

Árboles B

# CONCEPTOS DE BASES DE DATOS

- ▶ Página o nodo □ secuencia ordenada de llaves y un conjunto de apuntadores.
- ▶ El # apuntadores siempre excede en uno al número de llaves.
- ▶ Al número máximo de apuntadores de los nodos se lo denomina orden del árbol B.
- ▶ Por definición, un nodo hoja no tiene hijos. Se supone que los apuntadores en las hojas contienen un valor de apuntador inválido.

# ÁRBOLES B Y B +

Establecer costo de las operaciones realizadas a través de las lecturas y escrituras realizadas

- ▶ **Lecturas:** todos los nodos visitados para hallar el nodo correspondiente en una alta o baja, además de los nodos accedidos para resolver un underflow. Cada nodo se lee una sola vez por operación.
- ▶ **Escritura:** nodo modificado, ya sea porque tiene una clave mas, o una clave menos, o se crea el nodo para resolver un overflow o se le cambió un enlace. No se escriben los nodos libres.

Se indican L#nodo, E#nodo, al realizar una operación las lecturas y escrituras deben escribirse en el orden en que llevan a cabo. Se debe escribir siguiendo un mismo orden en todas las operaciones del árbol.

**Overflow:** nodo completo sin capacidad para la nueva llave que se intenta insertar.

## Solución:

**División y promoción:** Se divide al nodo lleno en dos nodos. Se crea un nodo nuevo, distribuyendo las llaves entre el nodo anterior y el nuevo, tan equitativamente como sea posible.

**Nota:** solo se **reenumeran** los nodos involucrados en la operación, nuevos nodos (se debe reutilizar nro de nodos liberados, si los hay).

# ÁRBOLES B-INSERCIÓN- EJEMPLOS

Sea el siguiente árbol B con capacidad para 3 claves, orden 4. Orden en que llegaron las claves: 60-31-38-24-63-19-10-72-80-87-35-65.

Árbol generado:

Nodo 0: 3, i, 1(24)2(38)3(72)4

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 2, h, (31)(35)

Nodo 3: 3, h, (60)(63)(65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

Realizar el alta de la clave 61

# ÁRBOLES B-INSERTIÓN- EJEMPLOS

Alta del 61: L0,L3, E3, E5,E6,E7,E0

Árbol generado:

Nodo 0: 1, i, 6(63)7

Nodo 6: 2, i, 1(24)2(38)3

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 2, h, (31)(35)

Nodo 3: 2, h, (60)(61)

Nodo 7: 1, i, 5(72)4

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

# ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN

Eliminar una llave de un nodo, consiste en buscar a partir de la raíz del árbol la llave a eliminar hasta encontrarla. Si la llave está en el árbol, existen dos casos posibles:

- ▶ La llave está en un nodo hoja
- ▶ La llave está en un nodo interno

## Caso 1: eliminación en nodo hoja y underflow

Si la llave está en un nodo hoja: se procede a eliminar la llave del nodo. Luego se deberá constatar que el nodo no quede en underflow, es decir que no tenga menos de las llaves permitidas. Si el árbol es de orden  $n$ , no puede tener menos de  $n/2 - 1$  claves



# ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN- UNDERFLOW

## Resolución underflow en nodo hoja

- ▶ **Política izquierda:** Se intenta balancear con el hermano adyacente izquierdo. Si es que existe y tiene claves suficientes. Caso excepcional no tener hermano izquierdo, intenta balancear con derecho.
- ▶ **Política derecha:** análoga a política izquierda pero con adyacente derecho.
- ▶ **Política izquierda o derecha:** ante el primer underflow se elige política izquierda o política derecha y luego se continua resolviendo con la política seleccionada.
- ▶ **Política izquierda y derecha:** se intenta balancear con algún hermano adyacente, priorizando hermano izquierdo.

En caso de no poder balancear la carga, se deberá fusionar el nodo con underflow con su hermano adyacente. En este caso se deberá constatar que la fusión no propague el underflow en niveles superiores del árbol.

# ÁRBOLES B- EJEMPLOS DIFERENTES POLÍTICAS

Realizar baja de la clave 31 y luego de la clave 35(underflow)

Árbol :

Nodo 0: 1, i, 6(63)7

Nodo 6: 2, i, 1(24)2(38)3

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 2, h, (31)(35)

Nodo 3: 2, h, (60)(61)

Nodo 7: 1, i, 5(72)4

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

# ÁRBOLES B-ELIMINACIÓN- UNDERFLOW- POLÍTICA IzQ

## Caso 1: eliminación en nodo hoja y underflow

Baja de la clave 31 y luego de la clave 35(underflow):

L0,L6,L2,L1,E1,E2,E6 (Baja 35)

Árbol generado:

Nodo 0: 1, i, 6(63)7

Nodo 6: 2, i, 1(19)2(38)3

Nodo 1: 1, h, (10)

Nodo 2: 1, h, (24)

Nodo 3: 2, h, (60)(61)

Nodo 7: 1, i, 5(72)4

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

Sino tiene hermano adyacente izquierdo se lee el derecho, pero solo cuando no tiene 11

## Caso 1: eliminación en nodo hoja y underflow

Baja de la clave 31 y luego de la clave 35:

L0,L6,L2,L3,E2,E3,E6 (Baja 35)

Árbol generado:

Nodo 0: 1, i, 6(63)7

Nodo 6: 2, i, 1(24)2(60)3

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 1, h, (38)

Nodo 3: 1, h, (61)

Nodo 7: 1, i, 5(72)4

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

## Caso 2: eliminación en nodo interno y underflow

Si la llave está en un nodo interno: se cambia la clave a eliminar con la clave menor de la rama derecha . Se elimina la clave de la hoja. Luego se deberá constatar que el nodo hoja no quede en underflow, es decir que no tenga menos de las llaves permitidas. En caso de underflow se procede de acuerdo a la política como se mostró para los casos previamente presentados.

# ÁRBOLES B- ELIMINACIÓN NODO INTERNO- POLÍTICA IZQ

Árbol inicial *(luego la baja en nodo interno con política derecha )*:

Baja de la clave 24 con política izquierda

Nodo 0: 1, i, 6(63)7

Nodo 6: 2, i, 1(24)2(60)3

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 1, h, (38)

Nodo 3: 1, h, (61)

Nodo 7: 1, i, 5(72)4

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

L0,L6,L2,L1,E1,E2,E6

Árbol Resultante:

Nodo 0: 1, i, 6(63)7

Nodo 6: 2, i, 1(19)2(60)3

Nodo 1: 1, h, (10)

Nodo 2: 1, h, (38)

Nodo 3: 1, h, (61)

Nodo 7: 1, i, 5(72)4

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

## Caso 2: eliminación en nodo interno y underflow

Baja de la clave 24 con política derecha:

Árbol generado:

L0,L6,L2,L3,E2,E6 -- Libre 3

Árbol resultante:

Nodo 0: 1, i, 6(63)7

Nodo 6: 2, i, 1(38)2(60)3

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 0, h, () Underflow

Nodo 3: 1, h, (61)

Nodo 7: 1, i, 5(72)4

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)

Nodo 0: 1, i, 6(63)7

Nodo 6: 1, i, 1(38)2

Nodo 1: 2, h, (10)(19)

Nodo 2: 2, h, (60)(61)

Nodo 7: 1, i, 5(72)4

Nodo 5: 1, h, (65)

Nodo 4: 2, h, (80)(87)