

Grupo 8: Faraday y el voltímetro loco

Ernesto Atmo

Ignacio Poggi

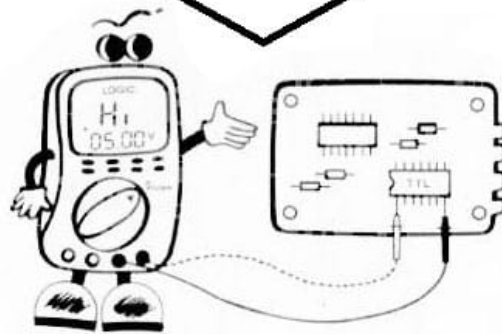
Maxi Inafuku

¿Por qué estudiar qué mide el multímetro?

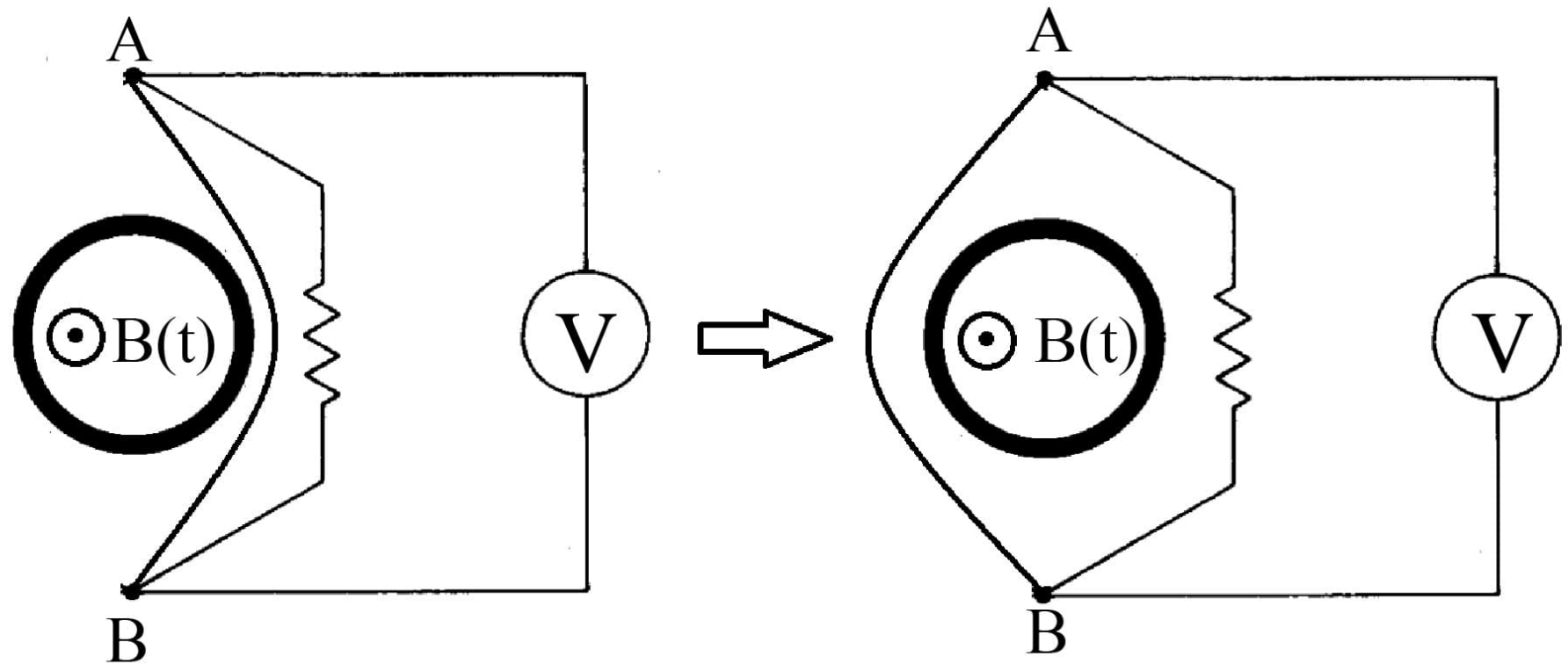
Si todos sabemos que mide una diferencia de potencial entre dos puntos.

$$V = - \int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad V_R = I \cdot R$$

$$V_L = L \cdot \frac{dI}{dt} \quad V_C = \frac{1}{C} \int I \cdot dt$$



Primera configuración experimental:

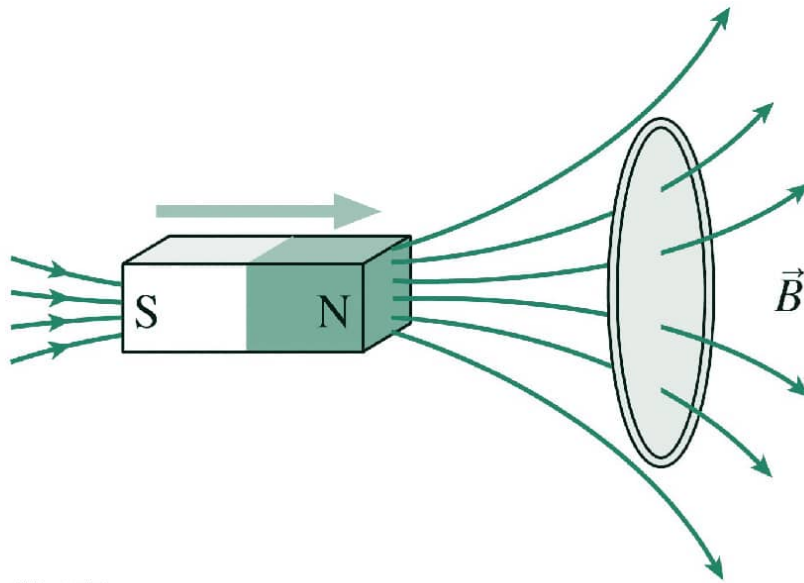


¿Cuánto va a medir el voltímetro en cada caso? Fácil, hay un corto, por lo tanto el V medido es nulo.

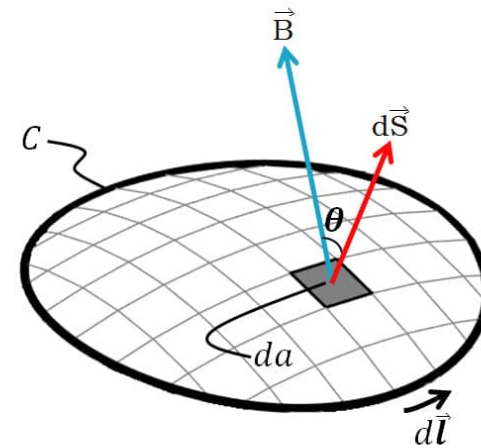


Para ver qué ocurre, recordemos La Ley de Faraday:

$$\int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left(\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right)$$

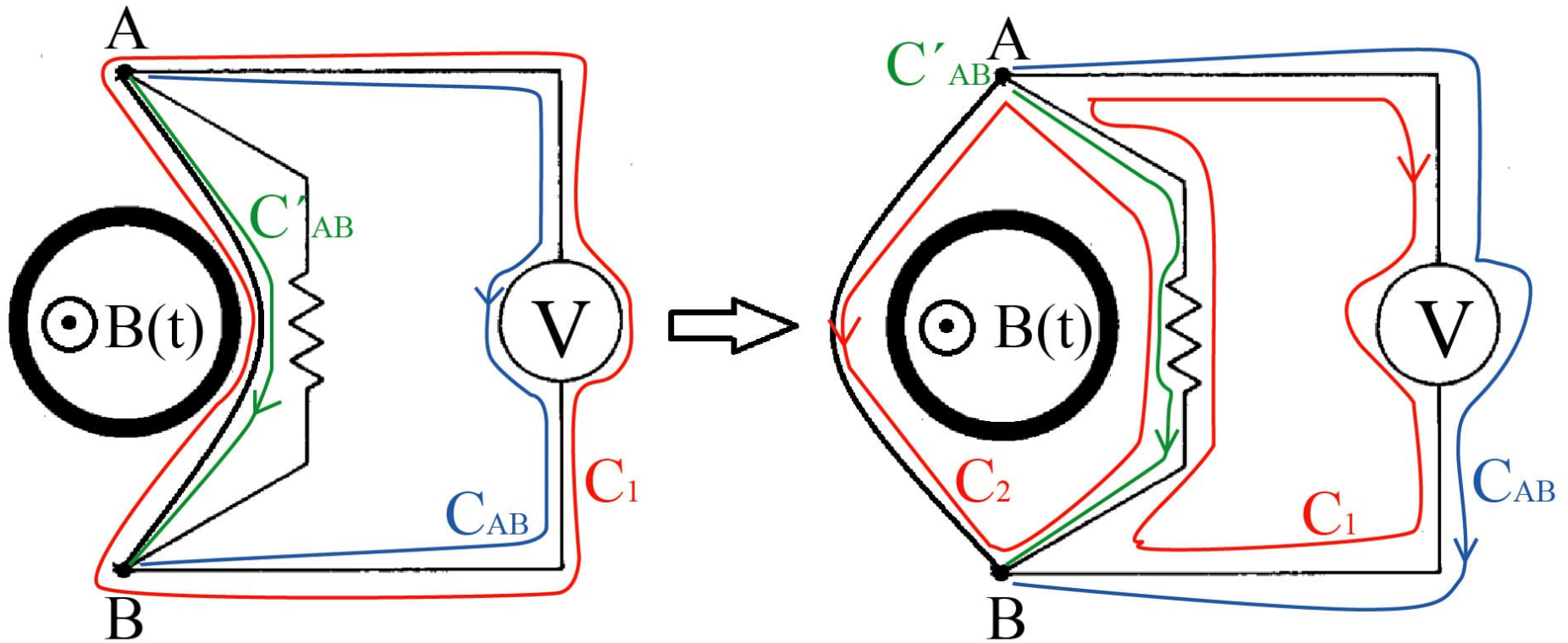


© 2012 Pearson Education, Inc.



Puede variar el campo magnético, la superficie o ambos!
En nuestro caso particular variamos el campo magnético.

Evaluemos de nuevo el caso extraño:



$$\int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

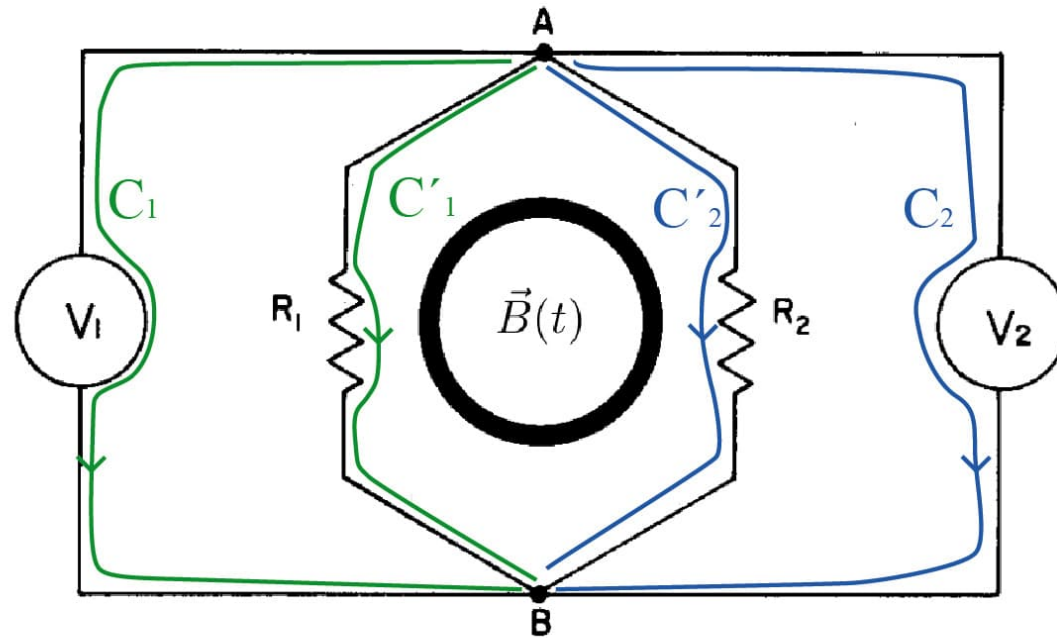
$$\int_{C_{AB}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{C'_{AB}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\int_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \text{Area} \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{R} \int_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{1}{R} \cdot \text{Area} \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$\int_{C'_{AB}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -i(t) \cdot R = \text{Area} \cdot \frac{dB}{dt} = \int_{C_{AB}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

El caso a estudiar en profundidad



$$\int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{C'_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_1$$

$$\int_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{C'_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_2$$

$$\int_{C'_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_{C'_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{dB}{dt} \cdot \text{Área} = V_1 - V_2$$

$$i(t) \cdot R_1 = V_1$$

$$-i(t) \cdot R_2 = V_2$$

$$-\frac{\frac{dB}{dt} \cdot \text{Área} \cdot R_1}{R_1 + R_2} = V_1$$

$$\frac{\frac{dB}{dt} \cdot \text{Área} \cdot R_2}{R_1 + R_2} = V_2$$

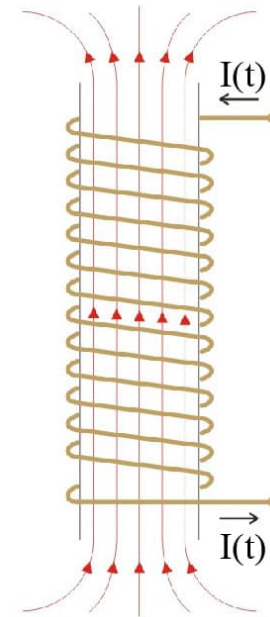
$$\frac{|V_1|}{|V_2|} = \frac{R_1}{R_2}$$

Nuestro dispositivo experimental

En nuestro caso tenemos un solenoide, entonces:

$$\vec{B}(t) = \mu_o \cdot \frac{N}{l} \cdot I(t)$$

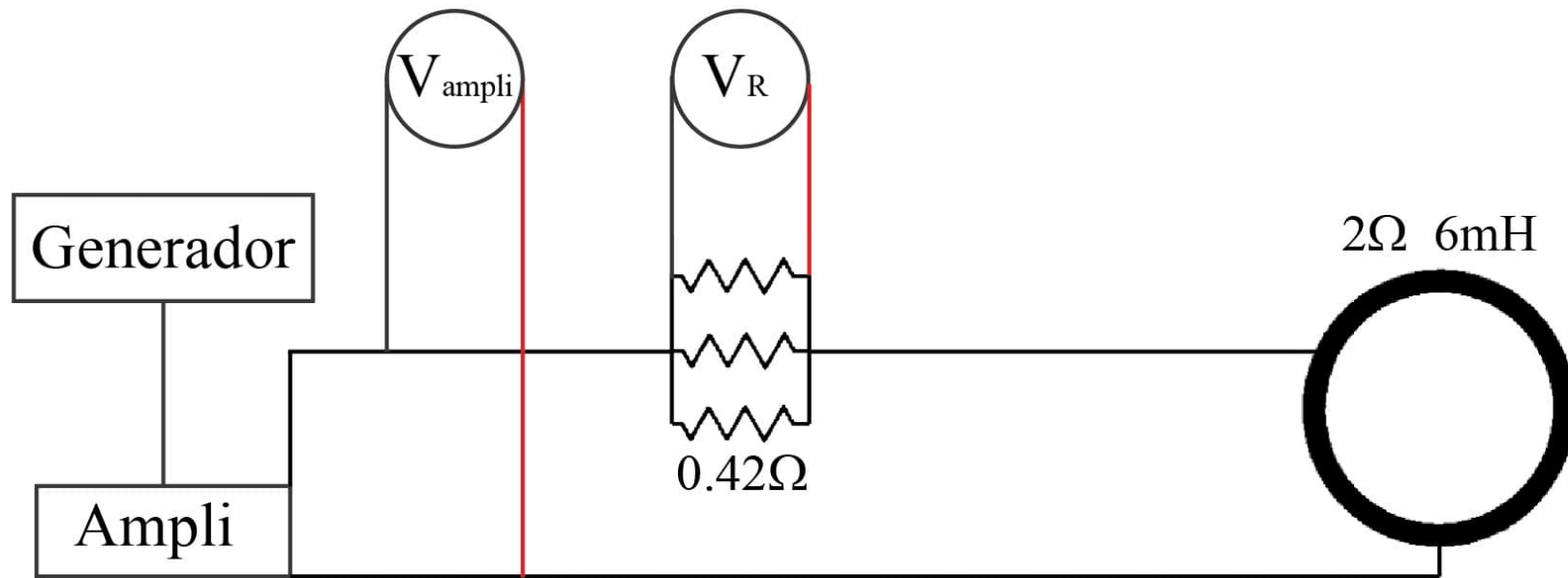
$$\int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\mu_o \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{dI}{dt}(t)$$



Aproximaciones:

- Campo confinado principalmente al solenoide.
- Permitividad magnética del aire similar a la del vacío.

¿Como controlamos y monitoreamos la corriente?

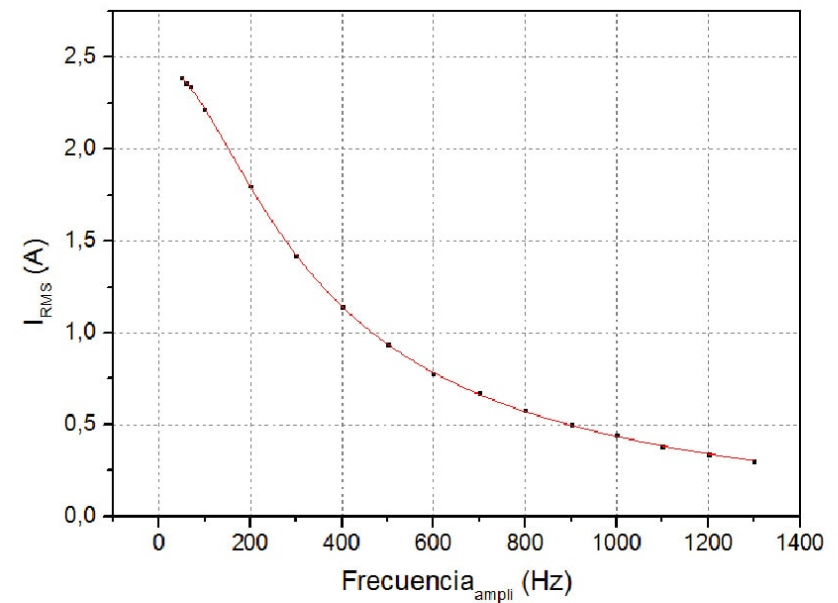
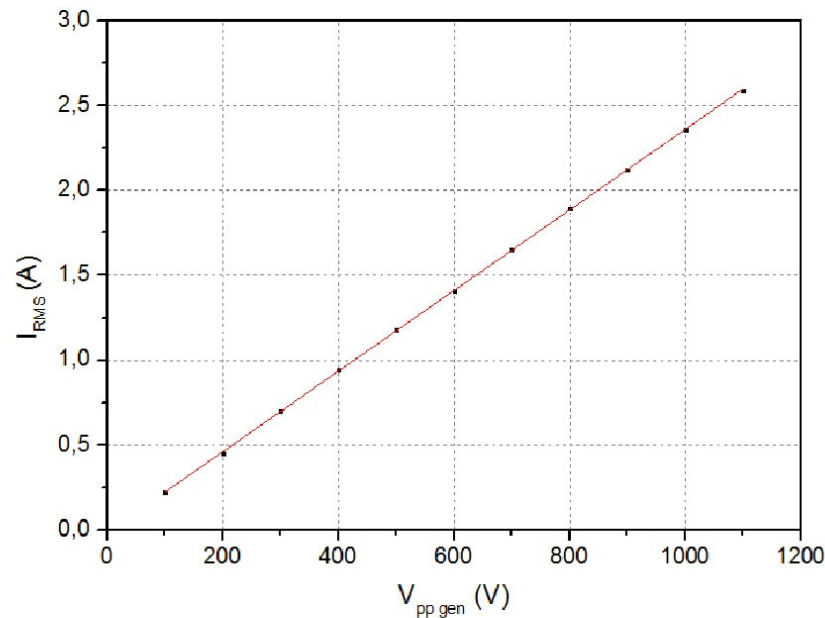


Cuidados:

- Fue necesario monitorear el V de salida del amplificador ya que a voltajes muy altos, notamos una deformación de la señal enviada por el generador.
- El voltaje de la resistencia nos permitía monitorear la intensidad, para cuidar el amplificador que tenía un límite de 4A.

$$I(t) = 3 \frac{V_R}{R}$$

¿Cómo era la respuesta de la corriente?



Para una señal de voltaje sinusoidal:

$$V(t) = V_o \cdot \sin(2\pi f t)$$
$$I(t) = \frac{V_o \cdot \sin(2\pi f t - \arctan(2\pi f \frac{L}{R}))}{\sqrt{R^2 + (2\pi f L)^2}}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{2\pi f \cdot V_o \cdot \cos(2\pi f t - \arctan(2\pi f \frac{L}{R}))}{\sqrt{R^2 + (2\pi f L)^2}}$$
$$I_{RMS} = \frac{V_o}{\sqrt{2} \sqrt{R^2 + (2\pi f L)^2}}$$

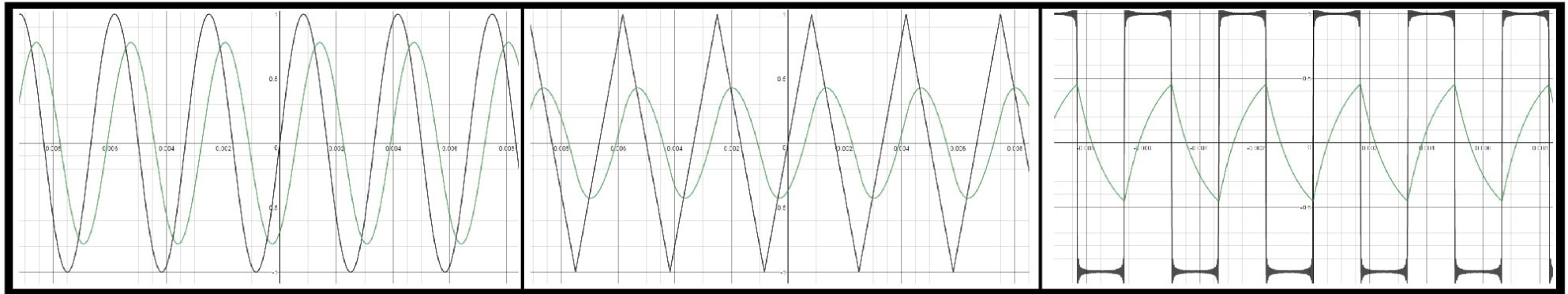
¿Y con diferentes tipos de onda?

Modelos de las formas funcionales, en un circuito RL:

$V(t)$ sinusoidal

$V(t)$ triangular

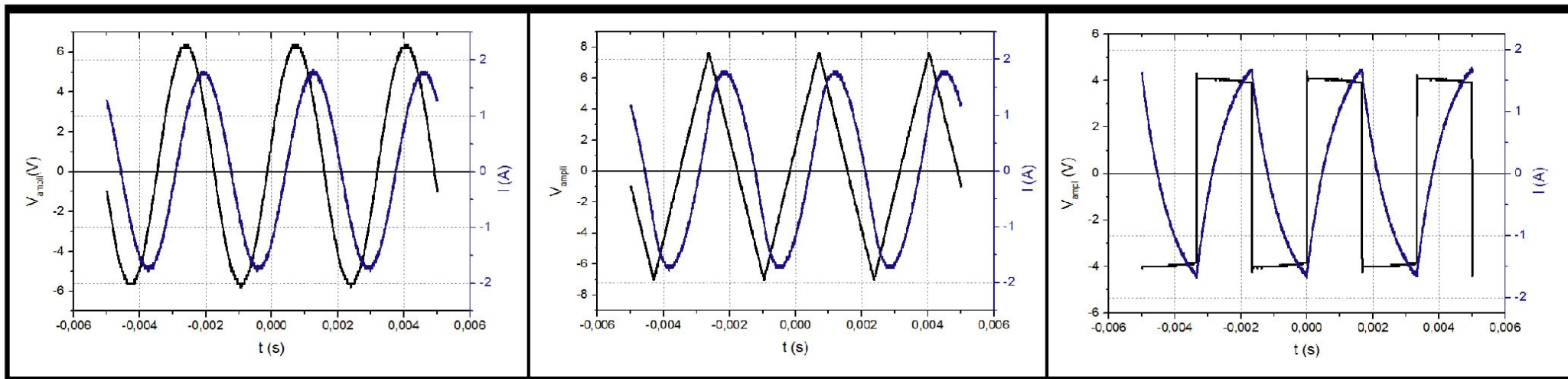
$V(t)$ cuadrado



— $V(t)$

— $I(t)$

Resultados obtenidos:

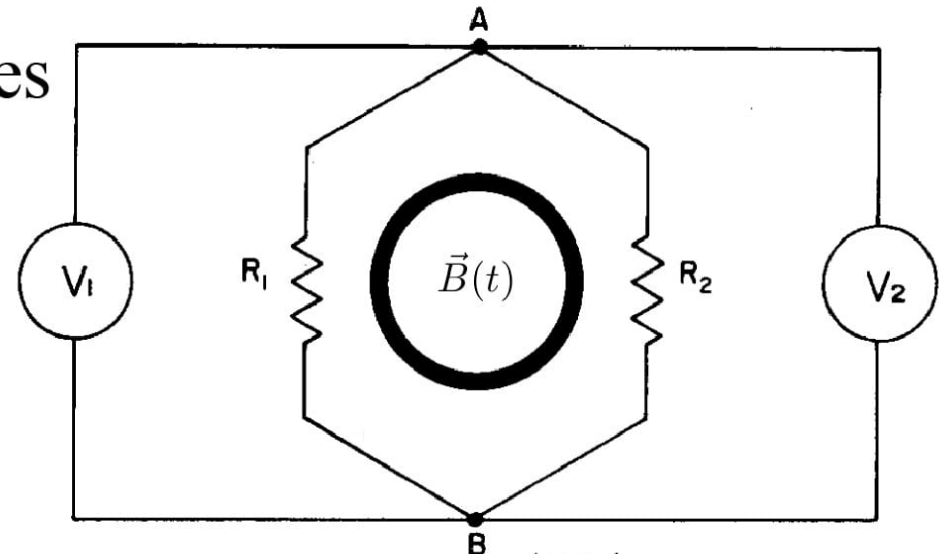
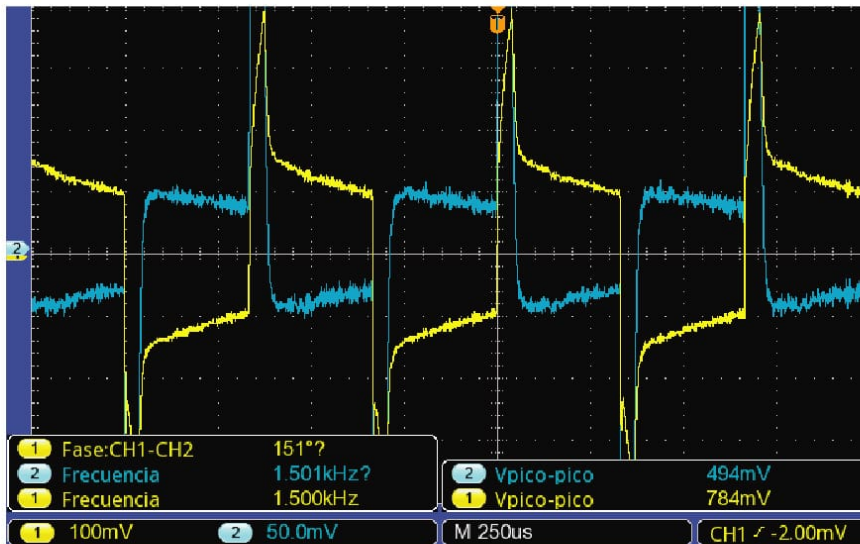


¿Cómo se observa ahora el potencial medido sobre las resistencias en la espira?

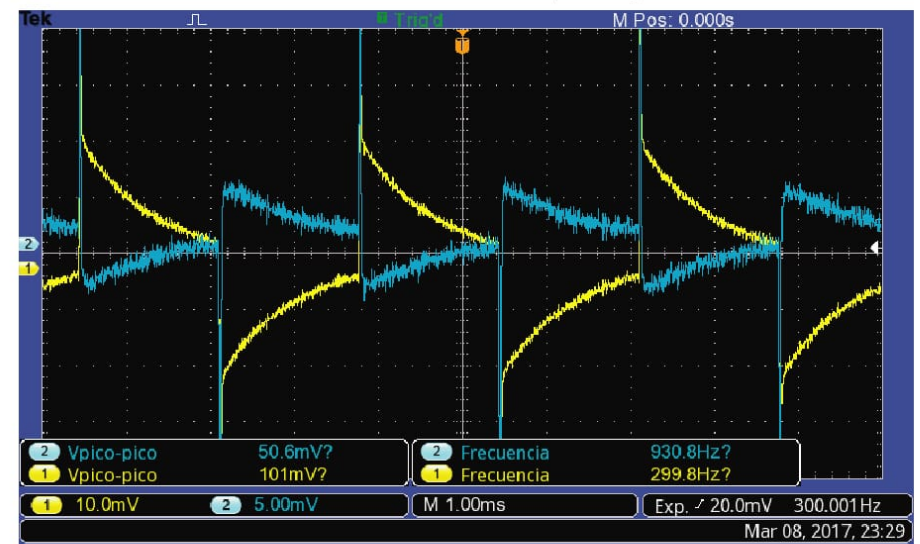
Para ello usamos 3 espiras diferentes (relación 1:4 entre resistencias):

- 33Ω y 120Ω (No fue posible observar una diferencia de potencial).

- $3.3K\Omega$ y $12K\Omega$ $\frac{|V_1|}{|V_2|} = 3,6 \pm 0,8$



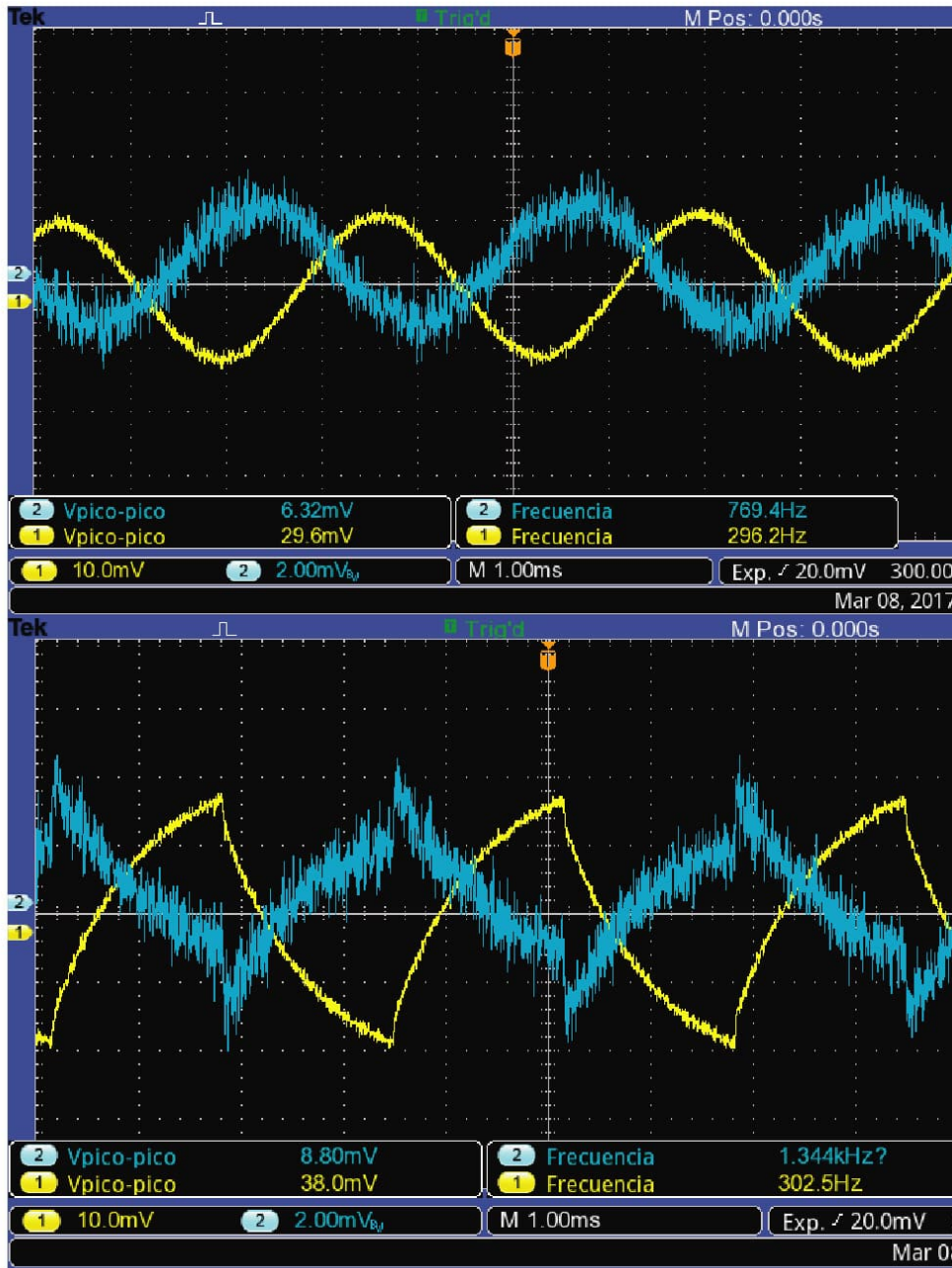
- $33K\Omega$ y $120K\Omega$ $\frac{|V_1|}{|V_2|} = 4 \pm 0,8$



¿Y con las otras ondas, era mejor la cuadrada?

Usando la espira con las resistencias de $33\text{K}\Omega$ y $120\text{K}\Omega$.

$$\frac{|V_1|}{|V_2|} = 6 \pm 2$$



$$\frac{|V_1|}{|V_2|} = 5,6 \pm 1,4$$

Conclusiones:

- La respuesta a, qué mide un voltímetro?, es la integral de curva del campo E . Pero a diferencia de lo que solemos pensar, no siempre es tan fácil medir, ya que en presencia de campos B variables, la integral se vuelve dependiente de la curva (ya que E deja de ser un campo conservativo).
- Pudimos comprobar experimentalmente la Ley de Faraday, y observar que dada nuestra configuración, los voltajes se invirtieron y su relación fue aproximadamente de 1:4 (en el caso de la cuadrada), cómo se había calculado.



Cosas a mejorar:

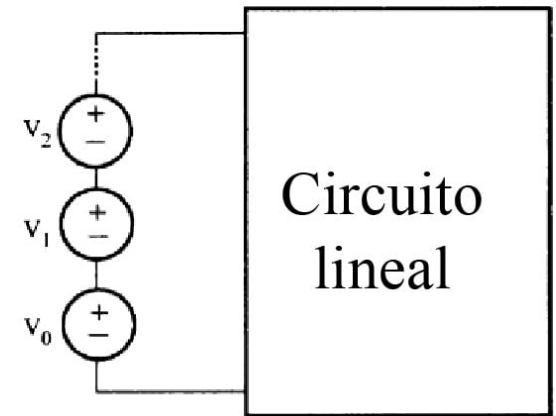
- Podría haberse hecho una caracterización del equipo más profunda, habiendo medido las resistencias e inductancias y haber hecho algún modelo.
- Trabajar con un solenoide de mayor longitud hubiera permitido que menos campo B escapara. Esto fue una importante fuente de interferencia y el equipo resultó ser ALTAMENTE dependiente de la topología de las superficies formadas por los cables.

¿Cómo modelamos la intensidad para una onda no sinusoidal?

Por ejemplo, para la onda triangular, el $V(t)$ entregado por el ampli se puede pensar como un desarrollo de Fourier.

$$V(t) = V_o \cdot \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1^n}{(2n+1)^2} \sin(2\pi f(2n+1)t)$$

Cuándo tenemos múltiples fuentes (ya sea de continua o alterna) el $V(t)$ total se suma. Para resolver el problema puedo hallar $I_n(t)$ para cada $V_n(t)$ y luego sumar. Obtengo así, otro desarrollo de Fourier para $I(t)$.



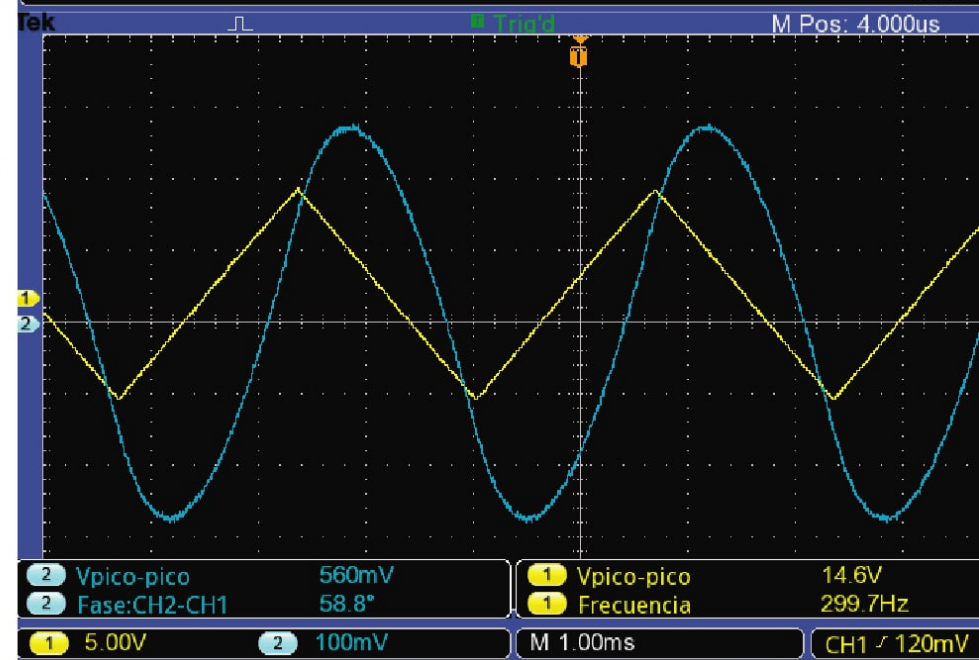
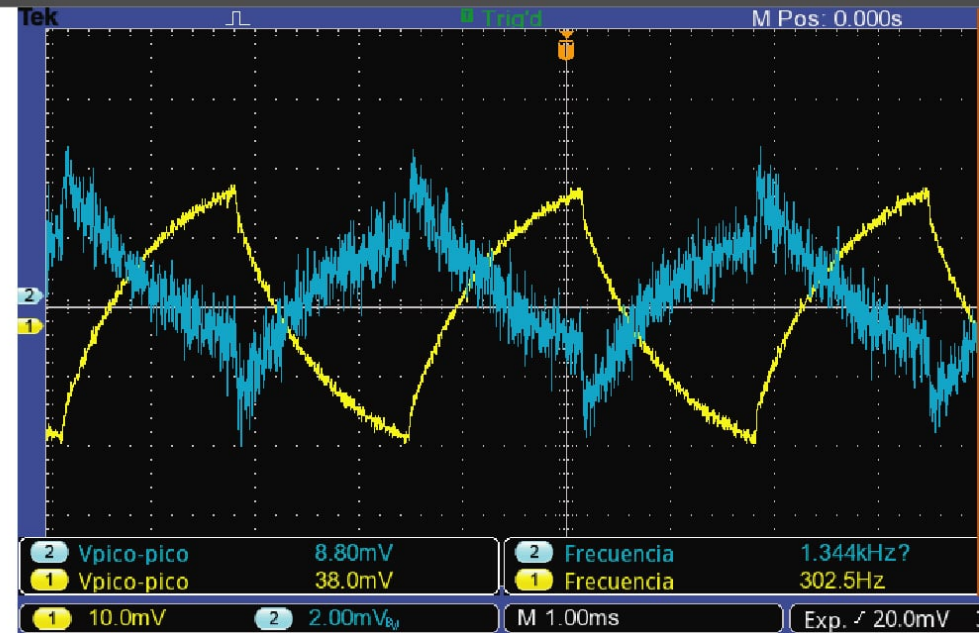
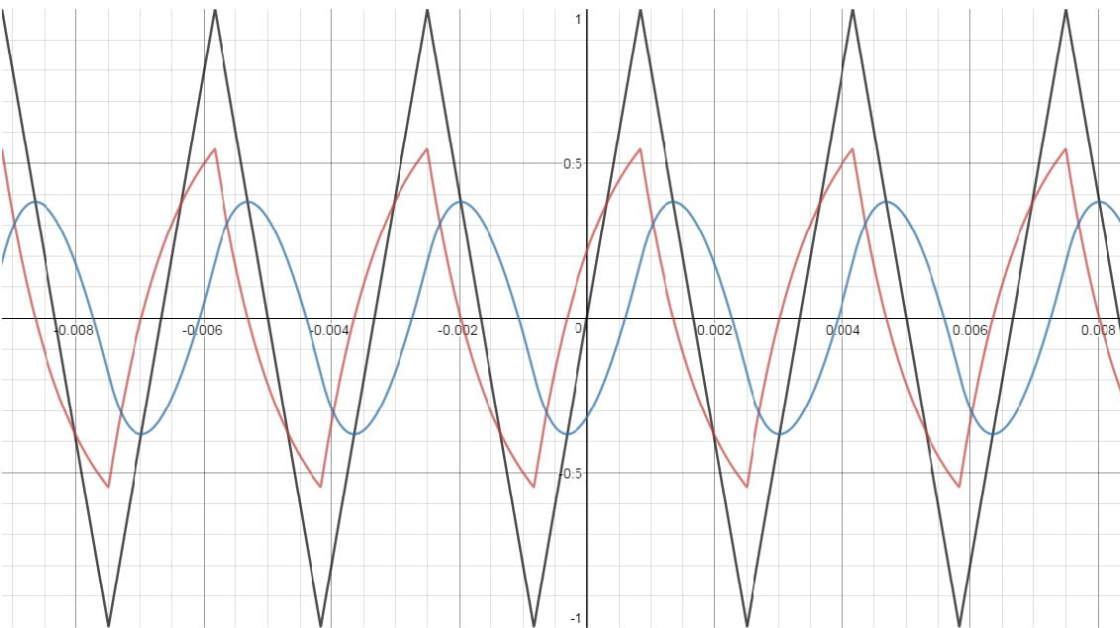
$$I(t) = V_o \cdot \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin \left(2\pi f(2n+1)t - \text{atan} \left(2\pi f(2n+1) \frac{L}{R} \right) \right)}{(2n+1)^2 \sqrt{R^2 + (2\pi f(2n+1)L)^2}}$$

Y derivando puedo obtener:

$$\frac{dI}{dt}(t) = V_o \cdot \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2\pi f \cos \left(2\pi f(2n+1)t - \text{atan} \left(2\pi f(2n+1) \frac{L}{R} \right) \right)}{(2n+1) \sqrt{R^2 + (2\pi f(2n+1)L)^2}}$$

Fourier triangular

$V(t)$
 $I(t)$
 dI/dt



Fourier cuadrada

$V(t)$
 $I(t)$
 dI/dt

