

9) En una prueba 294 de 300 aisladores cerámicos soportaron cierto choque térmico.

a) Obtenga el estimador y la estimación de máxima verosimilitud de la probabilidad de que un aislante cerámico sobrevivirá a un choque térmico.

b) Suponga que un dispositivo contiene tres aislantes cerámicos y todos deben sobrevivir al choque, con la finalidad de que el dispositivo funcione. Encuentre el estimador y la estimación de máxima verosimilitud de la probabilidad de que los tres sobrevivirán a un choque térmico.

$$a) L(X_1 X_2 X_3 \dots X_n, p) = \binom{1}{X_1} p^{X_1} (1-p)^{1-X_1} \binom{1}{X_2} p^{X_2} (1-p)^{1-X_2} \dots \binom{1}{X_n} p^{X_n} (1-p)^{1-X_n}$$

Donde $X_i = \begin{cases} 1, & \text{si el } i\text{ésimo aislador cerámico soporta el choque térmico} \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$

$$\text{Por lo tanto } L(X_1 X_2 X_3 \dots X_n, p) = p^{X_1} (1-p)^{1-X_1} p^{X_2} (1-p)^{1-X_2} \dots p^{X_n} (1-p)^{1-X_n}$$



Dado que $\binom{1}{X_i} = 1$ para todo i ya que X_i vale 0 o 1

$$L(X_1 X_2 X_3 \dots X_n, p) = p^{X_1 + X_2 + \dots + X_n} (1-p)^{n - (X_1 + X_2 + \dots + X_n)}$$

$$\ln(L(X_1 X_2 X_3 \dots X_n, p)) = (X_1 + X_2 \dots + X_n) \ln(p) + (n - (X_1 + X_2 \dots + X_n)) \ln(1-p)$$

$$\frac{d}{dp} \ln(L(X_1 X_2 X_3 \dots X_n, p)) = \frac{(X_1 + X_2 \dots + X_n)}{p} - \frac{(n - (X_1 + X_2 \dots + X_n))}{1-p} = 0$$

$$\frac{(X_1 + X_2 \dots + X_n)}{p} = \frac{(n - (X_1 + X_2 \dots + X_n))}{1-p}$$

$$\frac{(1-p)}{p} = \frac{(n - (X_1 + X_2 \dots + X_n))}{(X_1 + X_2 \dots + X_n)}$$

$$\frac{1}{p} - 1 = \frac{n}{X_1 + X_2 \dots + X_n} - 1$$

$$\hat{p} = \frac{X_1 + X_2 \dots + X_n}{n} = \bar{X}$$

b)

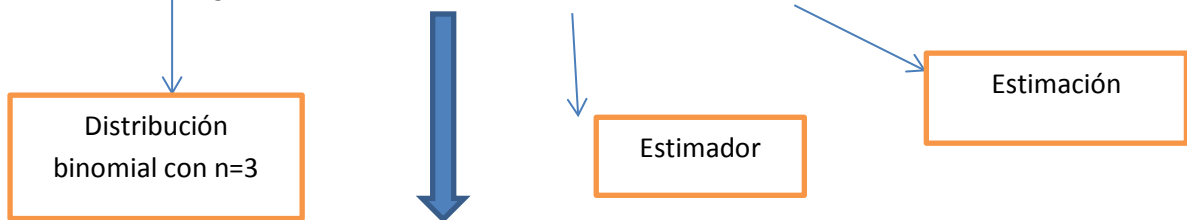
$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{si el } i\text{ésimo aislador soporta el choque térmico} \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Sea $X = X_1 + X_2 \dots + X_{20}$ CON

$X = \text{CANTIDAD DE Aisladores cerámicos que soportan el choque térmico entre los 300}$

$$\hat{p} = \frac{X_1 + X_2 \dots + X_n}{n} = \bar{X} = \frac{X}{n} = \frac{294}{300}$$

$$\text{b2) } P(X = 3) = \binom{3}{3} (\widehat{p})^3 (1 - \widehat{p})^0 = (\hat{p})^3 = (\bar{X})^3 = \left(\frac{X}{n}\right)^3 = \left(\frac{294}{300}\right)^3$$



Por propiedad de invarianza de los ESTIMADORES DE MÁXIMA VEROSIMILITUD