

# 1 Differentiaalvergelijkingen

Belangrijk: maak een onderscheid tussen lineaire en niet-lineaire differentiaalvergelijking. De oplossingsmethode verschilt en het is dus belangrijk van in het begin te kijken met welk geval we te maken hebben.

## 1.1 Lineaire differentiaalvergelijking

Voor de algemene oplossing van  $Ly = f$  geldt altijd:  $y_{algemeen} = y(x) = y_p + \sum_{i=1}^n c_i y_i$  waarin  $y_i$  met  $i = 1..n$  een fundamenteel stel vormt.

willekeurige coefficienten, eerste orde $y' = a(x)y + b(x)$		
(scheiding der veranderlijken)		
$y_H = Cy_1(t) = C \exp\left(\int_{x_0}^x a(t)dt\right)$	$y_P = C(x) \exp\left(\int_{x_0}^x \frac{b(t)}{y_1(t)}dt\right)$	
constante coefficienten, willekeurig orde $p(D)y = f$		
homogeen	particulier	
→ bepaal fundamenteel stel (zie Tabel 1.1 op pagina 19)	$f$ zelf oplossing van een of andere $p(D)y = 0$ → 'methode onbepaalde coefficienten' $f(x) = P_m(x)e^{\alpha x} \cos(\beta x) + Q_m(x)e^{\alpha x} \sin(\beta x)$ $y_P = x^l [(\dots)e^{\alpha x} \cos(\beta x) + (\dots)e^{\alpha x} \sin(\beta x)]$	anders → 'variatie van de constante' functie van Green $K(x, t)$ $y_P = \int_{x_0}^x K(x, t) \frac{f(t)}{a_0(t)} dt$
Euler differentiaalvergelijking (veranderlijke coefficienten, willekeurige orde, speciaal geval)		

## 1.2 Niet-Lineaire differentiaalvergelijkingen

Het beginwaardeprobleem  $y' = f(x, y)$  met  $y(x_0) = y_0$  heeft een unieke oplossing.

Bernoulli differentiaalvergelijking $y' = a(x)y + b(x)y^\alpha$		
pas transformatie $y = z^\beta$ toe met $\beta = \frac{1}{1-\alpha}$		
los de nieuwe (lineaire) differentiaalvergelijking op		
differentiaalvergelijking $Mdx + Ndy = 0$		
(I) 'scheiding van de veranderlijken'	(II) 'exacte differentiaalvergelijking'	(III) 'integrerende factor'
(speciaal geval)	indien $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ geldt $G(x, y) = C$	indien $\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$
integreer $Mdx + Ndy = 0$	( $G$ is impliciete voortelling oplossing)	kies factor $P(x)$
en werk verder uit	→ $G = \int Mdx + F(y)$ en $\frac{\partial G}{\partial y} = N$	ga naar (II)
	→ $G = \int Ndy + F(x)$ en $\frac{\partial G}{\partial yx} = M$	
oplossing via parametrisatie		
mogelijke toepassingen		
stroomlijnen	orthogonale krommen	steilste-hellingspad