RÉGIMEN TRANSITORIO EN CIRCUITOS

*Hasta ahora el estudio de los circuitos abarcó el **estado permanente** (o también denominado **régimen permanente**)*

*Pero ¿qué pasa entre el instante en que **accionamos una llave** para energizar un circuito y el momento en que alcanzamos dicho estado permanente?*

RÉGIMEN TRANSITORIO EN CIRCUITOS

DEFINICIONES

Régimen permanente Es un estado de equilibrio en el cual, no habiendo cambios de los valores de la fuente ni de los elementos del circuito, *las funciones que representan tensiones y corrientes en el circuito se mantienen inalterables*

Régimen transitorio Es la transición entre dos estados permanentes diferentes, luego de que una fuente o algún elemento del circuito cambia algunos de sus parámetros, produciéndose una perturbación en las respuestas, hasta que finalmente se alcanza un nuevo estado de equilibrio

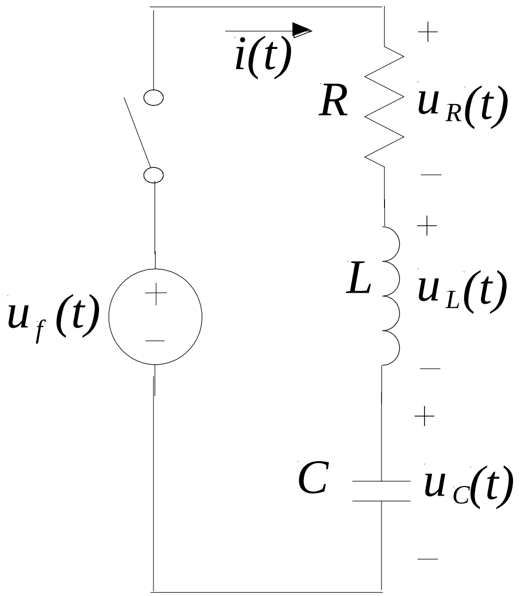
Respuesta forzada o permanente Corresponde a la señal que aparece en el circuito en las condiciones de régimen permanente, es decir, es ***forzada*** por efecto de la fuente

Respuesta natural o libre Se asocia con la ***forma*** de la evolución del régimen transitorio y depende de los elementos pasivos del circuito ($\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{L}$ y/o $\boldsymbol{C}$)

Respuesta completa Es la suma de la *respuesta natural* o *libre* más la *respuesta forzada* o *permanente*

¿Cómo se asocian estos fenómenos con la matemática que los representa?

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL CIRCUITO



Las leyes de Ohm y Kirchhoff siguen valiendo para todo t

$$u_f(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

Utilizando las ecuaciones constitutivas en función de la corriente

$$u_f(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t) \cdot dt$$

Derivando ambos miembros

$$\boxed{\frac{du_f}{dt} = R\frac{di}{dt} + L\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C}i}$$

Ecuación diferencial general que describe el comportamiento de un circuito ***RLC***

Matemáticamente, esta ecuación diferencial tiene una solución $i(t)$, la cual es suma de la *solución homogénea* más una *solución particular*

Físicamente, la corriente $i(t)$ del circuito (*respuesta total o completa*), es la suma de dos componentes: $i_n(t)$ debida a los elementos del circuito (*respuesta natural*) e $i_p(t)$ debida a la fuente (*respuesta permanente o forzada*)

"REGLAS DE ORO" DEL *CAPACITOR* Y DEL *INDUCTOR*

Surgen a partir de las ecuaciones constitutivas

$$i_C(t) = C\frac{du(t)}{dt} \neq \infty$$

en un capacitor no pueden existir variaciones instantáneas de tensión
(para que ello ocurra, la corriente de carga del capacitor debería ser *infinito*)

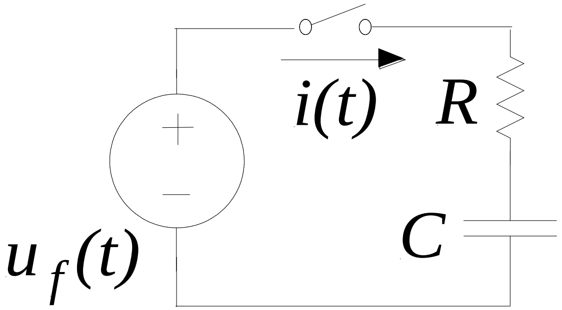
$$u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} \neq \infty$$

en un inductor no pueden existir variaciones instantáneas de corriente
(en ese caso, la tensión sobre el inductor debería ser *infinito*)

INTRODUCCIÓN A LA SOLUCIÓN DE CIRCUITOS EN RÉGIMEN TRANSITORIO

Independientemente de si la fuente que excita al circuito es ***continua*** o ***alterna***, o si se trata de una fuente de ***tensión*** o de ***corriente***, los *conceptos* y las *expresiones matemáticas* generales que describen el fenómeno son las mismas.

Por ejemplo



En este caso general, $u_f(t)$ es una expresión genérica de la tensión de la fuente, que puede ser continua o alterna.

Se puede escribir la expresión general de LKT como

$$u_f(t) = R \cdot i(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t) \cdot dt$$

o, derivando, $\Rightarrow$

$$\frac{du_f}{dt} = R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i$$

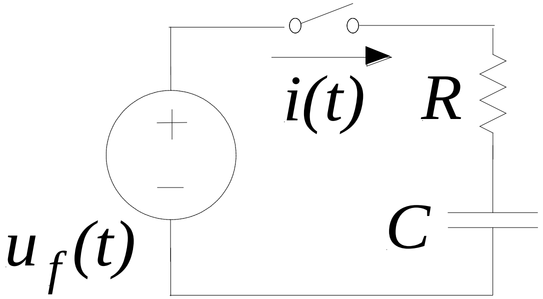
Se sabe que una ecuación diferencial tiene dos soluciones, una ***particular*** y otra ***homogénea***.

Además, esta última es siempre una *exponencial decreciente* que depende de los coeficientes de la ecuación diferencial (*respuesta natural* o *libre*).

Mientras que la solución particular solo dependerá de la función que representa a la fuente (*respuesta forzada* o *permanente*).

CIRCUITO SERIE RC CON FUENTE DE TENSIÓN *CONTINUA*

Condiciones iniciales nulas (U_{C0}=0)



$$u_f(t) = U_f$$

$$u_f(t) = R \cdot i(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t) \cdot dt$$

Derivando ambos miembros $\Rightarrow$ $$\frac{du_f}{dt} = R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i$$ $\Rightarrow$ $$0 = R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i$$ pues $u_f(t)$ es constante

La solución de esta ecuación diferencial es $$i(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$ donde $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{RC}$, constante de tiempo del circuito

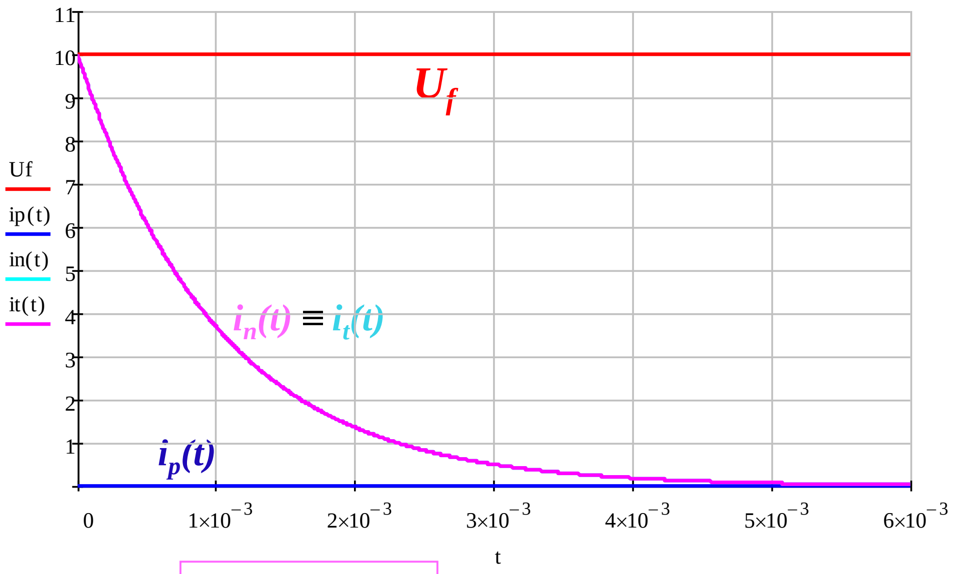
¿Cómo se determina $\boldsymbol{k}$? $\Rightarrow$ Hay que tener en cuenta las *condiciones de borde* del sistema $\Rightarrow$ $$i(t) = I_0 \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

Además $$i_t(t) = i_n(t) + i_p(t)$$ Con $$i_n(t) = I_0 \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$ e $$i_p(t) = 0$$

CIRCUITO SERIE RC CON FUENTE DE TENSIÓN *CONTINUA*

Condiciones iniciales nulas ($U_{C0}=0$)

GRÁFICAS

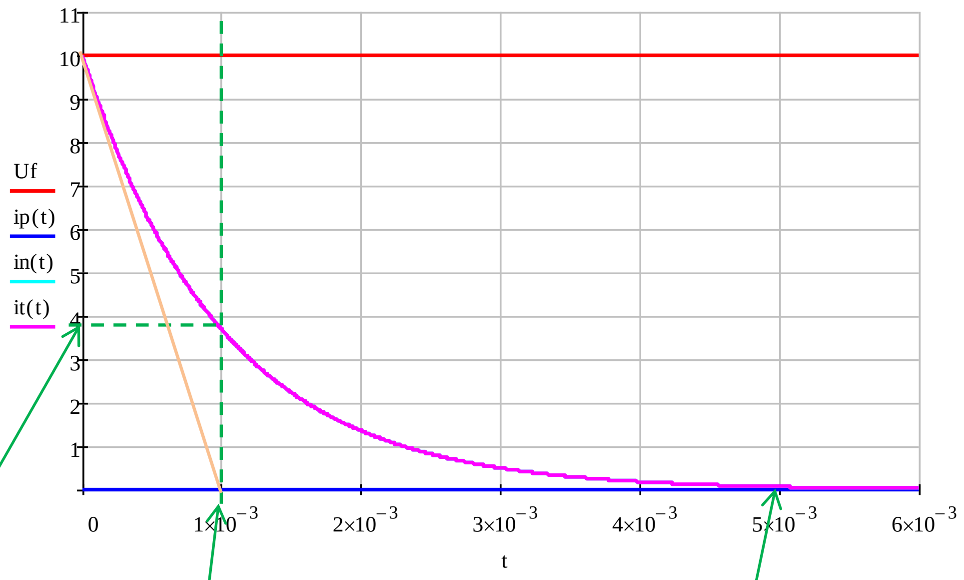


$$i_n(t) = I_0 \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$i_p(t) = 0$$

$$i_t(t) = i_n(t) + i_p(t)$$

CONSTANTE DE TIEMPO



0,368 U_f/R

τ

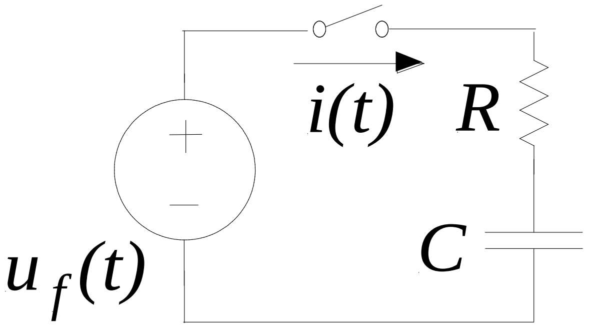
5τ

¿Cuándo termina el transitorio?

¿Cuánto vale el error en 5τ?

CIRCUITO SERIE RC CON FUENTE DE TENSIÓN *CONTINUA*

Condiciones iniciales nulas (U_{C0}=0)



¿Cómo es la tensión en ***R*** y en ***C*** ?

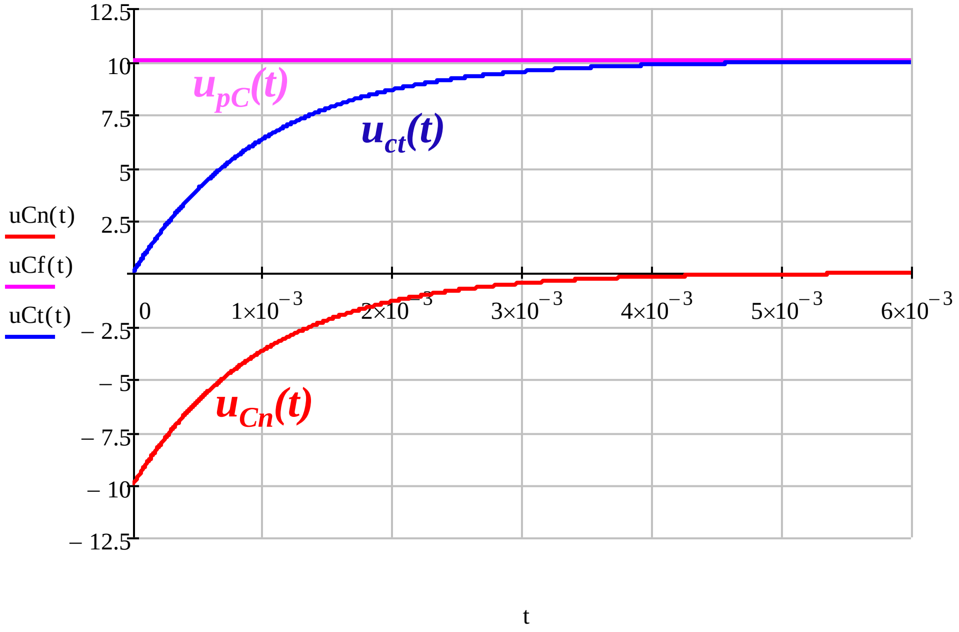
Debe observarse que aquí también

$$u_{tC}(t) = u_{nC}(t) + u_{pC}(t)$$

$$u_{tR}(t) = u_{nR}(t) + u_{pR}(t)$$

¿Cómo son sus expresiones?

GRÁFICAS



$u_C(t)$ se puede determinar utilizando la ecuación constitutiva

$$\frac{1}{C}\int i(t)\cdot dt$$

o mediante la diferencia entre ***$u_f(t)$*** y ***$u_R(t)$***, pues

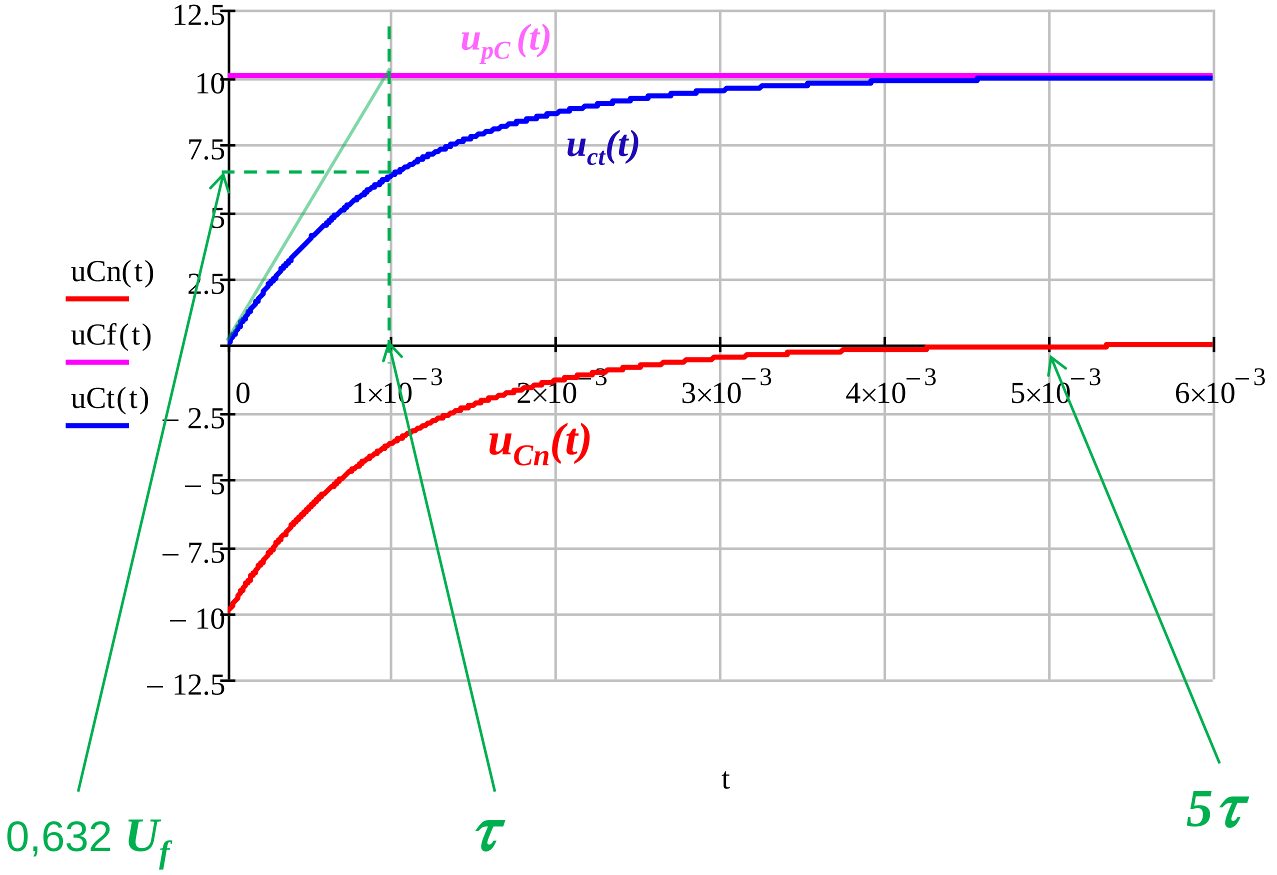
$$u_R(t) = i(t)\cdot R$$

Debe recordarse que siempre, para todo ***t*** $\quad u_f(t) = u_R(t) + u_C(t)$

CIRCUITO SERIE RC CON FUENTE DE TENSIÓN *CONTINUA*

Condiciones iniciales nulas (U_{C0}=0)

CONSTANTE DE TIEMPO

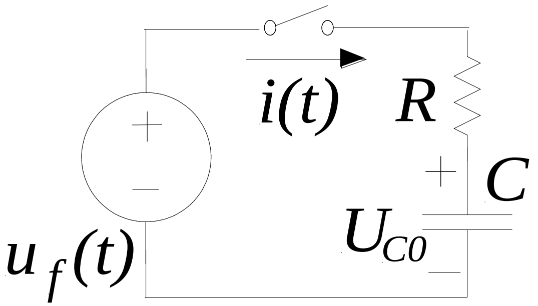


¿Cuándo termina el transitorio?

¿Cuánto vale el error en 5τ?

CIRCUITO SERIE RC CON FUENTE DE TENSIÓN *CONTINUA*

Condiciones iniciales NO nulas ($U_{C0}\neq 0$)



$$u_f(t) = U_f$$

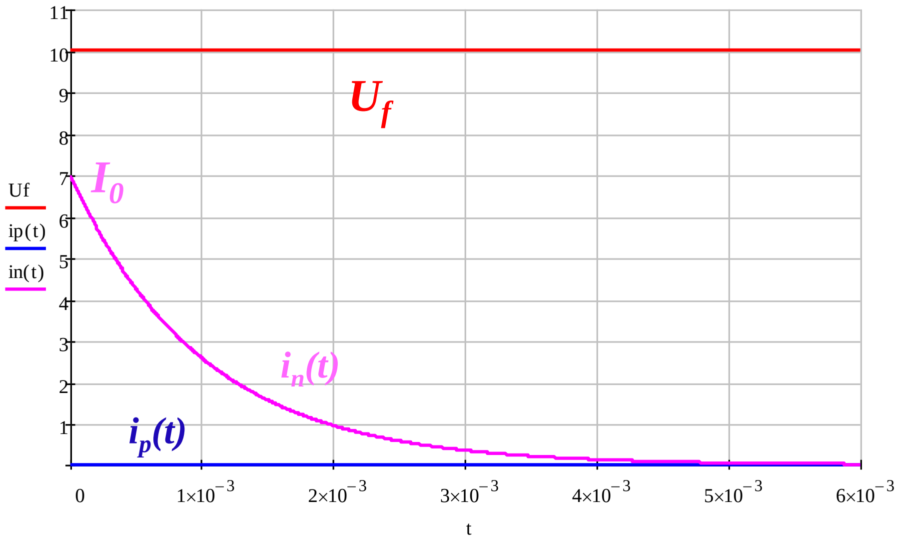
$$u_f(t) = R\cdot i(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)\cdot dt$$

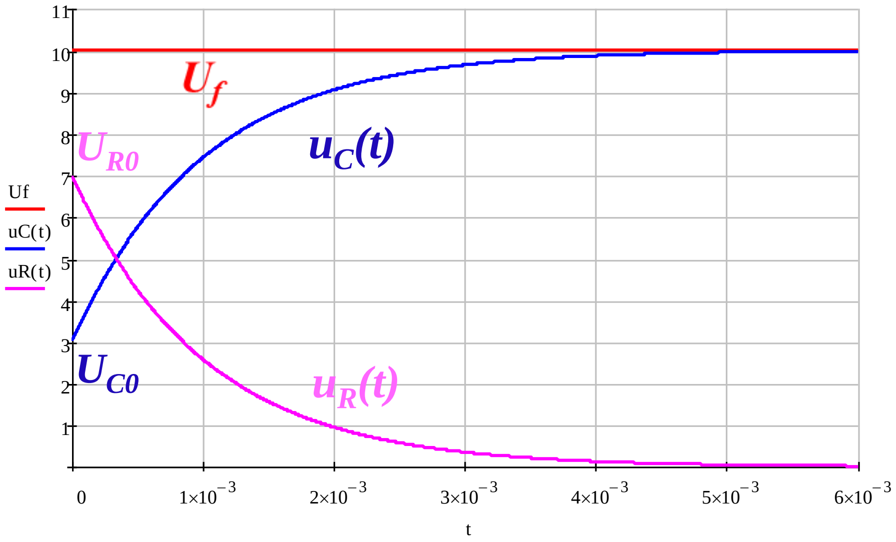
Se repite el razonamiento anterior, teniendo en cuenta ahora que el capacitor está cargado

$$i_n(t) = k_0 \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$k_0 = I_0 = \frac{U_f - U_{C0}}{R}$$

GRÁFICAS



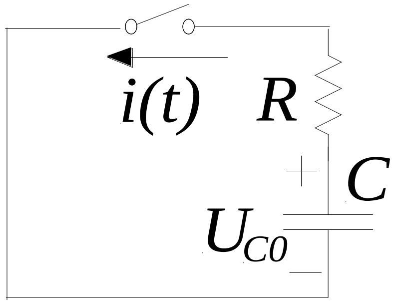


Caso válido si

$$U_{C0} > 0$$

(es decir, si la polaridad de U_{C0} es la indicada en el circuito)

CIRCUITO SERIE RC SIN FUENTE Y CON $U_{C0} \neq 0$

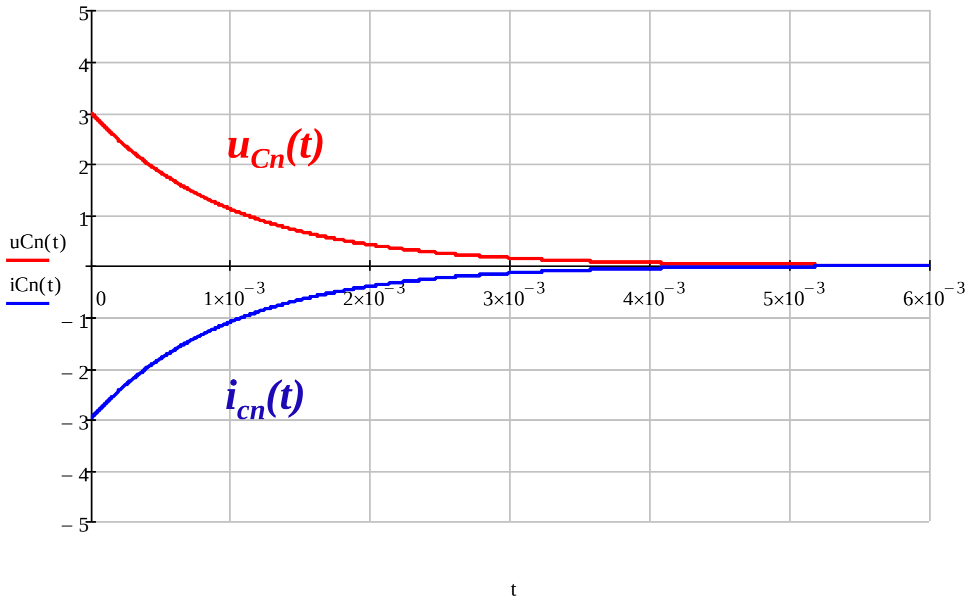


Se supone que las ***condiciones iniciales*** son ***no nulas*** $(U_{C0} \neq 0)$

$$0 = R \cdot i(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)\cdot dt \quad \Rightarrow \quad 0 = R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i$$

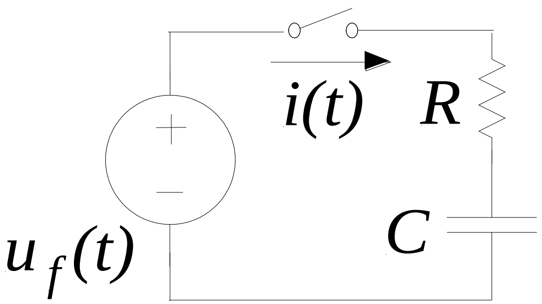
Se repite el razonamiento anterior, teniendo en cuenta que el capacitor está inicialmente cargado y no hay fuente

GRÁFICAS



Ejercicio:
Escribir las ecuaciones que describen el comportamiento y explicar

RESUMEN - CIRCUITO SERIE RC



En el circuito $i_t = i_n + i_p$ (la corriente es común a R y C)

En el capacitor $u_{tC} = u_{nC} + u_{pC}$

En el resistor $u_{tR} = u_{nR} + u_{pR}$

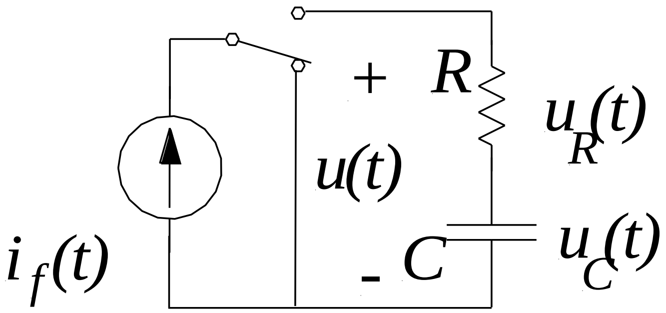
Además, por 2da ley de Kirchhoff: $u_f = u_C + u_R = U_f$

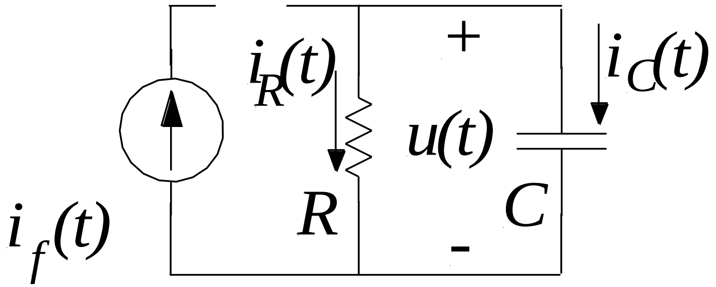
$$i_n = I_0 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{U_f}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \quad \text{e} \quad i_p = 0 \quad \Rightarrow \quad i_t = \frac{U_f}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

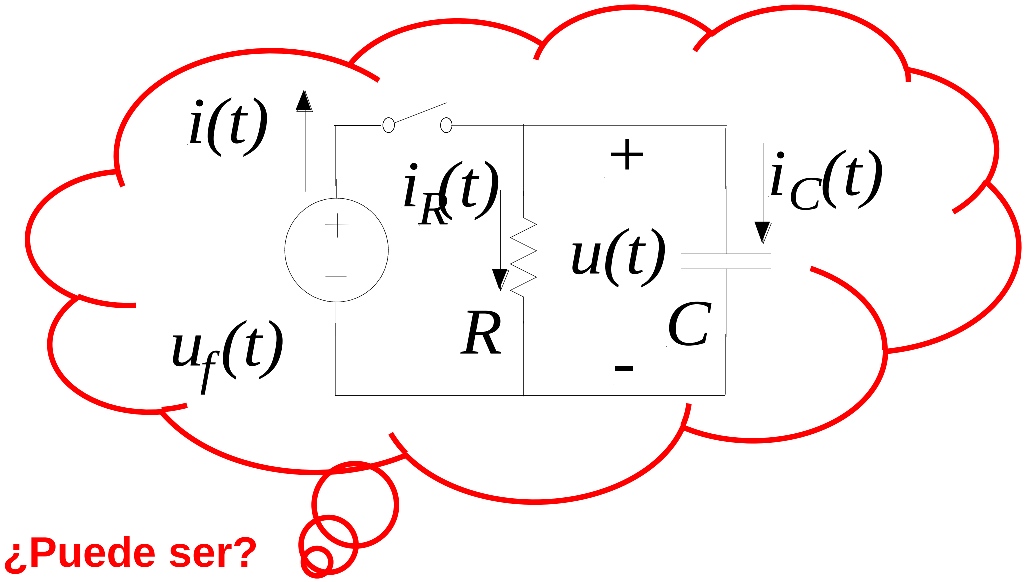
$$u_{nR} = i_n R = I_0 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \cdot R = U_f \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \quad \text{e} \quad u_{pR} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_{tR} = U_f \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$u_{tC} = \frac{1}{C}\int i \cdot dt \quad \text{o} \quad u_{tC} = u_f - u_{tR} = U_f - u_{tR} \quad \Rightarrow \quad u_{tC} = \underbrace{U_f}_{u_{pC}} \underbrace{- U_f \cdot e^{\frac{-t}{RC}}}_{u_{nC}}$$

OTROS CIRCUITOS RC



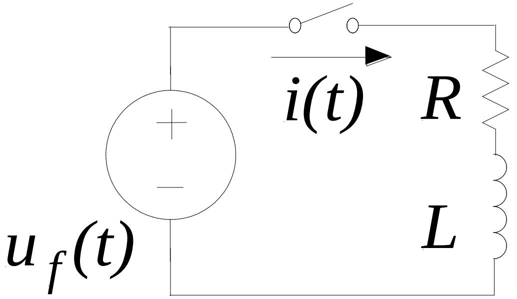




¿Puede ser?

CIRCUITO SERIE RL CON FUENTE DE TENSIÓN *CONTINUA*

Condiciones iniciales nulas (I_{L0}=0)



$$u_f(t) = U_f \qquad u_f(t) = R\cdot i(t) + L\cdot\frac{di(t)}{dt}$$

Se sabe que $i_t(t) = i_n(t) + i_p(t)$ ⇨ Con $i_p(t) = \dfrac{U_f}{R}$ e $i_n(t) = k\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$

¿Cómo se determinan $\boldsymbol{k}$ y $\boldsymbol{\tau}$?

Al igual que antes, de la solución de la homogénea, resulta: ⇨ $\tau = \dfrac{L}{R}$

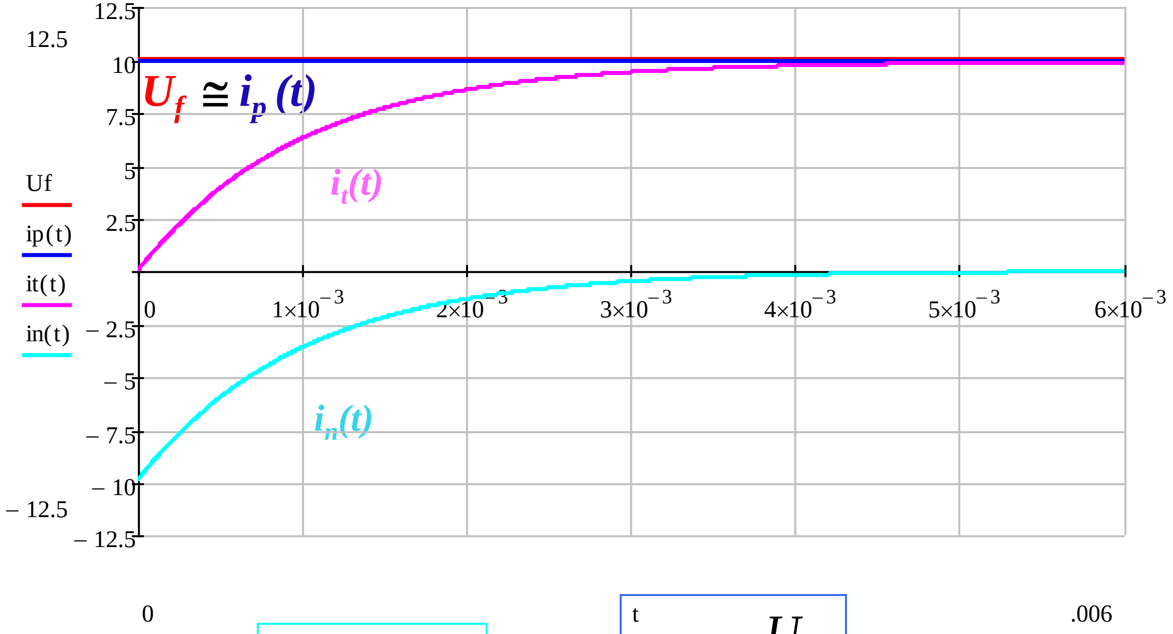
De $i_t(t) = i_n(t) + i_p(t)$ ⇨ $i_t(t) = k\cdot e^{\frac{-t}{L/R}} + \dfrac{U_f}{R}$ Y en ***t=0*** ⇨ $k = -\dfrac{U_f}{R}$

Finalmente resulta $i_t(t) = \boxed{-\dfrac{U_f}{R}\cdot e^{\frac{-t}{L/R}}} + \dfrac{U_f}{R} = \dfrac{U_f}{R}\left(1 - e^{\frac{-t}{L/R}}\right)$ ¿Por qué?

CIRCUITO SERIE RL CON FUENTE DE TENSIÓN *CONTINUA*

Condiciones iniciales nulas ($I_{L0}=0$)

GRÁFICAS



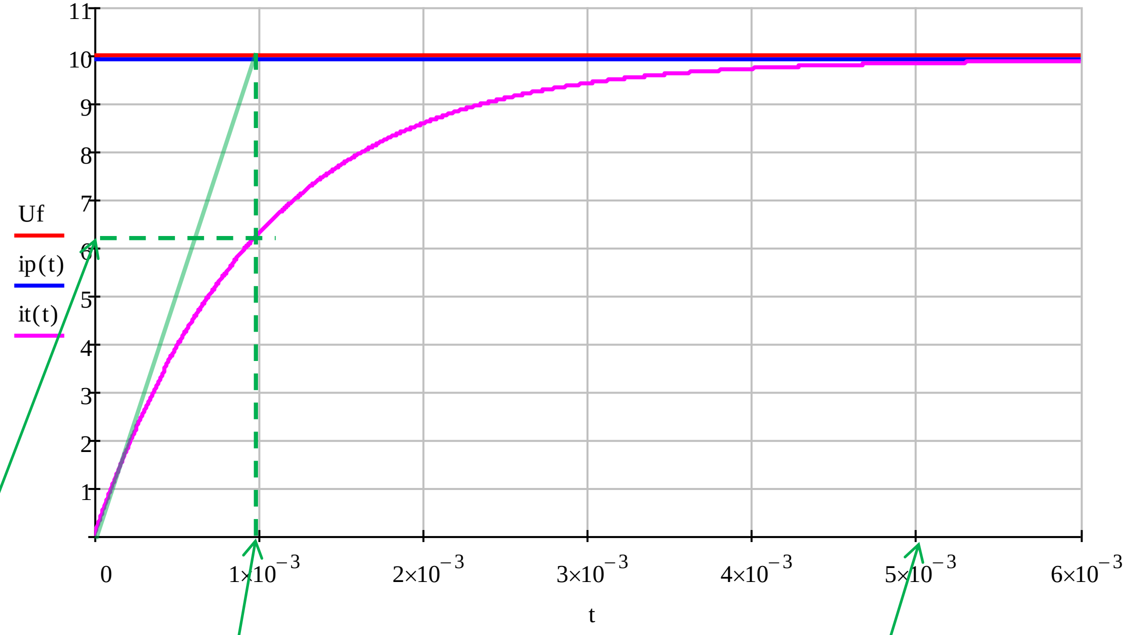
$$i_n(t) = k \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$i_p(t) = \frac{U_f}{R}$$

$$i_t(t) = k \cdot e^{\frac{-t}{L/R}} + \frac{U_f}{R}$$

$$k = -\frac{U_f}{R}$$

CONSTANTE DE TIEMPO



0,632 U_f/R

τ

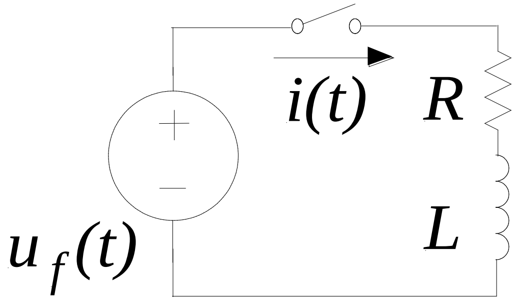
5τ

¿Cuándo termina el transitorio?

¿Cuánto vale el error en 5τ?

CIRCUITO SERIE RL CON FUENTE DE TENSIÓN *CONTINUA*

Condiciones iniciales nulas (I_{L0}=0)

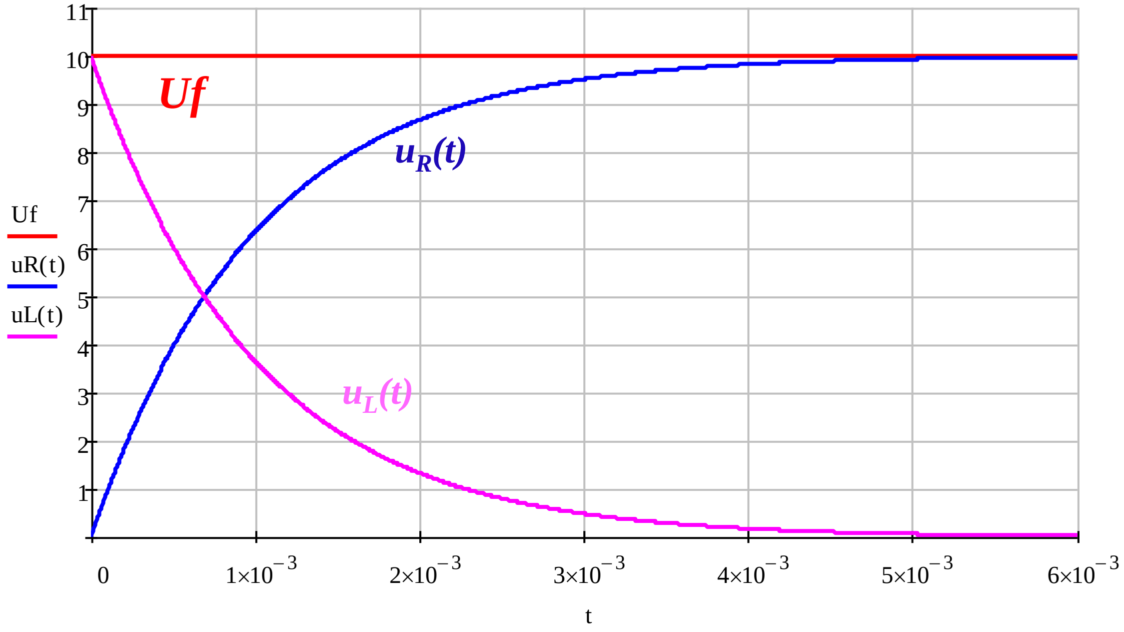


¿Cómo es la tensión en ***R*** y en ***L*** ?

Debe observarse que aquí también

$$u_{tL}(t) = u_{nL}(t) + u_{pL}(t) \qquad u_{tR}(t) = u_{nR}(t) + u_{pR}(t)$$

GRÁFICAS



¿Cómo son sus expresiones?

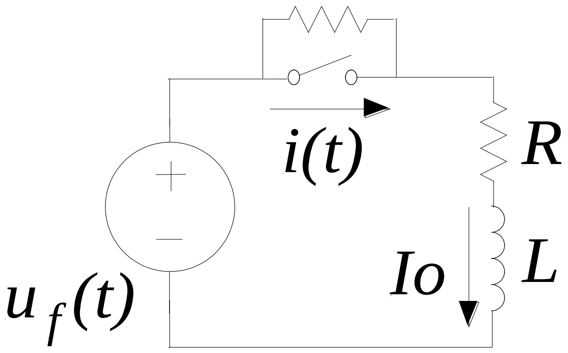
$u_L(t)$ se puede determinar utilizando la ecuación constitutiva

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$

o mediante la diferencia entre ***$u_f(t)$*** y ***$u_R(t)$***

CIRCUITO SERIE RL CON FUENTE DE TENSIÓN *CONTINUA*

Condiciones iniciales NO nulas ($I_{L0}\neq 0$)



$$u_f(t) = U_f$$

$$u_f(t) = R\cdot i(t) + L\cdot\frac{di(t)}{dt}$$

Otra vez tenemos como soluciones
- $i_n(t)$ homogénea => natural
- $i_p(t)$ particular => forzada o permanente

Se repite el razonamiento ya visto, teniendo en cuenta que el inductor está "cargado"

$$i_t(t) = i_n(t) + i_p(t)$$

en $t=0$ $\Rightarrow$ $i_t(t=0) = Io$ $\Rightarrow$ $\boxed{k = Io - \frac{U_f}{R}}$ ¿Por qué?

Finalmente resulta $$i_t(t) = \boxed{\left(Io - \frac{U_f}{R}\right)\cdot e^{\frac{-t}{L/R}}} + \frac{U_f}{R}$$

CIRCUITO SERIE RL CON FUENTE DE TENSIÓN *CONTINUA*

Condiciones iniciales no nulas ($I_{L0} \neq 0$)

La corriente del circuito

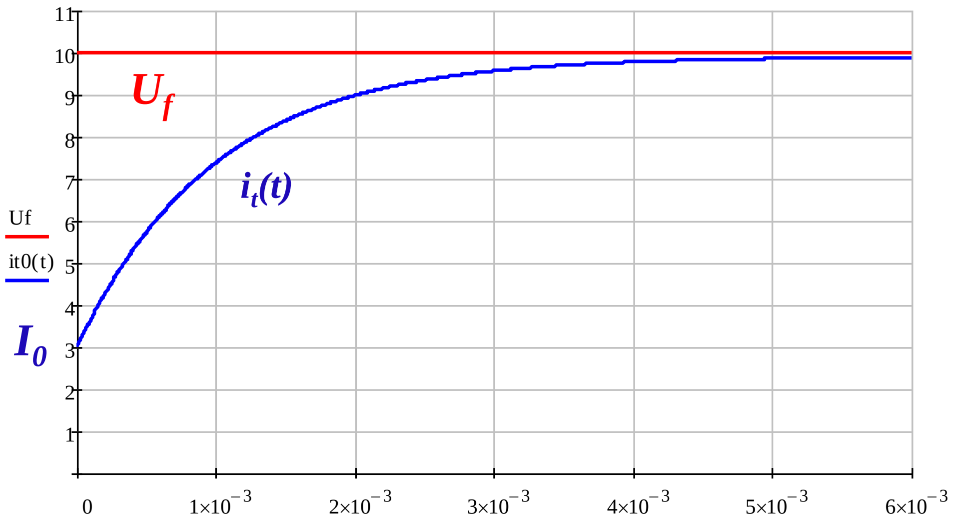
$$i_t(t) = \left(Io - \frac{U_f}{R} \right) \cdot e^{\frac{-t}{L/R}} + \frac{U_f}{R}$$

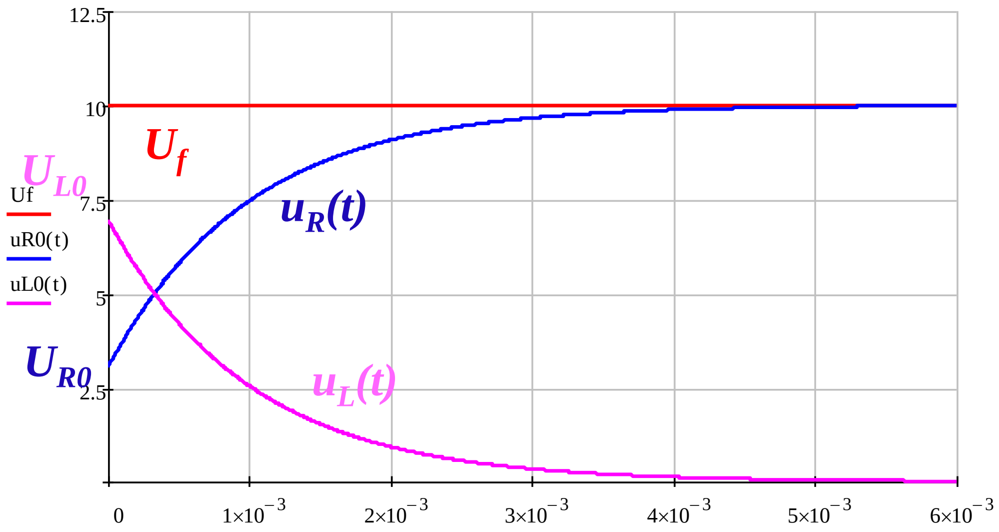
Las tensiones en ***L*** y ***R***

$$u_R(t) = \left(Io \cdot R - U_f \right) \cdot e^{\frac{-t}{L/R}} + U_f$$

$$u_L(t) = \left(U_f - Io \cdot R \right) \cdot e^{\frac{-t}{L/R}}$$

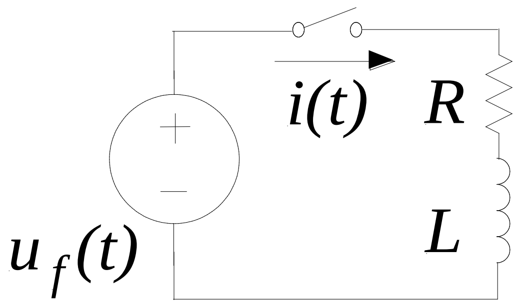
GRÁFICAS





__**Para pensar:**__ a) Resolver el caso con condiciones iniciales no nulas y sin fuente (el circuito RL se cierra mediante un corto).
b) Otras combinaciones RL con fuentes de tensión y corriente

CIRCUITO SERIE RL CON FUENTE DE TENSIÓN *SENOIDAL*



Se supone que las ***condiciones iniciales*** son ***nulas (I_{L0}=0)***

$$u_f(t) = U_f \cdot sen(\omega t) \qquad u_f(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Se sabe que $i_t(t) = i_n(t) + i_p(t)$ con $i_n(t) = k \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$

y $i_p(t) = I_p \cdot sen(\omega t - \theta) = \dfrac{U_f}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot sen(\omega t - \theta)$ con $\theta = arctg\left(\dfrac{\omega L}{R}\right)$

¿Cómo se determinan $\boldsymbol{k}$ y $\boldsymbol{\tau}$?

De la solución de la homogénea ⇒ $\tau = \dfrac{L}{R}$

CIRCUITO SERIE RL CON FUENTE DE TENSIÓN *SENOIDAL*

Condiciones iniciales nulas ($I_{L0}=0$)

De $$i_t(t)=i_n(t)+i_p(t)$$ ⇨ $$i_t(t)=k\cdot e^{\frac{-t}{L/R}}+I_p\cdot sen\left(\omega t-\theta\right)$$

Y en ***t=0*** ⇨ $$k=I_p\cdot sen\theta=\frac{U_f}{\sqrt{R^2+\left(\omega L\right)^2}}\cdot sen\theta$$ ¿Por qué?

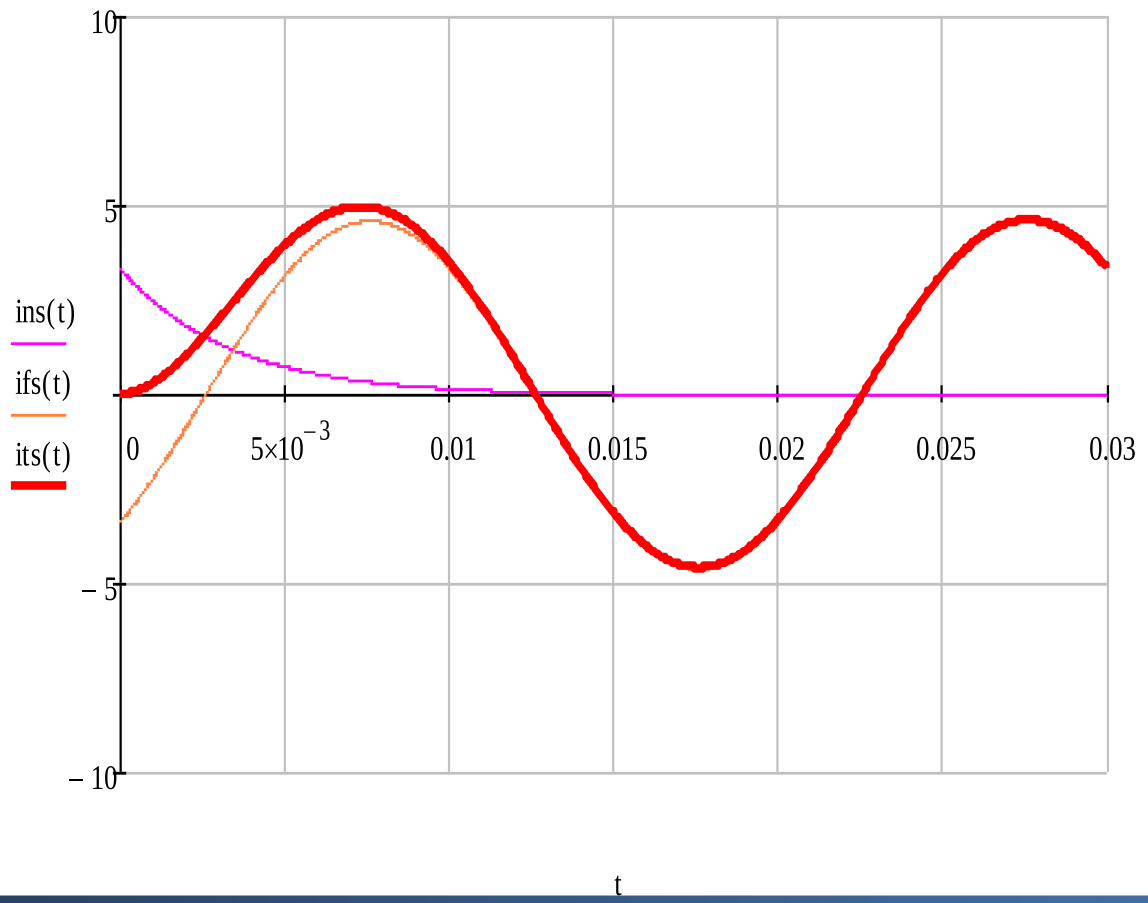
Finalmente resulta $$i_t(t)=\frac{U_f}{\sqrt{R^2+\left(\omega L\right)^2}}\cdot sen\theta\cdot e^{\frac{-t}{L/R}}+\frac{U_f}{\sqrt{R^2+\left(\omega L\right)^2}}\cdot sen\left(\omega t-\theta\right)$$

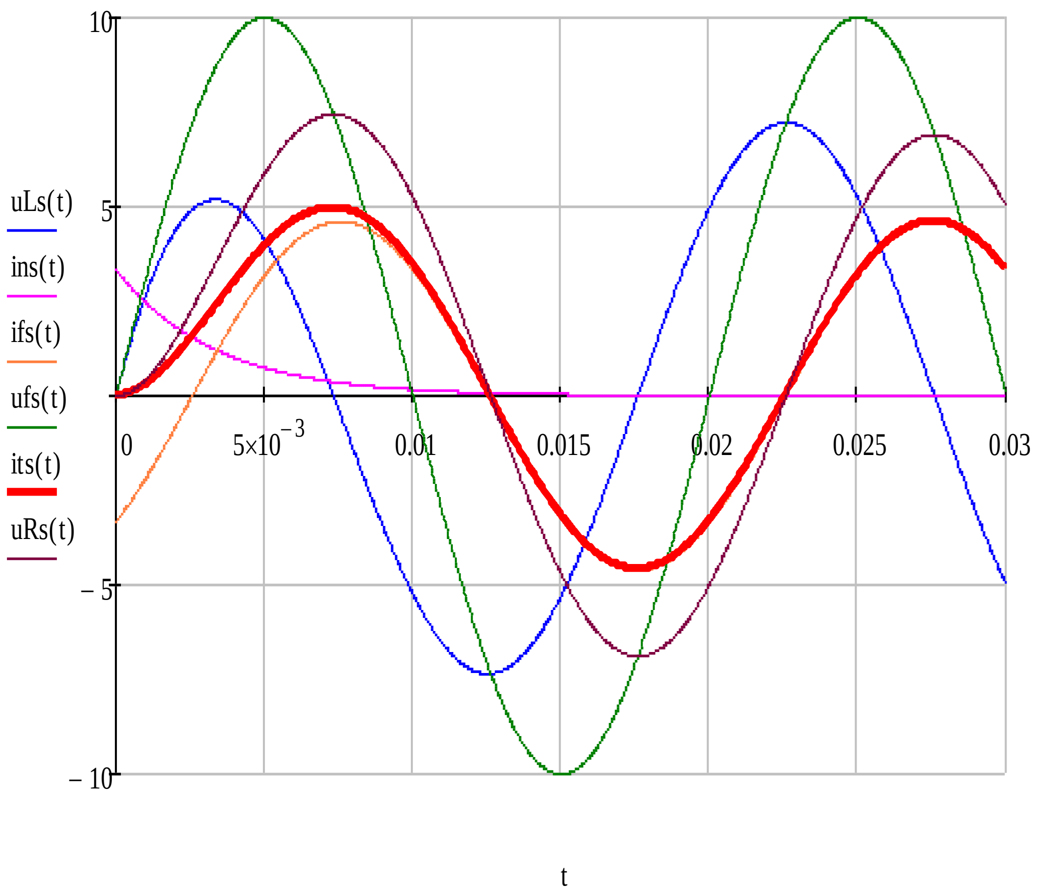
Gráficamente ⇨

CIRCUITO SERIE RL CON FUENTE DE TENSIÓN *SENOIDAL*

Condiciones iniciales nulas (I_{L0}=0)

$$R \cong X_L$$

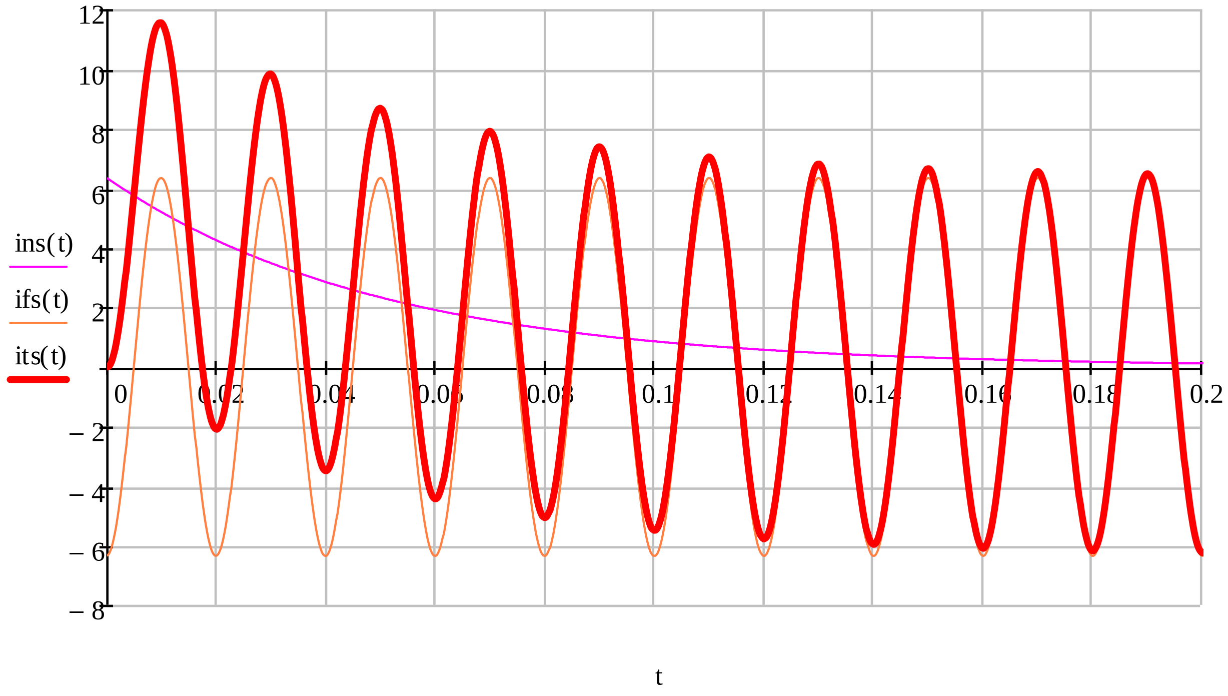


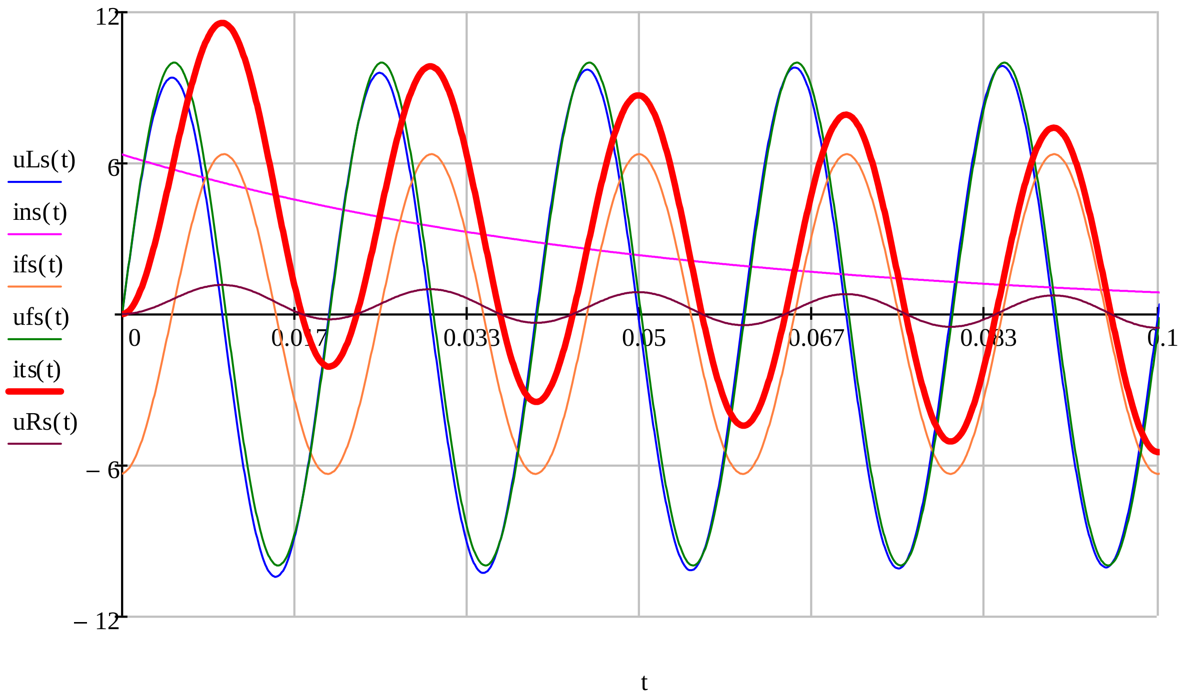


CIRCUITO SERIE RL CON FUENTE DE TENSIÓN *SENOIDAL*

Condiciones iniciales nulas (I_{L0}=0)

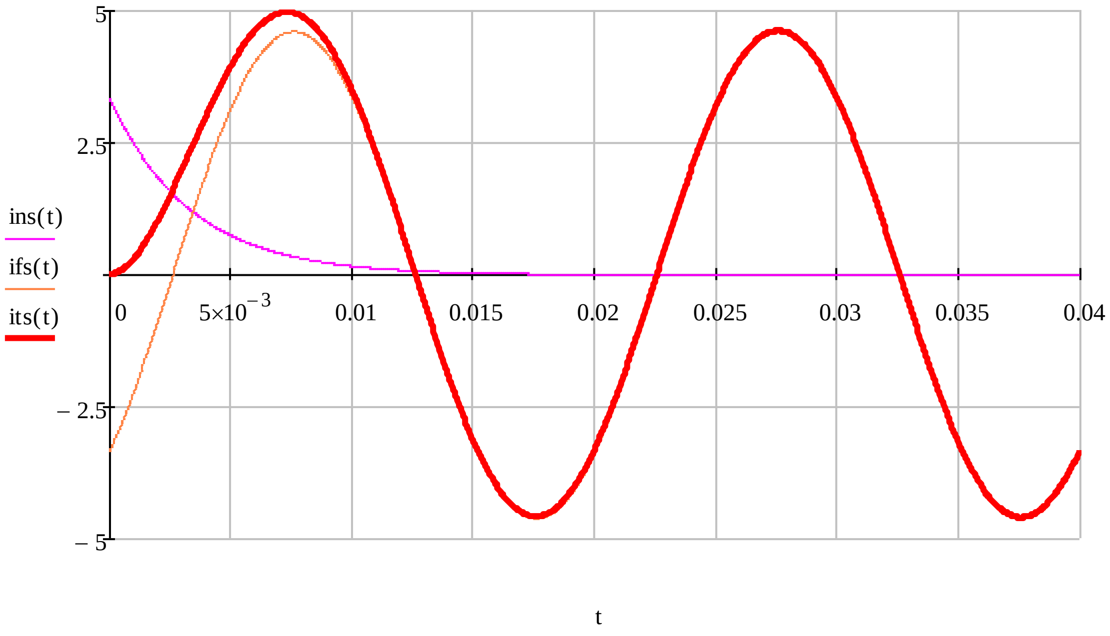
$$R << X_L$$



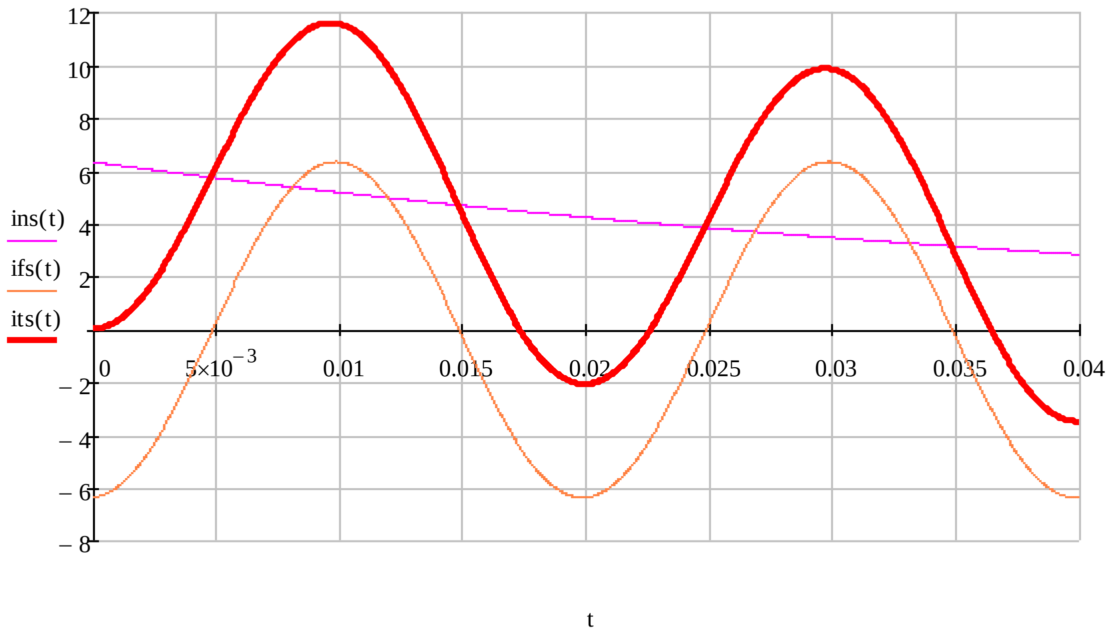


CIRCUITO SERIE RL CON FUENTE DE TENSIÓN *SENOIDAL*

$R \cong X_L$



$R << X_L$



BIBLIOGRAFÍA

Circuitos eléctricos. Parte 1: Deorsola-Morcelle, Cap 6.

Principios y aplicaciones de ingeniería eléctrica: Rizzoni, Cap 5.

Circuitos eléctricos: Nilsson, Cap 8.

Análisis básico de circuitos eléctricos: Johnson-Hilburn-Johnson, Cap 8.

Teoría de circuitos eléctricos: Sanjurjo-Lázaro-de Miguel, Cap 2.

Análisis de circuitos en ingeniería: Hayt-Kemmerly, Cap 4 y 5.

Circuitos eléctricos: Dorf, Cap 7; 8 y 9.

Circuitos: Carlson, Cap 9.

Análisis introductorio de circuitos: Boylestad, Cap 22.

Circuitos eléctricos y magnéticos: Spinadel, Cap 1.