Práctica 3: Intervalos de confianza

Ejercicio 8:

Una muestra aleatoria de 110 relámpagos en cierta región resultaron en una duración de eco de radar promedio muestral de 0,81 s y una desviación estándar muestral de 0,34 s. Calcule un intervalo de confianza de 99% para la verdadera duración media del eco.

Resolución:

La v.a. de interés es:

X_i = "Duración en segundos del eco de radar del i-ésimo relámpago."

para una muestra aleatoria con $i = 1, \dots, 110$.
Llamando $\mu = E(X_i)$, la verdadera duración media del eco, y $\sigma^2 = V(X_i)$, su varianza, queremos calcular $IC_{0,99}(\mu)$.

Datos:

- Tamaño muestral: $n = 110$
- Promedio muestral: $\bar{x} = 0,81$ s
- Desvío estándar muestral: $s = 0,34$ s
- Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005$

Faltantes:

- Distribución: $X_i \sim$ Desconocida
- Varianza: $\sigma^2 = ?$

Como la distribución es desconocida tenemos que valernos del hecho de que el tamaño muestral es grande ($n = 110 > 30$) para hacer uso del Teorema central del límite para construir la función pivote. A su vez, como la varianza es también desconocida debemos usar su estimador puntual.

La función pivote es entonces:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \overset{TCL}{\approx} N_{(0,1)}$$

Luego el intervalo de confianza aleatorio es:

$$IC_{0,99}(\mu) = \left(\bar{X} - z_{0,005} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + z_{0,005} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right)$$

Reemplazando los datos y buscando el valor crítico en la tabla o la app obtenemos el intervalo de confianza observado:

$$ic_{0,99}(\mu) = \left(\bar{x} - z_{0,005} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{0,005} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

$$= \left(0,81\,s - 2,576 \cdot \frac{0,34\,s}{\sqrt{110}} ; 0,81\,s + 2,576 \cdot \frac{0,34\,s}{\sqrt{110}} \right)$$

$$= \left(0,726\,s ; 0,894\,s \right)$$