

Lecture 3: Modelo Monocéntrico con Vivienda

Urban Economics

Ignacio Sarmiento-Barbieri

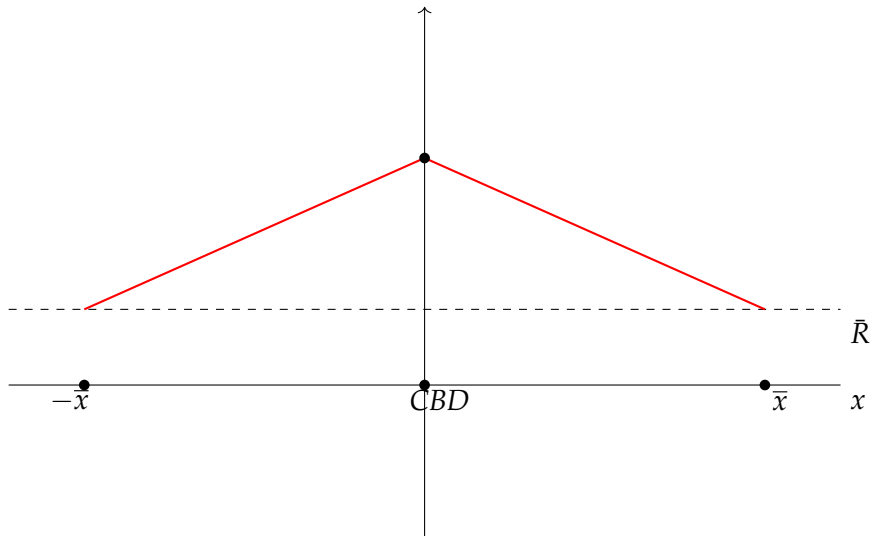
Universidad de los Andes

August 14, 2024

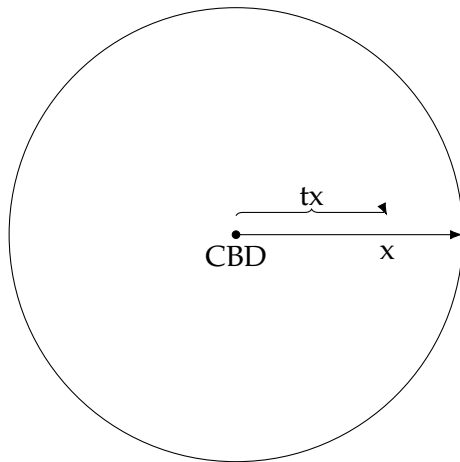
Modelo Monocéntrico sin vivienda

- ▶ Ciudad es una línea
- ▶ Hogares unipersonales idénticos (N)
 - ▶ Dos bienes: $\bar{\ell}, z$ ($p_z = 1$)
 - ▶ todos trabajan en el CBD, a un salario w
- ▶ Arriendo tierra $R(x), \bar{R}$
- ▶ Costos de transporte t .
- ▶ Todas las rentas de la tierra, urbana y agrícola, las percibe un “arrendatario ausente” y se va del modelo
- ▶ Equilibrio espacial $U(z^*) = \bar{U}$ s.t. $w = z + R(x)\bar{\ell} + t|x|$

Modelo Monocéntrico sin vivienda



Modelo Monocéntrico sin vivienda



Modelo Monocéntrico sin vivienda

- El problema de optimización

$$\max_z U(z)$$

subject to:

$$w = z + R(x)\bar{\ell} + t|x|$$

- Equilibrio espacial

$$U(z^*) = \bar{U}$$

Modelo Monocéntrico sin vivienda

- El consumo en equilibrio espacial

$$w - z^* = R(x)\bar{\ell} + tx$$

- Para el borde de la ciudad

$$w - z^* = \bar{R}\bar{\ell} + t\bar{x}$$

- Reorganizando

$$\bar{x} = \frac{w - z^* - \bar{R}\bar{\ell}}{t}$$

Modelo Monocéntrico sin vivienda

- El área de nuestra ciudad circular es $\pi\bar{x}^2$, por lo que la población es

$$N^* = \frac{\pi\bar{x}^2}{\bar{\ell}}.$$

- Aquí, hay $2\pi x$ de tierra en cada x , en lugar de 1 como en la ciudad lineal.
- El arriendo del suelo

$$R^*(x) = \begin{cases} \frac{w - z^* - t|x|}{\bar{\ell}} & \text{si } |x| \leq \bar{x} \\ \bar{R} & \text{si } |x| > \bar{x} \end{cases}$$

Modelo Monocéntrico sin vivienda

... pero la renta total del suelo es un poco más complicada,

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\bar{x}} 2\pi x R(x) dx \\ &= \int_0^{\bar{x}} 2\pi x \left[\frac{(w - z^*) - tx}{\bar{\ell}} \right] dx \\ &= \frac{2\pi}{\bar{\ell}} \int_0^{\bar{x}} ((w - z^*)x - tx^2) dx \\ &= \frac{2\pi}{\bar{\ell}} \left[(w - z^*) \frac{x^2}{2} - t \frac{x^3}{3} \right]_0^{\bar{x}} \\ &= \frac{2\pi}{\bar{\ell}} \left[(w - z^*) \frac{\bar{x}^2}{2} - t \frac{\bar{x}^3}{3} \right] \end{aligned}$$

La ciudad circular no es muy diferente de la ciudad lineal

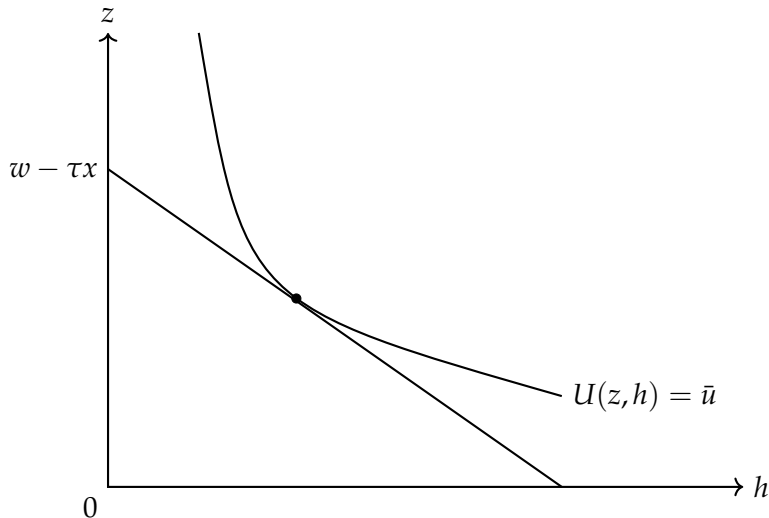
Modelo Monocéntrico con Vivienda

- ▶ El objetivo del modelo es explicar la distribución espacial de la población en una ciudad.
- ▶ El mecanismo principal es la relación entre los costos de transporte, el precio de la vivienda y el consumo de vivienda.
- ▶ Estamos interesados en derivar un conjunto de gradientes observados.
- ▶ **Resultados:**
 - 1 Los precios de la vivienda disminuyen con la distancia al CBD.
 - 2 El consumo de vivienda aumenta con la distancia al CBD.
 - 3 La densidad y la relación capital-tierra disminuyen con la distancia al CBD.

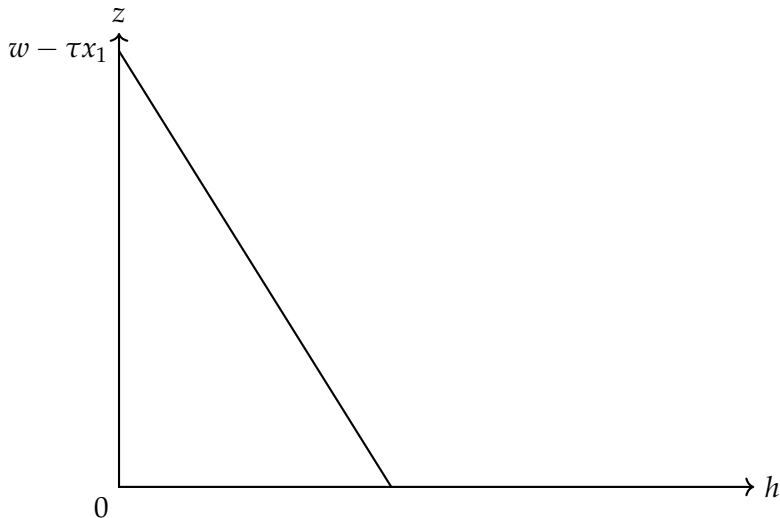
Problema de Maximización de los Residentes

- ▶ Los consumidores tienen utilidad $U(z, h)$ sobre el bien numerario z y la vivienda h .
- ▶ El costo de transporte es τ
- ▶ Dada la restricción presupuestaria: $z + p(x) \cdot h(x) + \tau \cdot x = w$.
- ▶ En equilibrio espacial $U(z, h) = \bar{u}$

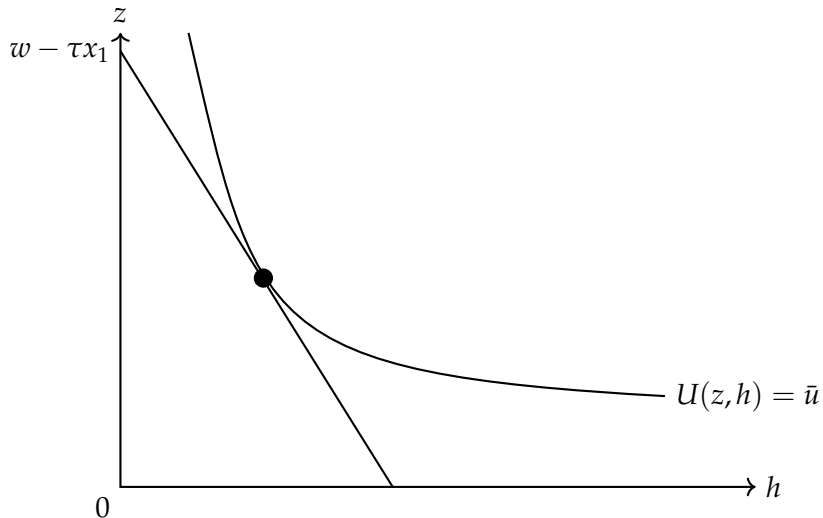
Problema de Maximización de los Residentes



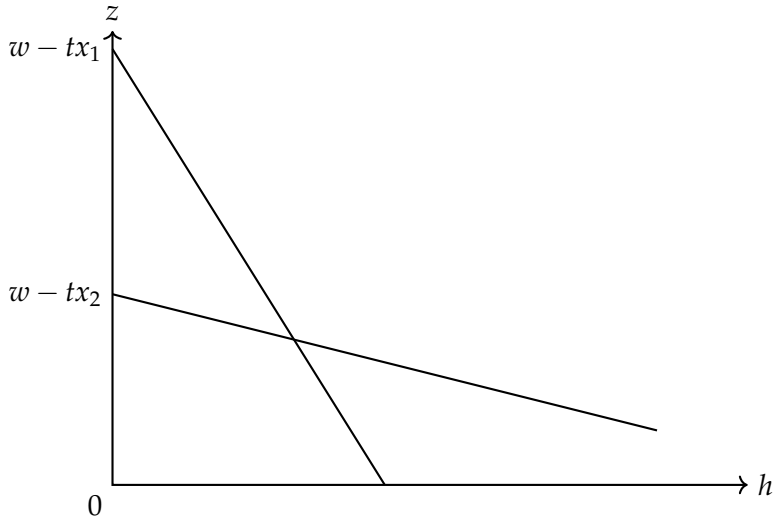
Gradiente de Consumo de Vivienda



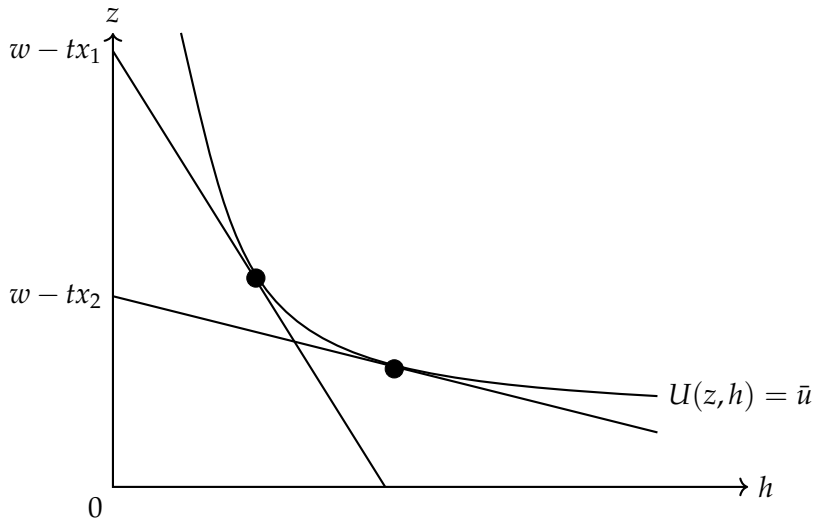
Gradiente de Consumo de Vivienda



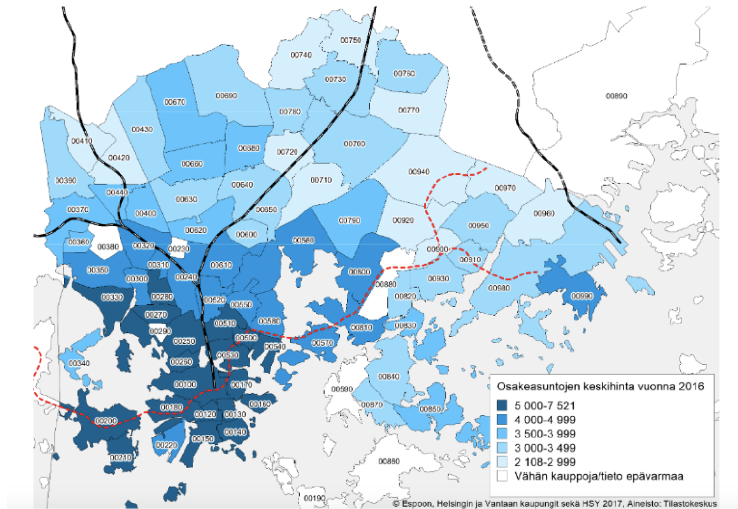
Gradiente de Consumo de Vivienda



Gradiente de Consumo de Vivienda

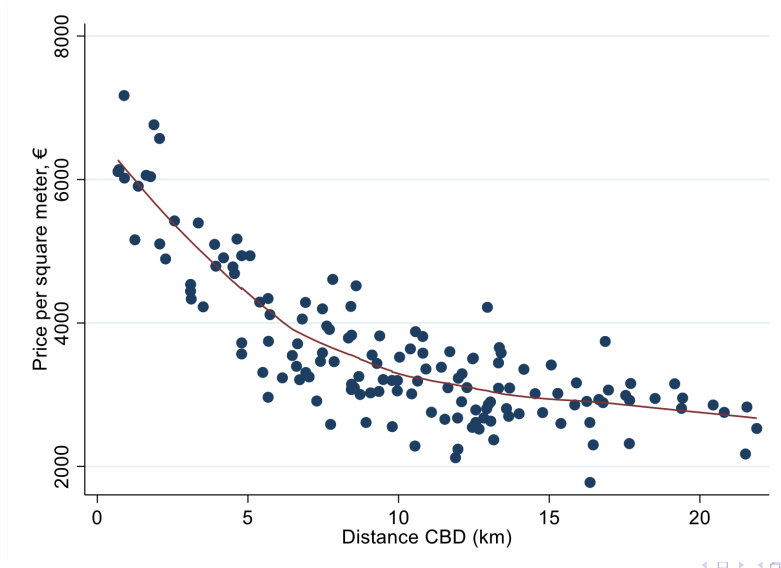


Más gradientes en la vida real



Fuente: Saarimaa 2021

Más gradientes en la vida real



Fuente: Saarimaa 2021

Ejemplo

$$\max_{z,h} z^{\alpha} h^{1-\alpha}$$

$$w = z + ph + tx$$