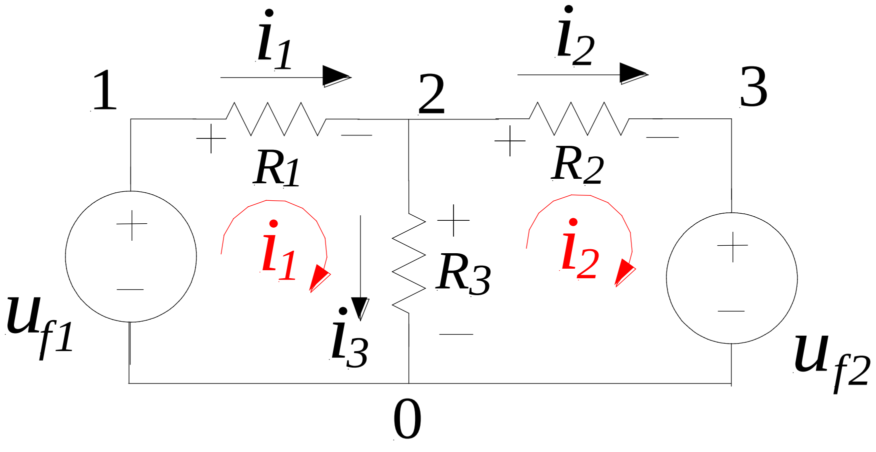
$$u_{f1} = R_1 i_1 + R_3 i_1 - R_3 i_2$$

$$+R_3 i_1 - R_3 i_2 = R_2 i_2 + u_{f2}$$

ANÁLISIS DE MALLA

Ejemplo 1:

Circuito con fuentes de tensión



Reagrupando:

$$u_{f1} = (R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2$$

$$-u_{f2} = -R_3 i_1 + (R_2 + R_3)i_2$$

Y en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} u_{f1} \\ -u_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

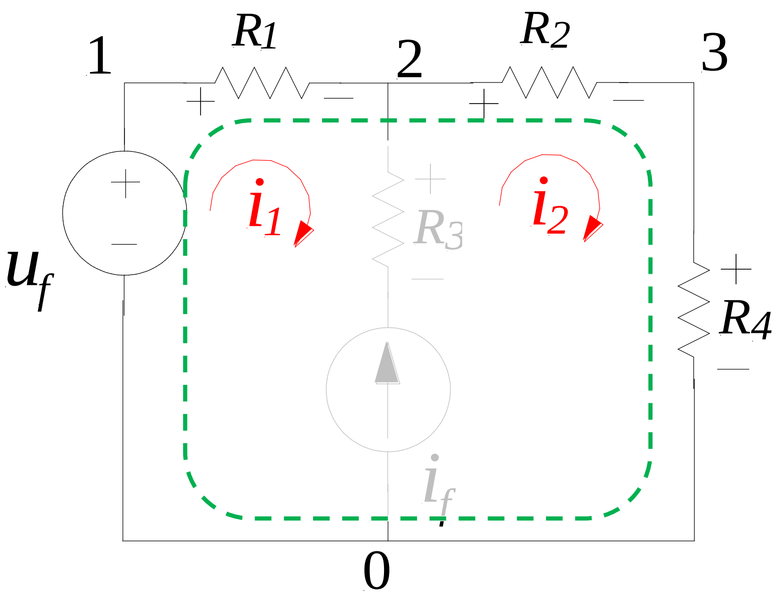
¿Qué representan los coeficientes de la matriz de $\boldsymbol{R}$?

La corriente $\boldsymbol{i_3}$ se puede ahora determinar aplicando LKC en el nodo 0 ó en el 2

ANÁLISIS DE MALLA

Ejemplo 2:

Circuito con fuente de corriente



¡ojo!

Se puede *excluir* del análisis la rama donde se encuentra la fuente de corriente

SUPERMALLA

Se obtiene una *supermalla* cuando dos mallas tienen una fuente de corriente en común

Aplicando LKT en la supermalla

$$u_f = R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_4 i_2 = R_1 i_1 + (R_2 + R_4) i_2$$

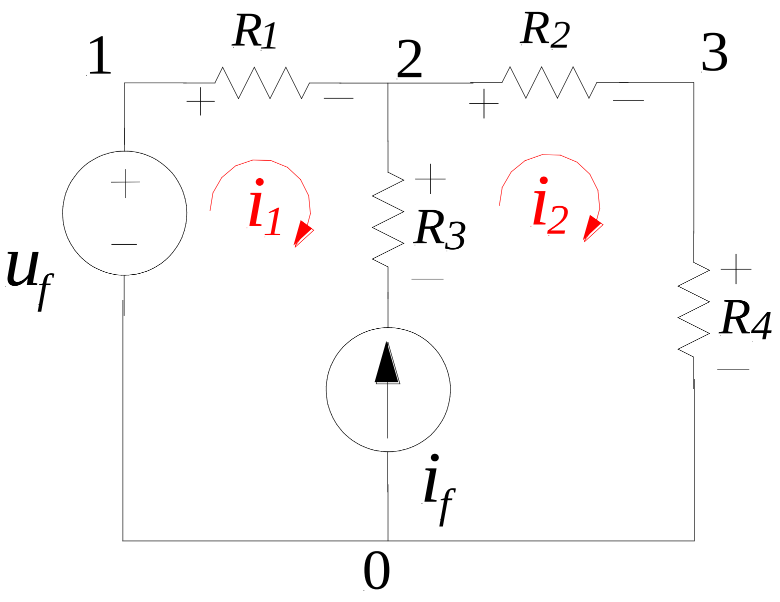
Se puede completar el análisis aplicando LKC en el nodo 0 ó en el 2

$$i_f + i_1 = i_2$$

ANÁLISIS DE MALLA

Ejemplo 2:

Circuito con fuente de corriente



En forma matricial

$$\begin{bmatrix} u_f \\ i_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 + R_4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

No se observa la simetría del ejemplo anterior

ANÁLISIS DE MALLA

Finalmente, el análisis se puede resumir en el siguiente procedimiento:

1.- Se asigna una corriente a cada malla.

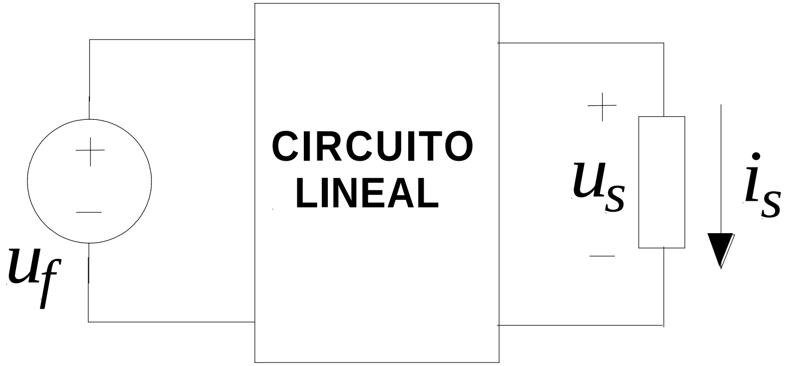
2.- Se aplica LKT a cada malla $\mathbf{M_i}$ *, aplicando la ley de Ohm para expresar las tensiones de cada rama en términos de las corrientes de malla.*

3.- Se resuelve el sistema de ecuaciones hallado para obtener las corrientes de malla desconocidas.

MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN

LINEALIDAD:

Un ***circuito lineal*** es aquél cuya respuesta está linealmente relacionada con la excitación



Si $\quad i_s = k_1 u_f \quad o \quad u_s = k_2 u_f$

⇒ el circuito es lineal

Es posible demostrar que un circuito *es lineal* si todos sus elementos pasivos *son lineales*

¿Qué pasa en el caso de la potencia?

MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN

La corriente (o la tensión) en un elemento de un circuito ***lineal*** alimentado por dos o más ***fuentes independientes*** es igual a la suma ***algebraica*** de las corrientes (o de las tensiones) en dicho elemento, cada una de las cuales debida a cada fuente actuando por separado.

Procedimiento:

1.- Se **anulan** todas las fuentes independientes excepto una.

2.- Se determina la respuesta (tensión o corriente) debido a la fuente no anulada, mediante un método de resolución adecuado.

3.- Se repiten los pasos *1*.- y *2*.- para cada una de las fuentes independientes restantes.

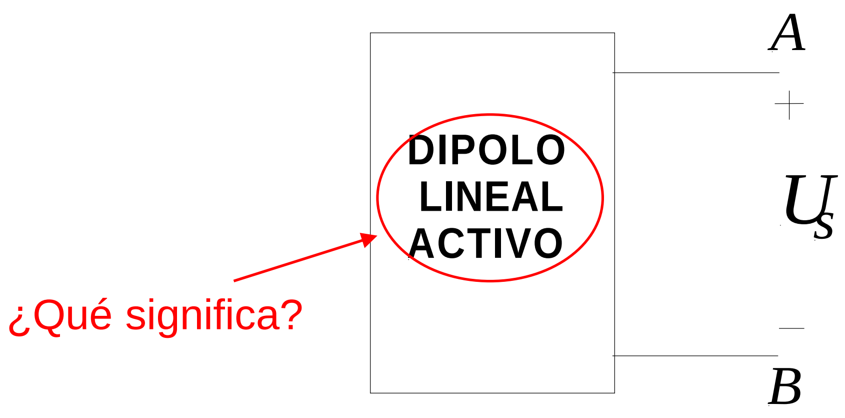
4.- Se calcula la respuesta total (tensión o corriente) sumando ***algebraicamente*** todas las respuestas debidas a cada fuente independiente.

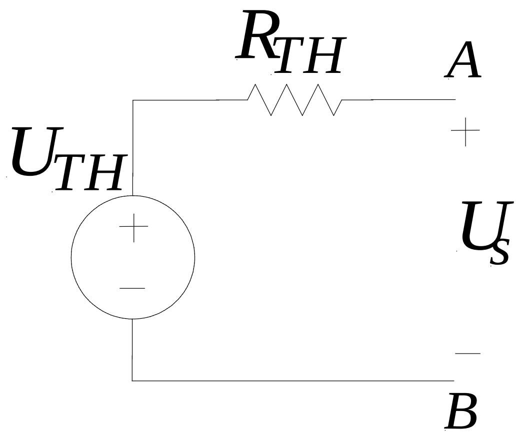
¿Qué significa **anular** una fuente?

CIRCUITO EQUIVALENTE DE THEVENIN

CIRCUITO EQUIVALENTE DE THEVENIN

Toda red lineal con fuentes independientes (***dipolo activo lineal***) “vista desde” dos puntos puede reemplazarse por una fuente de tensión en serie con una resistencia (***fuente de tensión real***)



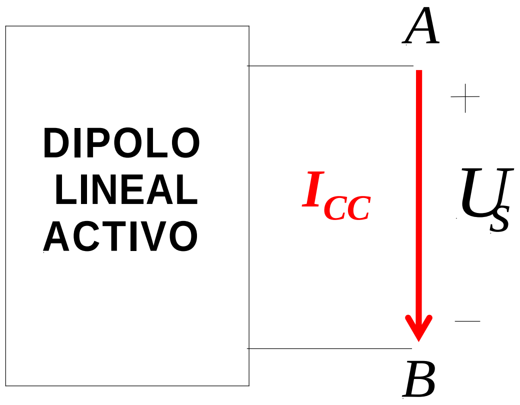


U_{TH} : *Tensión de Thevenin*

R_{TH} : *Resistencia de Thevenin*

CIRCUITO EQUIVALENTE DE THEVENIN

¿Cómo se determinan $\boldsymbol{U_{TH}}$ y $\boldsymbol{R_{TH}}$?



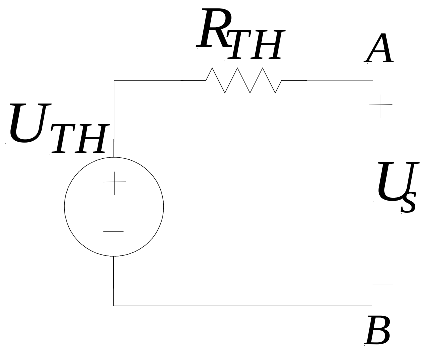
$$U_{TH} = U_S = U_{AB}$$

Tensión de circuito abierto del dipolo activo

I_{CC}: Corriente de cortocircuito del dipolo activo

$$R_{TH} = \frac{U_{AB}}{I_{CC}}$$

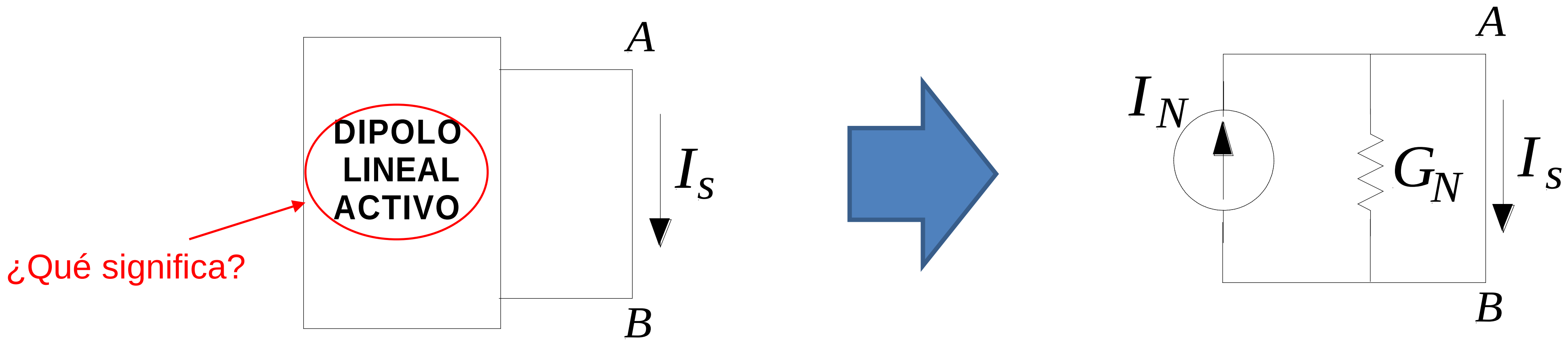
Las relaciones anteriores se pueden verificar en el **circuito equivalente de Thevenin**



CIRCUITO EQUIVALENTE DE NORTON

CIRCUITO EQUIVALENTE DE NORTON

Toda red lineal con fuentes independientes (***dipolo activo lineal***) “vista desde” dos puntos puede reemplazarse por una fuente de corriente en paralelo con una conductancia (***fuente de corriente rea***l)

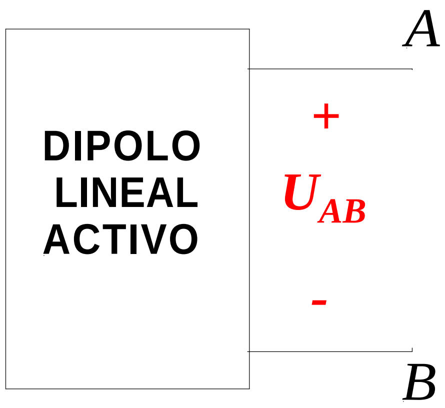


I_N : *Corriente de Norton*

G_N : *Conductancia de Norton*

CIRCUITO EQUIVALENTE DE NORTON

¿Cómo se determinan $\boldsymbol{I_N}$ y $\boldsymbol{G_N}$?



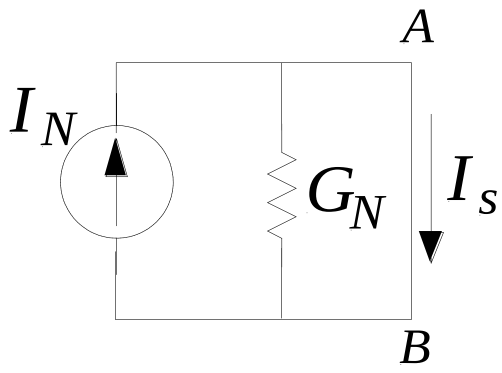
$$I_N = I_S = I_{AB} = I_{CC}$$

Corriente de cortocircuito del dipolo activo

U_{AB}: Tensión de circuito abierto del dipolo activo

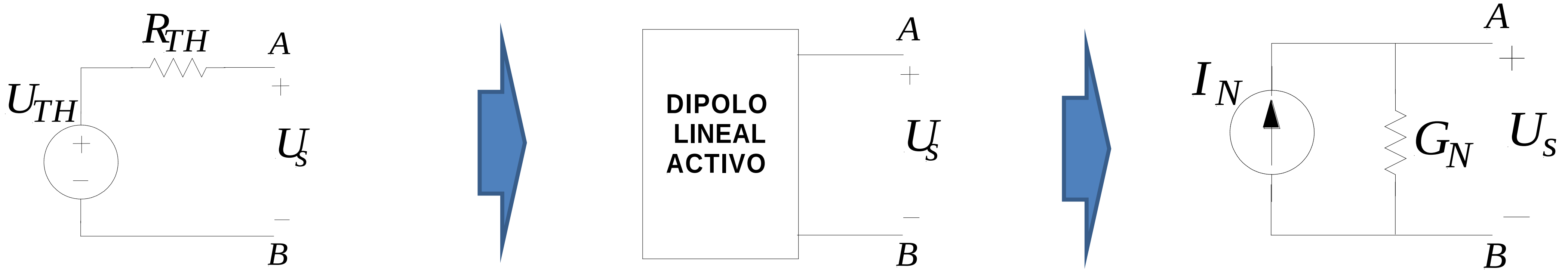
$$G_N = \frac{I_{CC}}{U_{AB}}$$

Las relaciones anteriores se pueden verificar en el **circuito equivalente de Norton**

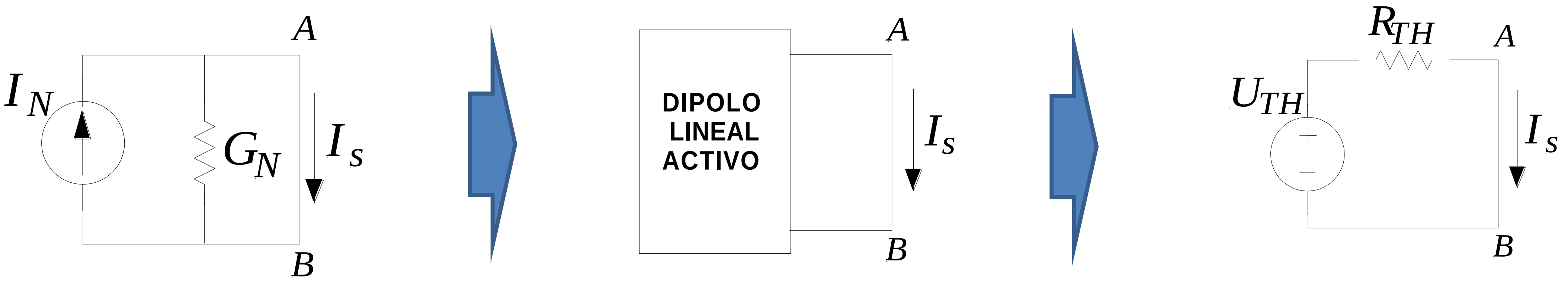


EQUIVALENCIA DE FUENTES REALES

En base a lo visto, se puede establecer la equivalencia entre una *fuente de tensión **real*** (fuente de Thevenin) y una *fuente de corriente **real*** (fuente de Norton)

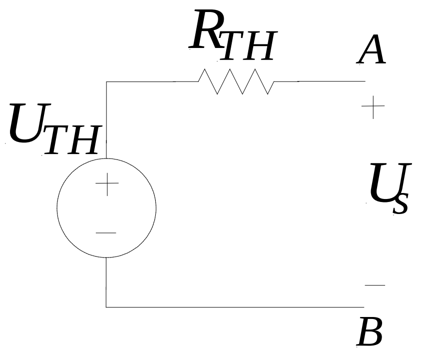


Obviamente, la recíproca también es cierta

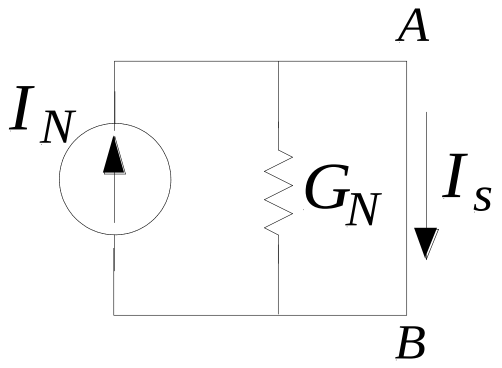


DUALIDAD

EQUIVALENTES DE THEVENIN Y NORTON



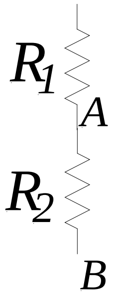
Los circuitos equivalentes de Thevenin y Norton presentados corresponden a redes con señales de continua, en las cuales se advierte que sólo hay resistores, no hay capacitores ni inductores (estos últimos suelen denominarse también *elementos pasivos reactivos*).

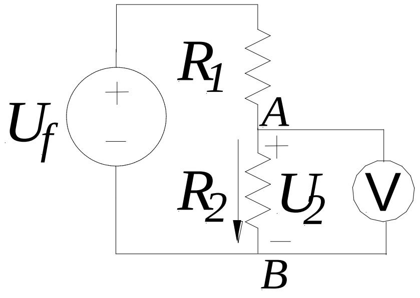


Se verá que al estudiar circuitos con señales alternas senoidales, van a ponerse de manifiesto los elementos reactivos mencionados. Por lo tanto, la nomenclatura para la representación de los equivalentes de Thevenin y Norton cambiará un poco para adaptarse a la nueva condición impuesta por la introducción de tales elementos reactivos.

CIRCUITOS ESPECIALES

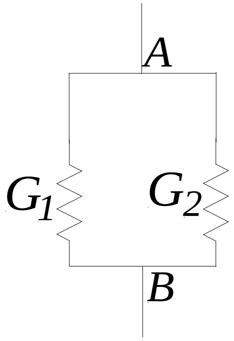
DIVISOR DE TENSIÓN

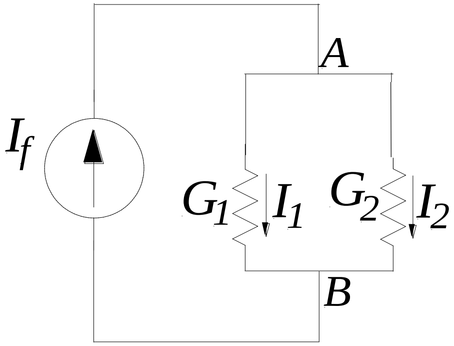




$$U_2 = U_{AB} = U_V = \frac{U_f}{(R_1 + R_2)} R_2$$

DIVISOR DE CORRIENTE



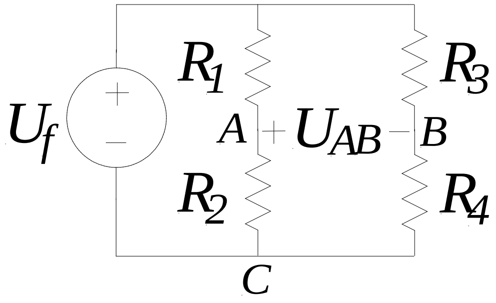


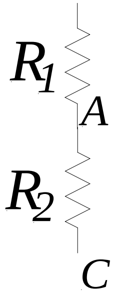
$$I_2 = I_A = \frac{I_f}{(G_1 + G_2)} G_2$$

DUALIDAD

CIRCUITOS ESPECIALES

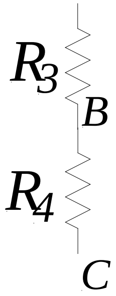
PUENTE DE WHEATSTONE





Divisor de tensión (*AC*)

$$U_{AC} = \frac{U_f}{(R_1 + R_2)} R_2$$



Divisor de tensión (*BC*)

$$U_{BC} = \frac{U_f}{(R_3 + R_4)} R_4$$

$$U_{AB} = U_{AC} - U_{BC} = \frac{U_f}{(R_1 + R_2)} R_2 - \frac{U_f}{(R_3 + R_4)} R_4 = U_f \left[\frac{R_2}{(R_1 + R_2)} - \frac{R_4}{(R_3 + R_4)} \right]$$

RESUMEN

Métodos de resolución de circuitos

Cantidad de incógnitas y ***número de ecuaciones necesarias*** a partir de la ***topología*** del circuito

Método de ***análisis nodal***

Método de ***análisis de malla***

Red lineal → ***Método de superposición***

Método de ***Thevenin***

Método de ***Norton***

Equivalencia de fuentes

Circuitos especiales: ***Divisores de tensión y corriente***, ***Puente de Wheatstone***

En líneas generales, todos los métodos de resolución vistos son válidos para circuitos en alterna con cualquier tipo de elemento pasivo ($\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{L}$ o $\boldsymbol{C}$)