Lecture 5: Modelo Monocéntrico con Vivienda Urban Economics

Ignacio Sarmiento-Barbieri

Universidad de los Andes

August 26, 2024

- El objetivo del modelo es explicar la distribución espacial de la población en una ciudad.
- ► El mecanismo principal es la relación entre los costos de transporte, el precio de la vivienda y el consumo de vivienda.
- Estamos interesados en derivar un conjunto de gradientes observados.

- 1 Los precios de la vivienda disminuyen con la distancia al CBD.
- 2 El consumo de vivienda aumenta con la distancia al CBD.
- 3 La densidad y la relación capital-tierra disminuyen con la distancia al CBD.

Gradiente de Precio: Condición Alonso-Muth

La condición de Alonso-Muth:

$$\frac{\partial p(x)}{\partial x} = \frac{-\tau}{h(x)} \tag{1}$$

- ► El precio disminuye con la distancia desde el centro como función de los costos de transporte y consumo de vivienda.
- ► Si $h(x) = \bar{h}$, entonces el gradiente es constante
- Si la vivienda aumenta con la distancia desde el CBD, entonces el gradiente es convexo

2/23

Bid-rent approach (La Función de Oferta de Renta)

- La condición de Alonso-Muth se puede derivar de manera más directa utilizando el llamado enfoque de bid-rent (también conocido como el enfoque directo).
- ► Es forma de resolver el modelo es reformular el problema del consumidor en términos de bid-rent:

El precio máximo p(x) que los consumidores están dispuestos a pagar por la vivienda en la ubicación x de manera que la utilidad sea \bar{u} .

Bid-rent approach (La Función de Oferta de Renta)

La bid-rent se define como:

$$\Psi(x,u) \equiv \max_{h(x),z} \left\{ p(x) \mid U(h,z) = \bar{u}, w - \tau \cdot x = p(x)h(x) + z \right\}$$

Sustituyendo la restricción presupuestaria, obtenemos:

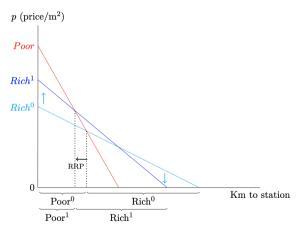
$$\Psi(x,u) = \max_{h(x),z} \left\{ \frac{w - \tau \cdot x - z(x)}{h(x)} \mid U(h,z) = \bar{u} \right\}$$

Evidencia Empírica

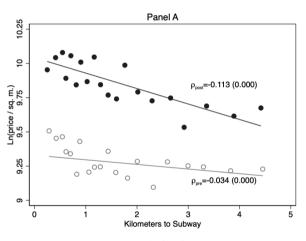
- ▶ The Impact of Road Rationing on Housing Demand and Sorting (Jerch et al; 2023)
- ▶ Beijing en $2008 \rightarrow Pico y placa (RPP)$
- Los conductores en Beijing tienden a ser trabajadores de altos ingresos, usan poco el subte, caminan y andan en bicicleta.
- ▶ Por lo tanto, la política proporciona un aumento posiblemente exógeno en el costo del transporte que solo afecta a los ricos
- ▶ De acuerdo con el modelo LS, encuentran que el PRR causa gradientes de precios más pronunciados y gradientes de ingresos más pronunciados.

Predicciones del modelo

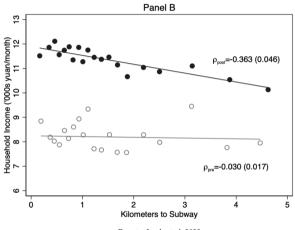
Figure 3: Urban Land Use and Equilibrium Sorting with Income Heterogeneity



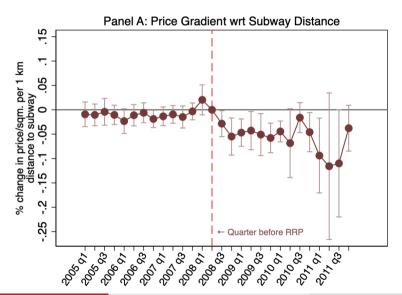
Fuente: Jerch et al; 2023

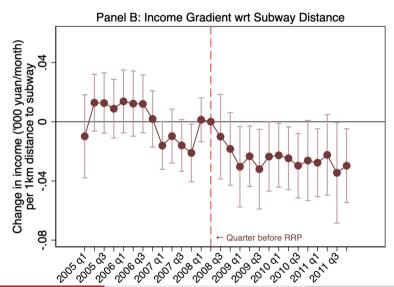


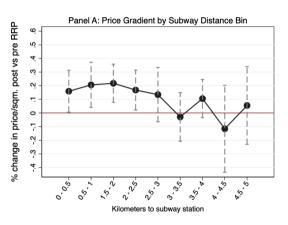
Fuente: Jerch et al; 2023



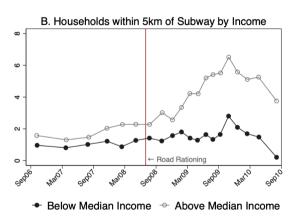
Fuente: Jerch et al; 2023







Fuente: Jerch et al; 2023



Fuente: Jerch et al; 2023

Producción de Vivienda

- Estamos interesados en derivar un conjunto de gradientes observados.
 - 1 Los precios de la vivienda disminuyen con la distancia al CBD.
 - 2 El consumo de vivienda aumenta con la distancia al CBD.
 - 3 La densidad y la relación capital-tierra disminuyen con la distancia al CBD.

Producción de Vivienda

- La industria de la construcción de viviendas es perfectamente competitiva con una función de producción con rendimientos constantes a escala (CRS) y cóncava.
- Los insumos para la construcción son la tierra l y el capital k: H(k, l).
- La parte importante de la concavidad es que $H_{kk} < 0$; construir más alto es más caro.
- ightharpoonup El precio de la tierra en x es R(x).
- ▶ Dados los CRS es mas fácil trabajar con la relación capital-tierra: S = k/l.

Producción de Vivienda

▶ Podemos escribir

$$H(k,l) = H(k/l,l/l) = H(S,1)$$
 (2)

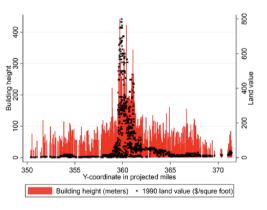
- ▶ Definimos $H(S) \equiv H(S,1)$ como vivienda por unidad de tierra.
- Los beneficios por unidad de tierra:

$$\Pi(x) = p(x) \cdot H(S) - i \cdot S - R(x)$$

Optimización de la Empresa y Estructura del Mercado

- ► Con CRS y entrada libre, tenemos un mercado perfectamente competitivo con empresas de construcción obteniendo cero beneficio.
- ▶ Similar al problema de maximización de la utilidad, esto da dos condiciones:
 - 1 FOC para *S* óptimo
 - 2 ecuación de cero beneficio.

Chicago



Fuente: McM y Ahfeld

Densidad de Población

- Supongamos que cada persona vive en una casa separada.
- Entonces, la población en *x* es la cantidad total de viviendas en *x* dividida por el consumo de vivienda por persona:

$$N(x) = H(k,l)/h(x)$$
(3)

La densidad poblacional (población/tierra) es entonces:

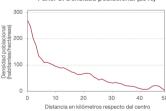
$$D(x) = H(k,l)/(l \cdot h(x)) = H(S)/h(x)$$
(4)

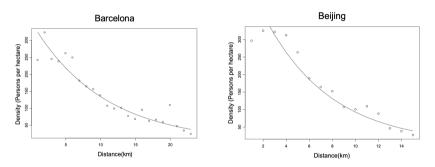


Panel A: Distribución del uso del suelo (2010)

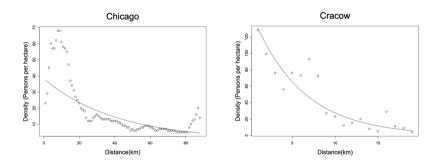


Panel C: Densidad poblacional (2010)

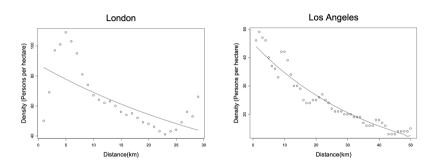




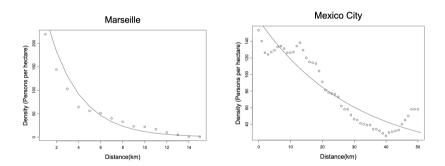
Fuente: Bertaud, A., & Malpezzi, S. (2003). The spatial distribution of population in 48 world cities: Implications for economies in transition. Center for urban land economics research, University of Wisconsin, 32(1), 54-55.



Fuente: Bertaud, A., & Malpezzi, S. (2003). The spatial distribution of population in 48 world cities: Implications for economies in transition. Center for urban land economics research, University of Wisconsin, 32(1), 54-55.



Fuente: Bertaud, A., & Malpezzi, S. (2003). The spatial distribution of population in 48 world cities: Implications for economies in transition. Center for urban land economics research, University of Wisconsin, 32(1), 54-55.



Fuente: Bertaud, A., & Malpezzi, S. (2003). The spatial distribution of population in 48 world cities: Implications for economies in transition. Center for urban land economics research, University of Wisconsin, 32(1), 54-55.