

Lecture 2: Modelo Monocéntrico con Vivienda

Urban Economics

Ignacio Sarmiento-Barbieri

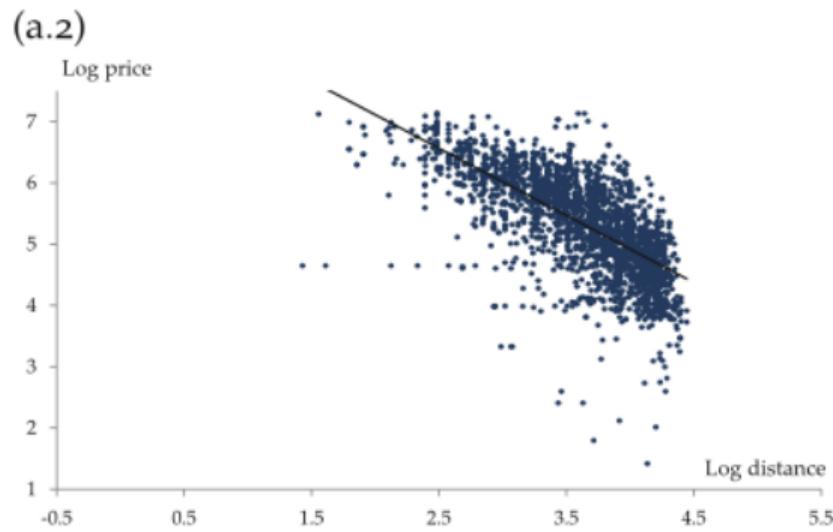
Universidad de los Andes

August 13, 2025

Modelo Monocéntrico

- El objetivo del modelo es explicar ciertas regularidades empíricas de las ciudades.
- Iniciamos con un modelo muy sencillo para racionalizar gradiente del precio de la tierra

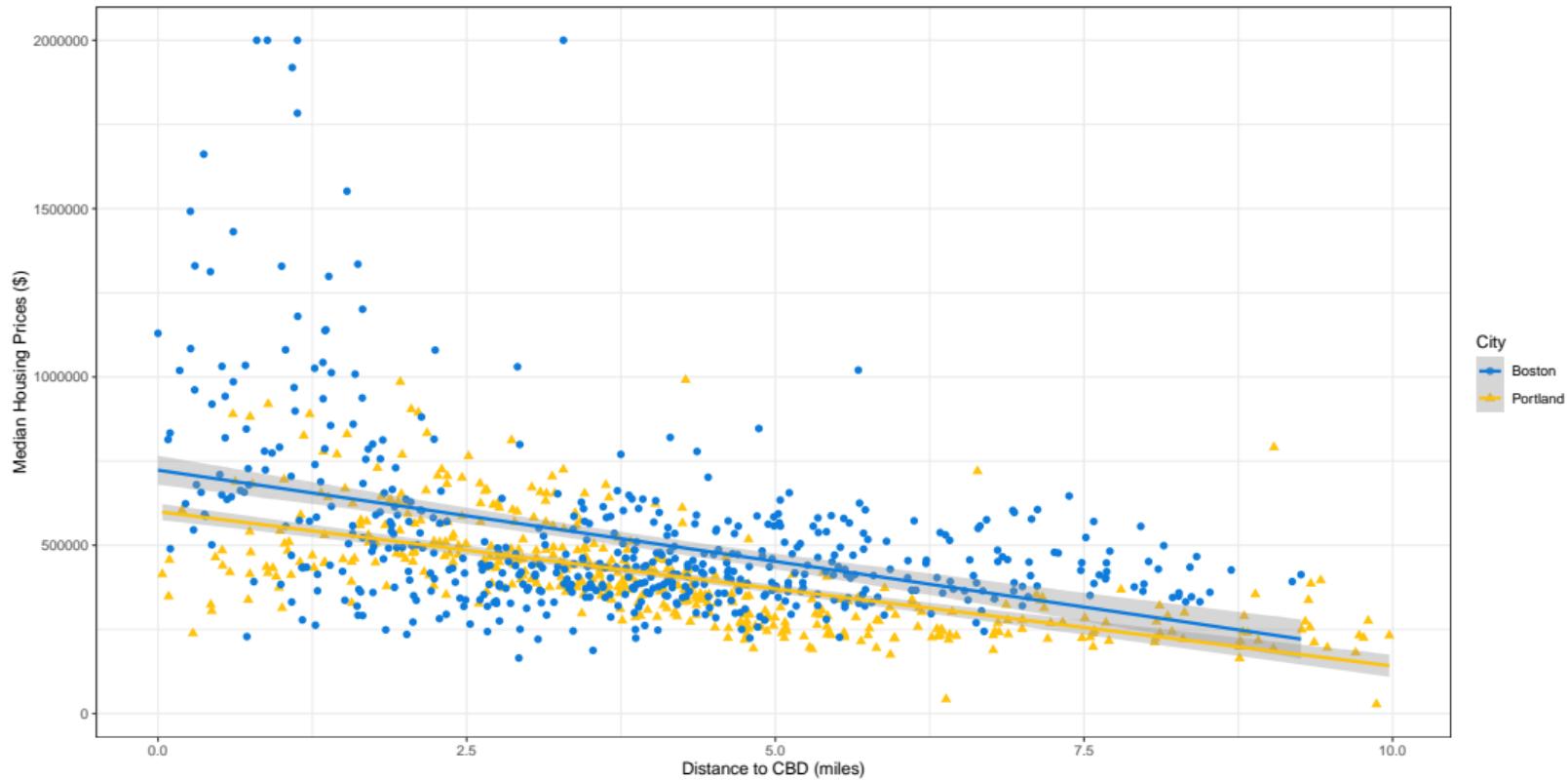
Figure 1: Land Prices: Paris



► Hay otros gradientes que aparecen.

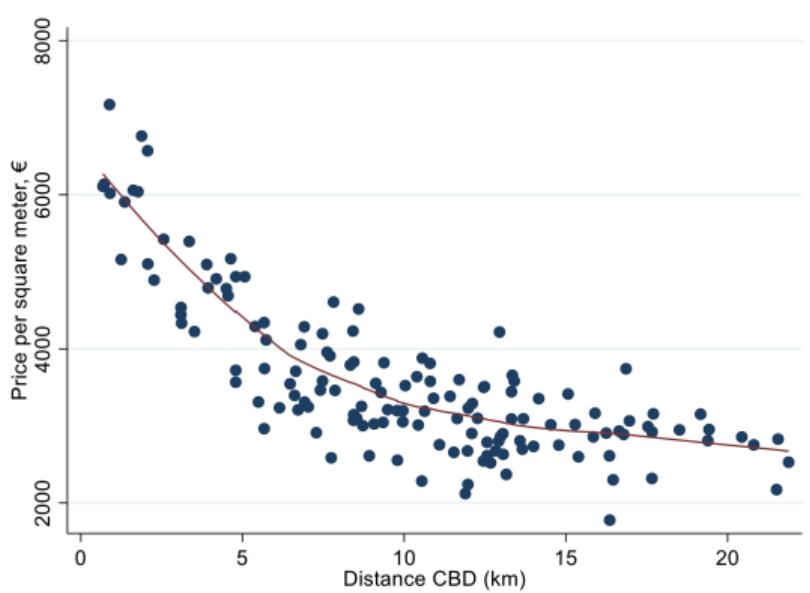
- 1 Los precios de la vivienda disminuyen con la distancia al CBD.
- 2 El consumo de vivienda aumenta con la distancia al CBD.
- 3 La densidad y la relación capital-tierra disminuyen con la distancia al CBD.

Gradientes de precios



Gradientes de precios

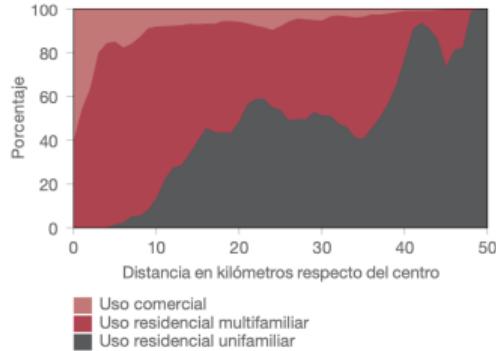
Figure 2: Helsinki



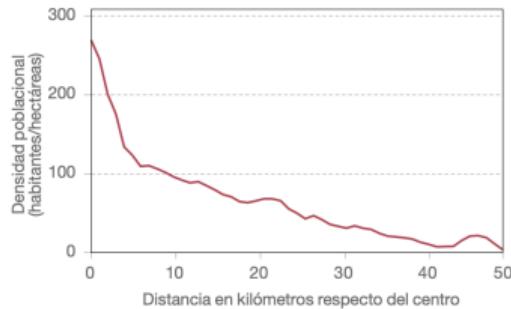
Fuente: Saarimaa 2021

Gradientes de Densidad

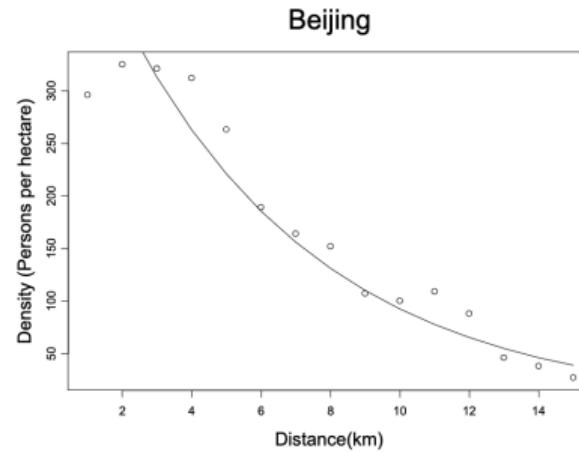
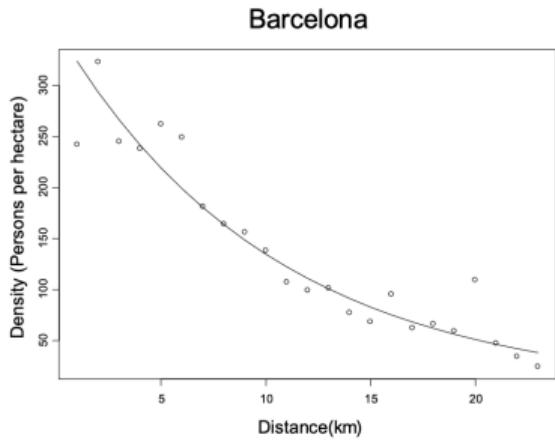
Panel A: Distribución del uso del suelo (2010)



Panel C: Densidad poblacional (2010)

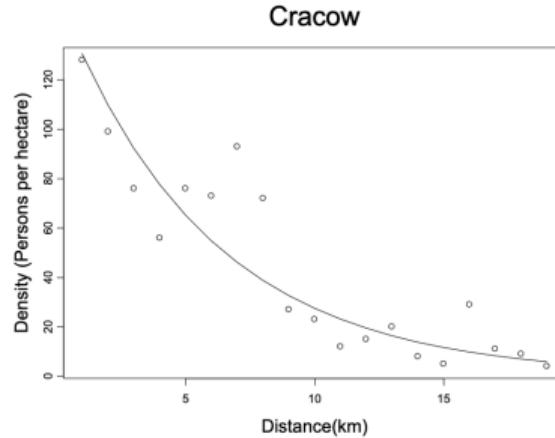
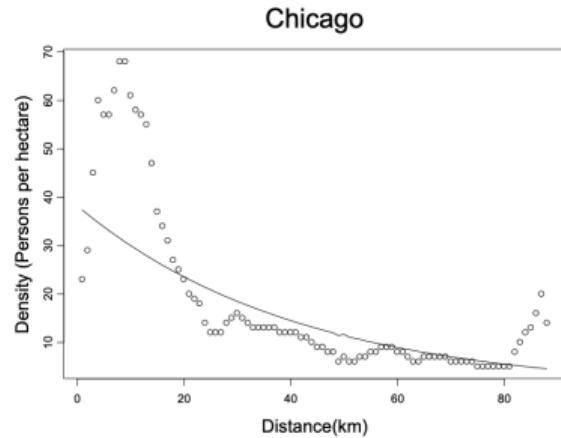


Gradientes de Densidad



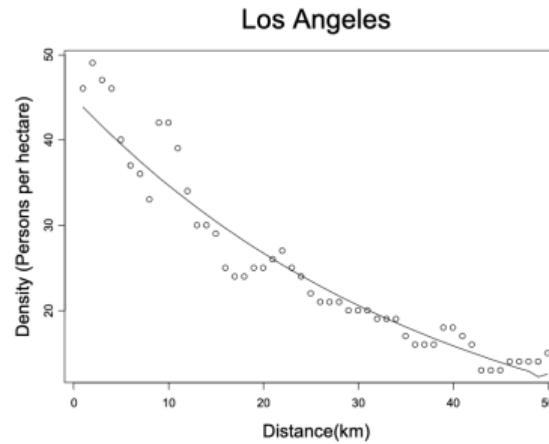
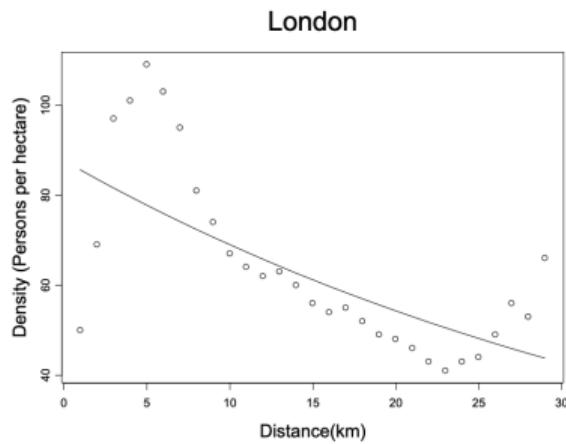
Fuente: Bertaud, A., & Malpezzi, S. (2003). The spatial distribution of population in 48 world cities: Implications for economies in transition. Center for urban land economics research, University of Wisconsin, 32(1), 54-55.

Gradientes de Densidad



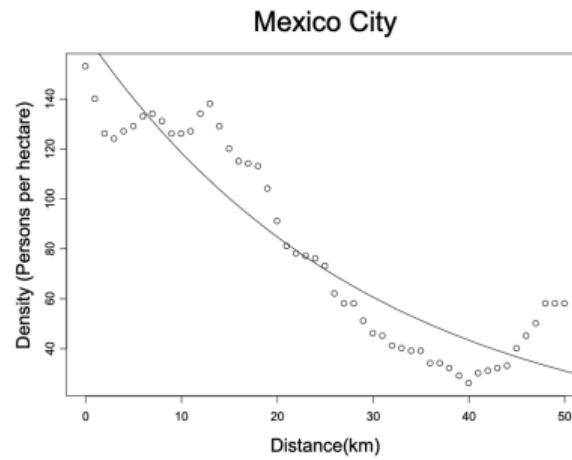
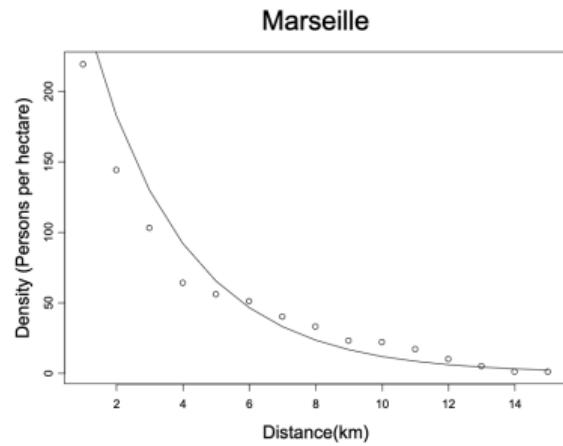
Fuente: Bertaud, A., & Malpezzi, S. (2003). The spatial distribution of population in 48 world cities: Implications for economies in transition. Center for urban land economics research, University of Wisconsin, 32(1), 54-55.

Gradientes de Densidad



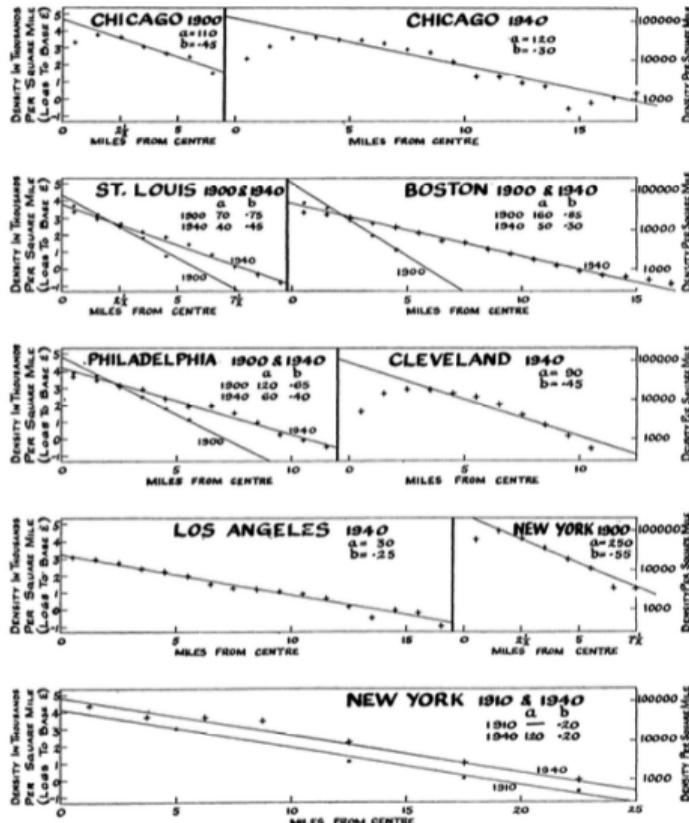
Fuente: Bertaud, A., & Malpezzi, S. (2003). The spatial distribution of population in 48 world cities: Implications for economies in transition. Center for urban land economics research, University of Wisconsin, 32(1), 54-55.

Gradientes de Densidad

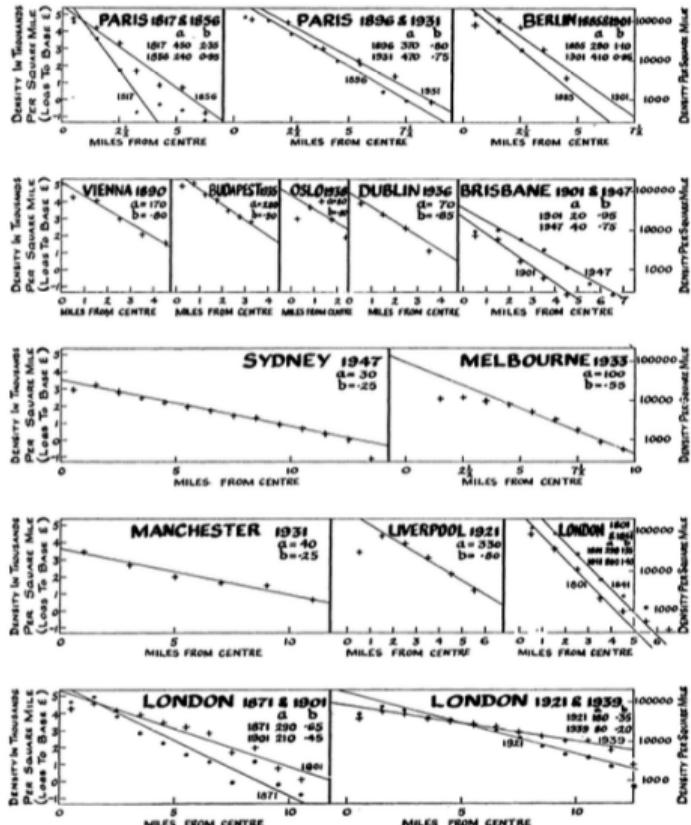


Fuente: Bertaud, A., & Malpezzi, S. (2003). The spatial distribution of population in 48 world cities: Implications for economies in transition. Center for urban land economics research, University of Wisconsin, 32(1), 54-55.

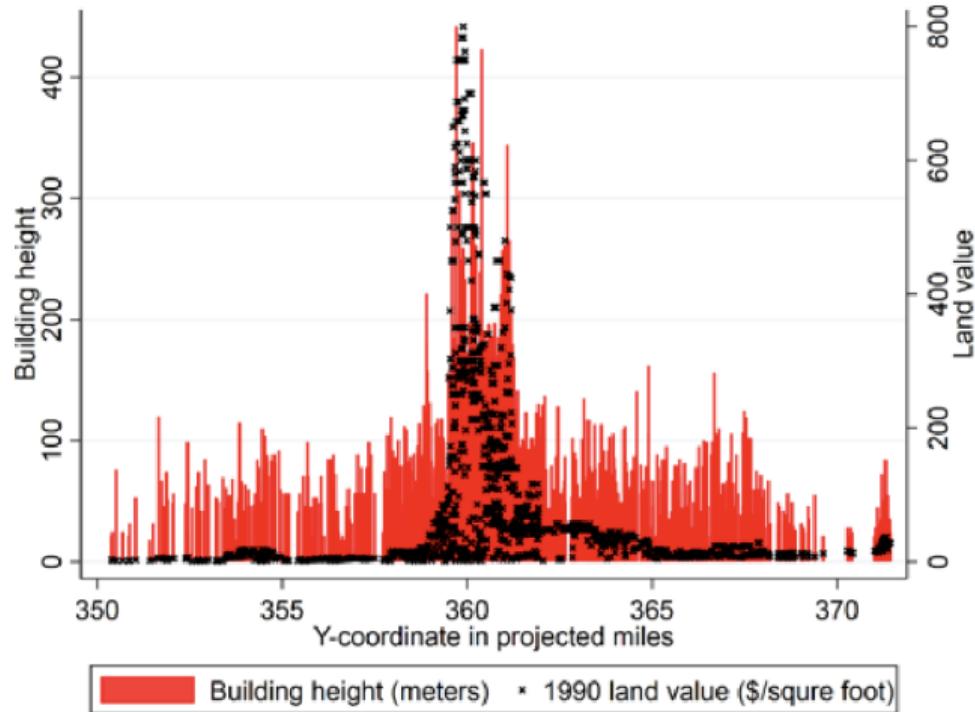
Gradientes de Densidad



Gradientes de Densidad



Gradientes de FAR



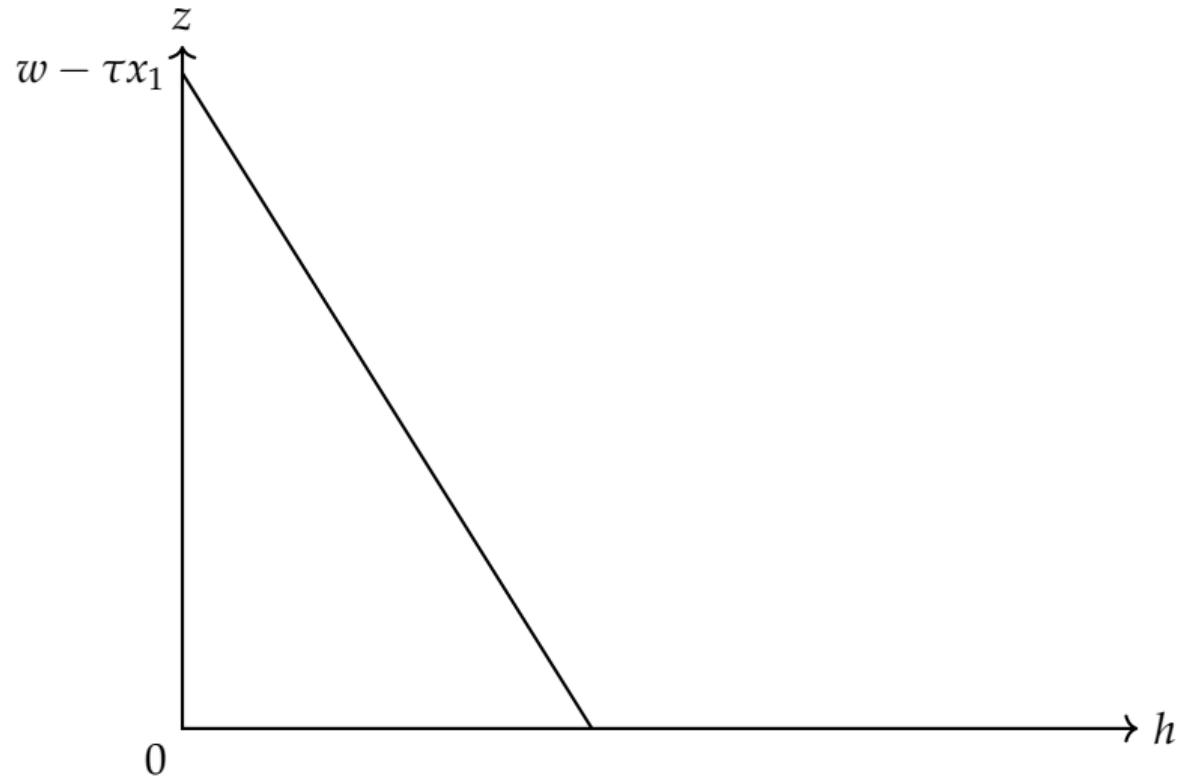
Problema de Maximización de los Residentes

- ▶ Los consumidores tienen utilidad $U(z, h)$ sobre el bien numerario z y la vivienda h .
- ▶ El costo de transporte es τ
- ▶ Dada la restricción presupuestaria: $z + p(x) \cdot h(x) + \tau \cdot x = w$.
- ▶ Equilibrio espacial

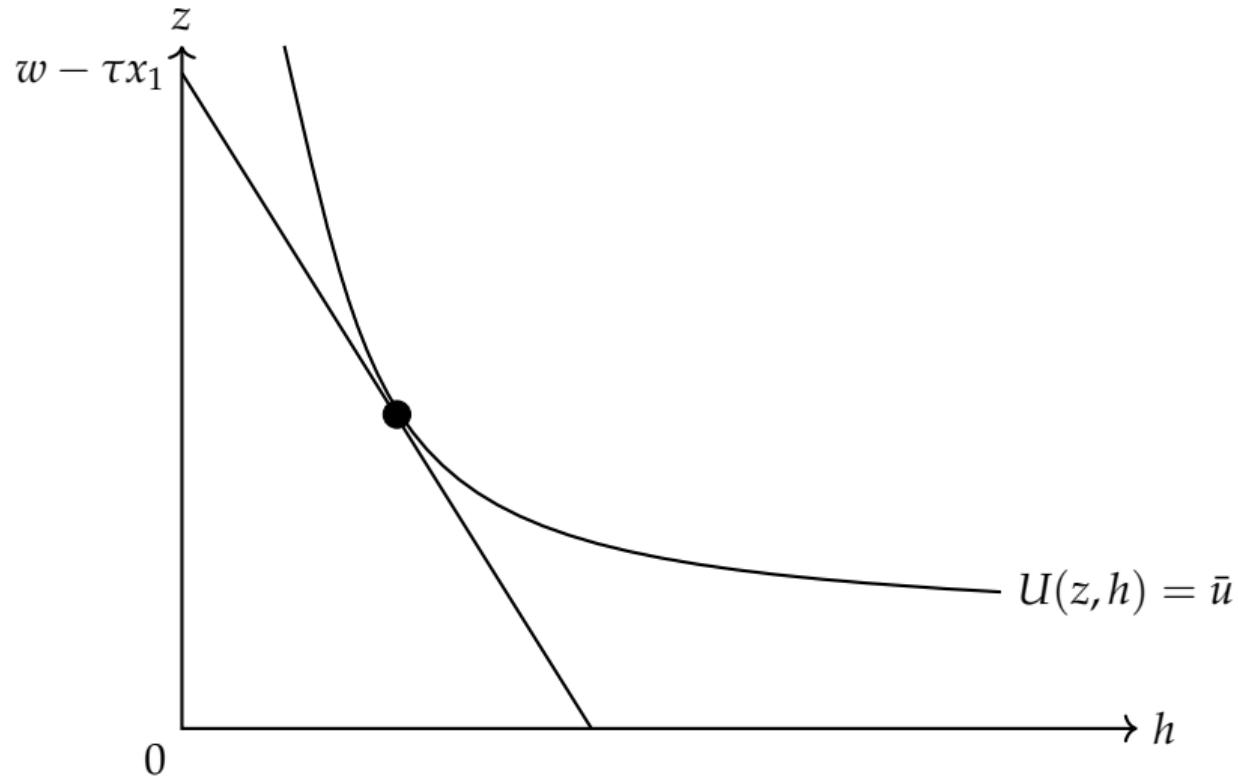
“Todos los hogares resuelvan el problema del hogar y nadie quiera mudarse”.

“No hay ganancias de cambiar de ubicación”

Problema de Maximización de los Residentes



Problema de Maximización de los Residentes

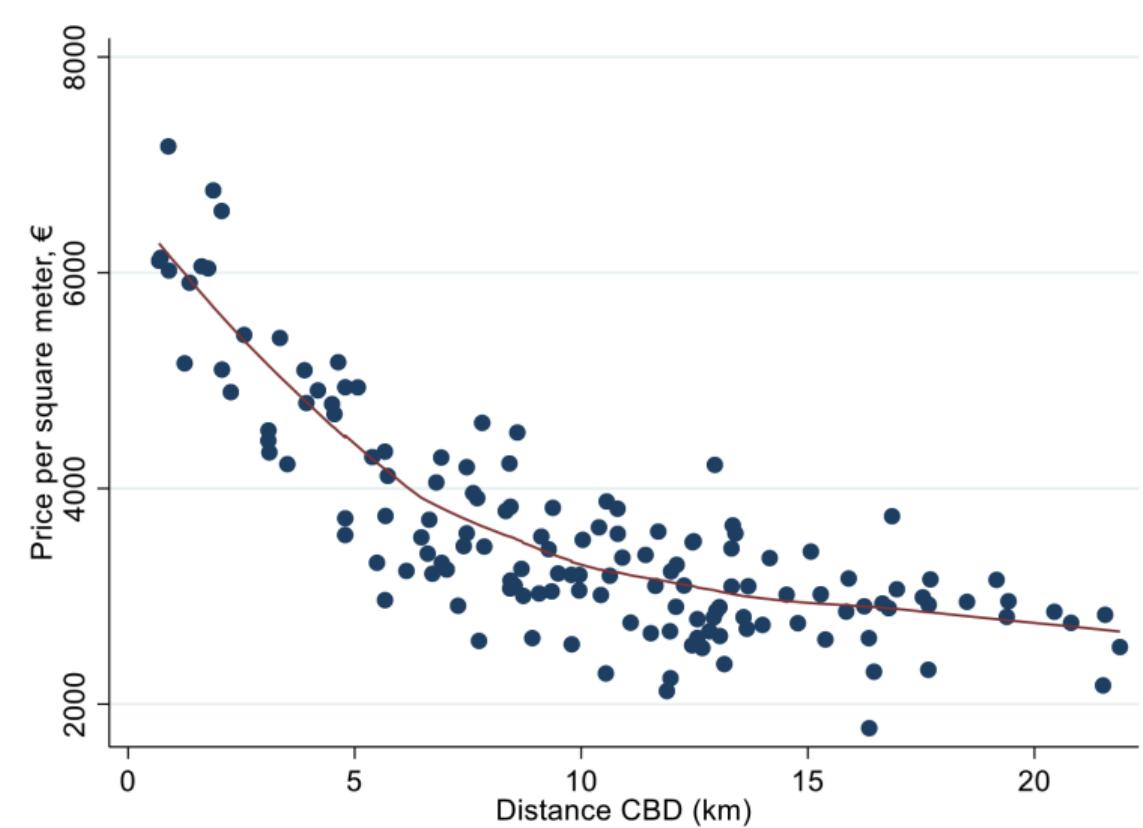


Gradiente de Precio: Condición Alonso-Muth

- ▶ La condición de Alonso-Muth:

$$\frac{\partial p(x)}{\partial x} = \frac{-\tau}{h(x)} \quad (1)$$

Más gradientes en la vida real: Helsinki



Fuente: Saarimaa 2021

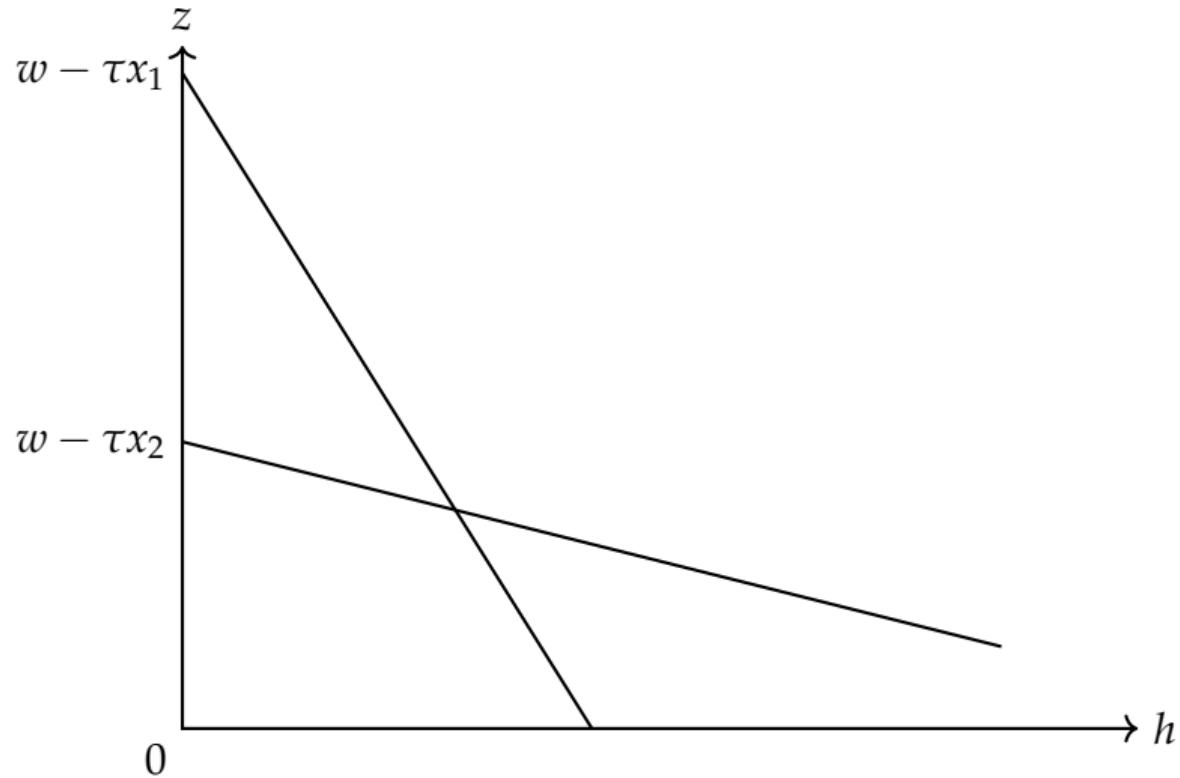
Gradiente de Consumo de Vivienda

- ▶ En este modelo, el precio de la vivienda $p(x)$ se ajusta de manera que todos los residentes tengan la misma utilidad.
- ▶ Podemos trabajar con la demanda de vivienda de Marshalliana $h(p(x), y)$ o la demanda de Hicksiana $h(p(x), \bar{u})$.
- ▶ El gradiente de la demanda de vivienda de Hicksiana es:

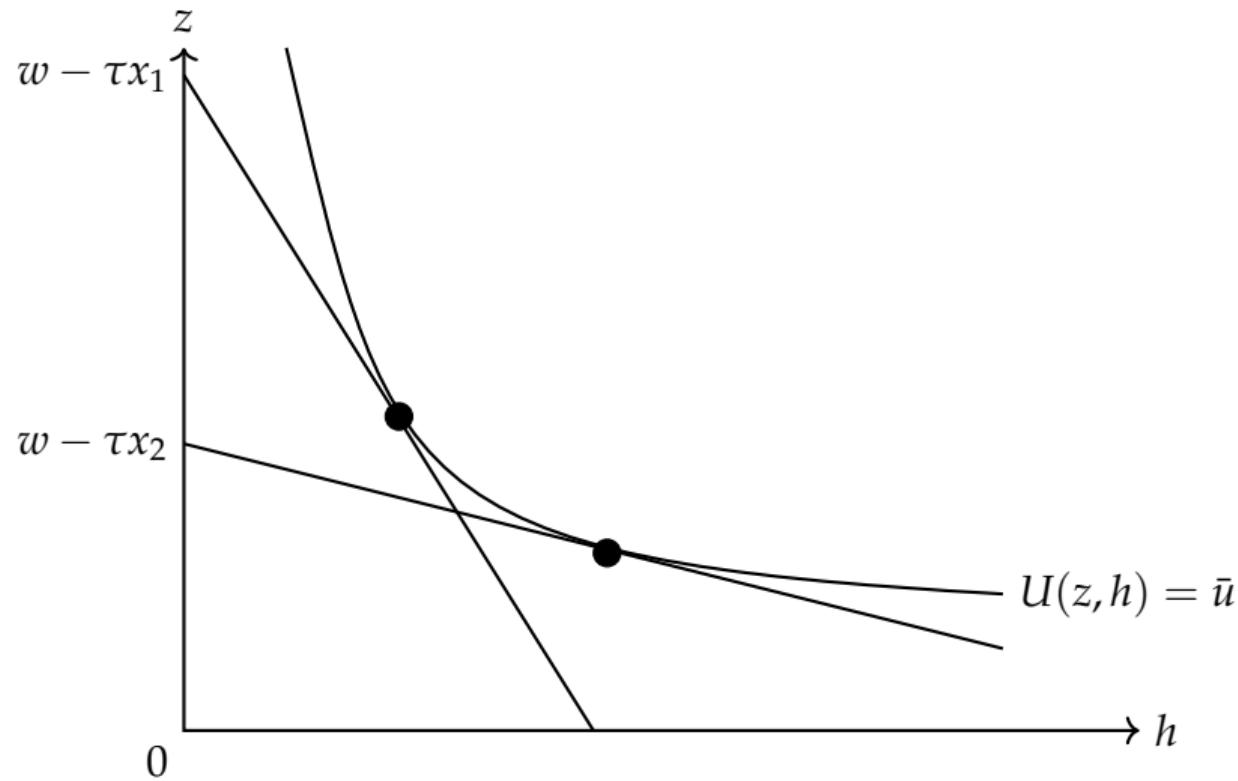
$$\frac{\partial h(p, u, x)}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} > 0$$

- ▶ El consumo de vivienda aumenta con la distancia; el precio de la vivienda es más barato, por lo que los consumidores se inclinan hacia consumir mas vivienda.

Gradiente de Consumo de Vivienda



Gradiente de Consumo de Vivienda



Ejemplo

$$\max_{z,h} z^\alpha h^{1-\alpha}$$

$$w = z + ph + tx$$

Bid-rent approach (La Función de Oferta de Renta)

- ▶ La principal desventaja del enfoque Marshalliano es que llega a la solución de una manera indirecta.

Bid-rent approach (La Función de Oferta de Renta)

- ▶ La principal desventaja del enfoque Marshalliano es que llega a la solución de una manera indirecta.
- ▶ Resuelve primero el programa del consumidor en una ubicación antes de recuperar el precio de la vivienda en esta ubicación a través de la condición de equilibrio residencial.
- ▶ Luego, conociendo el precio de la vivienda, vuelve a la elección del consumo.
- ▶ La principal ventaja del enfoque Marshalliano es dejar claro que el precio de la vivienda en cada ubicación es endógeno y surge dentro del modelo.

Bid-rent approach (La Función de Oferta de Renta)

- ▶ La condición de Alonso-Muth se puede derivar de manera más directa utilizando el llamado enfoque de bid-rent (también conocido como el enfoque directo).
- ▶ Es forma de resolver el modelo es reformular el problema del consumidor en términos de bid-rent:

El precio máximo que los consumidores están dispuestos a pagar por la vivienda en la ubicación x de manera que la utilidad sea \bar{u} .

Bid-rent approach (La Función de Oferta de Renta)

- ▶ La bid-rent se define como:

$$\Psi(x, u) \equiv \max_{h(x), z} \{p(x) \mid U(h, z) = \bar{u}, w - \tau \cdot x = p(x)h(x) + z\}$$

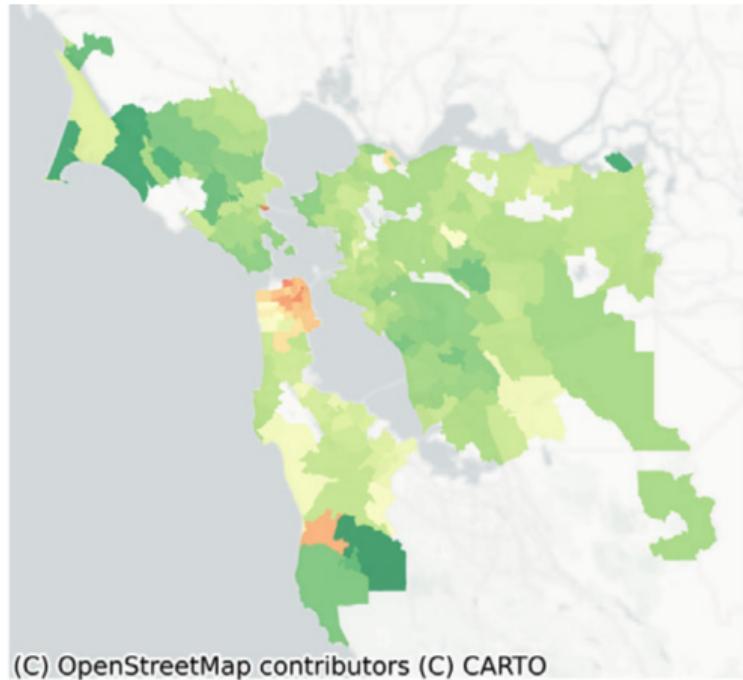
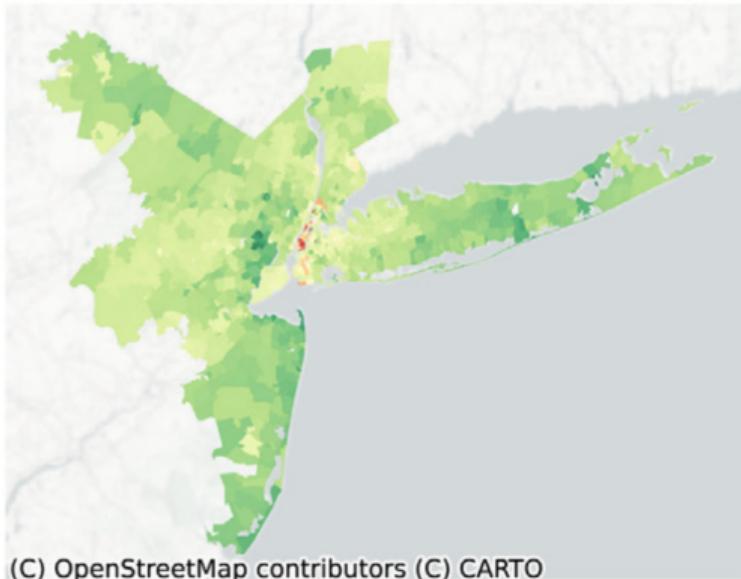
- ▶ Sustituyendo la restricción presupuestaria, obtenemos:

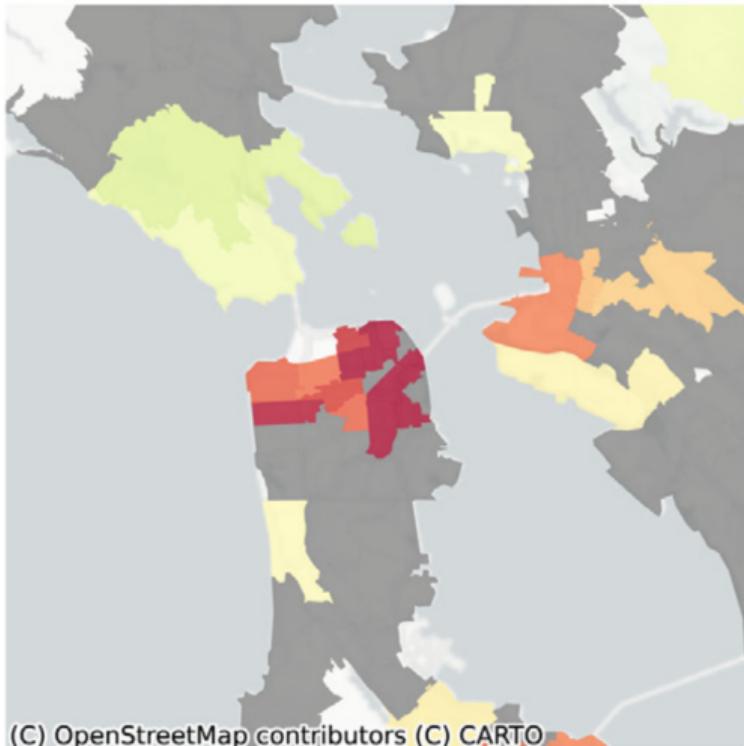
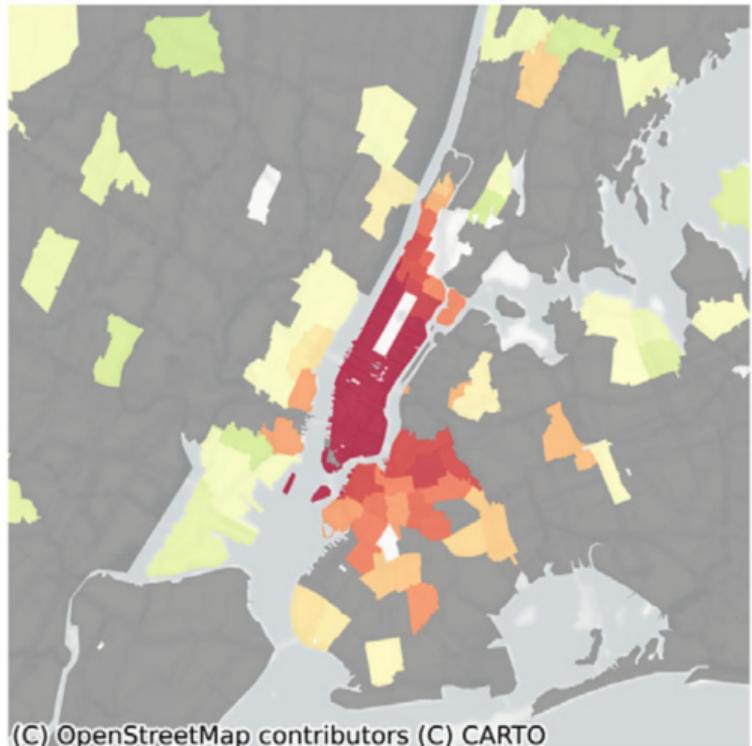
$$\Psi(x, u) = \max_{h(x), z} \left\{ \frac{w - \tau \cdot x - z(x)}{h(x)} \mid U(h, z) = \bar{u} \right\}$$

A B S T R A C T

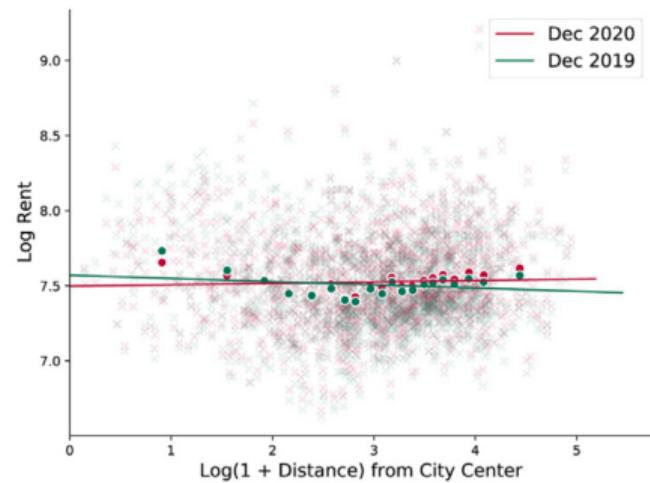
We show that the COVID-19 pandemic brought house price and rent declines in city centers, and price and rent increases away from the center, thereby flattening the bid-rent curve in most U.S. metropolitan areas. Across MSAs, the flattening of the bid-rent curve is larger when working from home is more prevalent, housing markets are more regulated, and supply is less elastic. Housing markets predict an urban revival with urban rent growth exceeding suburban rent growth for the foreseeable future, as working from home recedes.

Gupta et al 2022

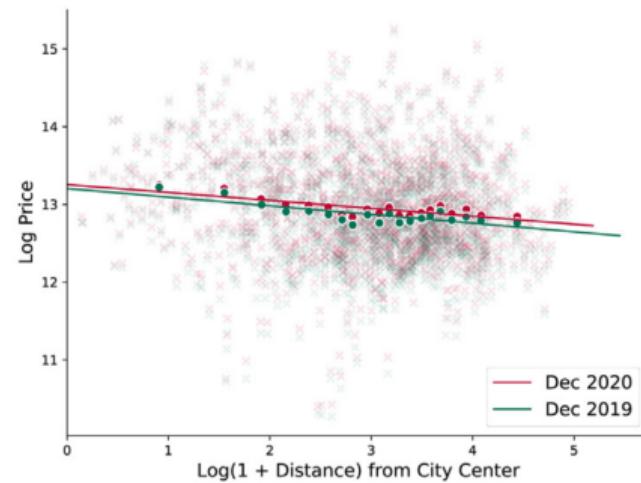




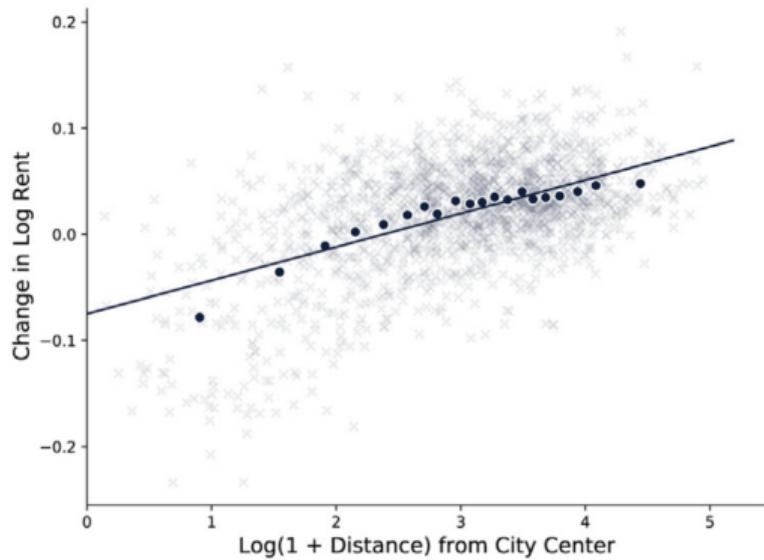
Panel A: Rent



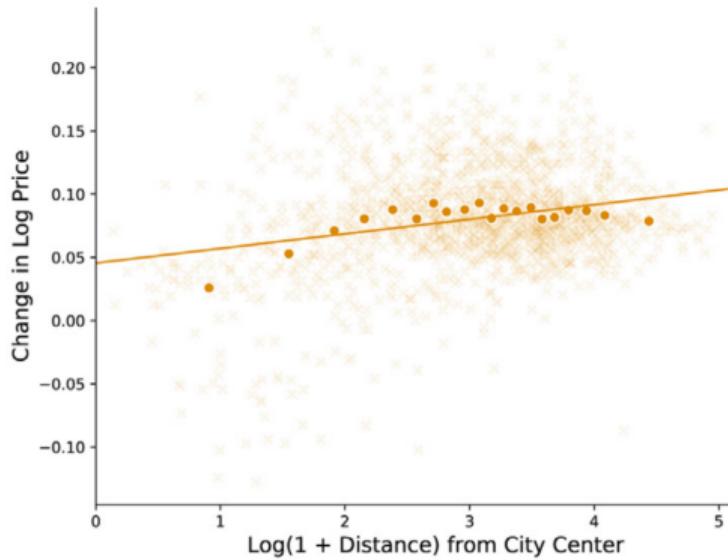
Panel B: Price



Panel C: Rent

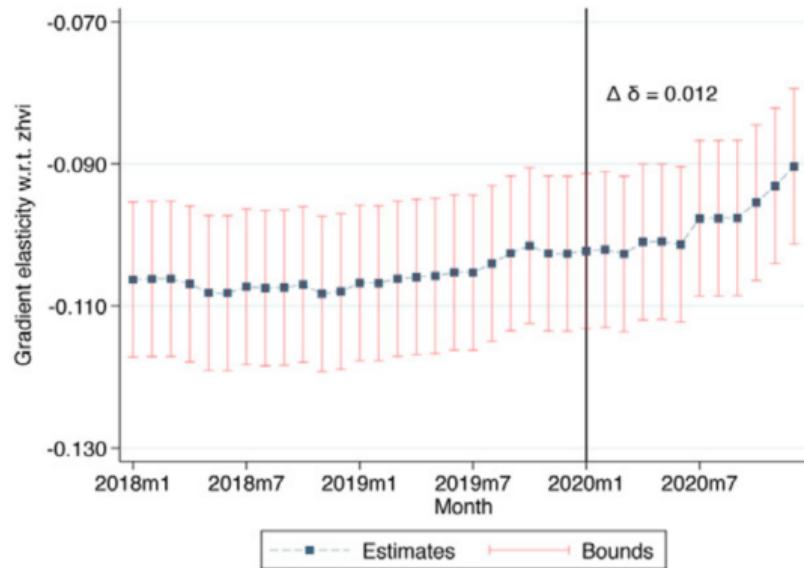


Panel D: Price



$$\begin{aligned}\ln p_{ijt} = & \delta_t (\text{Month}_t \times [\ln(1 + D(\mathbf{z}_{ij}^z, \mathbf{z}_j^m))]) + \beta X_{ij} \\ & + \alpha_t \text{Month}_t + \alpha_j \text{MSA}_j + e_{ijt}. \end{aligned} \quad (1)$$

Panel A: Benchmark



Panel A: MSA-Level Rent Changes					
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Work from Home	0.302*** (0.0919)			0.239** (0.0950)	0.302*** (0.0891)
Stringency Measure		0.192** (0.0697)		0.122 (0.0759)	
Supply Inelasticity Index			0.0215 (0.0156)	0.00483 (0.0148)	
Orthogonalized Stringency Index					0.132* (0.0690)
Orthogonalized Supply Inelasticity					0.00483 (0.0148)
Constant	-0.0997** (0.0364)	-0.0689** (0.0322)	0.00828 (0.00897)	-0.133*** (0.0406)	-0.0997*** (0.0353)
Observations	30	30	30	30	30
R ²	0.278	0.213	0.063	0.370	0.370
Panel B: MSA-Level Price Changes					
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Work from Home	0.215** (0.0789)			0.174** (0.0817)	0.215*** (0.0767)
Stringency Measure		0.128** (0.0597)		0.0492 (0.0653)	
Supply Inelasticity Index			0.0248* (0.0124)	0.0162 (0.0128)	
Orthogonalized Stringency Index					0.0838 (0.0593)
Orthogonalized Supply Inelasticity					0.0162 (0.0128)
Constant	-0.0806** (0.0312)	-0.0545* (0.0276)	-0.00854 (0.00711)	-0.0954** (0.0349)	-0.0806** (0.0303)

Aplicación

- ▶ Las ciudades han tendido a descentralizarse, tanto en Estados Unidos como en todo el mundo.
- ▶ Hay evidencia de que esta descentralización fue causada por reducciones en los costos de transporte.
- ▶ ¿Podemos racionalizar este proceso en el modelo monocéntrico?
- ▶ ¿Este proceso parece un equilibrio en nuestro modelo?

Motivación: Paradise lost and regained

- ▶ Leroy y Sonstelie (1983)
- ▶ Intenta explicar cómo los costos de desplazamiento pueden afectar las elecciones de ubicación de ricos y pobres
- ▶ Muestra que los cambios en los costos fijos y variables de los desplazamientos, en relación con los salarios, pueden conducir a diferentes patrones de ubicación según el ingreso.

Motivación: Paradise lost and regained

- ▶ Intuición principal:
 - ▶ cuando la tecnología para desplazarse más rápidamente al trabajo sea muy costosa para los pobres, los ricos se ubicarán en los suburbios para aprovechar viviendas más baratas
 - ▶ cuando los pobres pueden permitirse esta tecnología, también desean vivir en los suburbios, lo que eleva los precios de las viviendas suburbanas y hace que las ubicaciones centrales de las ciudades sean más atractivas para los ricos
- ▶ Las predicciones son consistentes con los patrones de ubicación de ricos y pobres durante un período de la historia de Estados Unidos con importantes innovaciones en el transporte.

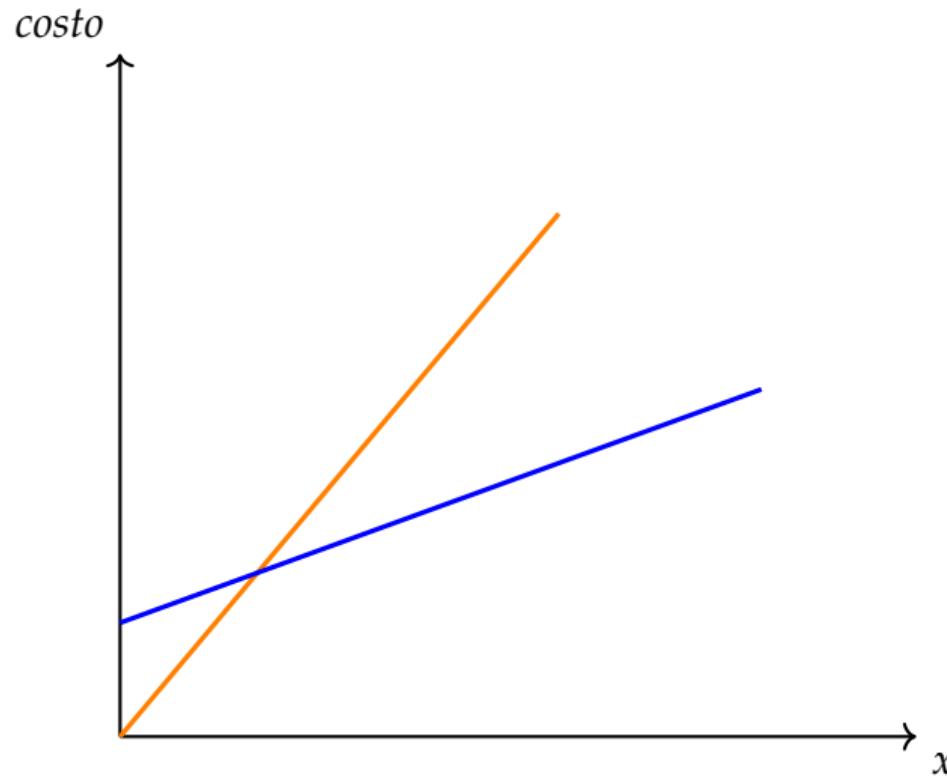
Set up del modelo

- ▶ Dos tipos de individuos: ricos y pobres $j = r, p$
- ▶ $w_r > w_p$
- ▶ Tecnología de transporte
 - ▶ Bus: $(w_j t^b + c^b)x$
 - ▶ Auto: $f^a + (w_j t^a + c^a)x$
- ▶ Consumo fijo de vivienda \bar{l}
- ▶ La función de bid rent:

$$\Psi(x) = \max_z \left\{ \frac{w - \tau \cdot x - z}{\bar{l}} \mid U(z) = \bar{u} \right\}$$

Lo máximo que un hogar está dispuesto para ocupar un lugar (x) y aún así alcanzar el nivel mínimo de utilidad

Set up del modelo



Tres Eras

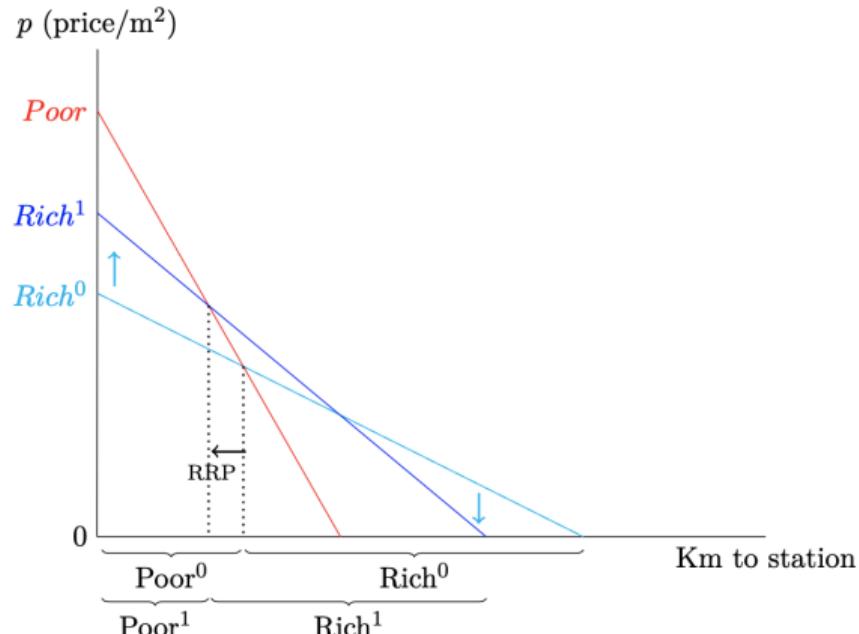
- ▶ “Paradise Lost” y “Paradise Regained” son poemas famosos de John Milton (17th century England);
- ▶ Leroy y Sonstelie (1983) lo utilizan para describir los patrones de ubicación
 - 1 Paraíso: los autos son muy caros, ambos grupos utilizan el bus
 - 2 Paraíso perdido: el costo variable del automóvil cae bastante en relación con los salarios de los ricos pueden permitirse un auto, pero los pobres no.
 - 3 Paraíso recuperado: el costo variable de los automóviles cae tanto que ambos grupos pueden permitirse adquirirlos;

Evidencia Empírica

- ▶ The Impact of Road Rationing on Housing Demand and Sorting (Jerch et al; 2023)
- ▶ Beijing en 2008 → Pico y placa (RPP)
- ▶ Los conductores en Beijing tienden a ser trabajadores de altos ingresos, usan poco el subte, caminan y andan en bicicleta.
- ▶ Por lo tanto, la política proporciona un aumento posiblemente exógeno en el costo del transporte que solo afecta a los ricos
- ▶ De acuerdo con el modelo LS , encuentran que el PRR causa gradientes de precios más pronunciados y gradientes de ingresos más pronunciados.

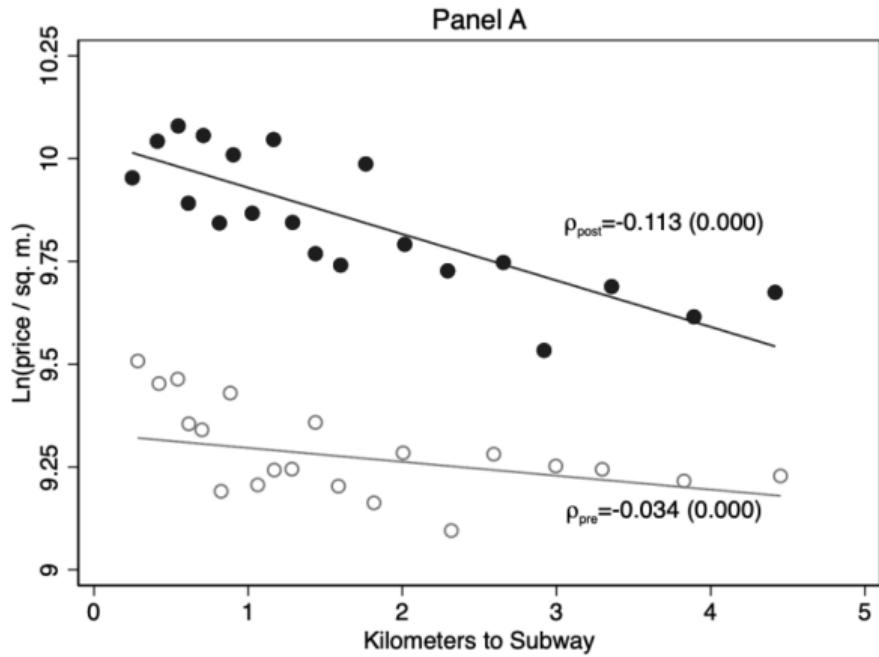
Predicciones del modelo

Figure 3: Urban Land Use and Equilibrium Sorting with Income Heterogeneity



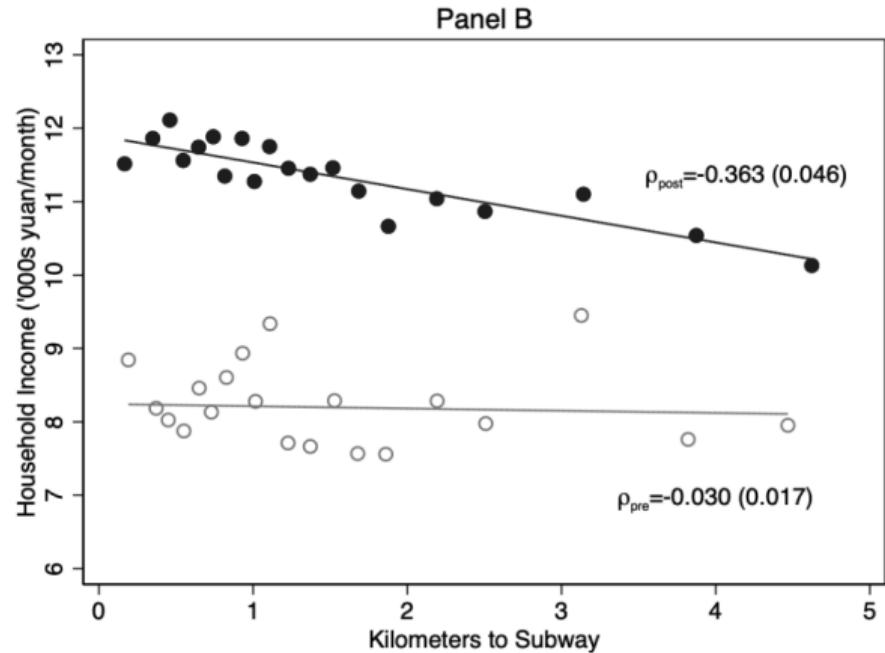
Fuente: Jerch et al; 2023

Resultados



Fuente: Jerch et al; 2023

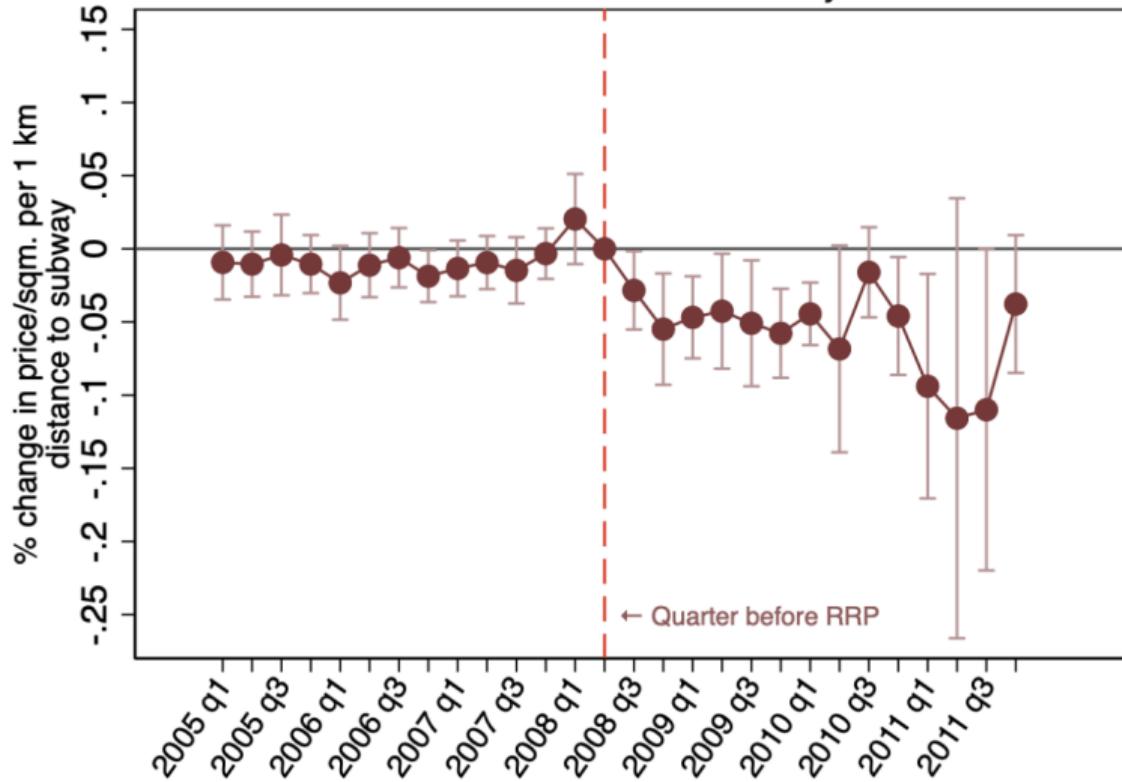
Resultados



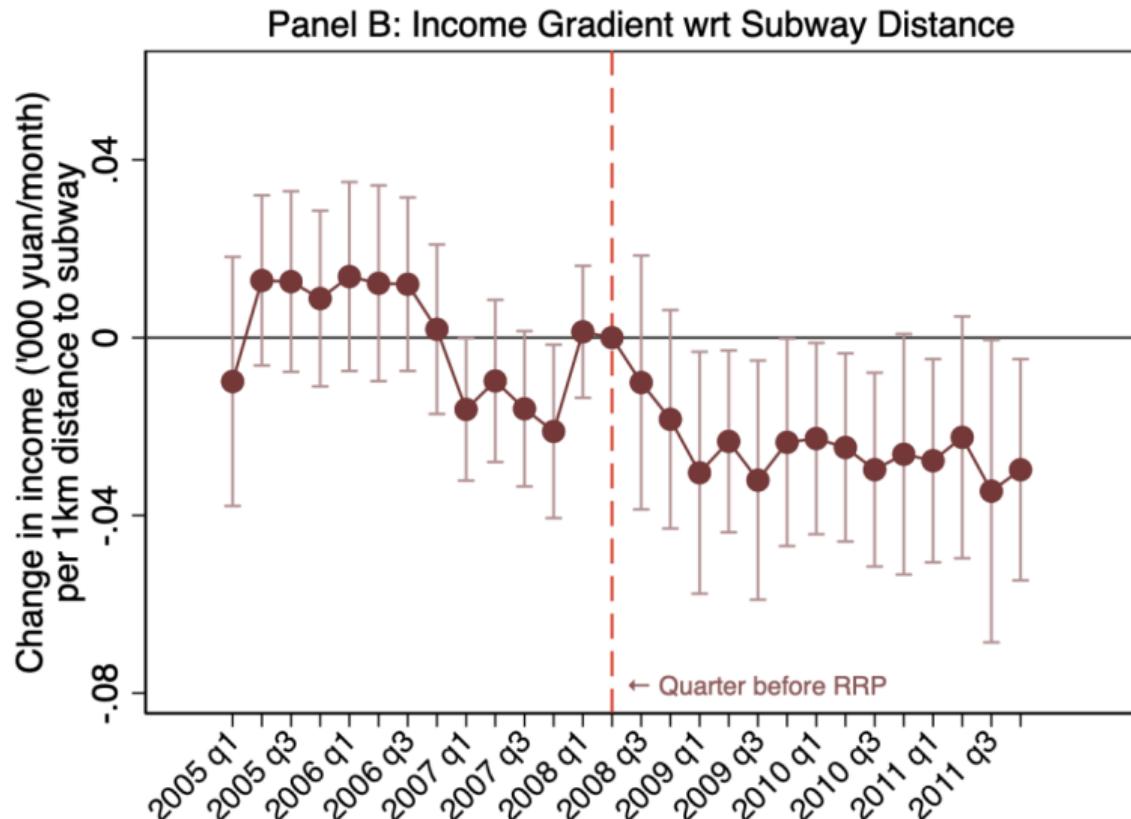
Fuente: Jerch et al; 2023

Resultados

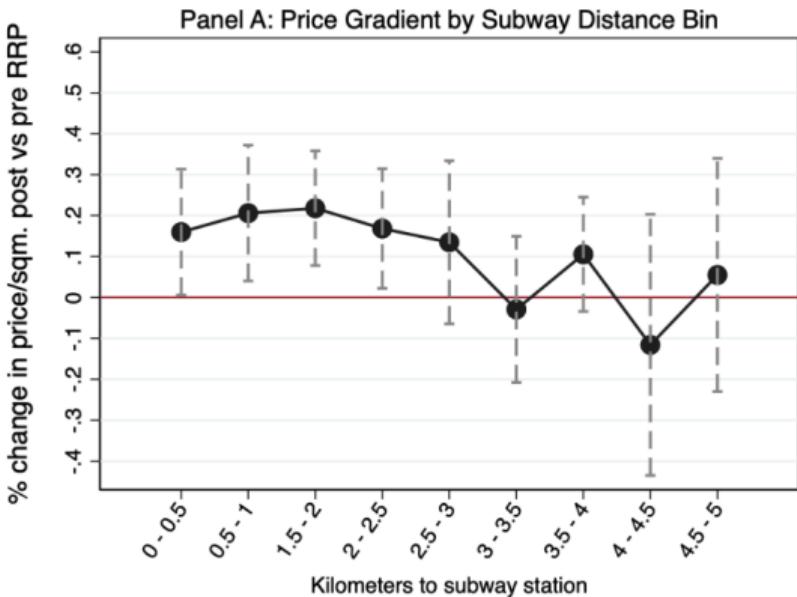
Panel A: Price Gradient wrt Subway Distance



Resultados

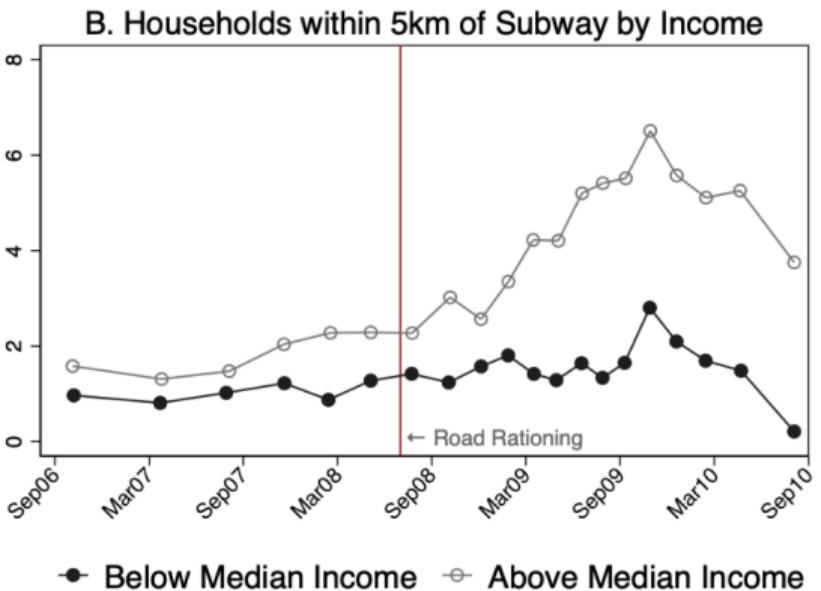


Resultados



Fuente: Jerch et al; 2023

Resultados



Fuente: Jerch et al; 2023