# Automática y Máquinas Eléctricas

# Proyecto Global Integrador (Año 2023)

## Control de Accionamiento de CA con

## Motor Sincrónico de Imanes Permanentes

**Alumnos: Legajos:**

Cazabán, Martín Gabriel xxxxxxx

Martín Duci, Ignacio 13560

**Profesor:**

Ing. Gabriel L. Julián

Junio – 2024

# Índice

## Resumen

## Introducción

## Desarrollo

### Modelado del sistema físico no lineal

Para abordar el modelado del sistema físico no lineal, deben considerarse los tres elementos que abarca el accionamiento:

* Máquina eléctrica de corriente alterna trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (*PMSM: Permanent Magnet Synchronous Machine*) con estator conectado en estrella simétrico y equilibrado, cada fase accesible por bornes y punto neutro flotante no accesible.

Imagen que contiene cámara

Descripción generada automáticamente

Ilustración 1 – PMSM

* Tren de transmisión de engranajes planetarios con caja reductora reversible, sin elasticidad torsional, deformaciones, holgura o juego. Asumimos un comportamiento completamente rígido y con pérdidas consideradas en el motor.

Imagen que contiene estructuras metálicas, equipo, foto, vídeo

Descripción generada automáticamente

Ilustración 2 - Tren de engranajes planetarios

* Brazo manipulador robótico de un grado de libertad rotacional de eje horizontal de carga variable en su extremo.

Diagrama, Dibujo de ingeniería

Descripción generada automáticamente

Ilustración 3 - Carga: brazo manipulador robótico de 1 g.d.l.

En primer lugar, se lleva a cabo el modelado del sistema físico el cual tiene las siguientes entradas y salidas:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Símbolo** | **Descripción** | **E/S** | **Observación** |
| T\_l [N.m] | Torque de carga | E |  |
| v\_as [V] | Tensión de fase “a” | E |  |
| v\_bs [V] | Tensión de fase “b” | E |  |
| v\_cs [V] | Tensión de fase “c” | E |  |
| theta\_r [rad] | Ángulo de referencia del rotor | E |  |
| theta\_m [rad] | Posición angular del rotor del motor | S |  |
| omega\_m [rad/s] | Velocidad angular del rotor del motor | S | Virtual, no medida. |
| i\_as [A] | Corriente de fase “a” | S |  |
| i\_bs [A] | Corriente de fase “b” | S |  |
| i\_cs [A] | Corriente de fase “c” | S |  |
| T\_s [º C] | Temperatura del estator | S |  |

Tabla 1 - Entradas y salidas del sistema físico

Se ha decidido segmentar dicho sistema en tres subsistemas: mecánico, electromagnético y térmico, permitiendo una mayor claridad y orden. Cada uno de estos subsistemas aborda los fenómenos específicos relacionados con su respectiva naturaleza, como sugiere su nombre, cabe destacar que estos no tienen un comportamiento independiente de los demás sino relacionado mediante las siguientes interfaces:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Subsistema de salida** | **Subsistema de llegada** | **Interfaz** | **Descripción** |
| Mecánico | Electromagnético | omega\_m [rad/s] |  |
| Electromagnético | Mecánico | T\_m [N.m] | Torque electromagnético |
| Mecánico | Térmico | - | - |
| Térmico | Mecánico | - | - |
| Electromagnético | Térmico | i\_qs [A], i\_ds [A], i\_0s [A] |  |
| Térmico | Electromagnético | R\_s [Ω] | Resistencia del devanado de cada fase |

Tabla 2 - Interfaces entre los diferentes subsistemas

Se presenta a continuación el diagrama de bloques correspondiente al subsistema físico realizado en Simulink.

Gráfico, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

Ilustración 4 - Diagrama de bloques del sistema completo

Puede verse de forma ampliada en la siguiente imagen, notar la presencia de los tres subsistemas mencionados.

Interfaz de usuario gráfica, Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 5 - Ampliación del sistema físico completo

Ilustración 6 - Diagrama de bloques del subsistema físico expandido

Se ha implementado la Transformada de Park directa e inversa como un bloque de función de Matlab por fuera del subsistema físico no lineal, se presenta a continuación el contenido de dichas funciones.

function [fqs, fds, f0s] = TD\_PARK(fas, fbs, fcs, theta\_r)

fabcs = [fas; fbs; fcs];

Ks = [cos(theta\_r) cos(theta\_r - 2\*pi/3) cos(theta\_r + 2\*pi/3)

sin(theta\_r) sin(theta\_r - 2\*pi/3) sin(theta\_r + 2\*pi/3)

1/2 1/2 1/2];

fqd0s = Ks \* fabcs;

fqs = fqd0s(1);

fds = fqd0s(2);

f0s = fqd0s(3);

end

function [fas, fbs, fcs] = TI\_PARK(fqs, fds, f0s , theta\_r)

fqd0s = [fqs; fds; f0s];

Ks = [cos(theta\_r) sin(theta\_r) 1

cos(theta\_r - 2\*pi/3) sin(theta\_r - 2\*pi/3) 1

cos(theta\_r + 2\*pi/3) sin(theta\_r + 2\*pi/3) 1];

fabcs = Ks \* fqd0s;

fas = fabcs(1);

fbs = fabcs(2);

fcs = fabcs(3);

end

En las siguientes secciones se profundizará en explicaciones referidas a cada subsistema.

* + 1. Subsistema mecánico completo referido al eje del motor

Partiendo de las ecuaciones correspondientes a los modelos matemáticos de cada elemento del sistema mecánico (motor, transmisión rígida y carga) obtendremos las ecuaciones correspondientes al modelo matemático del sistema mecánico completo referido al eje del motor. Teniendo en cuenta las siguientes **hipótesis:**

* Dientes de engranajes completamente rígidos en cualquier régimen de trabajo.
* Ausencia de holguras o juego.
* Ausencia de deformaciones.

Esto nos conduce a un sistema donde existe una **transferencia perfecta de potencia sin pérdidas.**

Modelo matemático de la carga:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 1 |
|  | Ecuación 2 |
|  | Ecuación 3 |
|  | Ecuación 4 |
|  | Ecuación 5 |

Modelo matemático del tren de transmisión.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 6 |
|  | Ecuación 7 |
|  | Ecuación 8 |

Modelo matemático de la máquina eléctrica PMSM.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 9 |
|  | Ecuación 10 |
|  | Ecuación 11 |

El siguiente paso será referenciar todos los sistemas mecánicos al rotor de la máquina eléctrica para esto se efectúan ciertas operaciones matemáticas.

En la **ecuación 9** se busca reemplazar para esto se hace uso de la **ecuación 8**, efectuando el despeje de la anterior variable mencionada obtenemos . Podemos conocer el valor de al despejarlo de la **ecuación 1**, se obtiene y dividiendo por obtenemos , queda entonces aplicar la **ecuación 6** y su derivada respecto al tiempo para obtener es importante destacar que el término ha sufrido también un cambio por la aplicación de la **ecuación 6**, este puede verse en la **ecuación 4** que ahora resulta ser . Por último aplicamos lo obtenido a la **ecuación 9** agrupando

A fines de sintetizar se declaran las ecuaciones obtenidas:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 12 |
|  | Ecuación 13 |
|  | Ecuación |

En la **ecuación 14** hemos obtenido el modelo mecánico completo referido al eje de rotor, siempre recordando la modificación de presente en la **ecuación 13.**

El diagrama de bloques correspondiente al subsistema (en Simulink) es el siguiente:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 7 - Subsistema mecánico completo

* + 1. Subsistema electromagnético

Previo al modelado es de fundamental importancia recordar que se trabaja con una máquina eléctrica de corriente alterna trifásica sincrónica con imanes permanentes conectado en estrella lo que nos conduce a las siguientes ecuaciones de estado.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 15 |
|  | Ecuación 16 |
|  | Ecuación 17 |

La presencia de la variación del flujo concatenado debe a la variación de la inductancia en cada fase debido a la variación en la posición del rotor. Esta dependencia introduce una alta complejidad por lo tanto se aplica la **Transformada Directa de Park** donde abandonamos las coordenadas estatóricas **abcs** las cuales son magnitudes físicas medibles y obtenemos un sistema de coordenadas rotóricas **qd0s** el cual tiene inductancias constantes en cada coordenada.

Luego de desarrollos matemáticos aplicando la transformada directa e inversa de forma conveniente y particularizando para una máquina sincrónica de imanes permanentes, considerando que no hay saturación magnética y con el sistema **qd0s** fijo al rotor definimos .

Se definen también los flujos concatenados en cada dirección para el sistema en coordenadas **qd0s** particularizado:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 18 |
|  | Ecuación 19 |
| (t) | Ecuación 20 |

Y el sistema de ecuaciones previamente mencionado queda de la siguiente forma:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 21 |
|  | Ecuación 22 |
|  | Ecuación 23 |

Finalmente definimos la ecuación para el cálculo del torque electromagnético en función de las coordenadas **qd0s**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 24 |

El diagrama de bloques para este subsistema, sin considerar los bloques de Transformadas de Park directa e inversa como se vio anteriormente es el siguiente:

Diagrama, Esquemático

Descripción generada automáticamente

Ilustración 8 - Diagrama de bloques del subsistema electromagnético

* + 1. Subsistema térmico

Se estudia el sistema físico para abordar el monitoreo de temperaturas y la simulación real de la variación de la resistencia óhmica con la temperatura. Se consideran solo las pérdidas de energía eléctrica como calor debido al efecto Joule en el bobinado del estator. Se plantea primero la ecuación de pérdidas en función de las corrientes en coordenadas **qd0s** y luego la ecuación del balance térmico.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 25 |
|  | Ecuación 26 |

Igualando y despejando obtenemos la ecuación diferencia que modela el comportamiento térmico del motor.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 27 |

Aprovechando la fenomenología de este subsistema incluimos en este el cálculo de la resistencia óhmica del devanado de cada fase del estator mediante la siguiente ecuación

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 28 |

Se presenta a continuación el diagrama de bloques de este subsistema elaborado en Simulink.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Ilustración 9 - Diagrama de bloques del subsistema térmico

* + 1. Conclusiones del modelo

Considerando el modelo físico no lineal en su totalidad (subsistemas: electromagnético + térmico + mecánico completo) se incluyen a modo de síntesis las ecuaciones diferenciales que modelan su comportamiento. Se resaltan en color rojo las no linealidades.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ecuación 29 |
|  | Ecuación 30 |
|  | Ecuación 31 |
|  | Ecuación 32 |
|  | Ecuación 33 |
|  | Ecuación 34 |

Definimos los vectores de variables de estado, de variables de entrada manipulables, de entradas de perturbación y de salidas correspondientemente:

En las ecuaciones finales del modelo físico no lineal se presentan las siguientes no linealidades.

* Función senoidal en la componente en la ecuación 29.
* Producto de la resistencia óhmica de cada fase por las corrientes en cada fase del sistema **qd0s,** ecuaciones 30, 31 y 32.
* Producto de dos variables de estado: la velocidad angular del motor por la corriente de fase “d” en la ecuación 30.
* Producto de dos variables de estado: la velocidad angular del motor por la corriente de fase “q” en la ecuación 31.
* Producto de dos variables de estado: la resistencia óhmica de cada fase por la corriente de cada fase del sistema **qd0s** para obtener la potencia disipada por efecto Joule en la ecuación 33.

### Linealización Jacobiana

Buscamos obtener el modelo físico global linealizado con parámetros variables LPV (*Linear Parameter-Varying*) para el caso general donde Para esto se aproximará con serie de Taylor truncada de 1º orden en un punto genérico de operación al modelo físico no lineal.

De forma general, podemos describir el modelo físico no lineal obtenido previamente de la siguiente forma.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Se definen los **puntos de equilibrio dinámico** como aquellos donde la energía del sistema se ha disipado completamente, es decir, que las derivadas de las variables de estado son nulas, podemos expresar esto mediante la siguiente fórmula:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Podemos ahora definir como **punto de operación** a todos aquellos pares que satisfacen dicha ecuación. Estos puntos pueden no tener variación alguna en el tiempo o bien variar de forma lenta lo que se denomina comportamiento **cuasi estacionario.** Ambos escenarios se muestran a continuación, recordar el subíndice es una letra o refiriéndose a “operación” y no un cero.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Para abordar el caso más general consideraremos el último caso correspondiente a pequeñas variaciones en torno al punto de operación. Las variables de entrada, estado y salida se verán de la siguiente forma:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Aplicando esto al conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento no lineal del sistema dinámico queda:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Estas ecuaciones tienen **condiciones iniciales genéricas para el punto de operación y nulas para la pequeña variación**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Aproximando ahora mediante la serie de Taylor truncada al 1º orden:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Se descompone esta fórmula en un **término no lineal** que representa el **espacio de operación del sistema global no lineal** y una segunda **parte lineal dinámica** que representa las **pequeñas variaciones** que sufre el **punto de operación**. Se describen correspondientemente a continuación:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Aplicando estos conceptos al modelo físico global no lineal planteado previamente obtenemos el siguiente conjunto de ecuaciones correspondiente al espacio de operación global no lineal cuasi estacionario:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
| ; | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Y el correspondiente al modelo dinámico LPV de pequeñas variaciones:

|  |  |
| --- | --- |
| ; | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
| ; | Ref. |
| ; | Ref. |

### Linealización por retroalimentación no lineal

* + 1. Modelo físico LTI equivalente

Como se mencionó al final de la sección 3.1 el sistema físico global cuenta con diversas no linealidades. En esta sección buscaremos deshacernos de ellas para aprovechar las ventajas de un sistema lineal y asemejarlo a una máquina de corriente continua con excitación de armadura constante para aprovechar la teoría y técnica vistos en esta.

1. Se resuelven las no linealidades del **subsistema térmico** asumiendo que su dinámica es lineal, es decir, una variación despreciable de la variable en el rango de trabajo.
2. Se aborda la linealización de las no linealidades del subsistema electromagnético por retroalimentación no lineal aplicando la estrategia de “**Control Vectorial con Campo Orientado”**. Esta consiste en conseguir un desacoplamiento de las ecuaciones de estado mediante el forzamiento de , la no variación de esta variable de estado conduce a .

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

1. Se hace uso de la hipótesis de que la conexión al estator se realiza en **configuración estrella con punto flotante** , lo que nos permite deshacernos de esta ecuación de estado y trabajar con una única ecuación de estado.

Si aplicamos la Transformada Directa de Park para obtener :

=

Haciendo uso de la hipótesis mencionada y considerando que la variable de estado no tiene variaciones:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

1. Será necesario linealizar la componente de la ecuación de estado del subsistema mecánico, para esto hacemos uso del alto grado de conocimiento de la planta y tomamos a este término como una perturbación que será calculada e incluida.

Nuestro sistema queda gobernado por las siguientes ecuaciones de estado lineales:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Analizando el sistema de forma matricial y estableciendo condiciones iniciales genéricas:

;

;

Por último, la ecuación correspondiente al balance térmico   
, teniendo en cuentas todas las consideraciones desarrolladas queda de la siguiente manera:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Presentamos el diagrama de bloques correspondiente al modelo LTI equivalente obtenido en el desarrollo anterior:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

* + 1. Determinación de restricción o ley de control mínima.

Para determinar la **restricción o ley de control mínima** debemos averiguar qué condiciones deben cumplir las entradas , para garantizar , recordamos que se estableció que la corriente en el hilo neutro es nula entonces así será . Dada la restricción

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Dado que nuestro sistema de control manipula las variables en el sistema **abcs** debemos conocer las condiciones que se aplican a estas. Se hará uso de la transformadadirecta de Park.

Aplicando las restricciones vistas:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

La hipótesis que se asume para el valor inicial de de esta forma se garantiza una ´

* + 1. Implementación en modelo físico global NL

Se aplica la retroalimentación no lineal al modelo físico global NL elaborado previamente, se aplican sensores y actuadores ideales (ganancia unitaria y ancho de banda infinito). Se delimita claramente la planta del controlador, las entradas de perturbación y manipulación y las salidas medidas y no medidas (usadas para estudio).

Gráfico, Diagrama, Esquemático, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

* + 1. Modelo de la dinámica residual

En el inciso 3.3.2 se asumió una hipótesis para el estado inicial de , esto puede no cumplirse y aparecer un acoplamiento, en tal caso el sistema debería responder de forma adecuada. Para solucionar esto se parte de la ecuación que modela dicha coordenada eléctrica del sistema qd0s.

Prevalece la hipótesis de debido a que el controlador así lo hace, pero no la correspondiente a su estado inicial. Aplicando la restricción o ley de control mínima:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Aplicando transformada de Laplace y sus propiedades:

Aplicando la transformada inversa de Laplace y sus propiedades:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

Notar que al resolver la ecuación diferencial vemos que la condición inicial tiene un **decaimiento exponencial con el tiempo** y mayor será a medida que aumente la resistencia y menor sea la inductancia en eje directo, por estos motivos **despreciarlo** no tendría un efecto significativo en **régimen forzado** por ser un **acoplamiento transitorio.**

* + 1. Restricción o Ley de Control Complementaria mínima

Obtendremos un mejor desempeño si, independientemente de la baja afección del estado inicial de , conseguimos mantener la linealidad y evitar los acoplamientos entre ejes qd0s incluso en regímenes naturales. Esto lo haremos al aplicar la Restricción o Ley de Control Complementaria Mínima.

Si se produce un acoplamiento en el eje eléctrico q a ver:

La forma de desacoplar dicha no linealidad es retroalimentando el valor opuesto de tal forma que la resultante de cero. A la entrada de le agregaremos el término de acoplamiento . Esto quedo aplicado al **modelo linealizado por retroalimentación no lineal** de la siguiente manera**:**

Gráfico, Diagrama, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

Nuestro sistema físico global no lineal linealizado por retroalimentación no lineal, con ejes “q” y “d” desacoplados en régimen natural y forzado mediante ley de control complementaria mínima queda:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |
|  | Ref. |

Se presenta a continuación el diagrama de bloques correspondiente al sistema lineal equivalente:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

### Comparación modelo LTI equivalente aumentado vs. Modelo dinámico global LPV con

### Funciones de transferencia para modelo LTI equivalente aumentado desde entradas hacia salidas indicando estado inicial considerado.

La obtención de las funciones de transferencia, por definición, implica condiciones iniciales nulas. Partimos de:

Aplicando las siguientes propiedades de las transformadas de Laplace:

Obtenemos:

En la primera ecuación tenemos la entrada, en la segunda ecuación se presenta la entrada y en la última ecuación la salida .

Buscaremos , para esto debemos realizar ciertos artificios matemáticos entre la primera y la última ecuación:

Utilizando un operador simbólico para despejar la función de transferencia y definiendo:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

De forma análoga operando con la ecuación segunda y tercera:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ref. |

### Análisis de estabilidad LA sobre el modelo LTI equivalente aumentado.

## Conclusiones

## Referencias