1 Differentiaalvergelijkingen

Belangrijk: maak een onderscheid tussen lineaire en niet-lineaire differentiaalvergelijking. De oplossingsmethode verschilt en het is dus belangrijk van in het begin te kijken met welk geval we te maken hebben.

1.1 Lineaire differentiaalvergelijking

Voor de algemene oplossing van $Ly = f$ geldt altijd: $y_{algemeen} = y(x) = y_p + \sum_{i=1}^{n} c_i y_i$ waarin y_i met $i = 1..n$ een fundamenteel stel vormt.

<table>
<tr><td colspan="3">willekeurige coefficienten, eerste orde $y' = a(x)y + b(x)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">(scheiding der veranderlijken)</td></tr>
<tr><td>$y_H = Cy_1(t) = C\exp\left(\int_{x_0}^{x} a(t)dt\right)$</td><td colspan="2">$y_P = C(x)\exp\left(\int_{x_0}^{x} \frac{b(t)}{y_1(t)}dt\right)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">constante coefficienten, willekeurig orde $p(D)y = f$</td></tr>
<tr><td>homogeen</td><td colspan="2">partikulier</td></tr>
<tr><td>$\rightarrow$ bepaal fundamenteel stel
(zie Tabel 1.1 op pagina 19)</td><td>f zelf oplossing van een of andere $p(D)y = 0$
$\rightarrow$ 'methode onbepaalde coefficienten'
$f(x) = P_m(x)e^{\alpha x}\cos(\beta x) + Q_m(x)e^{\alpha x}\sin(\beta x)$
$y_P = x^l\left[(...)e^{\alpha x}\cos(\beta x) + (...)e^{\alpha x}\sin(\beta x)\right]$</td><td>anders
$\rightarrow$ 'variatie van de constante'
functie van Green $K(x,t)$
$y_P = \int_{x_0}^{x} K(x,t)\frac{f(t)}{a_0(t)}dt$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Euler differentiaalvergelijking
(veranderlijke coefficienten, willekeurige orde, speciaal geval)</td></tr>
</table>

1.2 Niet-Lineaire differentiaalvergelijkingen

Het beginwaardeprobleem $y' = f(x,y)$ met $y(x_0) = y_0$ heeft een unieke oplossing.

<table>
<tr><td colspan="3">Bernouilli differentiaalvergelijking $y' = a(x)y + b(x)y^{\alpha}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">pas transformatie $y = z^{\beta}$ toe met $\beta = \frac{1}{1-\alpha}$
los de nieuwe (lineaire) differentiaalvergelijkin op</td></tr>
<tr><td colspan="3">differentiaalvergelijking $Mdx + Ndy = 0$</td></tr>
<tr><td>(I) 'scheiding van de veranderlijken'</td><td>(II) 'exacte differentiaalvergerlijking'</td><td>(III) 'integrerende factor'</td></tr>
<tr><td>(speciaal geval)
integreer $Mdx + Ndy = 0$
en werk verder uit</td><td>indien $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ geldt $G(x,y) = C$
(G is impliciete voortelling oplossing)
$\rightarrow G = \int Mdx + F(y)$ en $\frac{\partial G}{\partial y} = N$
$\rightarrow G = \int Ndy + F(x)$ en $\frac{\partial G}{\partial yx} = M$</td><td>indien $\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$
kies factor $P(x)$
ga naar (II)</td></tr>
<tr><td colspan="3">oplossing via parametrisatie</td></tr>
<tr><td colspan="3">mogelijke toepassingen</td></tr>
<tr><td>stroomlijnen</td><td>orthogonale krommen</td><td>steilste-hellingspad</td></tr>
</table>

Bij het opstellen van dit overzicht werd gebruik gemaakt van [1].

References

[1] Stefan Vandewalle and L Beernaert. *Analyse II: Handboek*. SVB Janssen, Leuven, 2018.