

TP N°1: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Ejercicio 6

Los siguientes datos son las temperaturas de unión de los *O-rings* (en grados F), en cada prueba de lanzamiento o de un lanzamiento real, del motor del cohete del transbordador espacial (tomados de *Presidential Commission on the Space Shuttle Challenger Accident*, Vol.1, pags. 129-131): 84, 49, 61, 40, 83, 67, 45, 66, 70, 69, 80, 58, 68, 60, 67, 72, 73, 70, 57, 63, 70, 78, 52, 67, 53, 67, 75, 61, 70, 81, 76, 79, 75, 76, 58, 31.

a) Calcule la media y la mediana muestrales.

Para calcular la media:

$$\bar{X} = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{36} x_i = \frac{84 + 49 + \dots + 58 + 31}{36} \cong 65,86$$

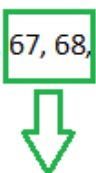
Para calcular la mediana hay que ordenar los valores de menor a mayor, ya que la misma es una medida de posición:

31, 40, 45, 49, 52, 53, 57, 58, 58, 60, 61, 61, 63, 66, 67, 67, 67, 67, 67, 68, 69, 70, 70, 70, 70, 72, 73, 75, 75, 76, 76, 78, 79, 80, 81, 83, 84

La posición de la mediana será: $\frac{36}{2} = 18$

Si se toma el valor que está en el lugar 18°, delante de ese valor quedan 17 valores y detrás quedan 18. Como la mediana es el valor que divide la muestra en dos partes iguales, debemos tomar el valor que está en la posición 18 y el que está en la posición 19, sumarlos, y dividir por 2.

31, 40, 45, 49, 52, 53, 57, 58, 58, 60, 61, 61, 63, 66, 67, 67, 67, 67, 67, 68, 69, 70, 70, 70, 70, 72, 73, 75, 75, 76, 76, 78, 79, 80, 81, 83, 84



posición 18 y 19

$$M_e = \frac{x_{18} + x_{19}}{2} = \frac{67 + 68}{2} = 67,5$$

b) Encuentre los cuartiles inferior y superior de la temperatura.

Los cuartiles inferior y superior se refieren a, de los que separan la muestra en cuatro partes, el primer cuarto, y el que determina el último cuarto.

El apunte nos propone dos formas de realizar estos cálculos. Una es dividir la muestra en dos partes, y luego tomar la mitad en cada una, para hallar estos valores. La otra es tomando la muestra completa y haciendo las divisiones pertinentes (ver página 9 apunte, apartado de cálculo de percentiles)

La posición que determina el primer cuartil la calcularemos haciendo $\frac{36}{4} = 9$. Como este valor dio un número entero, se deben tomar los valores de la muestra que están en esa posición y la siguiente, y luego dividir por 2.

posición 9 y 10



31, 40, 45, 49, 52, 53, 57, 58, 58, 60, 61, 61, 63, 66, 67, 67, 67, 67, 68, 69, 70, 70, 70, 70, 72, 73, 75,
75, 76, 76, 78, 79, 80, 81, 83, 84

$$Q_1 = \frac{x_9 + x_{10}}{2} = \frac{58 + 60}{2} = 59$$

La posición que determina el tercer cuartil la calcularemos haciendo $36 \cdot \frac{3}{4} = 27$. Como este valor dio un número entero, se deben tomar los valores de la muestra que están en esa posición y la siguiente, y luego dividir por 2.

31, 40, 45, 49, 52, 53, 57, 58, 58, 60, 61, 61, 63, 66, 67, 67, 67, 67, 68, 69, 70, 70, 70, 70, 72, 73,

75, 75, 76, 76, 78, 79, 80, 81, 83, 84



posición 27 y 28

$$Q_3 = \frac{x_{27} + x_{28}}{2} = \frac{75 + 75}{2} = 75$$

c) Encuentre los percentiles quinto y noveno de la temperatura.

Para calcular percentiles, la muestra se divide en 100 partes.

La posición del percentil 5 la calculamos haciendo $36 \cdot \frac{5}{100} = 1,8$. Como este valor dio un número racional, se debe tomar la parte entera del mismo y sumarle 1:

$$[1,8] + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$P_5 = x_2 = 40$$

La posición del percentil 9 la calculamos haciendo $36 \cdot \frac{9}{100} = 3,24$. Como este valor dio un número racional, se debe tomar la parte entera del mismo y sumarle 1:

$$[3,24] + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$P_9 = x_4 = 49$$

d) Elimine la observación más pequeña (31°F) y vuelva a calcular lo que se pide en los incisos a), b) y c). ¿Qué efecto tiene la eliminación de este punto?

40, 45, 49, 52, 53, 57, 58, 58, 60, 61, 61, 63, 66, 67, 67, 67, 67, 68, 69, 70, 70, 70, 70, 72, 73,

75, 75, 76, 76, 78, 79, 80, 81, 83, 84

Se ha eliminado la observación más pequeña. Ahora se tienen 35 datos.

Media:

$$\bar{X} = \frac{1}{35} \sum_{i=1}^{36} x_i = \frac{84 + 49 + \dots + 58 + 31}{36} \cong 66,86$$

Mediana:

La posición de la mediana será: $\frac{35}{2} = 17,5$

Como este valor dio un número racional, se debe tomar la parte entera del mismo y sumarle 1:

$$[17,5] + 1 = 17 + 1 = 18$$

$$M_e = x_{18} = 68$$

Primer cuartil:

La posición que determina el primer cuartil la calcularemos haciendo $\frac{35}{4} = 8,75$. Como este valor dio un número racional, se debe tomar la parte entera del mismo y sumarle 1:

$$[8,75] + 1 = 8 + 1 = 9$$

$$Q_1 = x_9 = 60$$

Tercer cuartil:

La posición que determina el tercer cuartil la calcularemos haciendo $35 \cdot \frac{3}{4} = 26,25$. Como este valor dio un número racional, se debe tomar la parte entera del mismo y sumarle 1:

$$[26,25] + 1 = 26 + 1 = 27$$

$$Q_3 = x_{27} = 75$$

Observamos que cambian las posiciones dónde se encuentran las medidas buscadas. Esto sucede porque la muestra pasó de ser par a ser impar. Cambian los valores en algunos casos. En particular, acá no ha cambiado el valor de Q_3 ya que, en la muestra anterior, el valor que le seguía en posición, también era 75. Esto es una particularidad de la muestra.

Percentil quinto:

La posición del percentil 5 la calculamos haciendo $35 \cdot \frac{5}{100} = 1,75$. Como este valor dio un número racional, se debe tomar la parte entera del mismo y sumarle 1:

$$[1,75] + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$P_5 = x_2 = 45$$

Percentil noveno:

La posición del percentil 5 la calculamos haciendo $35 \cdot \frac{9}{100} = 3,24$. Como este valor dio un número racional, se debe tomar la parte entera del mismo y sumarle 1:

$$[3,15] + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$P_9 = x_4 = 52$$

Acá se puede observar, a pesar que la muestra pasó de ser par a impar, las posiciones de las medidas que se pedían calcular no cambiaron. Sí cambiaron los valores.

Ejercicio 7

La contaminación de una pastilla de silicio puede afectar de manera importante la calidad de la producción de circuitos integrados. De una muestra de 10 pastillas se obtienen las siguientes concentraciones de oxígeno:

3.15, 2.68, 4.31, 2.09, 3.82, 2.94, 3.47, 3.39, 2.81, 3.61. Calcule:

a) La varianza muestral.

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - 3,227)^2 = \frac{1}{9} [(3,15 - 3,227)^2 + \dots + (3,61 - 3,227)^2] \\ \cong 0,36$$

Es conveniente que utilicen la calculadora para hallar la varianza muestral. Se debe tener cuidado ya que algunas calculadoras dan el desvío s , no la varianza. En tal caso, se deberá elevar al cuadrado el valor que se obtiene de la misma.

b) La desviación estándar muestral.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \cong \sqrt{0,36} \cong 0,60$$

c) El rango de la muestra.

El rango se obtiene haciendo: Dato máximo – Dato mínimo = 4,31 - 2,09 = 2,22.