

Trabajo Práctico N°2

Dinámica del láser

Objetivos del trabajo

- Familiarización con la dinámica de láseres pulsados.
- Simplificar un sistema de cuatro dimensiones a una.
- Resolver un sistema de ecuaciones acopladas no lineales.
- Obtención de parámetros a partir de curvas experimentales.
- Entender y explicar las limitaciones del modelo utilizado.

Condiciones de entrega

- Fecha: lunes 31 de mayo 2021.
- Modo: informe formato digital PDF a través del campus virtual de la materia.
- Cantidad máxima de páginas: 10 (sin incluir el script del algoritmo).

de funciones

densidad de pob (t) dN/dt
densidad energía (t) dW/dt
dinámica del laser

Enunciado

En este trabajo se debe implementar un algoritmo para estudiar la dinámica de un láser muy utilizado en la actualidad. Para ello, el/la estudiante deberá tener bien claros los siguientes conceptos: pérdidas en cavidades ópticas, amplificación de luz y modelo temporal de la dinámica del láser.

El modelo a implementar posee varios parámetros de entrada. Algunos de los valores de estos parámetros se deben obtener de mediciones realizadas sobre un prototipo de laboratorio. El archivo con las estas mediciones está disponible en la aula virtual de la materia.

Para realizar y analizar las simulaciones se sugiere el uso de programas de análisis numérico como por ejemplo *GNU Octave* o *MATLAB*®.

Para la confección del informe se recomienda leer *¿Cómo se evalúa un informe de laboratorio?*, disponible en el aula virtual de la materia.

1. Esquema del láser

En la figura 1 se detalla el esquema de una cavidad óptica típica de un láser de estado sólido Nd:YAG. La cavidad óptica está compuesta por dos espejos con reflectividades R_1 y R_2 separados por una distancia L_c . El espejo 1 es esférico con un radio de curvatura R_{c1} y el espejo 2 es plano. Este último es por donde se extrae la energía por unidad de tiempo y de superficie contenida en la cavidad (I_{out}).

El bombeo es óptico y se realiza a través de una lámpara flash de Xenón. El medio activo es una barra de Nd:YAG con un largo L_g y los extremos de la misma poseen una transmisividad $T_{1,2}$. En el recuadro de la figura 1 se muestra el esquema de 4 niveles de energía que mejor representa a este medio activo y se identifica entre qué niveles ocurre el bombeo y la emisión estimulada (láser). También se dan los valores de la degeneración de los niveles 1 y 2 y se detallan los tiempos de emisión espontánea de las transiciones más relevantes.

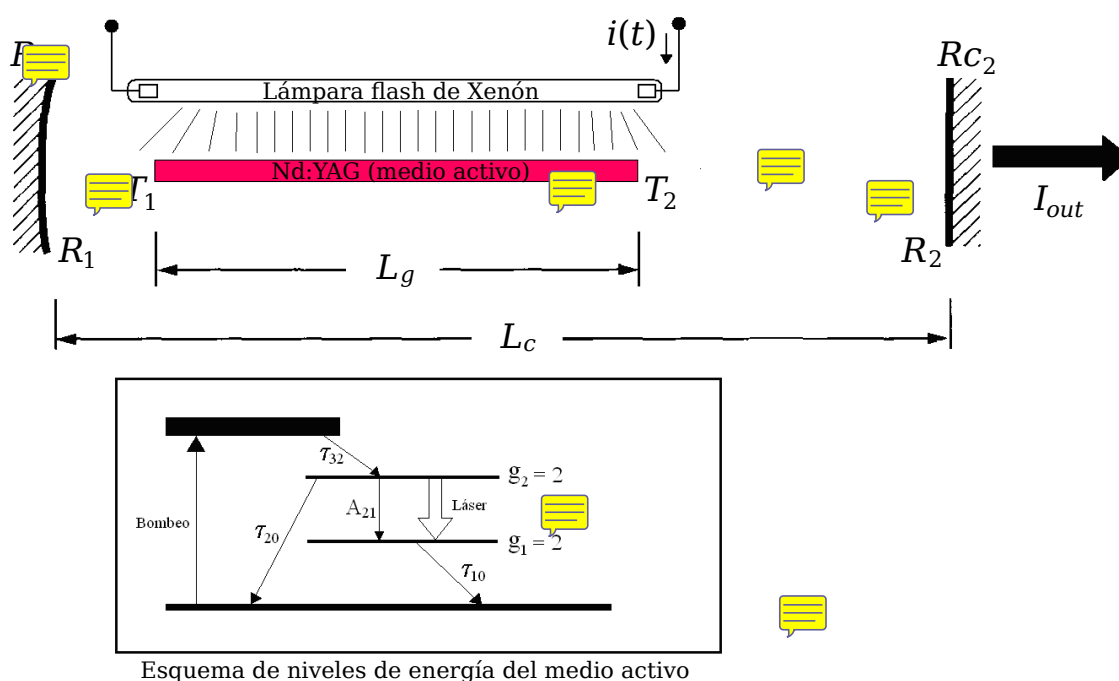


Figura 1: Esquema de la cavidad óptica de un láser de estado sólido Nd:YAG.

2. Modelo Temporal

Como se comentó en la primeras clases, el láser posee tres partes esenciales: el medio activo, el sistema de bombeo y la cavidad óptica. Por tal motivo, en el momento de establecer un modelo es conveniente estudiar cada una de sus partes por separado.

Para la cavidad óptica es importante recordar la analogía entre un láser y un circuito oscilador, donde se define que la condición umbral de oscilación es cuando la ganancia de lazo cerrado es unitaria¹. Esto permite relacionar la intensidad láser con los parámetros que definen la cavidad óptica.

Para el medio activo es necesario establecer el esquema de niveles para representar el láser en cuestión². En este caso es un esquema de cuatro niveles. Los tiempos de relajación entre niveles para Nd:YAG más relevantes son: $\tau_{10} = 30 \text{ ns}$; $\tau_2 = (1/\tau_{20} + A_{21})^{-1} = 230 \text{ } \mu\text{s}$ y $\tau_{32} = 10 \text{ ns}$. La longitud de onda de emisión estimulada de este láser es $\lambda_0 = 1064 \text{ nm}$ con una sección eficaz $\sigma_{21}(\lambda_0) = 2,8 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$. El cristal Nd:YAG tiene un índice de refracción $n = 1.82$.

El sistema de bombeo es la parte más compleja de representar. En este caso, es de tipo óptico y se realiza a través de una lámpara flash de Xenón por la cual se hace circular un pulso de corriente $i(t)$ de gran intensidad. La corriente se consigue a través de la descarga de un capacitor ($100 \text{ } \mu\text{F}$, 1100 V). La dependencia temporal $R(t)$ en este tipo de bombeo suele seguir la siguiente ecuación:

$$R(t) = R_p \left(\frac{t}{\tau_p} \right)^2 \exp \left(-2 \frac{t}{\tau_p} \right) \quad (1)$$

donde R_p y τ_p son la tasa y el tiempo característico de bombeo, respectivamente. Es importante agregar que, usualmente, la lámpara y la barra de Nd:YAG se encuentran dentro de una cavidad de

¹ver clases teóricas *Introducción a la optoelectrónica y Amplificación óptica*

²ver clase teórica *Sistema de bombeo*

sección elíptica espejada y están ubicadas en los respectivos focos de la misma con el objetivo de aumentar la eficiencia del bombeo óptico³.

medimos forma de bombeo y perfil temporal

la forma temporal es igual adentro que afuera solo cambia la intensidad

Lo primero que debe hacerse para obtener las ecuaciones diferenciales que representan el modelo temporal es simplificar el modelo físico. Esto implica transformar el problema complejo de tres dimensiones espaciales y una temporal en un sistema de ecuaciones únicamente temporal. El objetivo final es conseguir dos ecuaciones acopladas no lineales que describan las variaciones temporales de la población del nivel de energía 2 (nivel superior de la transición láser) y de la energía por unidad área en la cavidad láser ($\propto I_{out}$). Para lograr esto, se deben tener en cuenta lo siguiente:

ganancia no varia en pos
solo en tiempo

- El bombeo es transversal al eje óptico y homogéneo en la barra, por lo tanto, la ganancia óptica $\gamma(\mathbf{r}, t) = \gamma(t)$.
- En base a los valores de los tiempos de relajación característicos detallados más arriba, el esquema de 4 niveles puede simplificarse a uno de 3.
- La sección eficaz de emisión no depende de la longitud de onda $\sigma_{21}(\lambda) = \sigma_{21}(\lambda_0)$.
- La población del nivel fundamental es mucho mayor que la de los otros niveles $N_0 \gg N_{1,2,3}$.
- Dado que $\tau_{10} \ll \tau_2$, entonces se puede aproximar $N_1 \simeq 0$.
- Dado que $\tau_{32} \ll \tau_2$, entonces se puede aproximar $N_3 \simeq 0$.

tomamos un valor fijo

tenemos los tiempos
podemos determinar la intensidad de saturación
sección eficaz y índice refracción

Es importante hacer notar la importancia de realizar una adecuada normalización del sistema de ecuaciones. El objetivo buscado es: i) generalizar los resultados y ii) “facilitar las cuentas a la computadora”⁴.

se pueden usar la de las diapo

3. Implementación del algoritmo computacional en Octave

En esta sección se da un ejemplo de un sistema de ecuaciones como el de este trabajo usando *GNU Octave*.

Se supone que se desea resolver la ecuación de segundo orden de la forma,

$$y''(t) + C_1 \cdot y'(t) + C_2 \cdot y(t) = C_3$$

donde C_n son constantes. Con las sustituciones $y_1(t) = y(t)$ y $y_2(t) = y'(t)$, la anterior ecuación diferencial puede ser dividida en dos ecuaciones de orden 1, esto es,

$$y_1'(t) = y_2(t)$$

$$y_2'(t) = -C_1 \cdot y_2(t) - C_2 \cdot y_1(t) + C_3.$$

Lo siguiente es definir los valores de las constantes, por ejemplo, $C_1 = 2$, $C_2 = 5$, $C_3 = 10$. Este conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs) puede ser escrito como una función de Octave:

```
function vdy = ejemplo (vt, vy)
    vdy(1,1) = vy(2);
    vdy(2,1) = -2*vy(2) - 5*vy(1) + 10;
endfunction
```

³ver clase teórica *Sistema de Bombeo*

⁴ver clase teórica *Dinámica del láser*

donde las variables de entrada de la función son el tiempo (vt) y la matriz solución (vy). En este ejemplo se requiere encontrar la solución entre $t_0 = 0$ y $t_f = 5$ con los valores iniciales $y_1(t = 0) = 0$ y $y_2(t = 0) = 0$. Para resolver estas ODEs, se puede elegir entre varios “resolvedores” (*solvers*). En este caso se utiliza el `ode45`, existen otras opciones como `ode23` y `ode15s`, este último funciona muy bien y, entre otras cosas, tiene la ventaja de que usa un paso de tiempo variable:

```
ode45 (ejemplo, [0 5], [0 0]);
```

Cuando se ejecuta esta función aparece una ventana donde se puede observar como estas ODEs resuelven el problema a lo largo del tiempo. Para algunos resolvedores es posible definir los tiempos donde se desea la solución, entonces la función debe llamarse como por ejemplo se muestra a continuación:

```
ode45 (ejemplo, [0:0.1:5], [0 0]);
```

Luego, para que la solución quede disponible en el *workspace*, es necesario asignar las variables de salida:

```
[t, y] = ode45 (ejemplo, [0:0.1:5], [0 0]);
```

Por otro lado, si se quisiera pasar las constantes a través del resolvedor, habría que hacer los siguientes cambios:

```
function vdy = ejemplo (vt, vy, varargin)
    vdy(1,1) = vy(2);
    vdy(2,1) = -varargin{1}*vy(2) - varargin{2}*vy(1) + varargin{3};
endfunction
```

```
[t, y] = ode45 (@(vt, vy) ejemplo(vt, vy, 2, 5, 10), [0:0.1:5], [0 0]);
```

donde `varargin` son las posibles constantes o variables de control. En este caso se utiliza una función “anónima” para introducir los parámetros en la función `ejemplo` ya que el resolvedor requiere funciones de dos argumentos solamente.

Otra opción es utilizar el resolvedor `lsode`, este necesita el vector de valores de tiempo en los que se desea la resolución. Además recibe los argumentos en otro orden, pero esto se resuelve fácilmente con las funciones anónimas. Este resolvedor permite elegir el método a utilizar para resolver la ecuación diferencial. Un ejemplo mínimo de código con `lsode` se muestra a continuación:

```
t = (0:0.1:5);
lsode_options("integration_method", "stiff");
[y, ~, ~] = lsode(@(vy, vt) ejemplo(vt, vy, 2, 5, 10), [0 0], t);
```

4. Medición de las intensidades de bombeo y de láser en función del tiempo

El archivo *mediciones1C2021.mat* tiene las mediciones de la dependencia temporal de la intensidad láser y de bombeo de un dispositivo láser similar al descrito en la sección 1. El tiempo se encuentra en segundos y las amplitudes en unidades arbitrarias que dependen del esquema experimental utilizado. En la figura 2 se grafica el contenido del archivo. Los valores de los parámetros característicos del dispositivo láser medido son: $L_c = 235$ mm; $L_g = 76$ mm; $R_1 = 0,99$; $R_2 = 0,53$; $T_1 = T_2 = 0,98$.

5. Obtención de parámetros a partir de las mediciones



En primer lugar hay que identificar los parámetros de ajuste. Para este problema son: la tasa y el tiempo característico de bombeo, R_p y τ_p , y la fracción de fotones emitidos espontáneamente por el nivel 2 y captados por el modo que resuena en la cavidad, β .

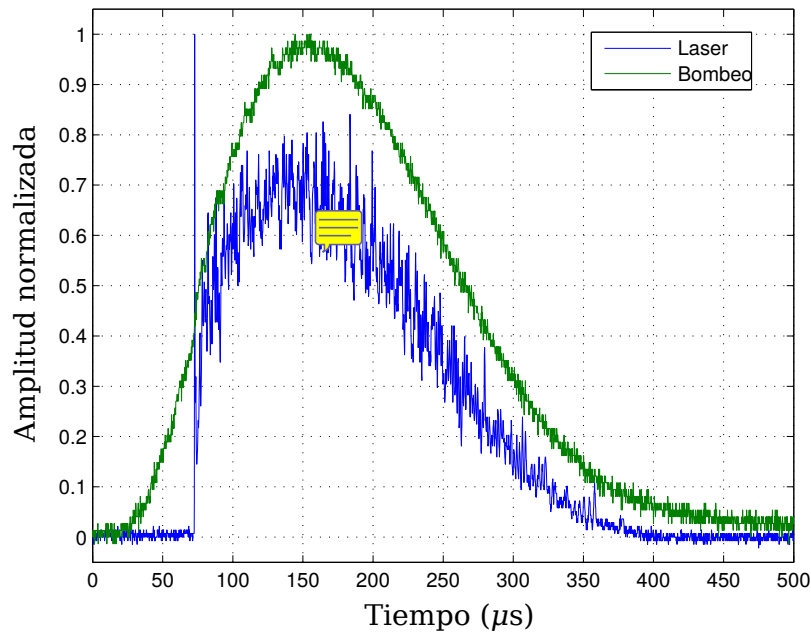


Figura 2: Intensidades láser (línea azul) y de bombeo (línea verde) medidas.

De la medición de la emisión de luz en función del tiempo (bombeo óptico) se puede obtener τ_p . Existen diferentes métodos para ajustar la curva teórica (1) con parámetros variables R_p y τ_p . En esta guía se propone el uso de la función FMINS que se encuentra en el paquete OPTIM de *Octave*. El objetivo es encontrar los mejores valores que ajusten los puntos experimentales. La función FMINS prueba con diferentes valores de estos parámetros hasta que encuentra un mínimo local de la función que compara el ajuste con los datos experimentales. Esta función, por ejemplo, puede ser la suma de los errores cuadráticos en cada punto,

$$RSE = \sum_0^k (\text{Medidas}(k) - \text{Modelo}(k))^2.$$

En resumen, la idea es que *Octave* use FMINS para encontrar los parámetros que minimicen esta sumatoria. Otra herramienta muy versátil es CFTOOL disponible en *MATLAB*, la cual cuenta con una interface gráfica muy fácil de usar. Asimismo, es importante hacer notar que, cómo la amplitud de las mediciones está en unidades arbitrarias, el único valor con sentido físico es el de τ_p . En la figura 3 se muestra un ejemplo del ajuste logrado usando (1) sobre la medición de la intensidad de bombeo en función del tiempo.

Para los otros parámetros no se cuenta con un algoritmo sencillo como en el caso detallado arriba. En este caso se debe usar el programa implementado en la sección 3 y realizar un ajuste manual a las mediciones de la intensidad láser dentro de la cavidad. No es conveniente modificar los valores de R_p y β al mismo tiempo, ya que los efectos de un parámetro podrían cancelarse con los de los otros. Se recomienda seguir los siguientes pasos:

- Usar los siguientes valores de referencia: $R_p = 1 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ y $\beta = 0,005$. Estos dan una noción de órdenes de magnitud.
- Prestar especial cuidado a que TODO se encuentre en el mismo sistema de unidades.
- Modificar cada uno de los parámetros por separado (los otros quedan fijos) para entender el

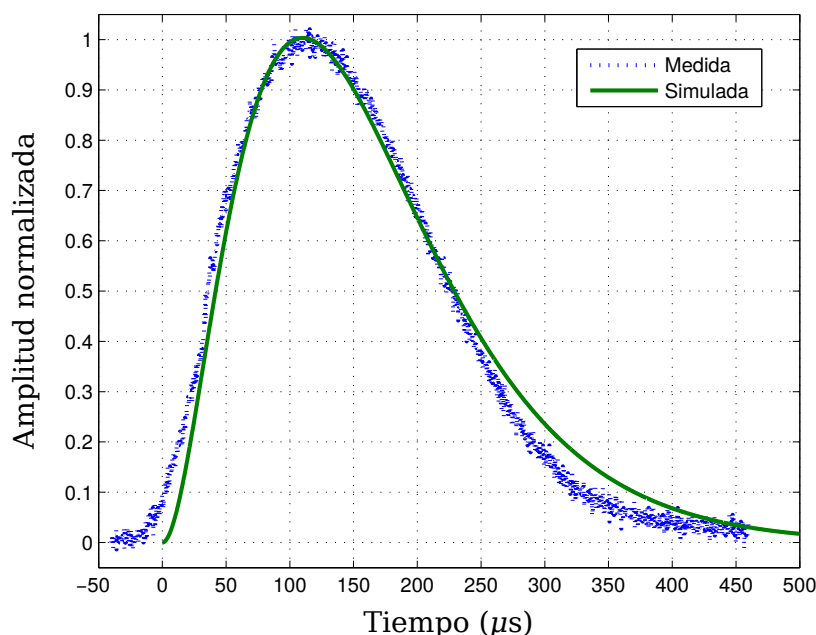


Figura 3: Intensidad de bombeo en función del tiempo: medición (puntos azules) y mejor ajuste usando ecuación 1 (línea verde).

rol que desempeña sobre la curva que representa el número relativo de fotones en la cavidad (intensidad láser normalizada).

- Identificar partes características de la curva para poder comparar la señal simulada con la medida: amplitud relativa entre picos, retardo entre el inicio de la señal de intensidad laser y el bombeo, duración de la señal, etc.

En la figura 4 se presenta un ejemplo del mejor ajuste conseguido usando un algoritmo implementado siguiendo la descripción detallada más arriba.

6. Detalles sobre el Informe

6.1. Resumen del trabajo

El trabajo deberá estar encabezado por un breve resumen que detalle su contenido (objetivos, lo realizado, resultados y conclusiones). El resumen debe ser escrito de forma tal de despertar el interés y la curiosidad del/la lector/a por el trabajo.

6.2. Desarrollo

En el informe debe estar incluido:

- Presentación de los modelos físicos completos y simplificados.
- Detalle del sistema de ecuaciones sin normalizar y normalizado, especificando que parámetros se eligieron para llevar a cabo esto.
- Los parámetros resultantes de todos los ajustes realizados.
- La comparación de las curvas medidas con las simuladas.

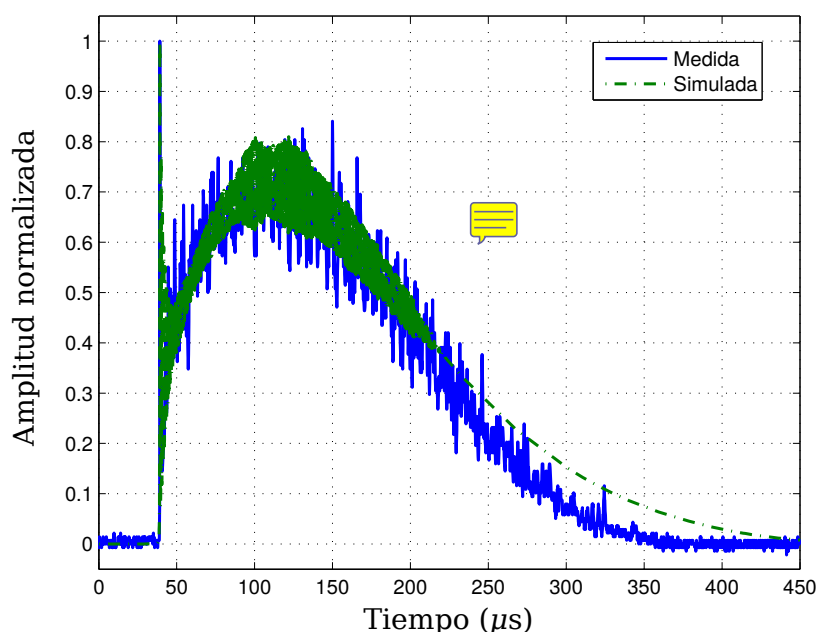


Figura 4: Intensidad láser en función del tiempo: medición (línea azul) y mejor ajuste usando algoritmo (línea de trazos y puntos verde).

Las figuras que no deben faltar en el informe son:

- Esquema de la cavidad láser y de los niveles de energía usado para implementar el algoritmo.
- Intensidad láser y de bombeo medidas en función del tiempo.
- Intensidad de bombeo medida normalizada junto con el mejor ajuste.
- Intensidad láser medida normalizada junto con el mejor ajuste.

Las figuras opcionales que pueden ayudar al entendimiento del informe son:

- Intensidades láser simuladas para distintos valores de los parámetros de ajuste.
- Gráficos con ampliaciones de la figuras anteriores para apreciar mejor los detalles.

6.3. Análisis y comparación de los resultados

Todo resultado presentado en el informe debe estar analizado. Se deben comparar los resultados experimentales con los obtenidos mediante la simulación.

Los gráficos deben ser claros y bien diseñados. Debe analizarse si los resultados son compatibles o no. De existir diferencias, éstas deben ser cuantificadas y deben presentarse posibles explicaciones para estas diferencias.

Cada gráfico está compuesto por las curvas simulada y experimental. En todos los gráficos debe figurar una leyenda indicando a qué corresponde cada curva o nube de puntos y los parámetros usados para la simulación de la misma.

6.4. Conclusiones

El informe debe culminar con las conclusiones, que deben ser breves y conceptuales. Deben estar focalizadas en los objetivos que se cumplieron en el trabajo y eventualmente en resultados interesantes adicionales que se hubieran obtenido.

7. Sugerencias

- Para el desarrollo de este trabajo se recomienda utilizar el tutorial de uso de Octave disponible en la página web del desarrollador.
- En el cálculo de las pérdidas de la cavidad, no olvidarse los coeficientes de transmisión de las interfaces aire-Nd:YAG.
- En la determinación de la intensidad de saturación I_{sat} , recordar usar el índice de refracción n para calcular la velocidad de la luz en el medio activo (Nd:YAG).
- La elección del resolvidor (*solver*) depende del tipo de problema y del grado de precisión que se desee. Si la resolución del sistema no necesita de un paso de tiempo extremadamente chico (no es numéricamente inestable) y no se requiere gran precisión, se recomienda utilizar cualquiera de los resolvidores `odeXY`.