

Medición del módulo de elasticidad de Young

IGNACIO POGGI

ignaciop.3@gmail.com

CARLOS RÍOS CHÁVEZ

carlos_rios_ch@hotmail.com

Grupo 3 - Laboratorio 4, Cátedra Schmiegelow - Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

4 de febrero de 2019

Resumen

En este trabajo se midió el módulo de elasticidad de Young de diferentes materiales, utilizando dos métodos: estático y dinámico. En el primero se analizaron patrones de difracción obtenidos a partir de la flexión de una barra de latón en voladizo, y en el segundo se obtuvieron las frecuencias de oscilación y la constante de amortiguamiento de barras de distintos materiales.

1. Introducción

La corriente en un conductor viene dada por un campo eléctrico \vec{E} dentro del conductor que ejerce una fuerza $q\vec{E}$ sobre las cargas libres. Dichas cargas circulan por el conductor conducidas por las fuerzas debidas al campo eléctrico. En un metal, las cargas libres al ser negativas, se mueven en dirección opuesta a \vec{E} que al interactuar con los iones del material utilizado como conductor, producen fuerzas que se oponen a su movimiento.

Como el campo eléctrico está siempre dirigido desde las regiones de mayor potencial hacia las de menor potencial, y además consideramos la corriente como un flujo de cargas positivas, las mismas se mueven en la dirección y el sentido en el que el potencial decrece. Por lo tanto, la diferencia de potencial V entre los puntos a y b (mayor y menor potencial, respectivamente) es [?]:

$$V = V_a - V_b = E\Delta L \quad (1)$$

donde ΔL es la longitud de un segmento arbitrario por donde circula la corriente I .

El cociente entre la caída de potencial en la dirección de la corriente y la intensidad de ésta última se denomina **resistencia** del segmento [?]:

$$R = \frac{V}{I} \quad (2)$$

Para muchos materiales, la resistencia no depende de la caída de voltaje ni de la intensidad. Estos materiales se denominan óhmicos,

y su característica a destacar es que la caída de potencial a través de un conductor es proporcional a la corriente (relación lineal).

En estos materiales, R permanece aproximadamente constante, en otros casos (materiales no óhmicos) puede variar dependiendo de características físicas intensivas del material o del entorno (como la temperatura, humedad, etc.). Esta relación se conoce como la *Ley de Ohm* y se escribe normalmente como [?]:

$$V = IR \quad (3)$$

En este trabajo veremos como varía la resistencia de la lámpara incandescente en función de la intensidad de corriente circulando en el circuito; teniendo en cuenta la temperatura del filamento y la del ambiente. Debido a esto último, se utilizó la derivada de la ecuación (??) en función de I para obtener la denominada **resistencia dinámica**:

$$\frac{dV}{dI} = R(I) \quad (4)$$

2. Dispositivo experimental

Los instrumentos de laboratorio utilizados fueron:

- Fuente de corriente continua, Hantek PPS-2320A (Rótulo: FC-04) [?]
- Multímetro Protek 506, utilizado como amperímetro (Rótulo: 4, Resistencia interna: $\sim 0,5 \Omega$) [?]

- Multímetro UNI-T UT55, utilizado como voltímetro (Rótulo: 2, Resistencia interna: $10\text{ M}\Omega$) [?]
- Lámpara incandescente

Para lograr hallar la resistencia de la lámpara incandescente fue necesario medir la caída de potencial y la corriente que circulaba por esta. Para ello se colocó en serie la lámpara incandescente y el amperímetro y conectados a estos en paralelo el voltímetro y la fuente de corriente continua (Figura ??).

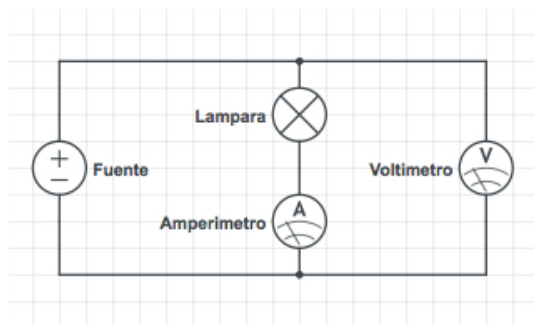


Figura 1: Esquema del circuito realizado.

Se realizaron luego las mediciones, variando la diferencia de potencial de la fuente de corriente continua y tomando los datos de la corriente que pasaba por el amperímetro. Debido a que las mediciones se veían considerablemente afectadas por el ambiente externo (ya que la temperatura afectaba la resistencia, y por ende la corriente) fue necesario aislar de forma parcial a la lámpara del medio ambiente. Para ello se colocó una cobertura plástica que cubría a la misma. Luego, para cada medición de intensidad se esperó a que se estabilizara la temperatura de la lámpara.

También se tuvo en cuenta que las resistencias internas del amperímetro y voltímetro utilizados podrán afectar las mediciones, pero fueron desestimadas dado que la correspondiente al amperímetro es muy pequeña ($\sim 0,5\ \Omega$) con respecto a la lámpara; y la del voltímetro es muy grande ($\sim 10\text{ M}\Omega$), pero al estar en paralelo con el amperímetro y la lámpara, no afectó la medición de la intensidad de corriente en esta última.

3. Resultados y análisis

Con los datos obtenidos se graficó la diferencial de potencial registrada por el voltímetro en función de la intensidad. Luego se realizaron un ajuste lineal (Figura ??), uno de orden dos con el origen forzado (Figura 3), uno de orden dos con los parámetros libres (Figura 4) y finalmente uno de orden tres.

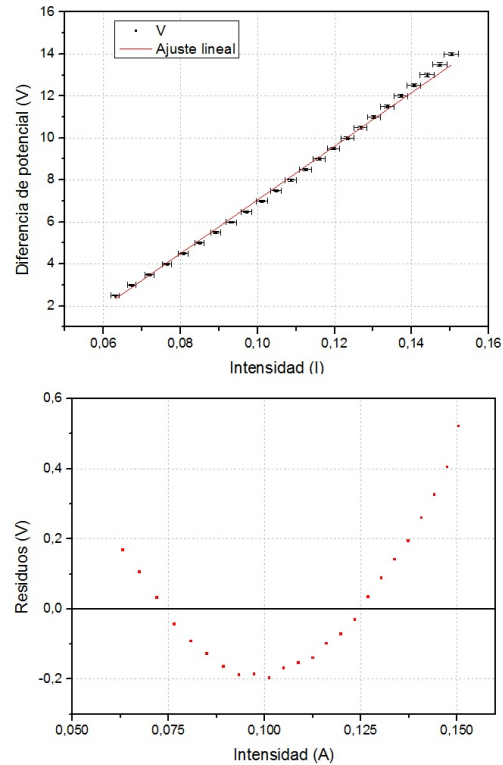


Figura 2: Ajuste lineal y sus residuos.

Cuadro 1: Parámetros del ajuste lineal.

$y(x) = ax + b$			
b (V)	T-valor	a (Ω)	T-valor
$-5,7 \pm 0,1$	-45	128 ± 1	94

El ajuste lineal explica la mayor parte de los datos ($R^2 = 0,9974$), la media de los residuos es cero y el valor del test F es muy elevado (F-valor = 8778), indicando que es poco probable que el ajuste lineal sea azaroso. Sin embargo, observando el gráfico de los residuos (Figura ??) se puede ver que este modelo no es el más ideal. De hecho es posible notar una fuerte dependencia, similar a una cuadrática, de los

residuos en función de la intensidad. Por estos motivos se realizó el ajuste cuadrático con la ordenada forzada en cero (Figura ??).

Además, considerando la ecuación (??), la ordenada al origen del ajuste lineal debería ser nula. Sin embargo no se observa este comportamiento y el T-valor (Tabla ??) sugiere que la ordenada de hecho no es nula. Debido a esto, se podría considerar que en el caso de la lámpara incandescente, el modelo simple de la Ley de Ohm no es aplicable de forma directa, sino que habrá que considerar el efecto de la temperatura.

Cuadro 2: Parámetros del ajuste de orden dos con el cero forzado.

$y(x) = ax^2 + bx$			
$b \text{ (}\Omega\text{)}$	T-valor	$a \text{ (}\Omega/\text{A}\text{)}$	T-valor
6 ± 2	3.6	600 ± 17	36

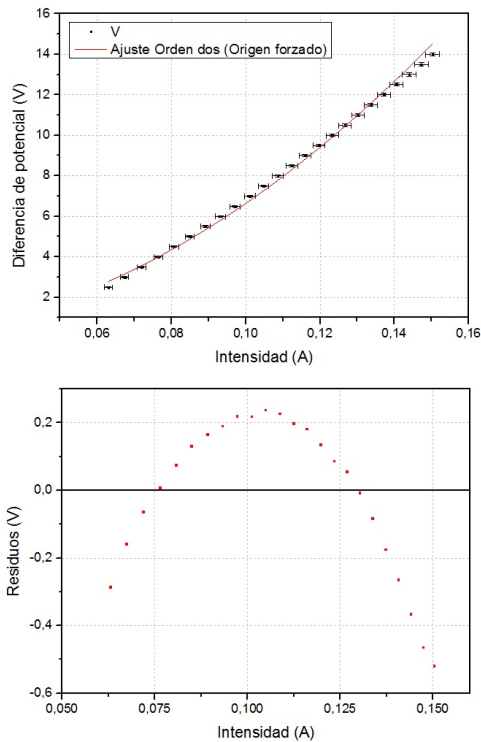


Figura 3: Ajuste de orden dos (cero forzado) y sus residuos.

El ajuste de orden dos, con el cero forzado, da un $R^2 = 0,9990$, con lo cuál este modelo explica un poco más que el anterior y dado el elevado valor del obtenido en el test F (F-valor

= 12401), es improbable que el ajuste fuera al azar. Sin embargo, el T-valor para el término de primer orden dio relativamente bajo (Tabla ??). Además al observar los residuos en función de la intensidad, es posible ver una clara dependencia. Esto llevó a realizar un tercer ajuste, dejando libre todos los parámetros del polinomio de orden dos (Figura ??).

El ajuste por medio de un polinomio de orden dos, con todos sus parámetros libres, posee un $R^2 = 0,99999$, esto quiere decir que este modelo explica casi en su totalidad los datos obtenidos. Además posee un F-valor de $1\text{E}6$, por lo que es muy improbable que este polinomio ajustara de forma aleatoria.

Cuadro 3: Parámetros del ajuste de orden 2.

$y(x) = ax^2 + bx + c$	
$c \text{ (V)}$	$-3,22 \pm 0,04$
T-valor	-90
$b \text{ (}\Omega\text{)}$	$74,0 \pm 0,8$
T-valor	98
$a \text{ (}\Omega/\text{A}\text{)}$	270 ± 4
T-valor	71

Los T-valores obtenidos para cada parámetro indican que todos ellos tienen una alta significancia (Tabla ??). Es posible también observar los residuos de este ajuste y notar que parecen ser independientes de la intensidad. Esto daría indicio de que el ajuste realizado es, en el rango de intensidades trabajados, un buen modelo para caracterizar el sistema.

El ajuste de orden tres tiene un gráfico similar al ajuste de orden dos y sus residuos también son muy similares. El $R^2 = 0,99999$, como con el polinomio de orden dos por lo que ambos modelos explicaban el mismo porcentaje de los datos obtenidos. Su $F = 7\text{E}5$, indicando como en el caso anterior que el hecho de que este ajuste sea aleatorio es improbable.

Sin embargo al observar los T-valores (Tabla ??) para los distintos parámetros se puede notar que en este tercer ajuste, estos fueron considerablemente peores que en el anterior. En particular para el coeficiente cúbico se observa un bajo T-valor, lo que indica que este tercer parámetro tiene una baja significancia. Esto nos permitió concluir que de los modelos utilizados, el que mejor caracteriza al sistema estudiado de la lámpara es el polinomio de

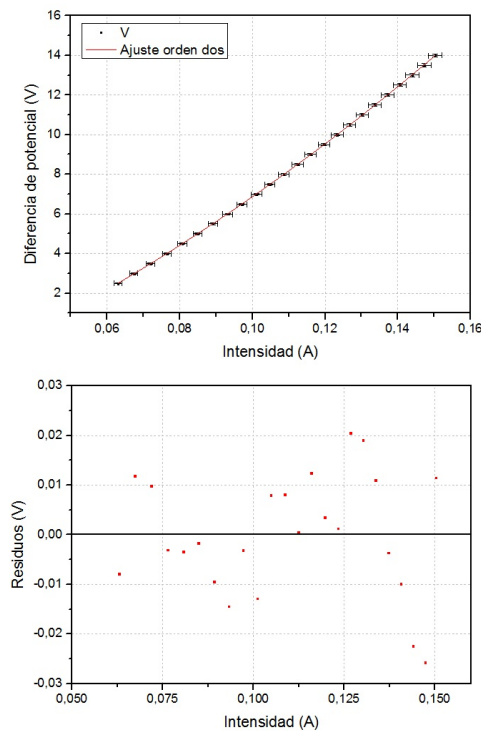


Figura 4: Ajuste de orden dos y sus residuos.

orden dos con sus parámetros libres.

De esta forma podemos informar la resistencia dinámica, utilizando la ecuación (??), como $R(I) = (74,0 \pm 0,8)\Omega + (539 \pm 8)\frac{\Omega}{A} \cdot I$

4. Conclusiones

Comparando los valores obtenidos de la resistencia en los distintos ajustes (lineal, cuadrático y cúbico), se encontró que el modelo que mejor explica los datos recolectados es el

Cuadro 4: Parámetros del ajuste de orden tres

$y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$	
d	$-3,0 \pm 0,2$
T-valor	-19
c	68 ± 5
T-valor	13
b	328 ± 51
T-valor	7
a	-191 ± 164
T-valor	-1.2

cuadrático con todos sus parámetros libres ($R^2 = 0,99999$), esto quiere decir que este modelo explica en gran medida los datos obtenidos. Su F-valor de 1E6 muestra que es muy improbable que este polinomio ajustara de forma aleatoria. Al observar los residuos de este ajuste, se notó que parecen ser independientes de la intensidad, indicando que el ajuste realizado es un buen modelo para caracterizar el sistema.

En el ajuste lineal, es posible notar una fuerte dependencia, similar a una cuadrática, de los residuos en función de la intensidad. Debido a esto, se podría considerar que en el caso de la lámpara incandescente, la ecuación (??) no es aplicable directamente, sino que se tuvo que considerar el efecto de la temperatura.

El ultimo ajuste realizado fue el cúbico, que coincidió en gran parte con los valores dados por el cuadrático (R^2 y residuos). Sin embargo, al observar los T-valores para los distintos parámetros, estos fueron considerablemente peores que en el anterior. En particular para el coeficiente cúbico se observa un bajo T-valor, lo que mostró que este tercer parámetro tiene una baja significancia.

5. Referencias

- [1] E. M. Purcell, *Electricidad y Magnetismo - Berkeley Physics Course Vol. 2*, Editorial Reverté S.A., 2da edición, Barcelona (1988), pág. 124
- [2] E. M. Purcell, *Electricidad y Magnetismo - Berkeley Physics Course Vol. 2*, Editorial Reverté S.A., 2da edición, Barcelona (1988), pág. 124
- [3] E. M. Purcell, *Electricidad y Magnetismo - Berkeley Physics Course Vol. 2*, Editorial Reverté S.A., 2da edición, Barcelona (1988), pág. 123
- [4] <http://goo.gl/lu3XiA>
- [5] <http://goo.gl/hgNeq0>
- [6] <http://goo.gl/B1IRc2>