Ejercicio 3 – TP Test de Hipótesis

Un ingeniero está probando la resistencia a la compresión del concreto. Prueba 12 muestras de concreto y obtiene un promedio de 2.259 psi y un desvío estándar de 0.035 psi. Suponga que la resistencia a la compresión sigue una distribución normal.
a) Construya un intervalo de confianza al 95% para la resistencia media.
b) Utilizando el intervalo del inciso a) pruebe la hipótesis H0: μ =2.250 contra H1: μ≠ 2.250 con nivel de significancia α = 0.05.

Como se puede asumir que los datos provienen de una población normal:

x_i: "resistencia a la compresión de la i-ésima muestra de concreto." tal que $x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ y σ^2 desconocida.

$$\sigma^2 \approx s^2 \text{ donde } s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2$$

En este caso, el pivote será:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \sim t_{n-1}$$

a) Construya un intervalo de confianza al 95% para la resistencia media.

- $\bar{X} = 2.259\, psi$
- $s = 0.035\, psi$

El valor crítico de la t-student para un nivel del 95% y 11 grados de libertad (n-1 grados de libertad) se busca por tabla o por aplicación:

- $t_{n-1,\frac{\alpha}{2}} = t_{11,0.0025} = 2.201$

$$\text{El } IC_{95\%}(\mu) = \left[\bar{X} \mp t_{n-1,\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

Se reemplazan los valores y se obtiene:

$$\left[2.259 \mp 2.201 \cdot \frac{0.035}{\sqrt{12}}\right] = [2.259 \mp 0.022] = [2.237; 2.281]$$

b) Utilizando el intervalo del inciso a) pruebe la hipótesis H0: μ =2.250 contra H1 :μ≠ 2.250 con nivel de significancia α = 0.05.

H0: μ =2.250 contra H1 : μ≠ 2.250

Para utilizar un IC de confianza para concluir sobre un test se debe tener en cuenta que el test que se realiza debe ser bilateral. De esta forma nos aseguramos que las zonas de rechazo de ambos, coincidan. Por esta razón, además, el nivel de confianza del IC y el nivel de significancia del Test deben complementarios.

En este caso el nivel de confianza del intervalo es 95% y el nivel de significancia del test es 5%. Por lo cual estamos en condiciones de utilizar el IC calculado en a) para concluir sobre el test propuesto.

La regla de decisión en estos casos es:

- Si 2.250 ∈ al IC del 95%, no hay evidencia para rechazar H_0.
- Si 2.250 NO ∈ al IC del 95%, se rechaza H_0.

$$\text{El } IC_{95\%}(\mu) = [2.237; 2.281]$$

Se observa que 2.250 ∈ al IC del 95%, por lo tanto, no hay evidencia para rechazar H_0.

Es decir que es factible que **μ =2.250** pero NO se puede afirmar.