# Automática y Máquinas Eléctricas

# Proyecto Global Integrador (Año 2023)

## Control de Accionamiento de CA con

## Motor Sincrónico de Imanes Permanentes

**Alumnos: Legajos:**

Cazabán, Martín Gabriel 12381

Martín Duci, Ignacio 13560

**Profesor:**

Ing. Gabriel L. Julián

Junio – 2024

# Índice

## Resumen

## Introducción

## Modelado, análisis y simulación dinámica del sistema físico a “lazo abierto” (sin controlador externo de movimiento)

### Modelado del sistema físico no lineal

Para abordar el modelado del sistema físico no lineal, deben considerarse los tres elementos que abarca el accionamiento:

* Máquina eléctrica de corriente alterna trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (*PMSM: Permanent Magnet Synchronous Machine*) con estator conectado en estrella simétrico y equilibrado, cada fase accesible por bornes y punto neutro flotante no accesible.

Imagen que contiene cámara

Descripción generada automáticamente

Ilustración 1 – PMSM

* Tren de transmisión de engranajes planetarios con caja reductora reversible, sin elasticidad torsional, deformaciones, holgura o juego. Asumimos un comportamiento completamente rígido y con pérdidas consideradas en el motor.

Imagen que contiene estructuras metálicas, equipo, foto, vídeo

Descripción generada automáticamente

Ilustración 2 - Tren de engranajes planetarios

* Brazo manipulador robótico de un grado de libertad rotacional de eje horizontal de carga variable en su extremo.

Diagrama, Dibujo de ingeniería

Descripción generada automáticamente

Ilustración 3 - Carga: brazo manipulador robótico de 1 g.d.l.

En primer lugar, se lleva a cabo el modelado del sistema físico el cual tiene las siguientes entradas y salidas:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Símbolo** | **Descripción** | **E/S** | **Observación** |
| T\_l [N.m] | Torque de carga | E |  |
| v\_as [V] | Tensión de fase “a” | E |  |
| v\_bs [V] | Tensión de fase “b” | E |  |
| v\_cs [V] | Tensión de fase “c” | E |  |
| theta\_r [rad] | Ángulo de referencia del rotor | E |  |
| theta\_m [rad] | Posición angular del rotor del motor | S |  |
| omega\_m [rad/s] | Velocidad angular del rotor del motor | S | Virtual, no medida. |
| i\_as [A] | Corriente de fase “a” | S |  |
| i\_bs [A] | Corriente de fase “b” | S |  |
| i\_cs [A] | Corriente de fase “c” | S |  |
| T\_s [º C] | Temperatura del estator | S |  |

Tabla 1 - Entradas y salidas del sistema físico

Se ha decidido segmentar dicho sistema en tres subsistemas: mecánico, electromagnético y térmico, permitiendo una mayor claridad y orden. Cada uno de estos subsistemas aborda los fenómenos específicos relacionados con su respectiva naturaleza, como sugiere su nombre, cabe destacar que estos no tienen un comportamiento independiente de los demás sino relacionado mediante las siguientes interfaces:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Subsistema de salida** | **Subsistema de llegada** | **Interfaz** | **Descripción** |
| Mecánico | Electromagnético | omega\_m [rad/s] |  |
| Electromagnético | Mecánico | T\_m [N.m] | Torque electromagnético |
| Mecánico | Térmico | - | - |
| Térmico | Mecánico | - | - |
| Electromagnético | Térmico | i\_qs [A], i\_ds [A], i\_0s [A] |  |
| Térmico | Electromagnético | R\_s [Ω] | Resistencia del devanado de cada fase |

Tabla 2 - Interfaces entre los diferentes subsistemas

Se presenta a continuación el diagrama de bloques correspondiente al subsistema físico realizado en Simulink.

Gráfico, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

Ilustración 4 - Diagrama de bloques del sistema completo

Puede verse de forma ampliada en la siguiente imagen, notar la presencia de los tres subsistemas mencionados.

Interfaz de usuario gráfica, Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 5 - Ampliación del sistema físico completo

Ilustración 6 - Diagrama de bloques del subsistema físico expandido

Se ha implementado la Transformada de Park directa e inversa como un bloque de función de Matlab por fuera del subsistema físico no lineal, se presenta a continuación el contenido de dichas funciones.

function [fqs, fds, f0s] = TD\_PARK(fas, fbs, fcs, theta\_r)

fabcs = [fas; fbs; fcs];

Ks = [cos(theta\_r) cos(theta\_r - 2\*pi/3) cos(theta\_r + 2\*pi/3)

sin(theta\_r) sin(theta\_r - 2\*pi/3) sin(theta\_r + 2\*pi/3)

1/2 1/2 1/2];

fqd0s = Ks \* fabcs;

fqs = fqd0s(1);

fds = fqd0s(2);

f0s = fqd0s(3);

end

function [fas, fbs, fcs] = TI\_PARK(fqs, fds, f0s , theta\_r)

fqd0s = [fqs; fds; f0s];

Ks = [cos(theta\_r) sin(theta\_r) 1

cos(theta\_r - 2\*pi/3) sin(theta\_r - 2\*pi/3) 1

cos(theta\_r + 2\*pi/3) sin(theta\_r + 2\*pi/3) 1];

fabcs = Ks \* fqd0s;

fas = fabcs(1);

fbs = fabcs(2);

fcs = fabcs(3);

end

En las siguientes secciones se profundizará en explicaciones referidas a cada subsistema.

* + 1. Subsistema mecánico completo referido al eje del motor

Partiendo de las ecuaciones correspondientes a los modelos matemáticos de cada elemento del sistema mecánico (motor, transmisión rígida y carga) obtendremos las ecuaciones correspondientes al modelo matemático del sistema mecánico completo referido al eje del motor. Teniendo en cuenta las siguientes **hipótesis:**

* Dientes de engranajes completamente rígidos en cualquier régimen de trabajo.
* Ausencia de holguras o juego.
* Ausencia de deformaciones.

Esto nos conduce a un sistema donde existe una **transferencia perfecta de potencia sin pérdidas.**

Modelo matemático de la carga:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 1 |
|  | Ecuación 2 |
|  | Ecuación 3 |
|  | Ecuación 4 |
|  | Ecuación 5 |

Modelo matemático del tren de transmisión.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 6 |
|  | Ecuación 7 |
|  | Ecuación 8 |

Modelo matemático de la máquina eléctrica PMSM.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 9 |
|  | Ecuación 10 |
|  | Ecuación 11 |

El siguiente paso será referenciar todos los sistemas mecánicos al rotor de la máquina eléctrica para esto se efectúan ciertas operaciones matemáticas.

En la **ecuación 9** se busca reemplazar para esto se hace uso de la **ecuación 8**, efectuando el despeje de la anterior variable mencionada obtenemos . Podemos conocer el valor de al despejarlo de la **ecuación 1**, se obtiene y dividiendo por obtenemos , queda entonces aplicar la **ecuación 6** y su derivada respecto al tiempo para obtener es importante destacar que el término ha sufrido también un cambio por la aplicación de la **ecuación 6**, este puede verse en la **ecuación 4** que ahora resulta ser . Por último aplicamos lo obtenido a la **ecuación 9** agrupando

A fines de sintetizar se declaran las ecuaciones obtenidas:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 12 |
|  | Ecuación 13 |
|  | Ecuación |

En la **ecuación 14** hemos obtenido el modelo mecánico completo referido al eje de rotor, siempre recordando la modificación de presente en la **ecuación 13.**

El diagrama de bloques correspondiente al subsistema (en Simulink) es el siguiente:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 7 - Subsistema mecánico completo

* + 1. Subsistema electromagnético

Previo al modelado es de fundamental importancia recordar que se trabaja con una máquina eléctrica de corriente alterna trifásica sincrónica con imanes permanentes conectado en estrella lo que nos conduce a las siguientes ecuaciones de estado.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 15 |
|  | Ecuación 16 |
|  | Ecuación 17 |

La presencia de la variación del flujo concatenado debe a la variación de la inductancia en cada fase debido a la variación en la posición del rotor. Esta dependencia introduce una alta complejidad por lo tanto se aplica la **Transformada Directa de Park** donde abandonamos las coordenadas estatóricas **abcs** las cuales son magnitudes físicas medibles y obtenemos un sistema de coordenadas rotóricas **qd0s** el cual tiene inductancias constantes en cada coordenada.

Luego de desarrollos matemáticos aplicando la transformada directa e inversa de forma conveniente y particularizando para una máquina sincrónica de imanes permanentes, considerando que no hay saturación magnética y con el sistema **qd0s** fijo al rotor definimos .

Se definen también los flujos concatenados en cada dirección para el sistema en coordenadas **qd0s** particularizado:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 18 |
|  | Ecuación 19 |
| (t) | Ecuación 20 |

Y el sistema de ecuaciones previamente mencionado queda de la siguiente forma:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 21 |
|  | Ecuación 22 |
|  | Ecuación 23 |

Finalmente definimos la ecuación para el cálculo del torque electromagnético en función de las coordenadas **qd0s**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 24 |

El diagrama de bloques para este subsistema, sin considerar los bloques de Transformadas de Park directa e inversa como se vio anteriormente es el siguiente:

Diagrama, Esquemático

Descripción generada automáticamente

Ilustración 8 - Diagrama de bloques del subsistema electromagnético

* + 1. Subsistema térmico

Se estudia el sistema físico para abordar el monitoreo de temperaturas y la simulación real de la variación de la resistencia óhmica con la temperatura. Se consideran solo las pérdidas de energía eléctrica como calor debido al efecto Joule en el bobinado del estator. Se plantea primero la ecuación de pérdidas en función de las corrientes en coordenadas **qd0s** y luego la ecuación del balance térmico.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 25 |
|  | Ecuación 26 |

Igualando y despejando obtenemos la ecuación diferencia que modela el comportamiento térmico del motor.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 27 |

Aprovechando la fenomenología de este subsistema incluimos en este el cálculo de la resistencia óhmica del devanado de cada fase del estator mediante la siguiente ecuación

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 28 |

Se presenta a continuación el diagrama de bloques de este subsistema elaborado en Simulink.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 9 - Diagrama de bloques del subsistema térmico

* + 1. Conclusiones del modelo

Considerando el modelo físico no lineal en su totalidad (subsistemas: electromagnético + térmico + mecánico completo) se incluyen a modo de síntesis las ecuaciones diferenciales que modelan su comportamiento. Se resaltan en color rojo las no linealidades.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 29 |
|  | Ecuación 30 |
|  | Ecuación 31 |
|  | Ecuación 32 |
|  | Ecuación 33 |
|  | Ecuación 34 |

Definimos los vectores de variables de estado, de variables de entrada manipulables, de entradas de perturbación y de salidas correspondientemente:

En las ecuaciones finales del modelo físico no lineal se presentan las siguientes no linealidades.

* Función senoidal en la componente en la ecuación 29.
* Producto de la resistencia óhmica de cada fase por las corrientes en cada fase del sistema **qd0s,** ecuaciones 30, 31 y 32.
* Producto de dos variables de estado: la velocidad angular del motor por la corriente de fase “d” en la ecuación 30.
* Producto de dos variables de estado: la velocidad angular del motor por la corriente de fase “q” en la ecuación 31.
* Producto de dos variables de estado: la resistencia óhmica de cada fase por la corriente de cada fase del sistema **qd0s** para obtener la potencia disipada por efecto Joule en la ecuación 33.
* Corrientes al cuadrado

### Linealización Jacobiana

Buscamos obtener el modelo físico global linealizado con parámetros variables LPV (*Linear Parameter-Varying*) para el caso general donde Para esto se aproximará con serie de Taylor truncada de 1º orden en un punto genérico de operación al modelo físico no lineal.

De forma general, podemos describir el modelo físico no lineal obtenido previamente de la siguiente forma.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Se definen los **puntos de equilibrio dinámico** como aquellos donde la energía del sistema se ha disipado completamente, es decir, que las derivadas de las variables de estado son nulas, podemos expresar esto mediante la siguiente fórmula:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Podemos ahora definir como **punto de operación** a todos aquellos pares que satisfacen dicha ecuación. Estos puntos pueden no tener variación alguna en el tiempo o bien variar de forma lenta lo que se denomina comportamiento **cuasi estacionario.** Ambos escenarios se muestran a continuación, recordar el subíndice es una letra o refiriéndose a “operación” y no un cero.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Para abordar el caso más general consideraremos el último caso correspondiente a pequeñas variaciones en torno al punto de operación. Las variables de entrada, estado y salida se verán de la siguiente forma:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Aplicando esto al conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento no lineal del sistema dinámico queda:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Estas ecuaciones tienen **condiciones iniciales genéricas para el punto de operación y nulas para la pequeña variación**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Aproximando ahora mediante la serie de Taylor truncada al 1º orden:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Se descompone esta fórmula en un **término no lineal** que representa el **espacio de operación del sistema global no lineal** y una segunda **parte lineal dinámica** que representa las **pequeñas variaciones** que sufre el **punto de operación**. Se describen correspondientemente a continuación:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Aplicando estos conceptos al modelo físico global no lineal planteado previamente obtenemos el siguiente conjunto de ecuaciones correspondiente al espacio de operación global no lineal cuasi estacionario:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
| ; | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Y el correspondiente al modelo dinámico LPV de pequeñas variaciones:

|  |  |
| --- | --- |
| ; | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
| ; | Ref. |
| ; | Ref. |

Matricialmente, considerando Jeq y beq:

= . + .

### Linealización por retroalimentación no lineal

* + 1. Modelo físico LTI equivalente

Como se mencionó al final de la sección 3.1 el sistema físico global cuenta con diversas no linealidades. En esta sección buscaremos deshacernos de ellas para aprovechar las ventajas de un sistema lineal y asemejarlo a una máquina de corriente continua con excitación de armadura constante para aprovechar la teoría y técnica vistos en esta.

1. Se resuelven las no linealidades del **subsistema térmico** asumiendo que su dinámica es lineal, es decir, una variación despreciable de la variable en el rango de trabajo.
2. Se aborda la linealización de las no linealidades del subsistema electromagnético por retroalimentación no lineal aplicando la estrategia de “**Control Vectorial con Campo Orientado”**. Esta consiste en conseguir un desacoplamiento de las ecuaciones de estado mediante el forzamiento de , la no variación de esta variable de estado conduce a .

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

1. Se hace uso de la hipótesis de que la conexión al estator se realiza en **configuración estrella con punto flotante** , lo que nos permite deshacernos de esta ecuación de estado y trabajar con una única ecuación de estado.

Si aplicamos la Transformada Directa de Park para obtener :

=

Haciendo uso de la hipótesis mencionada y considerando que la variable de estado no tiene variaciones:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

1. Será necesario linealizar la componente de la ecuación de estado del subsistema mecánico, para esto hacemos uso del alto grado de conocimiento de la planta y tomamos a este término como una perturbación que será calculada e incluida.

Nuestro sistema queda gobernado por las siguientes ecuaciones de estado lineales:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Analizando el sistema de forma matricial y estableciendo condiciones iniciales genéricas:

;

;

Por último, la ecuación correspondiente al balance térmico   
, teniendo en cuentas todas las consideraciones desarrolladas queda de la siguiente manera:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Presentamos el diagrama de bloques correspondiente al modelo LTI equivalente obtenido en el desarrollo anterior:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

* + 1. Determinación de restricción o ley de control mínima.

Para determinar la **restricción o ley de control mínima** debemos averiguar qué condiciones deben cumplir las entradas , para garantizar , recordamos que se estableció que la corriente en el hilo neutro es nula entonces así será . Dada la restricción

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Dado que nuestro sistema de control manipula las variables en el sistema **abcs** debemos conocer las condiciones que se aplican a estas. Se hará uso de la transformadadirecta de Park.

Aplicando las restricciones vistas:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

La hipótesis que se asume para el valor inicial de de esta forma se garantiza una

* + 1. Implementación en modelo físico global NL

Se aplica la retroalimentación no lineal al modelo físico global NL elaborado previamente, se aplican sensores y actuadores ideales (ganancia unitaria y ancho de banda infinito). Se delimita claramente la planta del controlador, las entradas de perturbación y manipulación y las salidas medidas y no medidas (usadas para estudio).

Gráfico, Diagrama, Esquemático, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

* + 1. Modelo de la dinámica residual

En el inciso 3.3.2 se asumió una hipótesis para el estado inicial de , esto puede no cumplirse y aparecer un acoplamiento, en tal caso el sistema debería responder de forma adecuada. Para solucionar esto se parte de la ecuación que modela dicha coordenada eléctrica del sistema qd0s.

Prevalece la hipótesis de debido a que el controlador así lo hace, pero no la correspondiente a su estado inicial. Aplicando la restricción o ley de control mínima:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Aplicando transformada de Laplace y sus propiedades:

Aplicando la transformada inversa de Laplace y sus propiedades:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Notar que al resolver la ecuación diferencial vemos que la condición inicial tiene un **decaimiento exponencial con el tiempo** y mayor será a medida que aumente la resistencia y menor sea la inductancia en eje directo, por estos motivos **despreciarlo** no tendría un efecto significativo en **régimen forzado** por ser un **acoplamiento transitorio.**

* + 1. Restricción o Ley de Control Complementaria mínima

Obtendremos un mejor desempeño si, independientemente de la baja afección del estado inicial de , conseguimos mantener la linealidad y evitar los acoplamientos entre ejes qd0s incluso en regímenes naturales. Esto lo haremos al aplicar la Restricción o Ley de Control Complementaria Mínima.

Si se produce un acoplamiento en el eje eléctrico q a ver:

La forma de desacoplar dicha no linealidad es retroalimentando el valor opuesto de tal forma que la resultante de cero. A la entrada de le agregaremos el término de acoplamiento . Esto quedo aplicado al **modelo linealizado por retroalimentación no lineal** de la siguiente manera**:**

Gráfico, Diagrama, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

Nuestro sistema físico global no lineal linealizado por retroalimentación no lineal, con ejes “q” y “d” desacoplados en régimen natural y forzado mediante ley de control complementaria mínima queda:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Se presenta a continuación el diagrama de bloques correspondiente al sistema lineal equivalente:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

### Comparación modelo LTI equivalente aumentado vs. Modelo dinámico global LPV con

Forzando en el modelo LPV y dado que se tiene:

= . + .

Se observa que, en estas condiciones, el modelo LTI equivalente aumentado es una instancia del modelo LPV. Es decir, el LTI es más sencillo de tratar al forzar , en cualquier otro caso el modelo LPV representa de manera más completa al sistema, ya que en sus ecuaciones se expresa la no linealidad inherente del sistema. Cabe destacar que esta sencillez relativa del modelo LTI con el modelo LPV viene aparejada con una reducción del espacio de puntos de operación, por lo que el modelo LPV posee más alternativas para lograr un efecto deseado por sobre el modelo LTI.

Para analizar el comportamiento del modelo LPV ante cambios del punto de operación variando partimos de las siguientes expresiones de torque electromagnético (*Ecuación 24*) y tensión virtual (*Ecuación 22*) del modelo global LPV:

Considerando estado estacionario, es decir, con se tiene:

Como se trata de una máquina de polos salientes se tiene que por lo que . Considerando tales expresiones y al variar , corriente que se encuentra en la dirección del eje ‘d’, se tienen las siguientes situaciones:

1. : flujo concatenado afectado solo por la influencia de imanes permanentes.
2. : debilitamiento de campo (*field weakening*), disminuye torque electromagnético y aumenta la velocidad angular.
3. : reforzamiento de campo (*field forcing*), aumenta el torque electromagnético y disminuye la velocidad angular.

Estos modos de operación son útiles en situaciones particulares, por ejemplo, cuando se desee vencer una elevada fricción estática o cuando se desee un movimiento más rápido sin carga. Sin embargo, se deben tener en cuenta que variaciones en la magnitud de implican una diminución en la magnitud de , ya que la Transformada de Park mantiene constante el módulo de la resultante de la suma vectorial de las corrientes.

### Funciones de transferencia para modelo LTI equivalente aumentado desde entradas hacia salidas indicando estado inicial considerado.

La obtención de las funciones de transferencia, por definición, implica condiciones iniciales nulas. Partimos de:

Aplicando las siguientes propiedades de las transformadas de Laplace:

Obtenemos:

En la primera ecuación tenemos la entrada, en la segunda ecuación se presenta la entrada y en la última ecuación la salida .

Buscaremos , para esto debemos realizar ciertos artificios matemáticos entre la primera y la última ecuación:

Utilizando un operador simbólico para despejar la función de transferencia y definiendo:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

De forma análoga operando con la ecuación segunda y tercera:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

### Análisis de estabilidad LA sobre el modelo LTI equivalente aumentado.

agreg

La función de transferencia no tiene ceros y tiene polos a determinar mediante las raíces del polinomio característico de esta. Se enumeran a continuación:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

De la observación encontramos el primer polo en 0, dado que el polinomio es de orden 3, las dos raíces restantes a determinar se encuentran desde

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Tomamos los valores nominales de los parámetros dados en las consignas:

Finalmente:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Los valores numéricos para nuestro polinomio característico equivalente de segundo orden:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Comparando con la primera ecuación que es la forma estándar de un polinomio de segundo grado:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| (sub-amortiguado por < 1) |  |

Hemos elaborado un script para el cálculo y verificación de estos valores denominado **“zp.m”** donde generamos la función de transferencia y extraemos polos, ceros, parámetros característicos y gráficas.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

El software ofrece poca flexibilidad para el ajuste de la gráfica de un mapa de polos y ceros, pero nos permite extraer valores para verificación.

Analizando vemos que tiene **el mismo polinomio característico** por lo tanto la estabilidad queda definida de igual manera mediante los mismos polos que para la función de transferencia vista anteriormente. Esta función de transferencia introduce en el sistema un cero a analizar:

Evaluando parámetros:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

De forma análoga, usando el script mencionado anteriormente, podemos verificar valores y notar la presencia del cero incluido:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Por definición un sistema LTI será estable siempre que sus polos tengan parte real negativa lo que representa una exponencial decreciente en el dominio del tiempo. Por tanto, podemos decir que, el sistema bajo los parámetros evaluados **es estable.**

Restaría entonces evaluar la estabilidad del sistema para todas las combinaciones (discretizadas de a pasos) de los parámetros, para esto se implementa el siguiente código dentro del mismo script mencionado previamente:

% Evaluación de estabilidad por barrido de parámetros para G\_vqs y G\_Tl

% Discretización de 10 pasos por bucle

pasos = 2; % no aplica a temp

all\_poles = [];

col = 1;

% 1 - Temperatura ambiente

for Tamb=-15:(40--15)/55:40

disp(Tamb);

for bl=(0.1-0.03):(0.1+0.03-(0.1-0.03))/pasos:(0.1+0.03)

for bm=(1.5\*10^(-5)-1.5\*10^(-5)\*0.01):((1.5\*10^(-5)+1.5\*10^(-5)\*0.01)-(1.5\*10^(-5)-1.5\*10^(-5)\*0.01))/pasos:(1.5\*10^(-5)+1.5\*10^(-5)\*0.01)

for ml=0:1.5

for lambdam=(0.016-0.016\*0.01):((0.016+0.016\*0.01)-(0.016-0.016\*0.01))/pasos:(0.016+0.016\*0.01)

for Lq=(5.8 \* 10^-3-5.8 \* 10^-3\*0.01):((5.8 \* 10^+3-5.8 \* 10^-3\*0.01)-(5.8 \* 10^-3-5.8 \* 10^-3\*0.01))/pasos:(5.8 \* 10^-3+5.8 \* 10^-3\*0.01)

for Ld=(6.6 \* 10^-3-6.6 \* 10^-3\*0.01):((6.6 \* 10^-3+6.6 \* 10^-3\*0.01)-(6.6 \* 10^-3-6.6 \* 10^-3\*0.01))/pasos:(6.6 \* 10^-3+6.6 \* 10^-3\*0.01)

for Lls= (0.8 \* 10^-3-0.8 \* 10^-3\*0.01):((0.8 \* 10^-3+0.8 \* 10^-3\*0.01)-(0.8 \* 10^-3-0.8 \* 10^-3\*0.01))/pasos:(0.8 \* 10^-3+0.8 \* 10^-3\*0.01)

J\_eq = J\_m + (1/r^2) \* J\_l;

b\_eq = b\_m + (1/r^2) \* b\_l;

r\_s = R\_s\_40 + (alpha\_cu\*(Tamb-Temp\_s\_ref));

num = (3/2)\*P\_p\*lambda\_m;

den = [J\_eq\*L\_q (L\_q\*b\_eq+r\_s\*J\_eq) (r\_s\*b\_eq+(3/2)\*P\_p^2\*lambda\_m^2) 0];

H\_vqs = tf(num, den);

z = zero(H\_vqs);

p = pole(H\_vqs);

for i=1:3

all\_poles(i,col)=p(i);

end

col = col+1;

end

end

end

end

end

end

end

end

figure;

title("Posición de todos los polos para un barrido de parámetros completo de G")

grid minor;

hold on;

ylabel = "Parte imaginaria";

xlabel = "Parte real";

for i=1:length(all\_poles(1,:))

for j=1:length(all\_poles(:,1))

if mod(i,10) == 0

plot(all\_poles(j,i),"Marker","\*");

end

end

end

hold off;

En este código se realizar una iteración por cada parámetro variable de forma discreta en una cantidad de pasos dada por la variable “pasos” la cual no aplica la variable “T\_amb” que tiene una cantidad de pasos mayor. Se guarda cada conjunto de polos en una columna de la matriz “all\_poles” y finalmente se realiza una impresión conjunta a ver:

Tabla

Descripción generada automáticamente

Surge una conclusión positiva donde se ve qué el sistema a lazo abierto **es estable para cualquier combinación de sus parámetros** por tener todos los polos con parte **real negativa.**

* + 1. Análisis de estabilidad del subsistema térmico LA sobre el modelo LTI equivalente aumentado.

A continuación, se realiza un análisis de los polos de subsistema térmico, a fines de confirmar la primera hipótesis realizada en la linealización por realimentación no lineal, partiendo de la *Ecuación REF*:

Al aplicar transformada de Laplace sobre dicha expresión:

Considerando condiciones iniciales nulas y reordenando se obtiene:

Por otra parte, a partir de la expresión REF:

Aplicando transformada de Laplace, con condiciones iniciales nulas y reordenando:

Se consideraron condiciones iniciales nulas por definición de función de transferencia, luego simplificando y reordenando para obtener la función de transferencia del subsistema, es decir , se tiene:

Reordenando:

REVISAR

### Análisis de Observabilidad completa de estado sobre el modelo LTI equivalente aumentado.

A continuación, se realiza un análisis de la Observabilidad completa de estado sobre el modelo LTI equivalente aumentado desde la salida medida 𝜃𝑚(𝑡).

Un sistema LTI se considera observable en si, con el sistema en el estado inicial , es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo finito de tiempo, esto es, si cada transición de estado afecta a cada elemento del vector de salida.

Para analizar la Observabilidad en nuestro sistema nos apoyamos en el Criterio de Observabilidad en el espacio de Estado (Kalman), que sostiene que un sistema es completamente observable si el rango de la matriz de observabilidad es igual a su orden . Esto implica a que los vectores que conforman dicha matriz sean linealmente independientes. Si dichas condiciones se cumplen, existe un observador que permite reconstruir todo el estado a partir de la medición de la salida.

Para un sistema genérico:

Su matriz de observabilidad está dada por:

Particularizando ahora para nuestro sistema LTI equivalente aumentado, considerando , el vector de estado es:

Donde se observa que . Considerando que se desea analizar Observabilidad desde , se define a la matriz de salida:

La matriz de nuestro sistema es:

De manera que la matriz de observabilidad está dada por:

Considerando los valores nominales indicados en las consignas y los calculados en la sección 3.6:

La matriz de observabilidad queda definida como:

Cuyo determinante, según método de Cofactores esta dado por:

Como el determinante de la matriz de observabilidad es distinto de cero, sus vectores son linealmente independientes y el rango de dicha matriz es igual a su orden. De esta manera podemos asegurar que el sistema LTI equivalente aumentado es observable desde .

Es importante resaltar que este análisis es sobre el sistema LTI equivalente aumentado, el cual cuenta con desacoplamientos de manera que no es posible observar los estados de y desde , se concluye así que el sistema es parcialmente observable en estas condiciones.

Alternativamente se analiza a continuación la observabilidad del sistema desde , lo cual se implementaría con un tacogenerador. Para ello, considerando el vector de estado, se redefine la matriz de salida:

De manera que la matriz de observabilidad es:

Observando que dicha matriz posee una columna de columna de ceros se deduce que el determinante de dicha matriz es nulo:

Lo cual implica que el rango de dicha matriz es menor que su orden, por lo que se concluye que el sistema no es observable desde .

El hecho de que el sistema no sea observable desde se debe a que, midiendo la velocidad del sistema, no es posible conocer la posición del sistema sin conocer su condición inicial de posición. Sin embargo, si es posible conocer la velocidad del sistema a partir de la observación de aplicando un proceso de derivación.

### Análisis de Controlabilidad completa de estado sobre el modelo LTI equivalente aumentado.

A continuación, se realiza un análisis de la Controlabilidad completa de estado sobre el modelo LTI equivalente aumentado desde entrada manipulada , sin considerar la perturbación de carga mecánica.

Un sistema LTI se considera controlable en si se puede transferir desde cualquier estado inicial a cualquier otro estado, mediante un vector de control no restringido , en un intervalo de tiempo finito.

Para analizar la Controlabilidad en nuestro sistema nos apoyamos en el Criterio de Controlabilidad completa de Estado en el espacio de Estado (Kalman), que sostiene que un sistema es controlable si el rango de la matriz de controlabilidad es igual a su orden . Esto implica a que los vectores que conforman dicha matriz sean linealmente independientes. Si dichas condiciones se cumplen, existe una Ley de Control que permite ubicar a voluntad todos los polos del sistema en el dominio de Laplace.

Para un sistema genérico:

Su matriz de controlabilidad está dada por:

Particularizando ahora para nuestro sistema LTI equivalente aumentado de orden , considerando , las matrices y de nuestro sistema son:

De manera que la matriz de controlabilidad está dada por:

Cuyo determinante, según método de cofactores esta dado por:

Considerando los valores nominales indicados en las consignas y los calculados en la sección 3.6:

Se tiene que:

Como el determinante de la matriz de controlabilidad es distinto de cero, sus vectores son linealmente independientes y el rango de dicha matriz es igual a su orden. De esta manera podemos asegurar que el sistema LTI equivalente aumentado es controlable desde la variable manipulada 𝑣𝑞𝑠𝑟(𝑡). De esta manera existe una Ley de Control en el espacio de Estado que permite posicionar los polos del sistema en el dominio de Laplace, modificando así a voluntad de los requisitos de control la respuesta dinámica del sistema.

De igual manera que en el análisis de Observabilidad, destacamos que estamos realizando un análisis sobre el sistema LTI equivalente aumentado, donde no es posible controlar y desde 𝑣𝑞𝑠𝑟(𝑡) debido a los desacoplamientos realizados en dicho sistema. Para controlar tales variables de estado, se deben introducir entradas de control adicionales.

### Simulación dinámica en DT

* + 1. Comparativa de comportamiento para
    2. Determinación de velocidad y corriente final de establecimiento luego de cada transitorio.

Para determinar la velocidad y corriente final de establecimiento luego de cada transitorio debemos primero identificar cuándo el sistema pierde el equilibrio y se ve en un transitorio hasta lograr su estado estacionario o nuevo equilibrio.

Esto es así en los momentos donde hay una variación en las entradas del sistema, particularmente cuando afectamos el valor de la entrada a los 0.1 y 0.7 segundos y cuando el sistema se ve sometido a un torque de carga variante a los 0.3, 0.5 y 0.9 segundos.

Procedemos con el análisis para el sistema linealizado por retroalimentación no lineal.

Consideramos tiempos de crecimiento al que tarda la señal en ir del 10% al 90% del valor final y tiempo de establecimiento al tiempo que demora la señal en entrar y no salir de un margen del 1% del valor final.

1. en

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Valor final de establecimiento | 405.6 |  |
| Tiempo de crecimiento 10-90% [ms] | 9.5 |  |
| Tiempo de establecimiento [ms] | 15 |  |
| Sobrepico % | 13.7 |  |

1. en

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Valor final de establecimiento |  |  |
| Tiempo de crecimiento 10-90% [ms] |  |  |
| Tiempo de establecimiento [ms] |  |  |
| Sobrepico % |  |  |

1. en

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Valor final de establecimiento |  |  |
| Tiempo de crecimiento 10-90% [ms] |  |  |
| Tiempo de establecimiento [ms] |  |  |
| Sobrepico% |  |  |

1. en

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Valor final de establecimiento |  |  |
| Tiempo de crecimiento 10-90% [ms] |  |  |
| Tiempo de establecimiento [ms] |  |  |
| Sobrepico % |  |  |

1. en

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Valor final de establecimiento |  |  |
| Tiempo de crecimiento 10-90% [ms] |  |  |
| Tiempo de establecimiento +- 1% [ms] |  |  |
| Sobrepico % |  |  |

* + 1. Comparativa de comportamiento para y
    2. ¿?

## Diseño, análisis y simulación con controlador de movimiento en cascada con modulador de torque equivalente (control vectorial)

En el siguiente inciso se plantean los desarrollos involucrados en la implementación de una estrategia de control a lazo cerrado denominada control en cascada. De forma general, se tienen un lazo de control interno de corriente y torque de mayor velocidad y un lazo externo de control de menor velocidad de movimiento. Se obtendrá un modulador de torque encargado de convertir consignas de torque en consignas de tensión y un modulador de tensión que convertirá consignas de tensión en tensiones efectivas para accionar el dispositivo. El lazo externo contiene un controlador PID encargado de transformar consignas de posición en consignas de torque

### Modulador de torque equivalente (controlador interno vectorial de corriente/torque)

Para implementar el modulador de torque en nuestro sistema físico completo no lineal, debemos partir de la observación de este dado en las siguientes ecuaciones, notar que se han reducido las ecuaciones de estado a las que competen en el actual desarrollo:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Buscaremos desacoplar las realimentaciones físicas para así, al manipular el valor de tensión estar afectando de forma proporcional a las corrientes y así al torque electromagnético. Para esto se plantean las siguientes ecuaciones:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Al incluir las ecuaciones REF REF REF en REF REF REF se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones donde se puede ver la proporcionalidad existente en la consigna de tensión y la variación de la corriente en cada eje del sistema qd0. Lograremos proporcionar mediante la consigna de tensión los valores que deseamos obtener sin preocuparnos por posibles caídas de tensión y otros efectos.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Este desacoplamiento puede y de hecho nunca es completamente perfecto debido a la existencia del error (por más mínimo que sea) respecto de los parámetros reales y a efectos no contemplados. Considerar la variación de la temperatura del estator y su correspondiente efecto en la resistencia óhmica de cada devanado nos permite obtener un desacoplamiento con un mayor grado de perfección.

FALTA COMPARACIÓN CON LINEALIZACIÓN POR RETROALIMENTACIÓN NO LINEAL.

Se presenta a continuación el diagrama de bloques de dicho desacoplamiento:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Continuamos diseñando los lazos de control de corrientes desacoplados para así, mediante este modulador, conocer los valores de las consignas de tensión en el marco qd0.

Previamente se mencionó que la variación de la corriente en cada eje del marco qd0 es proporcional a la tensión en dicho eje, ecuaciones REF REF REF. Podemos modelar estas tensiones de consigna como el error proporcional entre las corrientes qd0 consigna y las medidas (con la correspondiente transformación) multiplicado por una ganancia dada por

Estos valores influyen en la dinámica de este controlador proporcional, por lo que corresponde asignar polos, es decir, definir la dinámica del comportamiento y luego obtener dichos valores. Para esto aplicamos la transformada de Laplace a las ecuaciones REF REF REF, se obtiene:

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |
|  | REF |
|  | REF |

Considerando condiciones iniciales nulas como se ha hecho y despejando obtenemos las funciones de transferencia correspondientes a cada controlador.

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |
|  | REF |
|  | REF |

Colocamos los polos en . Tomando los siguientes valores:

Aplicando , obtenemos:

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |
|  | REF |
|  | REF |

Observando la forma estándar de una función de transferencia de primer orden:

Podemos deducir que:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref |

Dado que la ganancia es unitaria y los polos son lo suficientemente rápidos, consideramos a este modulador de corriente ideal.

Podemos incorporar este modulador de corriente a nuestro modelo como un subsistema a ver a continuación:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Continuamos incluyendo la consigna de torque con desacoplamiento de la fricción viscosa, para esto:

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |

Mediante la ecuación de torque modelamos la salida y podemos despejar la corriente en eje en cuadratura:

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |
|  | REF |

Aplicando la última ecuación REF podemos realizar el modelo en simulink:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Dado que conocemos la dinámica del torque de carga dada por:

|  |  |
| --- | --- |
|  | REF |
|  | REF |

Podríamos desacoplar el primer término, para esto, primero lo referenciamos al eje del motor y luego lo retroalimentamos de forma opuesta a lo visto en la *ecuación 29,* es decir, deberíamos sumar positivamente este término al torque de consigna.

|  |  |
| --- | --- |
|  | *REF* |
|  | *REF* |
|  | *REF* |

Un reloj de aguja

Descripción generada automáticamente con confianza media

## Conclusiones

## Referencias