

# 1 Machtreksen

reeks van getallen	reeks van functies	machtrees
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \xi^n$	$\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$	$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$

convergentiestraal	$R = \sup \left\{  x - x_0  \left  \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n \text{ convergent} \right. \right\}$ $R = \frac{1}{\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n }}$ $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left  \frac{a_n}{a_{n+1}} \right $
convergentie-interval	$(x_0 - R, x_0 + R)$

Taylor veelterm	$f(x) = P_n(x) + R_n(x)$
$P_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$	$R_n(x) = \int_{x_0}^x \frac{(x-t)^n}{n!} f^{(n+1)}(t) dt$ $R_n(x) = f^{(n+1)}(\xi) \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}$
functie analytisch in open interval $I$	$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$

## 1.1 Oplossen van differentiaalvergelijkingen a.h.v. reeksontwikkeling

$a_0(x)y''(x) + a_1(x)y'(x) + a_2(x)y(x) = 0$ $y(x_0) = 0$ $y'(x_0) = y_1$	
<p>rond regulier punt</p> <p>oplossing</p>	$\frac{a_1(x)}{a_0(x)} \text{ en } \frac{a_2(x)}{a_0(x)} \text{ zijn analytisch in } x_0$ $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k (x - x_0)^k$ <p>recursiebetrekking</p>
<p>rond regulier-singulier punt</p> <p>herschrijf differentiaalvergelijking (normaalkorm Frobenius )</p> <p>oplossing</p>	$q(x) = (x - x_0) \frac{a_1(x)}{a_0(x)} \text{ en } r(x) = (x - x_0)^2 \frac{a_2(x)}{a_0(x)} \text{ zijn analytisch in } x_0$ $(x - x_0)^2 y''(x) + (x - x_0) q(x) y'(x) + r(x) y(x) = 0$ $y(x) = (x - x_0)^\nu \sum_{k=0}^{\infty} C_k (x - x_0)^k$ <p>recursiebetrekking</p>
speciaal geval: diff. verg. Bessel	$x^2 y''(x) + x y'(x) + (x^2 - p^2) y(x) = 0$

Bij het opstellen van dit overzicht werd gebruik gemaakt van [1].

## References

- [1] Stefan Vandewalle and L Beernaert. *Analyse II: Handboek*. SVB Janssen, Leuven, 2018.