

# Piezoeléctrico

IGNACIO POGGI

ignaciop.3@gmail.com

CARLOS RÍOS CHÁVEZ

carlos\_rios\_ch@hotmail.com

Grupo 3 - Laboratorio 4, Cátedra Schmiegelow - Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

25 de febrero de 2019

## Resumen

En este trabajo se estudió el comportamiento de un material piezoeléctrico de cuarzo sometido a una señal eléctrica. Mediante el modelado de este material por un circuito RLC y el análisis de los datos recolectados, se obtuvieron las frecuencias de resonancia  $\omega_r = ALGO$ ; antirresonancia  $\omega_a = ALGO2$  y el factor de mérito  $Q = ALGO3$  del circuito equivalente.

## 1. Introducción

El efecto piezoeléctrico describe la capacidad de dichos materiales minerales, como el cuarzo, de producir una carga eléctrica en respuesta a un esfuerzo mecánico aplicado; o de manera inversa, deformarse al estar expuestos a un campo eléctrico.

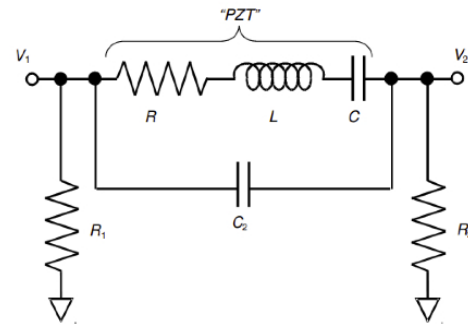
Como consecuencia de este comportamiento, los sólidos piezoeléctricos pueden resonar a ciertas frecuencias que dependen de la naturaleza del mismo y de su forma geométrica. Hay ciertas frecuencias para las cuales la transferencia de energía electromecánica es máxima (resonancia), y otras para las cuales ésta es mínima (antirresonancia). En este sentido, el cristal piezoeléctrico se comporta de manera análoga a un circuito RLC en serie, para el cual su dinámica se describe mediante la siguiente ecuación diferencial<sup>1</sup>:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = \frac{dV}{dt} \quad (1)$$

donde  $R$ ,  $L$ ,  $C$  y  $V$  son la resistencia, inductancia, capacitancia y voltaje del circuito, respectivamente.

Dado que en el piezoeléctrico estudiado hay dos placas de metal adosadas a dos de sus lados, que funcionan como una capacitancia adicional junto con el cristal; hay que tener en cuenta en el circuito eléctrico equivalente una capacitancia  $C_2$  en paralelo con el piezoeléctrico, como

muestra la Figura 1.



**Figura 1:** Diagrama del circuito RLC equivalente para el piezoeléctrico de cuarzo. Se muestra la capacitancia adicional  $C_2$  introducida por las placas de metal agregadas al cristal;  $R_1$  y  $R_2$  resistencias arbitrarias y los voltajes de entrada y salida  $V_1$  y  $V_2$ , respectivamente.

Gracias al modelado del material de cuarzo como un circuito RLC, podemos calcular algunas de sus propiedades para poder caracterizarlo, siendo de nuestro interés los parámetros  $R$ ,  $L$ ,  $C$  y  $C_2$  del mismo. Para eso, veamos algunas propiedades de los circuitos mencionados, por ejemplo su admitancia, dada por la siguiente ecuación<sup>2</sup>:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{R}{R^2 + \Omega^2} + j(\omega C_2 - \frac{\Omega}{R^2 + \Omega^2}) \quad (2)$$

siendo  $Z$  la impedancia y  $\Omega = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ .

La transferencia de energía del circuito está dada por:

$$T = \frac{|V_2|}{|V_1|} = \frac{R_2}{R_2 + Z} \quad (3)$$

donde  $R_2$  es una resistencia arbitraria en el circuito,  $V_1$  y  $V_2$  los voltajes de entrada y salida respectivamente. Evaluando la transferencia en la frecuencia de resonancia  $\omega_r$  del sistema se obtiene la siguiente ecuación, la cual nos permitirá calcular la resistencia  $R$ :

$$T(\omega_r) = \frac{R_2}{R_2 + R} \quad (4)$$

El parámetro  $L$  se define a partir del cálculo del factor de calidad  $Q$  del cristal. Este factor está dado por la ecuación:

$$Q = \frac{\omega_r}{\Delta\omega} = \frac{\omega_r L}{R_2 + R} \quad (5)$$

donde  $\Delta\omega$  es el ancho de la campana de resonancia.

Por último, se pueden obtener los valores para la frecuencia de resonancia  $\omega_r$  y antirresonancia  $\omega_a$  experimentalmente mediante las siguientes ecuaciones, teniendo en cuenta que  $C_2$  es muy pequeño comparado con  $C$ :

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (6)$$

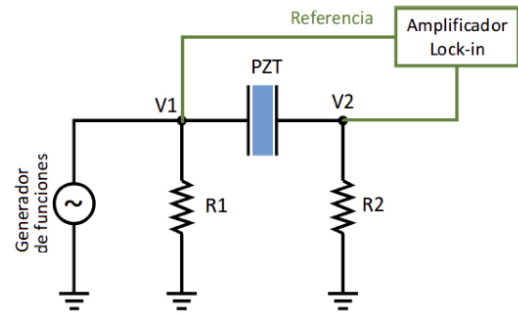
$$\omega_a = \sqrt{\frac{1}{L} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_2} \right)} \quad (7)$$

## 2. Dispositivo experimental

Los instrumentos de laboratorio utilizados fueron:

- PC con software MATLAB para la adquisición y análisis de los datos.
- Generador de funciones Tektronix AFG3021B.
- Osciloscopio Tektronix TDS1002B.
- Amplificador Lock-In Stanford Research Systems SR830DSP, con interfaz GPIB.
- Cables BNC.
- Cristal piezoeléctrico de cuarzo.

En esta experiencia, se trabajó con un cristal piezoeléctrico de base cuadrada, cortado a  $+5^\circ$  respecto de uno de sus ejes; contenido en una base cerrada de acrílico. En dos de las caras del cristal, se encontraban dispuestos electrodos de metal, cada uno con un alambre soldado, cada uno de los cuales estaban en serie con una resistencia de  $10\text{ K}\Omega$ . En la siguiente figura se puede ver un esquema del dispositivo utilizado:



**Figura 2:** Esquema del dispositivo experimental utilizado. En primera instancia, en lugar del amplificador se dispuso un osciloscopio.

En uno de los alambres mencionados, se utilizó el generador de funciones para aplicar una señal de entrada  $V_1$  de amplitud  $2\text{ Vpp}$  y frecuencia variable. Luego, sobre el otro alambre se registró la señal de salida  $V_2$ , en primera instancia con el osciloscopio y luego con el amplificador lock-in. Con éste último también se obtuvo la diferencia de fase entre la señal de entrada y la de salida. Cabe aclarar que, para poder establecer una señal de referencia requerida por el amplificador lock-in, se conectó una de las salidas del generador de funciones con la entrada de referencia del amplificador.

Finalmente, se conectaron el osciloscopio (mediante cable USB) y el amplificador (mediante interfaz GPIB) a una PC con software MATLAB, con el cual se ejecutó un script para poder recolectar y analizar los datos enviados por los equipos mencionados.

**Cuadro 1:** Posición de cada termocupla en la barra con respecto al extremo en contacto con el soldador (posición 0).

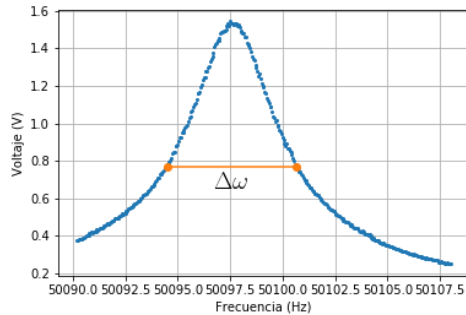
Termocupla	Posición ( $\pm 0,1cm$ )
1 K	4,1
2 K	8,6
3 J	13,4
4 J	17,1
5 J	22,0
6 J	29,2
7 J	36,4

pudo obtener un valor confiable para  $\omega_a$ .

## 4. Conclusiones

## 3. Resultados y análisis

Para poder estimar la frecuencia de resonancia del cristal de cuarzo, en primer lugar se utilizó el generador de funciones para realizar manualmente un barrido de frecuencias y el osciloscopio para poder visualizar la amplitud de la onda y obtener la campana de resonancia de dicho cristal, como muestra la siguiente figura:



**Figura 3:** Campana de resonancia obtenida mediante un barrido de frecuencias manual.

Luego, se pudo calcular la frecuencia de resonancia y el ancho de la campana, dando como resultado  $\omega_r = (50,108 \pm 0,011)$  kHz y  $\Delta\omega = (6,15 \pm 0,10)$  Hz respectivamente. Con estos datos, se obtuvo el factor de mérito del circuito,  $Q = 8147$ .

Además, se intentó calcular la frecuencia de antirresonancia utilizando este método; pero al aumentar la escala en el gráfico anterior en la zona correspondiente a dicha frecuencia ( $50,025 \text{ kHz} < \omega_a < 50,03 \text{ kHz}$ ), notamos que por la baja resolución del osciloscopio no se

## 5. Bibliografía

- [1] R. K. Nagle, E. B. Saff, A. D. Snider,  
*Ecuaciones diferenciales y problemas con  
valores en la frontera*, 4<sup>ta</sup> edición, Pearson  
Educación México, 2005, pág. 285
- [2] <http://materias.df.uba.ar/labo4Ba2016c1/files/2014/03/Piezo.pdf>