EJ 5 $\qquad I = \int_0^{0,6} e^{2x} \cos(x)\, dx$

a) si $h = 0{,}075$ $\qquad n\, h = b - a$

n Par $\rightarrow$ Es posible resolver con $h = 0{,}075$ usando metodo de SIMPSON $\qquad n = \dfrac{0{,}6}{0{,}075} = 8$

b) $\qquad E = \dfrac{b-a}{180} h^4 f^{IV}(\xi)$ $\qquad$ SIMPSON

$f(x) = e^{2x} \cdot \cos(x)$

$f'(x) = e^{2x}(2) \cdot \cos(x) - \operatorname{sen}(x)\, e^{2x}$

$f''(x) = 2e^{2x} \cdot (2) \cos x - 2e^{2x} \operatorname{sen} x - [\cos(x) e^{2x} + 2e^{2x} \operatorname{sen}(x)]$

$= 4 e^{2x} \cos x - 2 e^{2x} \operatorname{sen} x - e^{2x} \cos(x) - 2 e^{2x} \operatorname{sen}(x)$

$3 e^{2x} \cos x - 4 e^{2x} \operatorname{sen}(x)$

$e^{2x} (3 \cos(x) - 4 \operatorname{sen}(x))$

$f'''(x) = 2e^{2x}(\underset{6}{3 \cos(x)} - \underset{-8}{4 \operatorname{sen}(x)}) + e^{2x}(-3 \operatorname{sen} x - 4 \cos(x))$

$= e^{2x}(6 \cos x - 8 \operatorname{sen} x - 3 \operatorname{sen} x - 4 \cos x)$

$e^{2x}(2 \cos x - 11 \operatorname{sen} x)$

$f^{IV}(x) = 2 e^{2x}(\underset{4 \cos x - 22 \operatorname{sen} x}{2 \cos x - 11 \operatorname{sen} x}) + e^{2x}(-2 \operatorname{sen} x - 11 \cos x)$

$$\boxed{f^{IV}(x) = e^{2x}(\cancel{2} - 7 \cos x - 24 \operatorname{sen} x)}$$

$E = \dfrac{0{,}6}{180} h^4 \; 5{,}2547 < 0{,}001$

$\cancel{f^{IV}(0{,}6) = \ldots}$

$h < \sqrt[4]{\dfrac{0{,}001 \cdot 180}{5{,}247 \cdot 0{,}6}}$

$\cancel{f^{IV}(-0{,}74) = 5{,}254}$

$h < 0{,}26\ldots14 \qquad h = 0{,}2814 \Rightarrow n = 2{,}2953$

$\boxed{\text{Con } h = 0{,}2 \rightarrow n = 3}$

NOTA

EJ3 $y'(t) + e^t \operatorname{sen}(t) = y(t)$ con $y(0) = 1$

t_0 w_0

$f(t, y) = y(t) - e^t \operatorname{sen}(t)$

b) $w_0 = 1$ $t_0 = 0$

$t_1 = 1$ $w_1 = 1 + \frac{1}{6}$

No resuelve

$k_1 = 1 . (0 - e^0 \operatorname{sen} 0) = 0$

$k_2 = 1 \; f\left(\frac{1}{2} ; 1\right) =$

a) $\boxed{L : f'_y = 0}$

$\exists L$ y es 0

mal

EJ4

a) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 1 & -4 & 6 \\ 4 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ No es Matriz diagonalmente dominante

duplicando en (3) x_1

$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 \\ 4 & 7 & -2 \\ 1 & -4 & 6 \end{pmatrix}$

Tenemos una matriz diagonal. Lo que por teorema me indica puede converger por GAUS SEIDEL o POR JACOBI

b) FORMULAS ITERATIVAS DE JACOBI (en el SIST ORIGINAL)

$$x_1^{(k)} = \frac{8 - 5x_2^{(k-1)} - x_3^{(k-1)}}{3}$$

$$x_2^{(k)} = \frac{-1 + x_1^{(k-1)} + 6x_3^{(k-1)}}{4}$$

$$x_3^{(k)} = \frac{-5 + 4x_1^{(k-1)} + 7x_2^{(k-1)}}{2}$$

2)

x	f	∇	∇^2	∇^3	∇^4
0	6	-5	3	0	0
1	1	4	3	0	
3	9	13	3		
4	22	25			
7	97				

a)

$$P(x) = 6 - 5(x) + 3(x)(x-1)$$

$$= 6 - 5x + 3x^2 - 3x$$

$$\boxed{P(x) = 3x^2 - 8x + 6}$$ → El polinomio de menor grado que pasa por los primeros 5 puntos es $P(x)$ grado = 2

b)

$P(8) = 134$ Con $K = 134$ $P(x)$ pasa por todos los puntos

~~0~~ ~~1~~ 2 3 ~~4~~ 5

Con $K \neq 134$ ~~es posible~~ puede pasar un polinomio de grado 5 por todos los puntos

No es posible Hallar un Polinomio de grado 4 que pase por todos los puntos

Ya que el que pasa por los primeros 5 es gr = 2 y es unico

c)

$$\boxed{f''(4)} = \frac{f(7) - 2f(4) + f(1)}{3^2} = \frac{97 - 2(22) + 1}{9} = \boxed{6}$$

Usamos central ya que contamos con los puntos suficientes y es mas precisa

$$\boxed{f'(0)} = \frac{f(1) - f(0)}{1} = \frac{1 - 6}{1} = \boxed{-5}$$

Usamos progresiva ya que calculamos la derivada en el primer punto de la tabla

NOTA

EJ1 $\quad f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^5 - x^2 - 3x + 1$

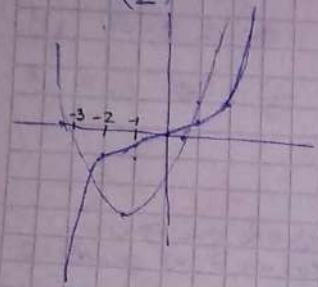
a) $f(x) = 0$

$\left(\frac{x}{2}\right)^5 = x^2 + 3x - 1$

$\alpha_1 \in [0,1]$

$\alpha_2 \in [-2,-3]$

$\alpha_3 \in [3,4]$



b) $g(x) = 2(x^2+3x-1)^{1/5} = 2\sqrt[5]{x^2+3x-1}$

$g'(x) = 2\,\frac{1}{5}\,(x^2+3x-1)^{-4/5}(2x+3)$

Debe ser →
$|g'(x)| < 1$
en el intervalo
para que converga

$|g'(0)| > 1 \rightarrow$ No puedo usarla para Hallar α_1

$|g'(-3)| > 1 \rightarrow$ No puedo usarla para Hallar α_2

$|g'(3)| < 1 \ \wedge \ |g'(4)| < 1 \rightarrow$ Puede usarse el metodo para que converga a α_3

$\forall x \in [3,4]$

c) N-R

$f'(x) = 5\left(\frac{x}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right) - 2x - 3$

$x_0 = 0$

$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0 - \frac{1}{-3} = 0{,}3333$

$x_2 = 0{,}3333 - \frac{f(0{,}3333)}{f'(0{,}3333)} = 0{,}30304$

$x_3 = 0{,}30304 - \frac{f(0{,}30304)}{f'(0{,}30304)} = 0{,}30279$

$|x_3 - x_1| = 2 \cdot 10^{-4}$

Obtenemos un ε menor que 10^{-3}

Apellido: [redacted] Nombre: [redacted] Legajo: [redacted]

MATEMATICA SUPERIOR - 2^{do} Parcial – 04/07/2019

Tema: 55

1			2			3		4		5		MC	Nota Final
0,5 p	1 p	1 p	1 p	0,5 p	1 p	0,5 p	1 p	0,5 p	0,5 p	0,5 p	1 p	1 p	
B	B	B	B	B	B	M	X	B	B	B	M	1+	8 (ocho)

Ejercicio1: Dada la función: $f(x) = (x/2)^5 - x^2 - 3x + 1$

a) Indique la cantidad de raíces reales y un intervalo $[a ; a+1]$ con $a \in Z$ para cada una de ellas. (sin calculadora)

b) Justifique si la función de punto fijo $g(x) = 2\,(x^2 + 3x - 1)^{(1/5)}$ puede usarse para hallar alguna de las raíces.

c) Analice si partiendo de $x_0=0$ en tres iteraciones por Newton Rapshon se obtiene una raíz con $\varepsilon \le 10^{-3}$.

Ejercicio 2: Dada la tabla de valores

x	0	1	3	4	7	8
y	6	1	9	22	97	k

a) Halle en forma normalizada el polinomio de menor grado que pasa por los cinco primeros puntos de la tabla.

b) Si es posible halle un valor de $k \in R$ para que por todos los puntos pase un polinomio de grado 4. Si no es posible, indique los grados que se pueden obtener con valores de $\cancel{w}$ K. Justifique

c) Halle $f''(4)$ y $f'(0)$ justificando la fórmula elegida.

Ejercicio 3: Dado el problema de valor inicial:

$$y'(t) + e^t \operatorname{sen}(t) = y(t) \qquad \text{con } y(0)=1$$

a) Verifique la condición de Lipschitz   to No

b) Halle y(1) usando Runge-Kutta de 4° orden con h=1

Runge-Kutta de orden 4:

$$w_0 = \alpha$$
$$k_1 = hf(t_i; w_i)$$
$$k_2 = hf(t_i + \frac{h}{2}; w_i + \frac{k_1}{2})$$
$$k_3 = hf(t_i + \frac{h}{2}; w_i + \frac{k_2}{2})$$
$$k_4 = hf(t_{i+1}; w_i + k_3)$$
$$w_{i+1} = w_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Ejercicio 4: Dado el siguiente sistema: $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 1 \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$

a) Escriba la matriz de coeficientes e indique si es diagonal dominante o si puede serlo permutando filas. Si no es posible, analice si duplicando un único coeficiente se puede lograr, y cual es dicho coeficiente. Escriba la matriz que queda.

b) Escriba las formulas iterativas del método de Jacobi.

Ejercicio 5: Dada la integral: $I = \int_0^{0.6} e^{2x}\cos(x)dx$

a) ¿Se puede resolver por Simpson con h = 0.075 ? Justifique.

b) Halle la cantidad mínima de subintervalos para asegurar que al resolverla por Trapecios, el error sea menor que 0.001

$y'(t) = y + e^t \operatorname{sen} t = f(t,y)$

$\boxed{f'_y = 1}$ 1