# Automática y Máquinas Eléctricas

# Proyecto Global Integrador (Año 2023)

## Control de Accionamiento de CA con

## Motor Sincrónico de Imanes Permanentes

**Alumnos: Legajos:**

Cazabán, Martín Gabriel 12381

Martín Duci, Ignacio 13560

**Profesor:**

Ing. Gabriel L. Julián

Junio – 2024

# Índice

## Resumen

## Introducción

## Modelado, análisis y simulación dinámica del sistema físico a “lazo abierto” (sin controlador externo de movimiento)

### Modelado del sistema físico no lineal

Para abordar el modelado del sistema físico no lineal, deben considerarse los tres elementos que abarca el accionamiento:

* Máquina eléctrica de corriente alterna trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (*PMSM: Permanent Magnet Synchronous Machine*) con estator conectado en estrella simétrico y equilibrado, cada fase accesible por bornes y punto neutro flotante no accesible.

Imagen que contiene cámara

Descripción generada automáticamente

Ilustración 1 – PMSM

* Tren de transmisión de engranajes planetarios con caja reductora reversible, sin elasticidad torsional, deformaciones, holgura o juego. Asumimos un comportamiento completamente rígido y con pérdidas consideradas en el motor.

Imagen que contiene estructuras metálicas, equipo, foto, vídeo

Descripción generada automáticamente

Ilustración 2 - Tren de engranajes planetarios

* Brazo manipulador robótico de un grado de libertad rotacional de eje horizontal de carga variable en su extremo.

Diagrama, Dibujo de ingeniería

Descripción generada automáticamente

Ilustración 3 - Carga: brazo manipulador robótico de 1 g.d.l.

En primer lugar, se lleva a cabo el modelado del sistema físico el cual tiene las siguientes entradas y salidas:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Símbolo** | **Descripción** | **Observación** |
|  | Torque de carga |  |
|  | Tensión de fase “a” |  |
|  | Tensión de fase “b” |  |
|  | Tensión de fase “c” |  |
|  | Ángulo de fase de señal a |  |
|  | Posición angular del rotor del motor |  |
|  | Velocidad angular del rotor del motor | Virtual, no medida. |
|  | Corriente de fase “a” |  |
|  | Corriente de fase “b” |  |
|  | Corriente de fase “c” |  |
|  | Temperatura del estator |  |

Tabla 1 - Entradas y salidas del sistema físico

Se ha decidido segmentar dicho sistema en tres subsistemas: mecánico, electromagnético y térmico, permitiendo una mayor claridad y orden. Cada uno de estos subsistemas aborda los fenómenos específicos relacionados con su respectiva naturaleza, como sugiere su nombre, cabe destacar que estos no tienen un comportamiento independiente de los demás sino relacionado mediante las siguientes interfaces:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Subsistema de salida** | **Subsistema de llegada** | **Interfaz** | **Descripción** |
| Mecánico | Electromagnético |  |  |
| Electromagnético | Mecánico |  | Torque electromagnético |
| Mecánico | Térmico | - | - |
| Térmico | Mecánico | - | - |
| Electromagnético | Térmico |  |  |
| Térmico | Electromagnético |  | Resistencia del devanado de cada fase |

Tabla 2 - Interfaces entre los diferentes subsistemas

Se presenta a continuación el diagrama de bloques correspondiente al subsistema físico realizado en Simulink.

Gráfico, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

Ilustración 4 - Diagrama de bloques del sistema completo

Puede verse de forma ampliada en la siguiente imagen, notar la presencia de los tres subsistemas mencionados.

Interfaz de usuario gráfica, Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 5 - Ampliación del sistema físico completo

Se ha implementado la Transformada de Park directa e inversa como un bloque de función de Matlab por fuera del subsistema físico no lineal, se presenta a continuación el contenido de dichas funciones.

function [fqs, fds, f0s] = TD\_PARK(fas, fbs, fcs, theta\_r)

fabcs = [fas; fbs; fcs];

Ks = [cos(theta\_r) cos(theta\_r - 2\*pi/3) cos(theta\_r + 2\*pi/3)

sin(theta\_r) sin(theta\_r - 2\*pi/3) sin(theta\_r + 2\*pi/3)

1/2 1/2 1/2];

fqd0s = Ks \* fabcs;

fqs = fqd0s(1);

fds = fqd0s(2);

f0s = fqd0s(3);

end

function [fas, fbs, fcs] = TI\_PARK(fqs, fds, f0s , theta\_r)

fqd0s = [fqs; fds; f0s];

Ks = [cos(theta\_r) sin(theta\_r) 1

cos(theta\_r - 2\*pi/3) sin(theta\_r - 2\*pi/3) 1

cos(theta\_r + 2\*pi/3) sin(theta\_r + 2\*pi/3) 1];

fabcs = Ks \* fqd0s;

fas = fabcs(1);

fbs = fabcs(2);

fcs = fabcs(3);

end

En las siguientes secciones se profundizará en explicaciones **referidas a cada subsistema.**

* + 1. Subsistema mecánico completo referido al eje del motor

Partiendo de las ecuaciones correspondientes a los modelos matemáticos de cada elemento del sistema mecánico (motor, transmisión rígida y carga) obtendremos las ecuaciones correspondientes al modelo matemático del sistema mecánico completo referido al eje del motor. Teniendo en cuenta las siguientes **hipótesis:**

* Dientes de engranajes completamente rígidos en cualquier régimen de trabajo.
* Ausencia de holguras o juego.
* Ausencia de deformaciones y comportamientos elásticos.

Esto nos conduce a un sistema donde existe una **transferencia perfecta de potencia sin pérdidas.**

Modelo matemático de la carga:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 1 |
|  | Ecuación 2 |
|  | Ecuación 3 |
|  | Ecuación 4 |
|  | Ecuación 5 |

Modelo matemático del tren de transmisión.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 6 |
|  | Ecuación 7 |
|  | Ecuación 8 |

Modelo matemático de la máquina eléctrica PMSM.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 9 |
|  | Ecuación 10 |
|  | Ecuación 11 |

El siguiente paso será referenciar todos los sistemas mecánicos al rotor de la máquina eléctrica para esto se efectúan ciertas operaciones matemáticas.

En la **ecuación 9** se busca reemplazar para esto se hace uso de la **ecuación 8**, efectuando el despeje de la anterior variable mencionada obtenemos . Podemos conocer el valor de al despejarlo de la **ecuación 1**, se obtiene y dividiendo por obtenemos , queda entonces aplicar la **ecuación 6** y su derivada respecto al tiempo para obtener es importante destacar que el término ha sufrido también un cambio por la aplicación de la **ecuación 6**, este puede verse en la **ecuación 4** que ahora resulta ser . Por último aplicamos lo obtenido a la **ecuación 9** agrupando

A fines de sintetizar se declaran las ecuaciones obtenidas:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 12 |
|  | Ecuación 13 |
|  | Ecuación 14 |

En la **ecuación 14** hemos obtenido el modelo mecánico completo referido al eje de rotor, siempre recordando la modificación de presente en la **ecuación 13.**

El diagrama de bloques correspondiente al subsistema (en Simulink) es el siguiente:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 6 - Subsistema mecánico completo

* + 1. Subsistema electromagnético

Previo al modelado es de fundamental importancia recordar que se trabaja con una máquina eléctrica de corriente alterna trifásica sincrónica con imanes permanentes conectado en estrella lo que nos conduce a las siguientes ecuaciones de estado.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 15 |
|  | Ecuación 16 |
|  | Ecuación 17 |

La presencia de la variación del flujo concatenado debe a la variación de la inductancia en cada fase debido a la variación en la posición del rotor. Esta dependencia introduce una alta complejidad por lo tanto se aplica la **Transformada Directa de Park** donde abandonamos las coordenadas estatóricas **abcs** las cuales son magnitudes físicas medibles y obtenemos un sistema de coordenadas rotóricas **qd0s** el cual tiene inductancias constantes en cada coordenada.

Luego de desarrollos matemáticos aplicando la transformada directa e inversa de forma conveniente y particularizando para una máquina sincrónica de imanes permanentes, considerando que no hay saturación magnética y con el sistema **qd0s** fijo al rotor definimos .

Se definen también los flujos concatenados en cada dirección para el sistema en coordenadas **qd0s** particularizado:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 18 |
|  | Ecuación 19 |
| (t) | Ecuación 20 |

Y el sistema de ecuaciones previamente mencionado queda de la siguiente forma:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 21 |
|  | Ecuación 22 |
|  | Ecuación 23 |

Finalmente definimos la ecuación para el cálculo del torque electromagnético en función de las coordenadas **qd0s**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 24 |

El diagrama de bloques para este subsistema, sin considerar los bloques de Transformadas de Park directa e inversa como se vio anteriormente es el siguiente:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 7 - Diagrama de bloques del subsistema electromagnético

* + 1. Subsistema térmico

Se estudia el sistema físico para abordar el monitoreo de temperaturas y la simulación real de la variación de la resistencia óhmica con la temperatura. Se consideran solo las pérdidas de energía eléctrica como calor debido al efecto Joule en el bobinado del estator. Se plantea primero la ecuación de pérdidas en función de las corrientes en coordenadas **qd0s** y luego la ecuación del balance térmico.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 25 |
|  | Ecuación 26 |

Igualando y despejando obtenemos la ecuación diferencia que modela el comportamiento térmico del motor.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 27 |

Aprovechando la fenomenología de este subsistema incluimos en este el cálculo de la resistencia óhmica del devanado de cada fase del estator mediante la siguiente ecuación

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 28 |

Se presenta a continuación el diagrama de bloques de este subsistema elaborado en Simulink.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 8 - Diagrama de bloques del subsistema térmico

* + 1. Conclusiones del modelo

Considerando el modelo físico no lineal en su totalidad (subsistemas: electromagnético + térmico + mecánico completo) se incluyen a modo de síntesis las ecuaciones diferenciales que modelan su comportamiento. Se resaltan en color rojo las no linealidades.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 29 |
|  | Ecuación 30 |
|  | Ecuación 31 |
|  | Ecuación 32 |
|  | Ecuación 33 |
|  | Ecuación 34 |

**NOTA:** En múltiples ocasiones se hace referencia a y a

Definimos los vectores de variables de estado, de variables de entrada manipulables, de entradas de perturbación y de salidas correspondientemente:

En las ecuaciones finales del modelo físico no lineal se presentan las siguientes no linealidades.

* Función senoidal en la componente en la ecuación 29.
* Producto de la resistencia óhmica de cada fase por las corrientes en cada fase del sistema **qd0s,** ecuaciones 30, 31 y 32.
* Producto de dos variables de estado: la velocidad angular del motor por la corriente de fase “d” en la ecuación 30.
* Producto de dos variables de estado: la velocidad angular del motor por la corriente de fase “q” en la ecuación 31.
* Parámetro variante en el tiempo: la resistencia óhmica de cada fase por la corriente de cada fase del sistema **qd0s** para obtener la potencia disipada por efecto Joule en la ecuación 33.
* Cuadrado de variables de estado.

### Linealización Jacobiana

Buscamos obtener el modelo físico global linealizado con parámetros variables LPV (*Linear Parameter-Varying*) para el caso general donde Para esto se aproximará con serie de Taylor truncada de 1º orden en un punto genérico de operación al modelo físico no lineal.

De forma general, podemos describir el modelo físico no lineal obtenido previamente de la siguiente forma.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 35 |
|  | Ecuación 36 |

Se definen los **puntos de equilibrio dinámico** como aquellos donde la energía del sistema se ha disipado completamente, es decir, que las derivadas de las variables de estado son nulas, podemos expresar esto mediante la siguiente fórmula:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 37 |

Podemos ahora definir como **punto de operación** a todos aquellos pares que satisfacen dicha ecuación. Estos puntos pueden no tener variación alguna en el tiempo o bien variar de forma lenta lo que se denomina comportamiento **cuasi estacionario.** Ambos escenarios se muestran a continuación, recordar el subíndice es una letra ‘o’ refiriéndose a “operación” y no un cero.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 38 |
|  | Ecuación 39 |

Para abordar el caso más general consideraremos el último caso correspondiente a pequeñas variaciones en torno al punto de operación. Las variables de entrada, estado y salida se verán de la siguiente forma:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 40 |
|  | Ecuación 41 |
|  | Ecuación 42 |

Aplicando esto al conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento no lineal del sistema dinámico queda:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 43 |
|  | Ecuación 44 |

Estas ecuaciones tienen **condiciones iniciales genéricas para el punto de operación y nulas para la pequeña variación**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 45 |
|  | Ecuación 46 |

Aproximando ahora mediante la serie de Taylor truncada al 1º orden:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 47 |

Se descompone esta fórmula en un **término no lineal** que representa el **espacio de operación del sistema global no lineal** y una segunda **parte lineal dinámica** que representa las **pequeñas variaciones** que sufre el **punto de operación**. Se describen correspondientemente a continuación:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 48 |
|  | Ecuación 49 |

Aplicando estos conceptos al modelo físico global no lineal planteado previamente obtenemos el siguiente conjunto de ecuaciones correspondiente al espacio de operación global no lineal cuasi estacionario:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 50 |
|  | Ecuación 51 |
| ; | Ecuación 52 |
|  | Ecuación 53 |
|  | Ecuación 54 |
|  | Ecuación 55 |

Y el correspondiente al modelo dinámico LPV de pequeñas variaciones:

|  |  |
| --- | --- |
| ; | Ecuación 56 |
|  | Ecuación 57 |
|  | Ecuación 58 |
|  | Ecuación 59 |
| ; | Ecuación 60 |
| ; | Ecuación 61 |

Matricialmente, considerando :

= . + .

### Linealización por retroalimentación no lineal

* + 1. Modelo físico LTI equivalente

Como se mencionó al final de la sección 3.1 el sistema físico global cuenta con diversas no linealidades. En esta sección buscaremos deshacernos de ellas para aprovechar las ventajas de un sistema lineal y asemejarlo a una máquina de corriente continua con excitación de armadura constante para aprovechar la teoría y técnica vistos en esta.

1. Se resuelven las no linealidades del **subsistema térmico** asumiendo que su dinámica es lineal, es decir, una variación despreciable de la variable en el rango de trabajo.
2. Se aborda la linealización de las no linealidades del subsistema electromagnético por retroalimentación no lineal aplicando la estrategia de “**Control Vectorial con Campo Orientado”**. Esta consiste en conseguir un desacoplamiento de las ecuaciones de estado mediante el forzamiento de , la no variación de esta variable de estado conduce a .

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 62 |
|  | Ecuación 63 |

1. Se hace uso de la hipótesis de que la conexión al estator se realiza en **configuración estrella con punto flotante** , lo que nos permite deshacernos de esta ecuación de estado y trabajar con una única ecuación de estado.

Si aplicamos la Transformada Directa de Park para obtener :

=

Haciendo uso de la hipótesis mencionada y considerando que la variable de estado no tiene variaciones:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 64 |
|  | Ecuación 65 |

1. Será necesario linealizar la componente de la ecuación de estado del subsistema mecánico, para esto hacemos uso del alto grado de conocimiento de la planta y tomamos a este término como una perturbación que será calculada e incluida.

Nuestro sistema queda gobernado por las siguientes ecuaciones de estado lineales:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 66 |
|  | Ecuación 67 |
|  | Ecuación 68 |

Analizando el sistema de forma matricial y estableciendo condiciones iniciales genéricas:

;

;

Por último, la ecuación correspondiente al balance térmico   
, teniendo en cuentas todas las consideraciones desarrolladas queda de la siguiente manera:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 69 |

Presentamos el diagrama de bloques correspondiente al modelo LTI equivalente obtenido en el desarrollo anterior:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 9 – Sistema lineal equivalente

* + 1. Determinación de restricción o ley de control mínima.

Para determinar la **restricción o ley de control mínima** debemos averiguar qué condiciones deben cumplir las entradas , para garantizar , recordamos que se estableció que la corriente en el hilo neutro es nula entonces así será . Dada la restricción

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 70 |

Dado que nuestro sistema de control manipula las variables en el sistema **abcs** debemos conocer las condiciones que se aplican a estas. Se hará uso de la transformadadirecta de Park.

Aplicando las restricciones vistas:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 71 |

La hipótesis que se asume para el valor inicial de de esta forma se garantiza una

* + 1. Implementación en modelo físico global NL

Se aplica la retroalimentación no lineal al modelo físico global NL elaborado previamente, se aplican sensores y actuadores ideales (ganancia unitaria y ancho de banda infinito). Se delimita claramente la planta del controlador, las entradas de perturbación y manipulación y las salidas medidas y no medidas (usadas para estudio).

Gráfico, Diagrama, Esquemático, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

Ilustración 10 - Sistema linealizado por retroalimentación no lineal con ley de control mínima

* + 1. Modelo de la dinámica residual

En el inciso 3.3.2 se asumió una hipótesis para el estado inicial de , esto puede no cumplirse y aparecer un acoplamiento, en tal caso el sistema debería responder de forma adecuada. Para solucionar esto se parte de la ecuación que modela dicha coordenada eléctrica del sistema qd0s.

Prevalece la hipótesis de debido a que el controlador así lo hace, pero no la correspondiente a su estado inicial. Aplicando la restricción o ley de control mínima:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 72 |

Aplicando transformada de Laplace y sus propiedades:

Aplicando la transformada inversa de Laplace y sus propiedades:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 73 |

Notar que al resolver la ecuación diferencial vemos que la condición inicial tiene un **decaimiento exponencial con el tiempo** y mayor será a medida que aumente la resistencia y menor sea la inductancia en eje directo, por estos motivos **despreciarlo** no tendría un efecto significativo en **régimen forzado** por ser un **acoplamiento transitorio.**

* + 1. Restricción o Ley de Control Complementaria mínima

Obtendremos un mejor desempeño si, independientemente de la baja afección del estado inicial de , conseguimos mantener la linealidad y evitar los acoplamientos entre ejes qd0s incluso en regímenes naturales. Esto lo haremos al aplicar la Restricción o Ley de Control Complementaria Mínima.

Si se produce un acoplamiento en el eje eléctrico q a ver:

La forma de desacoplar dicha no linealidad es retroalimentando el valor opuesto de tal forma que la resultante de cero. A la entrada de le agregaremos el término de acoplamiento . Esto quedo aplicado al **modelo linealizado por retroalimentación no lineal** de la siguiente manera**:**

Gráfico, Diagrama, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

Ilustración 11 - Sistema linealizado por retroalimentación no lineal con ley de control mínima complementaria

Nuestro sistema físico global no lineal linealizado por retroalimentación no lineal, con ejes “q” y “d” desacoplados en régimen natural y forzado mediante ley de control complementaria mínima queda:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 74 |
|  | Ecuación 75 |
|  | Ecuación 76 |
|  | Ecuación 77 |
|  | Ecuación 78 |

### Comparación modelo LTI equivalente aumentado vs. Modelo dinámico global LPV con

Forzando en el modelo LPV y dado que se tiene:

= . + .

Se observa que, en estas condiciones, el modelo LTI equivalente aumentado es una instancia del modelo LPV. Es decir, el LTI es más sencillo de tratar al forzar , en cualquier otro caso el modelo LPV representa de manera más completa al sistema, ya que en sus ecuaciones se expresa la no linealidad inherente del sistema. Cabe destacar que esta sencillez relativa del modelo LTI con el modelo LPV viene aparejada con una reducción del espacio de puntos de operación, por lo que el modelo LPV posee más alternativas para lograr un efecto deseado por sobre el modelo LTI.

Para analizar el comportamiento del modelo LPV ante cambios del punto de operación variando partimos de las siguientes expresiones de torque electromagnético (*Ecuación 24*) y tensión virtual (*Ecuación 22*) del modelo global LPV:

Considerando estado estacionario, es decir, con se tiene:

Como se trata de una máquina de polos salientes se tiene que por lo que . Considerando tales expresiones y al variar , corriente que se encuentra en la dirección del eje ‘d’, se tienen las siguientes situaciones:

1. : flujo concatenado afectado solo por la influencia de imanes permanentes.
2. : debilitamiento de campo (*field weakening*), disminuye torque electromagnético y aumenta la velocidad angular.
3. : reforzamiento de campo (*field forcing*), aumenta el torque electromagnético y disminuye la velocidad angular.S

Estos modos de operación son útiles en situaciones particulares, por ejemplo, cuando se desee vencer una elevada fricción estática o cuando se desee un movimiento más rápido sin carga. Sin embargo, se deben tener en cuenta que variaciones en la magnitud de implican una diminución en la magnitud de , ya que la Transformada de Park mantiene constante el módulo de la resultante de la suma vectorial de las corrientes.

### Funciones de transferencia para modelo LTI equivalente aumentado desde entradas hacia salidas indicando estado inicial considerado.

La obtención de las funciones de transferencia, por definición, implica condiciones iniciales nulas. Partimos de:

Aplicando las siguientes propiedades de las transformadas de Laplace:

Obtenemos:

En la primera ecuación tenemos la entrada, en la segunda ecuación se presenta la entrada y en la última ecuación la salida .

Buscaremos , para esto debemos realizar ciertos artificios matemáticos entre la primera y la última ecuación:

Utilizando un operador simbólico para despejar la función de transferencia y definiendo:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 79 |

De forma análoga operando con la ecuación segunda y tercera:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 80 |

### Análisis de estabilidad LA sobre el modelo LTI equivalente aumentado.

En todo sistema dinámico es fundamental analizar el concepto de estabilidad para su correcto desempeño. Un sistema será estable siempre que frente a una entrada acotada en el tiempo se obtenga una respuesta acotada en el tiempo. Podemos decir que un sistema dinámico continuo será estable siempre que la parte real de los polos (autovalores de la matriz de sistema A) sea negativa, es decir, que se encuentren en el semiplano izquierdo del dominio de Laplace (análogo a encontrarse dentro de la circunferencia de radio unitario en el dominio Z para sistemas dinámicos discretos).

Está parte real negativa en el dominio de la frecuencia representa una exponencial decreciente en el dominio del tiempo, de allí que la respuesta será acotada en el tiempo frente a una entrada acotada en el tiempo.

La función de transferencia no tiene ceros y tiene polos a determinar mediante las raíces del polinomio característico de esta. Se enumeran a continuación:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 81 |

De la observación encontramos el primer polo en 0, dado que el polinomio es de orden 3, las dos raíces restantes a determinar se encuentran desde

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 82 |

Tomamos los valores nominales de los parámetros dados en las consignas:

Finalmente:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 83 |
|  | Ecuación 84 |

Los valores numéricos para nuestro polinomio característico equivalente de segundo orden:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 85 |
|  | Ecuación 86 |
|  | Ecuación 87 |

Comparando con la primera ecuación que es la forma estándar de un polinomio de segundo grado:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 88 |
| (sub-amortiguado por < 1) | Ecuación 89 |

Hemos elaborado un script para el cálculo y verificación de estos valores denominado **“zp.m”** donde generamos la función de transferencia y extraemos polos, ceros, parámetros característicos y gráficas.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 12 - Diagrama de polos y ceros para G\_vqs

El software ofrece poca flexibilidad para el ajuste de la gráfica de un mapa de polos y ceros, pero nos permite extraer valores para verificación.

Analizando vemos que tiene **el mismo polinomio característico** por lo tanto la estabilidad queda definida de igual manera mediante los mismos polos que para la función de transferencia vista anteriormente. Esta función de transferencia introduce en el sistema un cero a analizar:

Evaluando parámetros:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 90 |

De forma análoga, usando el script mencionado anteriormente, podemos verificar valores y notar la presencia del cero incluido:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 13 - Diagrama de polos y ceros para G\_Tl

Por definición un sistema LTI será estable siempre que sus polos tengan parte real negativa lo que representa una exponencial decreciente en el dominio del tiempo. Por tanto, podemos decir que, el sistema bajo los parámetros evaluados **es estable.**

A continuación, se realizará el **barrido de parámetros** variando aquellos que tienen una mayor influencia en la posición de los polos: . Se implementa dentro del mismo script mencionado previamente, este quedaría de la siguiente manera:

clc;clear;close all;

%% ======== Carga Mecánica ======== %%

% Coeficiente de fricción viscosa en articulación [N.m/(rad/s)]

b\_l = 0.1; % [+- 0.03]

% % Aceleración de la gravedad [m/s^2]

g = 9.80665;

% Masa del brazo manipulador [kg]

m = 1;

% Longitud al centro de masa [m]

l\_cm = 0.25;

% Inercia equivalente del brazo al centro de masa [kg.m^2]

J\_cm = 0.0208;

% Longitud total del brazo [m]

l\_l = 0.5;

% Masa de carga útil en el extremo [kg]

m\_l = 0; % [+ 1.5]

% Inercia total al eje de rotación [kg.m^2]

J\_l = (m\*l\_cm^2 + J\_cm) + (m\_l \* l\_l^2); % Afectado por incertidumbre

% Coeficiente de torque recuperador gravitacional [N.m]

k\_l = m \* g \* l\_cm + m\_l \* g \* l\_l; % Afectado por incertidumbre

% Torque de perturbación [N.m]

T\_per = 0; % [+- 5.0]

%% ======== Tren de Transmisión ======== %%

% Relación de reducción

r = 120;

% Velocidad nominal a la salida [rpm]

n\_l\_nom = 60.0;

% Velocidad nominal a la salida [rad/s]

w\_l\_nom = 6.28;

% Torque de saldia nominal [N.m]

T\_q\_nom = 17.0;

% Torque de salida máximo [N.m]

T\_q\_max = 45.0;

%% ======== Máquina Eléctrica ======== %%

% Momento de inercia motor + caja [kg.m^2]

J\_m = 1.4 \* 10^-5; % [+- 1%]

% Coeficiente de fricción viscosa motor + caja [N.m/rad/s]

b\_m = 1.5 \* 10^-5; % [+- 1%]

% Pares de polos magnéticos

P\_p = 3;

% Flujo magnético equivalente de imanes concatenado por espiras del

% bobinado de estator [dWb/dt ó V / rad.s]

lambda\_m = 0.016; % [+- 1%]

% Inductancia del estator, eje en cuadratura [H]

L\_q = 5.8 \* 10^-3; % [+- 1%]

% Inductancia del estator, eje directo [H]

L\_d = 6.6 \* 10^-3; % [+- 1%]

% Inductancia de dispersión del estator [H]

L\_ls = 0.8 \* 10^-3; % [+- 1%]

% Resistencia de estator, por fase a 40ºC [Ohm]

R\_s\_40 = 1.02; % [+- 1%]

% Resistencia de estator, por fase a 115ºC [Ohm]

R\_s\_115 = 1.32; % [+- 1%]

% Coeficiente de aumento de R\_s con Temp\_s [1/ºC]

alpha\_cu = 3.9 \*10^-3;

% Capacitancia térmica del estator [W/ºC./s]

C\_ts = 0.818; % [+- 1%]

% Resistencia térmica estator - ambiente [ºC/W]

R\_ts\_amb = 146.7; % [+- 1%]

% Constante de tiempo térmica [s]

tao\_ts\_amb = R\_ts\_amb \* C\_ts;

% Velocidad nominal del rotor [rpm]

n\_m\_nom = 6600;

% Velocidad nominal del rotor [rad/s]

w\_m\_nom = 691.15;

% Tensión nominal de línea, corriente alterna eficaz.[V\_ca\_rms]

V\_sl\_nom = 24;

% Tensión nominal de línea, corriente alterna eficaz.[V\_ca\_rms]

V\_sf\_nom = V\_sl\_nom / sqrt(3);

% Corriente nominal en régimen continuo [A\_ca\_rms]

I\_s\_nom = 0.4;

% Corriente máxima de pico [A\_ca\_rms]

I\_s\_max = 2.0;

% Temperatura máxima del bobinado del estator [ºC]

Temp\_s\_max = 115.0;

% Rango de temperatura ambiente de operación [ºC]

Temp\_amb = 40; % [-55]

% Temperatura de referencia para el cobre [ºC]

Temp\_s\_ref = 40;

% Torque motor [N.m]

T\_m = 0;

%% ======== Inversor trifásico ======== %%

% Ángulo eléctrico de voltaje [rad]

theta\_ev = 0;

% Tensión de línea [V\_ca\_rms]

V\_sl = 24; % [-24]

% Frecuencia sincrónica [Hz]

f\_e = 330; % [-660]

% Frecuencia angular sincrónica [rad/s]

w\_e = f\_e \* 2 \* pi;

% Tensiones de fase [V\_ca]

V\_as = sqrt(2) \* V\_sl / sqrt(3) \* cos(theta\_ev);

V\_bs = sqrt(2) \* V\_sl / sqrt(3) \* cos(theta\_ev - 2/3 \* pi);

V\_cs = sqrt(2) \* V\_sl / sqrt(3) \* cos(theta\_ev + 2/3 \* pi);

%% ======== Relaciones de la resolución ======== %%

% Inercia equivalente [kg.m^2]

J\_eq = J\_m + (1/r^2) \* J\_l;

% Coeficiente de fricción viscosa equivalente [N.m/(rad/s)]

b\_eq = b\_m + (1/r^2) \* b\_l;

%% ======== VALORES DE OBSERVADOR ======== %%

K\_e\_theta = 64\*10^2;

K\_e\_omega = 10.64\*10^6;

Vemos que se barre la masa del extremo del brazo desde su valor mínimo a su valor máximo de forma discreta y se realizan todos los recálculos necesarios para así obtener las siguientes gráficas para los casos :

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Ilustración 14 - Diagrama de ceros y polos para b\_{l-min}

Gráfico

Descripción generada automáticamente

Ilustración 15 - Diagrama de ceros y polos para b\_{l-nom}

Gráfico

Descripción generada automáticamente

Ilustración 16 - Diagrama de ceros y polos para b\_{l-max}

Vemos que en todos los casos el sistema es estable, pero hay una variación respecto al posicionamiento de sus polos lo que implica una variación en su comportamiento.

Se muestra a continuación la variación de la frecuencia natural de los polos, se puede observar que en todos los casos se presenta una disminución de esta al aumentar la masa del efector del brazo, es decir, al aumentar la inercia equivalente del sistema mecánico completo.

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Ilustración 17 - Variación de omega\_n de polos al variar J\_{eq}

Por el contrario, vemos como el amortiguamiento relativo aumenta al aumentar la inercia equivalente mencionada:

Gráfico, Gráfico de líneas, Gráfico de dispersión

Descripción generada automáticamente

Ilustración 18 - Variación de dseta de polos al variar J\_{eq}

Estos comportamientos coinciden con la observación del desplazamiento hacia debajo de los polos recordando que el vector que va del origen al polo es y el ángulo respecto a la vertical me permite calcular

### Análisis de Observabilidad completa de estado sobre el modelo LTI equivalente aumentado.

A continuación, se realiza un análisis de la Observabilidad completa de estado sobre el modelo LTI equivalente aumentado desde la salida medida 𝜃𝑚(𝑡).

Un sistema LTI se considera observable en si, con el sistema en el estado inicial , es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo finito de tiempo, esto es, si cada transición de estado afecta a cada elemento del vector de salida.

Para analizar la Observabilidad en nuestro sistema nos apoyamos en el Criterio de Observabilidad en el espacio de Estado (Kalman), que sostiene que un sistema es completamente observable si el rango de la matriz de observabilidad es igual a su orden . Esto implica a que los vectores que conforman dicha matriz sean linealmente independientes. Si dichas condiciones se cumplen, existe un observador que permite reconstruir todo el estado a partir de la medición de la salida.

Para un sistema genérico:

Su matriz de observabilidad está dada por:

Particularizando ahora para nuestro sistema LTI equivalente aumentado, considerando , el vector de estado es:

Donde se observa que . Considerando que se desea analizar Observabilidad desde , se define a la matriz de salida:

La matriz de nuestro sistema es:

De manera que la matriz de observabilidad está dada por:

Considerando los valores nominales indicados en las consignas y los calculados en la sección 3.6:

La matriz de observabilidad queda definida como:

Cuyo determinante, según método de Cofactores esta dado por:

Como el determinante de la matriz de observabilidad es distinto de cero, sus vectores son linealmente independientes y el rango de dicha matriz es igual a su orden. De esta manera podemos asegurar que el sistema LTI equivalente aumentado es observable desde .

Es importante resaltar que este análisis es sobre el sistema LTI equivalente aumentado, el cual cuenta con desacoplamientos de manera que no es posible observar los estados de y desde , se concluye así que el sistema es parcialmente observable en estas condiciones.

Alternativamente se analiza a continuación la observabilidad del sistema desde , lo cual se implementaría con un tacogenerador. Para ello, considerando el vector de estado, se redefine la matriz de salida:

De manera que la matriz de observabilidad es:

Observando que dicha matriz posee una columna de columna de ceros se deduce que el determinante de dicha matriz es nulo:

Lo cual implica que el rango de dicha matriz es menor que su orden, por lo que se concluye que el sistema no es observable desde .

El hecho de que el sistema no sea observable desde se debe a que, midiendo la velocidad del sistema, no es posible conocer la posición del sistema sin conocer su condición inicial de posición. Sin embargo, si es posible conocer la velocidad del sistema a partir de la observación de aplicando un proceso de derivación.

### Análisis de Controlabilidad completa de estado sobre el modelo LTI equivalente aumentado.

A continuación, se realiza un análisis de la Controlabilidad completa de estado sobre el modelo LTI equivalente aumentado desde entrada manipulada , sin considerar la perturbación de carga mecánica.

Un sistema LTI se considera controlable en si se puede transferir desde cualquier estado inicial a cualquier otro estado, mediante un vector de control no restringido , en un intervalo de tiempo finito.

Para analizar la Controlabilidad en nuestro sistema nos apoyamos en el Criterio de Controlabilidad completa de Estado en el espacio de Estado (Kalman), que sostiene que un sistema es controlable si el rango de la matriz de controlabilidad es igual a su orden . Esto implica a que los vectores que conforman dicha matriz sean linealmente independientes. Si dichas condiciones se cumplen, existe una Ley de Control que permite ubicar a voluntad todos los polos del sistema en el dominio de Laplace.

Para un sistema genérico:

Su matriz de controlabilidad está dada por:

Particularizando ahora para nuestro sistema LTI equivalente aumentado de orden , considerando , las matrices y de nuestro sistema son:

De manera que la matriz de controlabilidad está dada por:

Cuyo determinante, según método de cofactores esta dado por:

Considerando los valores nominales indicados en las consignas y los calculados en la sección 3.6:

Se tiene que:

Como el determinante de la matriz de controlabilidad es distinto de cero, sus vectores son linealmente independientes y el rango de dicha matriz es igual a su orden. De esta manera podemos asegurar que el sistema LTI equivalente aumentado es controlable desde la variable manipulada 𝑣𝑞𝑠𝑟(𝑡). De esta manera existe una Ley de Control en el espacio de Estado que permite posicionar los polos del sistema en el dominio de Laplace, modificando así a voluntad de los requisitos de control la respuesta dinámica del sistema.

De igual manera que en el análisis de Observabilidad, destacamos que estamos realizando un análisis sobre el sistema LTI equivalente aumentado, donde no es posible controlar y desde 𝑣𝑞𝑠𝑟(𝑡) debido a los desacoplamientos realizados en dicho sistema. Para controlar tales variables de estado, se deben introducir entradas de control adicionales.

### Simulación dinámica en DT

* + 1. Comparativa de comportamiento para

Se realiza la simulación y se observa de forma comparativa la respuesta de diferentes variables del sistema no lineal linealizado por retroalimentación no lineal y del sistema lineal equivalente.

Tensiones en coordenadas abc: vemos una correspondencia de forma entre las ondas de cada sistema, la forma más suave o con menor componente de alterna de las tensiones correspondientes al sistema lineal equivalente se deben a la ausencia de no linealidades.

Imagen que contiene Escala de tiempo

Descripción generada automáticamente

Ilustración 19 - Tensiones en coordenadas abc de modelos equivalente y NL

Tensiones en coordenadas qd0: Notamos una gran similitud en la forma de las tensiones en coordenadas qd0, el correcto seguimiento de la entrada , la variación en la forma de en los momentos de variación de y en la variación de la entrada de perturbación.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 20 - Tensiones en coordenadas qd0 para de modelos equivalente y NL

Corrientes en coordenadas abc: mismo fenómeno que en el caso de tensiones en coordenadas abc.

Imagen que contiene Escala de tiempo

Descripción generada automáticamente

Ilustración 21 - Corrientes en coordnadas abc de modelos equivalente y NL

Corrientes en coordenadas qd0: vemos que para ambos sistemas la corriente en el eje “q” es muy similar dado que viene de la entrada impuesta . En cuanto a las corrientes en ejes “d” y “0” vemos que en el sistema lineal equivalente estas son constantemente nulas debido a que así se imponen mientras que en el sistema no lineal linealizado por retroalimentación no lineal se ve un alejamiento del valor 0 propio de las no linealidades pero si se mantiene una componente de continua nula.

Diagrama

Descripción generada automáticamente con confianza baja

Ilustración 22 - Corrientes en coordenadas qd0 de modelos equivalente y NL

Curva torque – velocidad p/sistema no lineal linealizado por retroalimentación no lineal: del gráfico obtenido de Simulink hemos realizado ciertas divisiones y aclaraciones usando un software ajeno.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 23 - Curva paramétrica torque electromagnético - velocidad angular

Vemos que el motor alcanza velocidades que van aproximadamente desde en giro inverso hasta en sentido directo. En cuanto al torque este toma un valor absoluto máximo de un poco menos de . La curva obtenida del **modelo lineal equivalente es prácticamente la misma.**

* + 1. Determinación de velocidad y corriente final de establecimiento luego de cada transitorio.

Para determinar la velocidad y corriente final de establecimiento luego de cada transitorio debemos primero identificar cuándo el sistema pierde el equilibrio y se ve en un transitorio hasta lograr su estado estacionario o nuevo equilibrio.

Esto es así en los momentos donde hay una variación en las entradas del sistema, particularmente cuando afectamos el valor de la entrada a los 0.1 y 0.7 segundos y cuando el sistema se ve sometido a un torque de carga variante a los 0.3, 0.5 y 0.9 segundos.

Procedemos con el análisis para el sistema linealizado por retroalimentación no lineal.

Consideramos tiempos de crecimiento al que tarda la señal en ir del 10% al 90% del valor final y tiempo de establecimiento al tiempo que demora la señal en entrar y no salir de un margen del 1% del valor final.

Los siguientes gráficos de extraen del análisis de las curvas provistas por Simulink.

1. en

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Valor final de establecimiento | 403.9 | 0.15 |
| Tiempo de crecimiento 10-90% [ms] | 11 | 0.072 |
| Tiempo de establecimiento [ms] | 149 | 55 |
| Sobrepico % / A | 16.3 | 10.43 |

1. en

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Valor final de establecimiento | 385.7 | 1.07 |
| Tiempo de crecimiento 10-90% [ms] | 6 | 11 |
| Tiempo de establecimiento [ms] | 49 | 46 |
| Sobrepico % / A | 0.915 | 0.071 |

1. en

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Valor final de establecimiento | 415.0 | -0.316 |
| Tiempo de crecimiento 10-90% [ms] | 5 | 12 |
| Tiempo de establecimiento [ms] | 21 | 48 |
| Sobrepico % / A | 2.17 | 0.238 |

1. en

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Valor final de establecimiento | 9.77 | -0.467 |
| Tiempo de crecimiento 10-90% [ms] | 9 | 0.074 |
| Tiempo de establecimiento [ms] | 53 | 68 |
| Sobrepico % / A | 14.8 | 10.92 |

1. en

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Valor final de establecimiento | -5.4 | 0.254 |
| Tiempo de crecimiento 10-90% [ms] | 5 | 10 |
| Tiempo de establecimiento +- 1% [ms] | 50 | 35 |
| Sobrepico % / A | 55 | 0.112 |

Incluimos la gráfica de respuesta velocidad y posición angulares del motor respecto de cada modelo para posteriores análisis:

Pantalla de computadora con fondo negro

Descripción generada automáticamente con confianza baja

Ilustración 24 - velocidad y posición angular de modelos equivalente y NL

Del análisis de los datos previos y las gráficas de respuestas derivamos en dos conclusiones respecto a cómo afectan las acciones externas sobre las variables analizadas:

1. La tensión influye significativamente más sobre el estado estacionario de la velocidad y genera grandes transitorios en la corriente.
2. El torque influye más sobre el estado estacionario de la corriente y genera leves corrimientos del estado estacionario de la velocidad.

Es interesante destacar que la respuesta ante entradas de tensión y torque de carga el comportamiento del transitorio adopta una forma similar, esto se debe a que como se vio en la sección 3.6 ambas funciones de transferencia poseen los mismos polos.

* + 1. Análisis del comportamiento al variar entre +0.5 A y -0.5A.

Al aplicar una condición inicial distinta de cero para se pueden realizar las siguientes observaciones:

1. No se observan diferencias significativas en las curvas paramétricas torque velocidad, en tensiones y corrientes en coordenadas “abc” y en tensiones “qd0”. Tampoco se observan variaciones significativas en el comportamiento de corrientes en eje “q” y eje “0”
2. Se observa un transitorio dada la condición inicial en la corriente en eje “d” a ver a continuación según el caso:

Imagen que contiene tabla, mujer, computadora, alimentos

Descripción generada automáticamente

Ilustración 25 - Corriente de eje "d" para ids(0) = 0.5 A de modelos equivalente y NL

Imagen que contiene Texto

Descripción generada automáticamente

Ilustración 26 - Corriente de eje "d" para ids(0) = -0.5 A de modelos equivalente y NL

* + 1. Análisis del comportamiento al introducir consigna de tensión en eje “d”.

Introducimos una consigna de tensión en eje “d” a los 0.5 segundos y analizamos el comportamiento de forma general para los casos donde sumada a la ley de control mínima complementaria o bien introducida directamente según sea el modelo para así observar los fenómenos de “*field forcing”* y “*field weakening”*. Compararemos la respuesta de la velocidad y del torque electromagnético del sistema, en las leyendas se aclara que la variable analizada proviene del modelo no lineal linealizado por retroalimentación no lineal y cada caso según sea el valor de la tensión en eje “d”:

Imagen que contiene Gráfico

Descripción generada automáticamente

Ilustración 27 – velocidad angular para modelo NL con fenómenos de field forcing y field weakening

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Ilustración 28 - torque electromagnético para modelo NL con fenómenos de field forcing y field weakening

Notamos que, al introducir una consigna positiva de tensión en eje “d”, se da el fenómeno de *“field forcing”* donde presenta una menor velocidad debido al reforzamiento propio del campo magnético pero un mayor torque electromagnético y que al introducir una consigna negativa de tensión en eje “d” se da el fenómeno de *“field weaking”* donde la velocidad angular del motor es mayor debido al debilitamiento del campo magnético, pero obteniendo un torque electromagnético menor.

## Diseño, análisis y simulación con controlador de movimiento en cascada con modulador de torque equivalente (control vectorial)

En el siguiente inciso se plantean los desarrollos involucrados en la implementación de una estrategia de control a lazo cerrado denominada control en cascada. De forma general, se tienen un lazo de control interno de corriente y torque de mayor velocidad y un lazo externo de control de movimiento de menor velocidad. Se obtendrá un modulador de torque encargado de convertir consignas de torque en consignas de tensión y un modulador de tensión que convertirá consignas de tensión en tensiones efectivas para accionar el dispositivo. El lazo externo contiene un controlador PID encargado de transformar consignas de posición en consignas de torque.

### Modulador de torque equivalente (controlador interno vectorial de corriente/torque)

Para implementar el modulador de torque en nuestro sistema físico completo no lineal, debemos partir de la observación de este dado en las siguientes ecuaciones, notar que se han reducido las ecuaciones de estado a las que competen en el actual desarrollo:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Buscaremos desacoplar las realimentaciones físicas para así, al manipular el valor de tensión estar afectando de forma proporcional a las corrientes y así al torque electromagnético. Para esto se plantean las siguientes ecuaciones:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Al incluir las ecuaciones REF REF REF en REF REF REF se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones donde se puede ver la proporcionalidad existente en la consigna de tensión y la variación de la corriente en cada eje del sistema qd0. Lograremos proporcionar mediante la consigna de tensión los valores que deseamos obtener sin preocuparnos por posibles caídas de tensión y otros efectos.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Este desacoplamiento puede y de hecho nunca es completamente perfecto debido a la existencia del error (por más mínimo que sea) respecto de los parámetros reales y a efectos no contemplados. Considerar la variación de la temperatura del estator y su correspondiente efecto en la resistencia óhmica de cada devanado nos permite obtener un desacoplamiento con un mayor grado de perfección.

FALTA COMPARACIÓN CON LINEALIZACIÓN POR RETROALIMENTACIÓN NO LINEAL.

Se presenta a continuación el diagrama de bloques de dicho desacoplamiento:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Continuamos diseñando los lazos de control de corrientes desacoplados para así, mediante este modulador, conocer los valores de las consignas de tensión en el marco qd0.

Previamente se mencionó que la variación de la corriente en cada eje del marco qd0 es proporcional a la tensión en dicho eje, ecuaciones REF REF REF. Podemos modelar estas tensiones de consigna como el error proporcional entre las corrientes qd0 consigna y las medidas (con la correspondiente transformación), multiplicando cada corriente por su respectiva ganancia

Estos valores influyen en la dinámica de este controlador proporcional, por lo que corresponde asignar polos, es decir, definir la dinámica del comportamiento y luego obtener dichos valores. Para esto aplicamos la transformada de Laplace a las ecuaciones REF REF REF, se obtiene:

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |
|  | REF |
|  | REF |

Considerando condiciones iniciales nulas como se ha hecho y despejando, obtenemos las funciones de transferencia correspondientes a cada controlador.

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |
|  | REF |
|  | REF |

Colocamos los polos en . Tomando los siguientes valores:

Aplicando , obtenemos:

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |
|  | REF |
|  | REF |

Observando la forma estándar de una función de transferencia de primer orden:

Podemos deducir que:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref |

Dado que la ganancia es unitaria y los polos son lo suficientemente rápidos, consideramos a este modulador de corriente ideal.

Podemos incorporar este modulador de corriente a nuestro modelo como un subsistema a ver a continuación:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

FALTA COMPARACIÓN DE DINAMICA

Continuamos incluyendo la consigna de torque con desacoplamiento de la fricción viscosa, para esto:

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |

Mediante la ecuación de torque modelamos la salida y podemos despejar la corriente en eje en cuadratura:

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |
|  | REF |

Aplicando la última ecuación REF podemos realizar el modelo en Simulink:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Dado que conocemos la dinámica del torque de carga dada por:

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |
|  | REF |

Podríamos desacoplar el primer término, para esto, primero lo referenciamos al eje del motor y luego lo retroalimentamos de forma opuesta a lo visto en la *ecuación 29,* es decir, deberíamos sumar positivamente este término al torque de consigna.

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |
|  | *REF* |
|  | *REF* |

Un reloj de aguja

Descripción generada automáticamente con confianza media

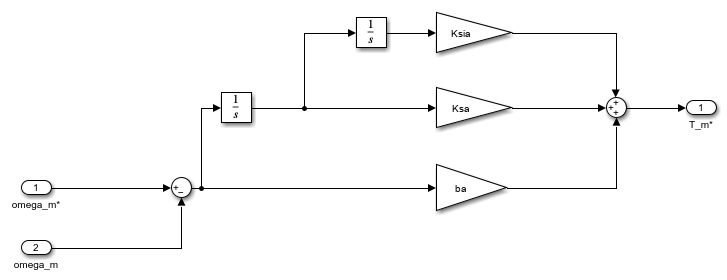
FALTA SIMULACIÓN

### Controlador externo de movimientos: posición/velocidad

En esta sección se diseña el lazo externo de posición/velocidad previamente mencionado en la introducción de la sección 4. Dicho lazo será diseñado con el método de sintonía serie con una acción integral “PID”, con , y valores nominales de inercia y amortiguamiento a temperatura ambiente. El control en cascada brinda una solución a la inconsistencia que se tiene en la técnica de realimentación completa de estado, donde ante un error de posición, se tiene consigna de velocidad nula.

Debido a que la acción derivativa tiene un comportamiento de tipo filtro pasa-alto muy sensible al ruido (generalmente de alta frecuencia) presente en las señales de error de posición y velocidad, se utiliza como entrada solo la velocidad angular del motor. De esta manera se aplican solo acciones integrales que actúan como filtro pasa-bajo, haciendo más estable el comportamiento del controlador. Así este lazo, capaz de corregir errores de estado estacionario debido a perturbaciones de carga, recibe consignas de velocidad y entrega en su salida la consigna de torque necesaria.

El modelo propuesto es el siguiente:



Considerando los errores entre las consignas y valores medidos de la posición y velocidad respectivamente:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

Cuyas expresiones en el dominio de Laplace son:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

La salida de este controlador, entrada del modulador de torque desarrollado previamente, en el dominio de Laplace está dada por:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

Donde las ganancias del controlador están definidas como:

* Coeficiente de fricción viscosa rotacional equivalente activa

* Coeficiente de rigidez rotacional equivalente activa

* Coeficiente de rigidez integra; rotacional equivalente activa

Por otra parte, partiendo de la *Ecuación 14* del modelo físico del subsistema mecánico y teniendo en cuenta el desacople del torque de fricción realizado en la sección anterior:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

Aplicando transformada de Laplace sobre esta expresión, reemplazando la ecuación del controlador REF y considerando las expresiones de error REF:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |
|  | *REF* |

Despejando la posición medida :

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |
|  | *REF* |
|  | *REF* |

Se pueden observar dos funciones de transferencia del controlador, una entre a la consigna y la posición medida y la otra entre la perturbación y posición medida:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |
|  | *REF* |

A continuación, se realiza un análisis de tales funciones de transferencia en régimen estacionario ante una entrada de escalón unitario.

Si , aplicando el teorema del valor final se tiene que y . Esto implica que ante una entrada de escalón unitario tiene ganancia unitaria y que la acción integral contribuye con un rechazo total a las perturbaciones, pudiendo corregir el error en estado estacionario del torque de carga.

Si no se hubiese la acción integral (, al aplicar el teorema del valor final se tendría que y . Es decir que, en estas condiciones ante un escalón de carga distinto de 0, en régimen estacionario, la posición se verá afectada por , siendo incapaz de corregir el error de estado estacionario.

Se concluye que el controlador propuesto con su respectiva acción integral es adecuado para evitar errores en estado estacionario ante entradas del tipo escalón.

Para encontrar los valores óptimos de las ganancias del controlador se procede a aplicar el método sintonía serie con , y . Observando la expresión REF . Se tiene que el polinomio característico del controlador está dado por:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

Considerando su forma normalizada:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

Según el método sintonía serie, dicho polinomio se puede expresar como:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |
|  | *REF* |

De manera que, al igualar los términos de REF y REF, e imponiendo con una separación de polos las ganancias del controlador están dadas por:

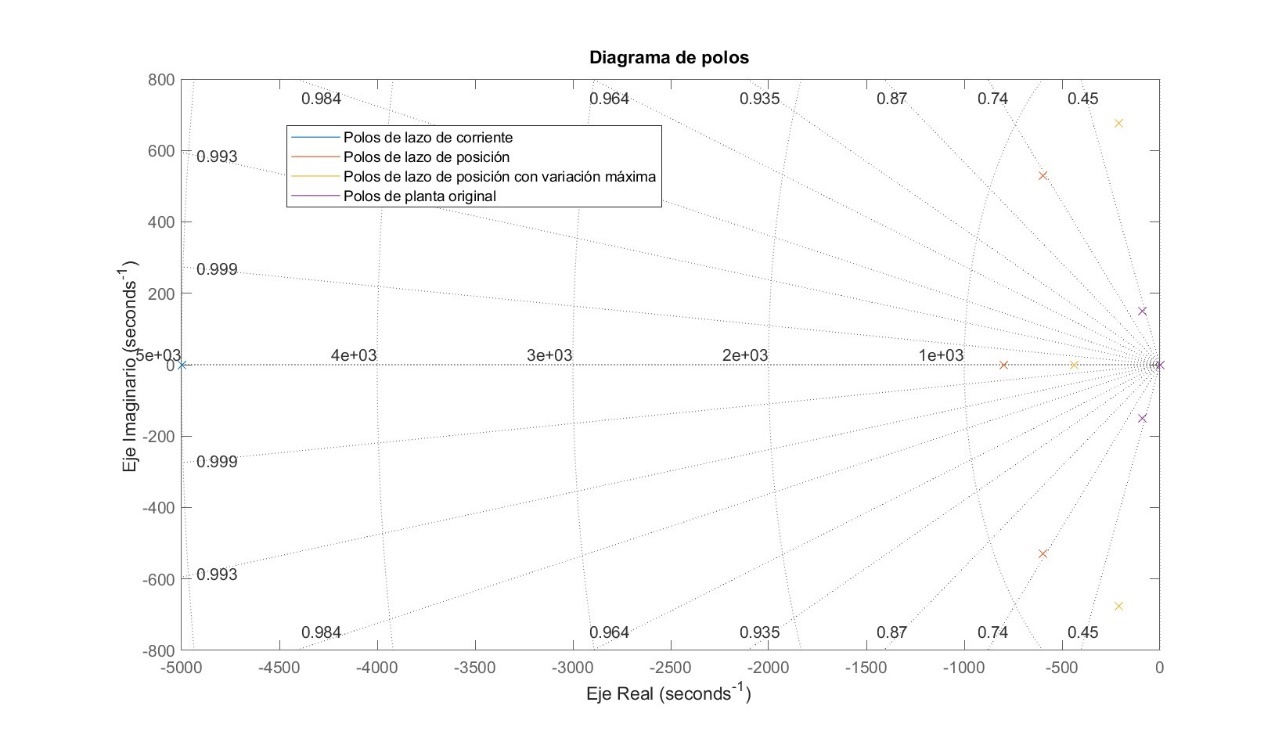
Teniendo en cuenta que la distancia radial impuesta de los polos al origen en el dominio de la frecuencia es la misma para los 3 polos, el controlador posee un comportamiento de filtro de Butterworth de tercer orden. Partiendo de la forma genérica normalizada de un polinomio de tercer grado factorizado:

Y comparando con la expresión REF , se tiene que para valores nominales de :

(Subamortiguamiento)

Manteniendo invariantes las ganancias , y obtenidas a partir de los valores nominales, pero considerando la variación extrema de parámetros de carga donde , los polos están dados por:

A continuación, se observan los polos de la planta original, del regulador de corriente, del controlador externo de posición en valores nominales y máximos de inercia:



A partir de la observación de este diagrama se concluye que se ha diseñado un control en cascada consistente, donde el lazo interno de corriente tiene una respuesta considerablemente más rápida que el lazo externo de posición. También se puede observar que ante la variación extrema de el control es efectivo, ya que los polos del sistema en dicha condición se encuentran sobre el semiplano negativo y con una distancia radial al origen mayor que los de la planta original.

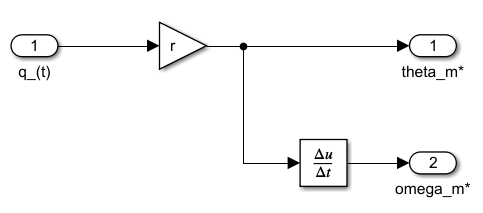
* + 1. Incorporación de entrada de referencia o setpoint de posición

Considerando que se está trabajando sobre la articulación de un brazo manipulador robótico, es conveniente incorporar una entrada de referencia o set-point de posición de coordenadas articulares de dicho brazo. Facilitando así el control mediante algoritmos de cinemática inversa y directa utilizados comúnmente en aplicaciones de esta índole. El modelo de dicha consigna está dado por:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

Teniendo en cuenta que se trata de una consigna y no de un valor medido a través de un sensor y transportado a lo largo de un cable, es posible derivar dicha consigna de posición para obtener un valor consistente de consigna de velocidad ya que no presenta el inconveniente del ruido electromagnético inherente en las mediciones.

El diagrama de bloques del set-point se presenta a continuación:



### Observador de estado de orden reducido

En la sección 4.2 se propuso un modelo de controlador tipo con acción integral PID cuya entrada es la velocidad angular del motor para evitar acciones derivativas de control. Sin embargo, en la sección 3.7 se demostró que el sistema no es observable desde la velocidad y para el subsistema mecánico se posee únicamente un encoder que capaz de medir la posición del eje.

Es necesario así implementar un observador de estado reducido en el subsistema mecánico capaz de estimar la velocidad a partir de las mediciones del sensor de posición. No es necesario la incorporación de un observador para estimar las corrientes ya que se dispone de sensores de corriente. Además, se considera que modulador de torque posee ganancia unitaria, un ancho de banda grande y que la entrada del observador es la consigna de torque proveniente del controlador de movimiento PID.

Considerando el desacople de la fricción viscosa realizada en la sección 4.1, el modelo del subsistema mecánico está dado por:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

De forma matricial, el modelo del subsistema se puede expresar de la siguiente manera:

|  |  |
| --- | --- |
| ; | *REF* |

El observador de estado se modela como un estimador de estado para sistemas dinámicos lineales. En tal modelo se plantea una copia del sistema capaz de reproducir la entrada y salida del sistema corrigiendo la ecuación dinámica con un término proporcional al error entre la salida medida del sistema real y la salida estimada por el observador. El modelo de tal observador está dado por:

|  |  |
| --- | --- |
| ; | *REF* |

Donde y representan los valores estimados de la entrada y salida respectivamente y es la matriz cuyos elementos son los parámetros de ajuste del observador:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

Asumiendo que las matrices de entrada y salida del subsistema original y del observador coinciden, reemplazando y reordenando los términos de REF se tiene que el modelo del observador es:

|  |  |
| --- | --- |
| ; |  |
| ; | *REF* |

A partir de la REF y considerando como salida se tiene que las matrices y del subsistema son:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

Considerando dichas matrices, la matriz de sistema del observador está dada por:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

Los autovalores a lazo cerrado de determinan la dinámica del observador, se procede a obtener su polinomio característico:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

A continuación, se calcularán los valores de y que permitan ubicar los polos del observador reales e iguales en para no interferir demasiado con el controlador de estado. Para ello se plantea un polinomio de segundo orden con polos reales e iguales en dicha posición:

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |

Comparando términos semejantes entre *REF* y *REF* se obtiene:

A continuación, se presenta el diagrama de bloques del observador:



AGREGAR DIÁMICA DEL ERROR Y CONCLUSIÓN SI SE CONSIDERA NECESARIO

### Simulación en tiempo continuo del modelo completo NL

* + 1. Seguimiento de consignas de movimiento con perfil trapezoidal de posición

## Conclusiones

## Referencias