CIRCUITOS DE CORRIENTE TRANSITORIA

En clases anteriores estudiamos

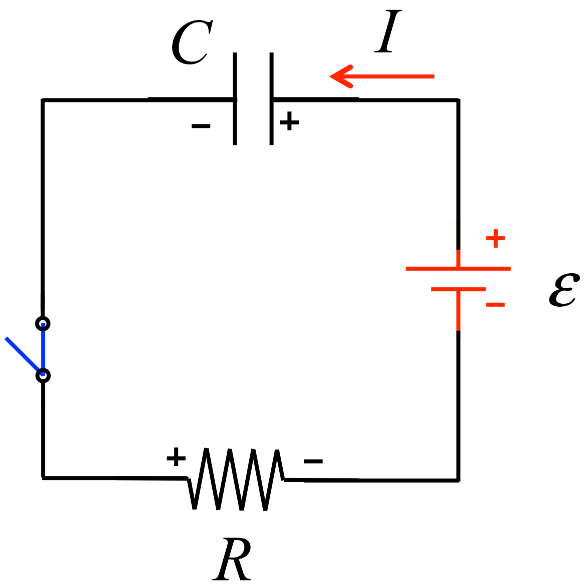
1. Capacitores
2. Resistencias
3. Bobinas

Estudiamos cómo reemplazar a combinaciones de estos elementos como uno equivalente

Estudiamos las leyes de Kirchhoff para circuitos

Vamos a aplicar lo estudiado previamente y analizar circuitos con resistencias, capacitores y bobinas

Carga de un capacitor



Al cerrar la llave, en t=0, comienza a circular corriente. El capacitor se encuentra descargado en t=0

Aplicamos las leyes de Kirchhoff

$$\varepsilon - IR - \frac{Q}{C} = 0 \qquad V_C = \frac{Q}{C}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon - \frac{dQ}{dt}R - \frac{Q}{C} = 0$$

La ecuación a resolver es una ecuación diferencial de primer orden con condición inicial $Q(0) = 0$

¿Cómo se resuelve esta ecuación?

$$\varepsilon - \frac{dQ}{dt}R - \frac{Q}{C} = 0 \qquad Q(0) = 0 \qquad I = \frac{dQ}{dt}$$

Debemos despejar la función incógnita:

$$\frac{1}{CR} = \frac{1}{\varepsilon\, C - Q}\frac{dQ}{dt} \Rightarrow \frac{dt}{CR} = \frac{dQ}{\varepsilon\, C - Q} \Rightarrow \int \frac{dt}{CR} = \int \frac{dQ}{\varepsilon\, C - Q}$$

Constante de integración

Constante de tiempo

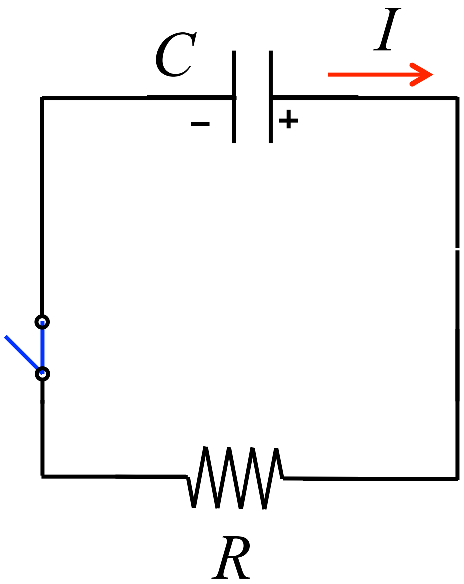
$$\frac{t}{CR} + cte = -\ln(\varepsilon\, C - Q) \Rightarrow Q(t) = \varepsilon\, C - cte\, e^{\frac{-t}{CR}}$$

$$\tau = RC$$

Obtenemos la constante de integración con la condición inicial $\varepsilon\, C = cte$

$$\boxed{Q(t) = \varepsilon\, C\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)} \qquad \boxed{I(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}}$$

Descarga de un capacitor



Al cerrar la llave, en t=0, comienza a circular corriente. El capacitor se encuentra cargado en t=0

Aplicamos las leyes de Kirchhoff $\frac{Q}{C} - IR = 0$

$$I = -\frac{dQ}{dt} \Rightarrow -\frac{dQ}{dt}R - \frac{Q}{C} = 0$$

La ecuación a resolver es una ecuación diferencial de primer orden con condición inicial $Q(0) = Q_M$

$$\frac{-dt}{CR} = \frac{dQ}{Q}$$

$$\int \frac{-dt}{CR} = \int \frac{dQ}{Q}$$

$$\frac{-t}{CR} + cte = \ln(Q) \Rightarrow Q(t) = cte\, e^{\frac{-t}{CR}}$$

Constante de tiempo $\tau = RC$

Obtenemos la constante de integración con la condición inicial

$$\boxed{Q(t) = Q_M e^{\frac{-t}{\tau}}}$$

$$\boxed{I(t) = \frac{Q_M}{RC} e^{\frac{-t}{\tau}}}$$

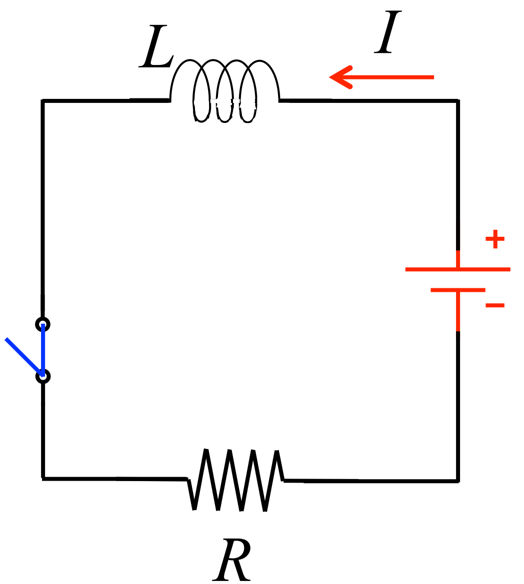
En la carga:

1) el instante que la llave se cierra el capacitor se comporta como un cable
2) cuando pasa mucho tiempo se comporta como una llave abierta (no circula corriente)

En la descarga:

1) inicialmente el capacitor posee su carga máxima y circula la corriente máxima
2) al cabo de mucho tiempo el capacitor está descargado y no hay circulación de corriente

Circuito RL con batería



Al cerrar la llave, en t=0, comienza a circular corriente. Por la bobina genera una fem inducida

Aplicamos las leyes de Kirchhoff

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0 \qquad V_L = -L\frac{dI}{dt}$$

La ecuación a resolver es una ecuación diferencial de primer orden con condición inicial $I(0) = 0$

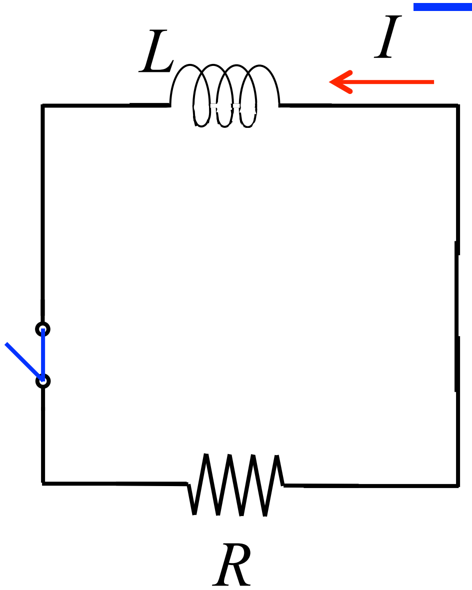
Es similar a la correspondiente a la carga de un capacitor

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} - cte\, e^{-t\frac{R}{L}}$$

Constante de tiempo $\tau = \frac{L}{R}$

$$\boxed{I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)}$$

Circuito RL sin batería



Supongamos que en la bobina haya circulado una determinada corriente I, al cerrarse la llave (ley de Faraday-Lenz), en ese instante sigue circulando la misma corriente

$$-IR - L\frac{dI}{dt} = 0 \qquad V_L = -L\frac{dI}{dt}$$

La ecuación a resolver es una ecuación diferencial de primer orden con condición inicial $I(0) = I_M$

Es similar a la correspondiente a la descarga de un capacitor

$$I(t) = cte\, e^{-t\frac{R}{L}}$$

Constante de tiempo $\tau = \frac{L}{R}$

$$I(t) = I_M e^{\frac{-t}{\tau}}$$

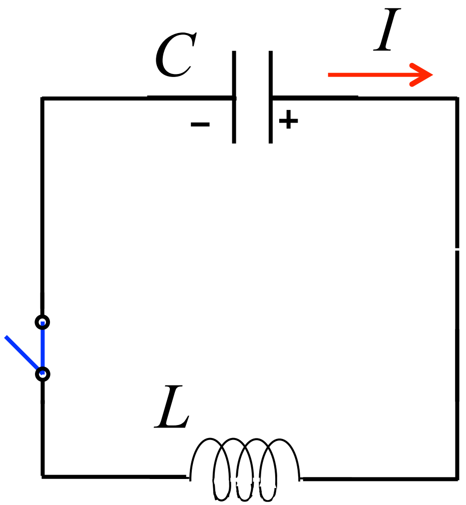
Con batería:

1) el instante que la llave se cierra la bobina, por la ley de inducción de Faraday-Lenz, no permite el cambio de corriente, es decir que en el instante que se cierra el circuito la corriente permanecerá constante
2) cuando pasa mucho tiempo se comporta como un cable

Sin batería:

1) inicialmente por la bobina circula la corriente máxima
2) al cabo de mucho tiempo no hay circulación de corriente en la bobina

Circuito LC transitorio



Al cerrar la llave, en t=0, comienza a circular corriente. Por la bobina genera una fem inducida

Aplicamos las leyes de Kirchhoff

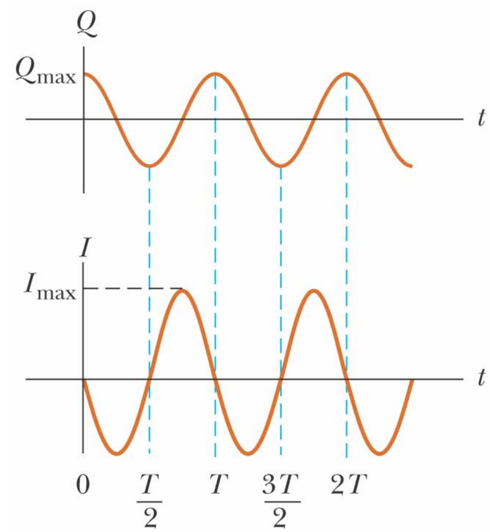
$$\frac{Q}{C} - L\frac{dI}{dt} = 0$$

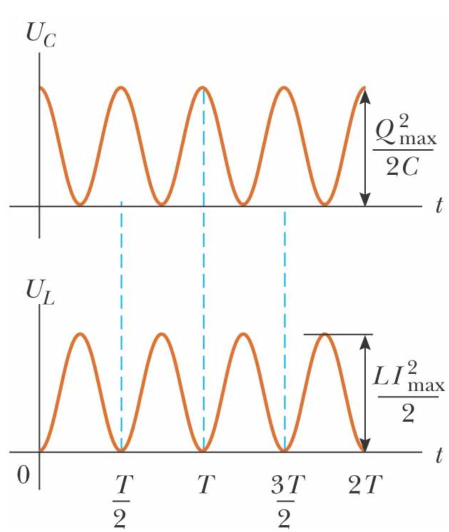
$$I = -\frac{dQ}{dt} \Rightarrow L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$Q(t) = Q_0 \cos(\omega t + \delta)$$

$$I = -\frac{dQ}{dt} = Q_0 \omega \sin(\omega t + \delta)$$

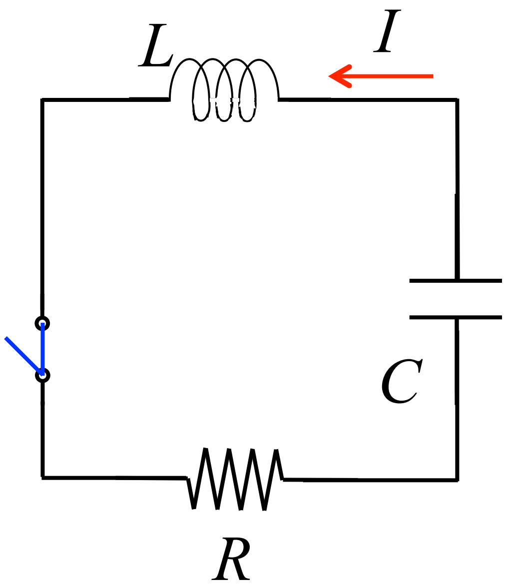
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$





$$Q(t=0) = Q_M \qquad I(t=0) = 0 \Rightarrow Q_0 = Q_M \qquad \delta = 0$$

Circuito RLC



Al cerrar la llave, en t=0, comienza a circular corriente.

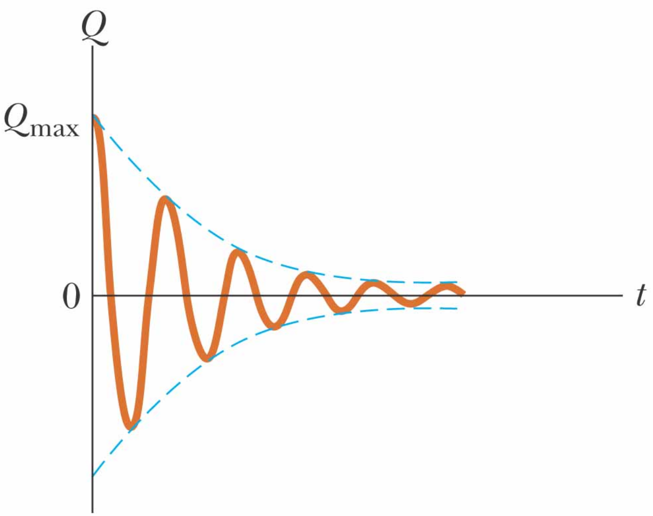
Aplicamos las leyes de Kirchhoff

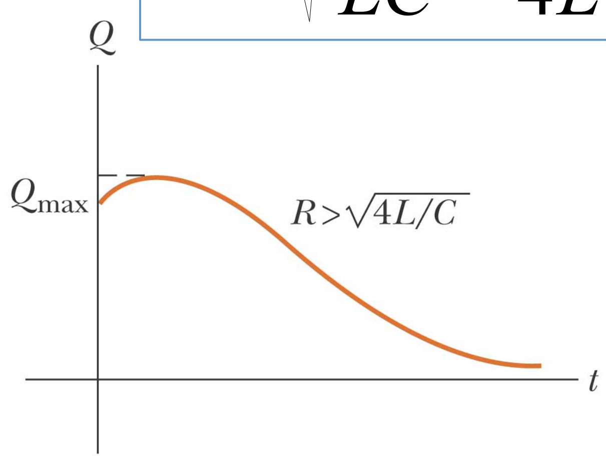
$$\frac{Q}{C} - L\frac{dI}{dt} - IR = 0 \qquad I = -\frac{dQ}{dt}$$

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = 0$$

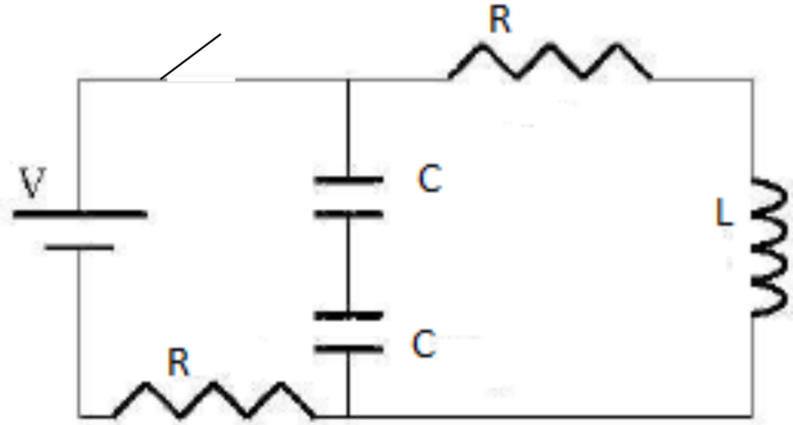
$$Q(t) = Q_0\, e^{-\frac{R}{2L}t}\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

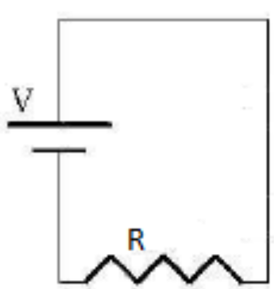




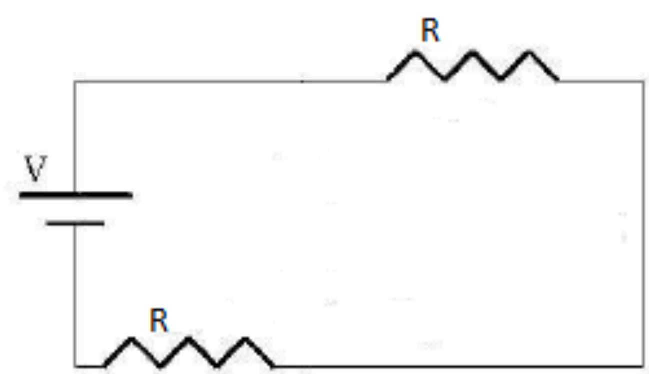
Ejemplo: calcular la corriente al cerrar la llave y luego de mucho tiempo

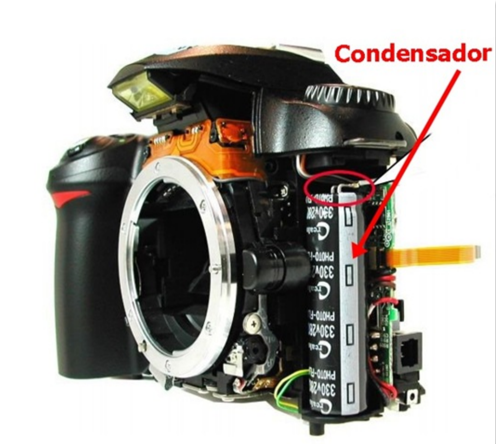


Al cerrar la llave



Después de mucho tiempo




Condensador


BRAUN
Made in Germany