



# **Estudio experimental de la transferencia de energía en turbulencia de ondas gravito-capilares**

Ignacio Pablo Hernando

Tesis de Licenciatura en Ciencias Físicas

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

¿¿¿¿¿¿¿¿¿¿¿¿ ¿¿¿¿¿¿¿¿¿¿¿¿?



TEMA: Estudio experimental de la transferencia de energía en  
turbulencia de ondas gravito-capilares

ALUMNO: Ignacio Pablo Hernando

L.U. N°: 6/21

LUGAR DE TRABAJO: Laboratorio de Turbulencia Geofísica  
Instituto de Fisica Interdisciplinaria y Aplicada  
INFINA UBA-CONICET  
Departamento de Física, FCEN, UBA

DIRECTOR DEL TRABAJO: Dr. Pablo Cobelli

FECHA DE INICIACION: Marzo de 2025

FECHA DE FINALIZACION: ??????????????

FECHA DE EXAMEN: ??????????????

INFORME FINAL APROBADO POR:

---

Autor

---

Jurado

---

Director

---

Jurado

---

Codirector

---

Jurado

---

Profesor de Tesis de Licenciatura





## **Resumen**



## **Agradecimientos**



---

# ÍNDICE GENERAL

---

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Sensor capacitivo</b>	<b>3</b>
2.1. Principio de funcionamiento .....	3
2.1.1. La sonda .....	3
2.1.2. Medición de la capacitancia .....	5
2.1.3. Medición de la fase .....	8
2.2. Resolución numérica del circuito .....	8
2.3. Prueba de un circuito equivalente .....	8
2.4. Prototipado .....	8
2.5. Placa de adquisición y Lock-in digital .....	8
2.6. Prueba final y calibración .....	8
2.6.1. Montaje .....	8
2.6.2. Altura vs Altura .....	8
2.6.3. Diferencias .....	8
<b>3. Estudio experimental de Turbulencia de Ondas</b>	<b>11</b>
3.1. Montaje para Turbulencia de Ondas .....	11
<b>4. Resultados</b>	<b>13</b>
4.1. Series Temporales .....	13
4.2. Wave Steepness .....	14
4.3. Cascadas de energía .....	14
4.4. Interacción a 3 y 4 ondas .....	14
4.5. Intermitencia .....	14
<b>5. Conclusiones</b>	<b>21</b>

<b>A. Puesta a prueba de la DAQ + Lock-in Digital</b>	<b>23</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>25</b>

# CAPÍTULO 1

---

## INTRODUCCIÓN

---



# CAPÍTULO 2

## SENSOR CAPACITIVO

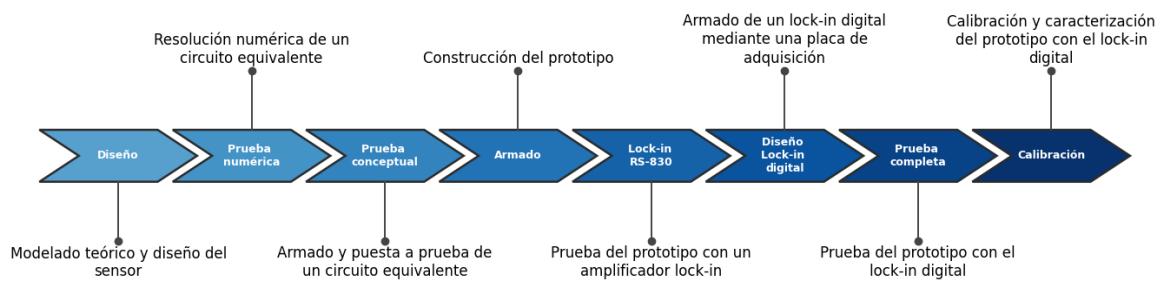


Figura 2.1: Diagrama esquemático de los pasos para la construcción y caracterización del sensor capacitivo para la altura de la superficie libre.

### 2.1. Principio de funcionamiento

#### 2.1.1. La sonda

Al sumergir un alambre de cobre esmaltado en un fluido conductor, como se esquematiza en la Figura 2.2, el recubrimiento aislante actuará a modo de medio dieléctrico entre los conductores. En el caso de dos conductores cilíndricos coaxiales, de radios  $r_1 < r_2$ , cuyo intersticio se encuentra lleno de un medio con permitividad  $\epsilon$  y permeabilidad  $\mu$ , se tienen una capacitancia ( $C'$ ) e inductancia ( $L'$ ) por unidad de longitud, dadas por

$$C' = 2\pi\epsilon \ln^{-1}\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (2.1a)$$

$$L' = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (2.1b)$$

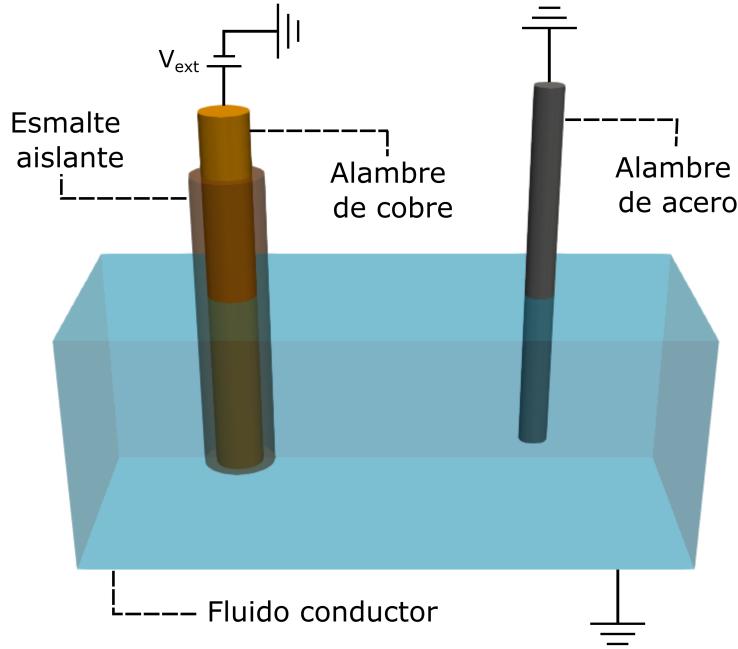


Figura 2.2: Esquema de un alambre esmaltado sumergido en un fluido conductor, puesto a Tierra mediante otro alambre sin aislar. El alambre de cobre se encuentra a conectado a un potencial externo  $V_{ext}$ . El recubrimiento aislante actuará como medio dieléctrico, comportándose el sistema efectivamente como un capacitor, cuya capacitancia depende de la altura sumergida.

La porción sumergida del alambre puede modelarse como una sucesión de segmentos de longitud  $dl$ , cada uno de los cuales agrega al circuito una capacitancia  $dC = C'dl$  en paralelo y una inductancia  $dL = L'dl$  en serie. De esta forma, es posible escribir la impedancia  $Z(l + dl)$  recursivamente, a partir de la impedancia  $Z(l)$  y la del segmento infinitesimal siguiente:

$$Z(l + dl) = j\omega L' dl + \left( \frac{1}{Z(l)} + \frac{1}{j\omega C' dl} \right)^{-1} \quad (2.2)$$

Con  $j$  la unidad imaginaria. Tomando  $dl \rightarrow 0$  y reteniendo términos hasta primer orden, resulta en una ecuación diferencial para  $Z(l)$

$$\frac{dZ}{dl} = j\omega L' - j\omega C' Z^2 \quad (2.3)$$

Ésta puede resolverse sumando la condición de contorno  $Z(0) = \infty$ , que refleja la ausencia de un camino capacitivo hacia el fluido si el alambre no está sumergido, pudiendo así considerar al circuito como abierto. El resultado es el siguiente

$$Z(l) = j \sqrt{\frac{L'}{C'}} \tan \left( \omega \sqrt{L'C'} l - \pi/2 \right) \quad (2.4)$$

En el caso particular en que  $l$  es lo suficientemente pequeño ( $\omega \mu e l \ll 1$ ) resulta suficiente con tomar la expansión de esta solución a primer orden

$$Z(l) \approx \frac{1}{j\omega C' l} + \mathcal{O} \left( \frac{1}{L'C'^2 \omega^2 l^3} \right) \quad (2.5)$$

De este modo, se puede observar que en este régimen el sistema se comportará básicamente

como un capacitor de capacitancia  $C'l$ , de modo que, midiendo la capacitancia de este circuito, será posible inferir la altura sumergida del alambre y, por tanto, la altura de la superficie libre.

Ahora bien, más que la longitud total sumergida del alambre, o sonda, la cantidad de interés será el apartamiento  $\Delta l$  respecto de una posición de equilibrio  $l_0$  (para la superficie libre en reposo), tal que  $l = l_0 + \Delta l$ . Teniendo esta consideración en cuenta, la capacitancia de la sonda será  $C_s = C_0 + \Delta C$ , y el objetivo de la medición será esta  $\Delta C$ , directamente relacionada a los desplazamientos de la superficie libre.

Un último punto importante es que, si bien el desarrollo hasta aquí se llevó a cabo suponiendo casos donde el fluido alrededor del alambre se mantuviera estático, será posible levantar ésta hipótesis, y considerar que  $\Delta l = \Delta l(t)$ , siempre que las variaciones sean lo suficientemente lentas respecto al tiempo de respuesta típico del sistema:

$$\tau_s = \alpha \frac{\varepsilon}{\sigma} \left( \frac{r_1}{r_1 + r_2} \right) \quad (2.6)$$

Donde  $\alpha$  es una constante que depende de la geometría de los conductores, y  $\sigma$  es la conductividad del fluido. Se asumirá que esta condición se cumple en general.

El único caso en que fue posible observar una limitación en el funcionamiento del sensor vinculada a ésto fue al aumentar varios órdenes de magnitud la conductividad del fluido (agregando sal al agua destilada, en el orden de  $10^4$  ppm) aunque para agua el agua de red el funcionamiento fue, hasta donde se pudo observar, equivalente al del agua destilada, a diferencia de lo reportado en [1].

### 2.1.2. Medición de la capacitancia

En la Sección anterior se mostró cómo la medición de la capacitancia de un alambre esmaltado sumergido permite determinar los desplazamientos de la superficie libre respecto de una posición en equilibrio.

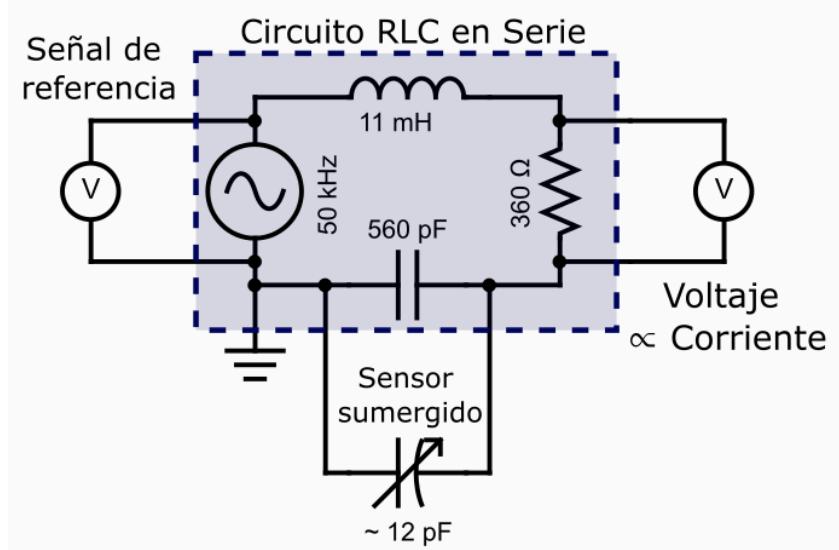


Figura 2.3

Esta medición puede llevarse a cabo conectando la sonda al circuito de la Figura 2.3, que se corresponde a su conexión en paralelo al capacitor de un circuito RLC serie (de parámetros base  $R$ ,

$L$  y  $C$ ), teniendo como efecto la modificación de la capacitancia efectiva del mismo. De esta forma se tendrá un circuito RLC serie equivalente, cuya capacitancia será ahora  $C_{\text{EQ}}(t) = C_0 + C_s(t)$ .

Al conectar éste circuito a una fuente de corriente alterna de frecuencia angular  $\omega$  y amplitud  $V$  la ecuación para la corriente  $I(t)$  vendrá dada por

$$V \cos(\omega t) = \frac{d^2 I(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C_{\text{EQ}}(t)L} I(t) \quad (2.7)$$

Donde  $C_{\text{EQ}}(t) = C + C_0 + \Delta C(t) \equiv C_q + \Delta C(t)$ , definiendo  $C_q$  como la capacitancia efectiva cuando la superficie libre se encuentra en reposo. Si las variaciones en la capacitancia son lo suficientemente lentas respecto a la frecuencia se puede asumir una solución de la forma  $I(t) = I_0(t) \cos(\omega t + \phi(t))$ , en analogía a lo que ocurriría en el caso estático para  $C = \text{cte}$ . Cuando las variaciones de la capacitancia sean lo suficientemente pequeñas ( $\Delta C/C_q \ll 1$ ) será suficiente con un desarrollo a primer orden para describir la fase  $\phi(t)$ :

$$\tan(\phi) = -\frac{1}{R} \left[ \omega L - \frac{1}{\omega C_q} \right] - \frac{1}{R} \frac{\Delta C}{\omega C_q^2} + \mathcal{O} \left[ \left( \frac{\Delta C}{C_q} \right)^2 \right] \quad (2.8)$$

Es posible eliminar además el primer término de este desarrollo si se elige trabajar con la frecuencia de resonancia  $\omega = 1/\sqrt{LC_q}$ . De esta forma quedaría simplemente

$$\tan(\phi) = -Q_F \frac{\Delta C}{C_q} \quad (2.9)$$

Donde  $Q_F = \frac{1}{R} \sqrt{L/C_q}$  es el factor de calidad del RLC. Finalmente, si el término de la derecha también es mucho menor a uno se puede aproximar  $\tan(\phi) \approx \phi$  y queda una relación lineal entre  $\phi$  y la variación de capacitancia, y por tanto, con las variaciones en la altura sumergida del sensor.

$$\phi(t) = -Q_F \frac{\Delta C(t)}{C_q} = -Q_F \frac{C'}{C_q} \Delta l(t) \quad (2.10)$$

Y al ajustar los parámetros del RLC (y  $Q_F$  en consecuencia) es posible ajustar la sensitividad del sensor, ya que si por ejemplo se quiere medir un rango muy amplio de  $\Delta l$ , bastaría con hacer que  $Q_F$  sea más pequeño.

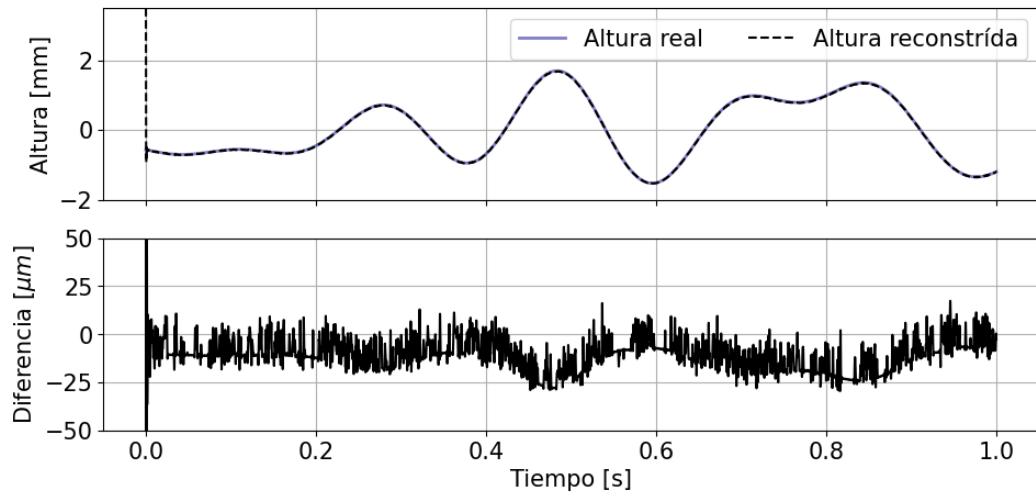


Figura 2.4

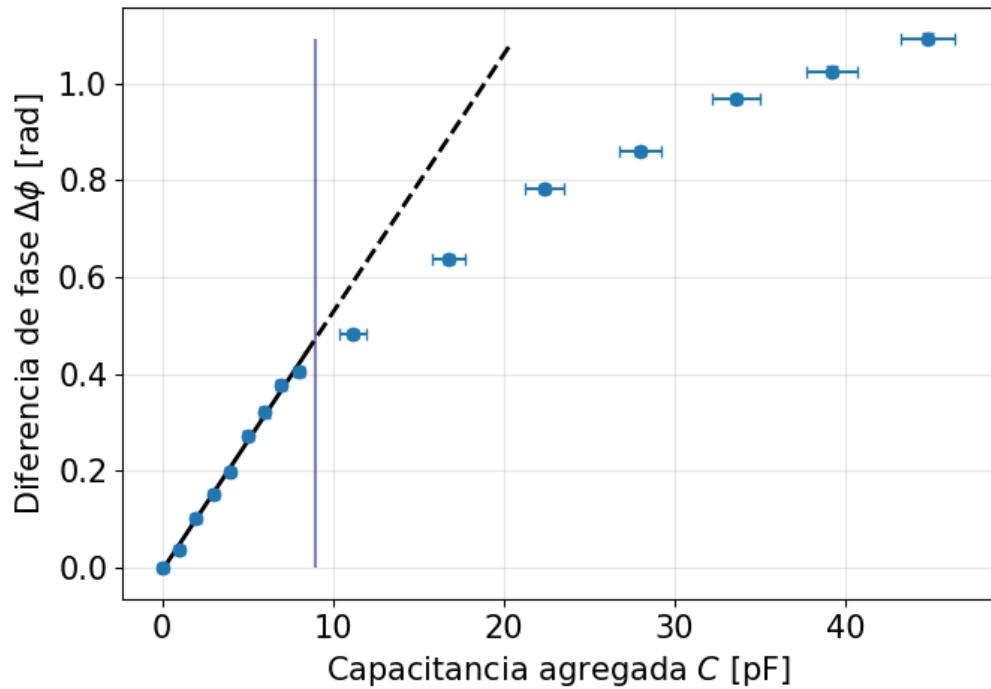


Figura 2.5

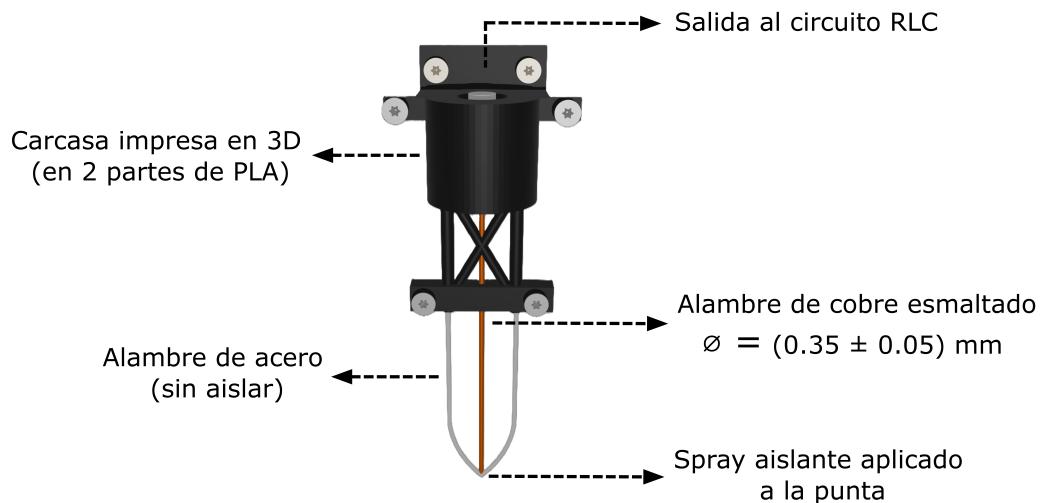


Figura 2.6

### 2.1.3. Medición de la fase

## 2.2. Resolución numérica del circuito

### 2.3. Prueba de un circuito equivalente

### 2.4. Prototipado

### 2.5. Placa de adquisición y Lock-in digital

### 2.6. Prueba final y calibración

#### 2.6.1. Montaje

#### 2.6.2. Altura vs Altura

#### 2.6.3. Diferencias



Figura 2.7

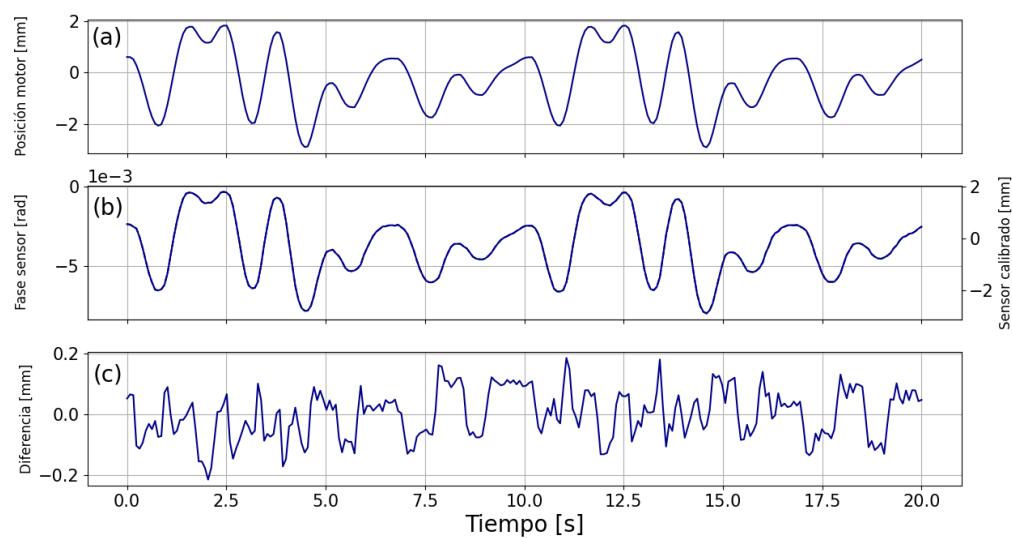


Figura 2.8

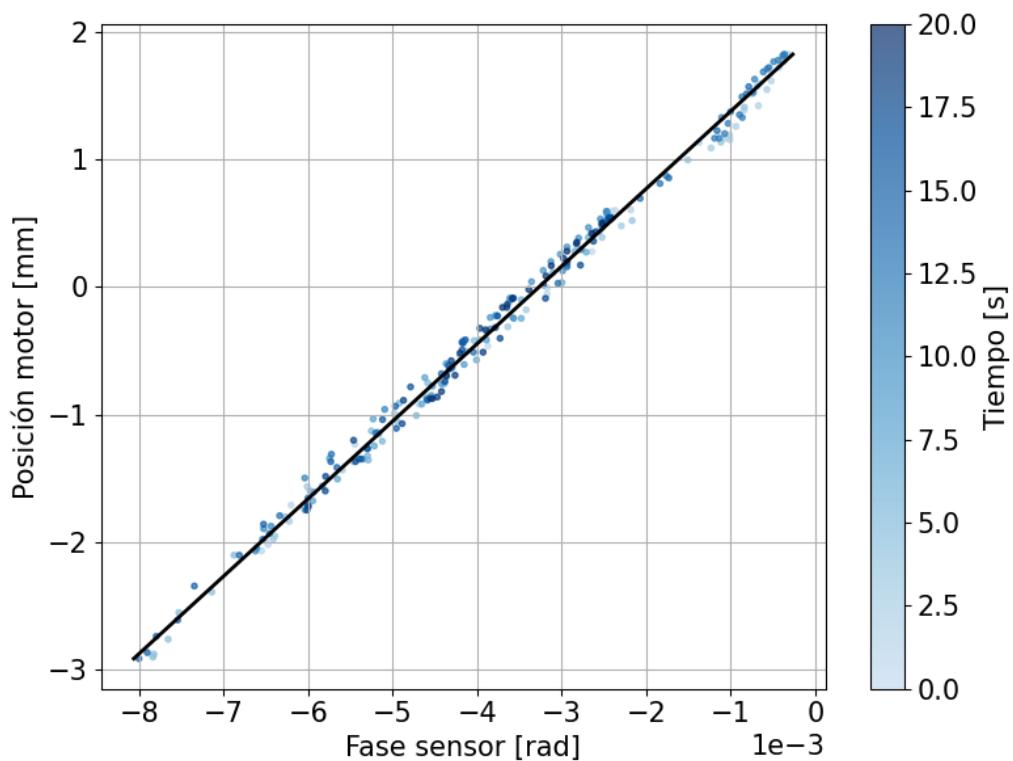


Figura 2.9

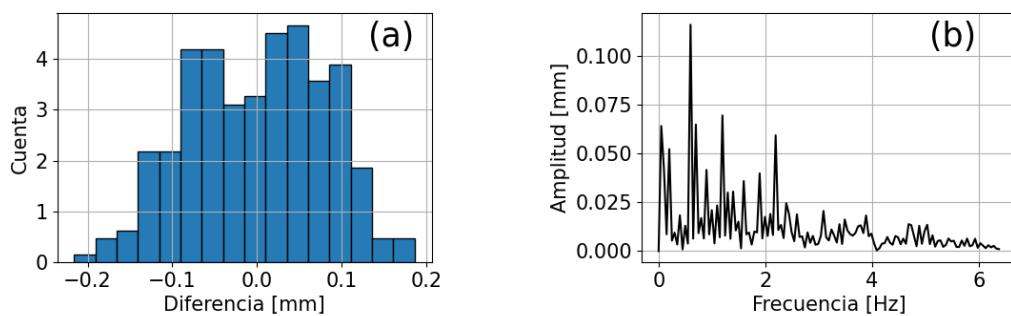


Figura 2.10

# CAPÍTULO 3

---

## ESTUDIO EXPERIMENTAL DE TURBULENCIA DE ONDAS

---

### 3.1. Montaje para Turbulencia de Ondas

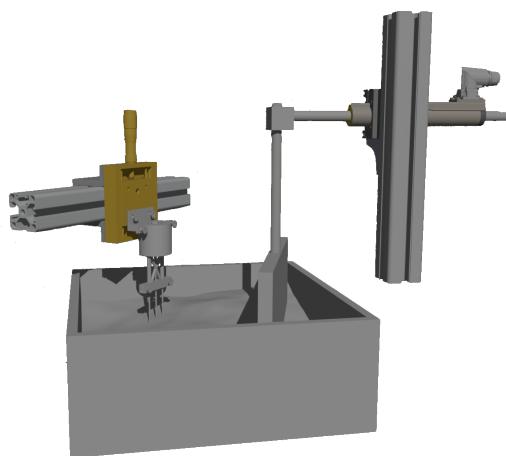


Figura 3.1



# CAPÍTULO 4

## RESULTADOS

### 4.1. Series Temporales

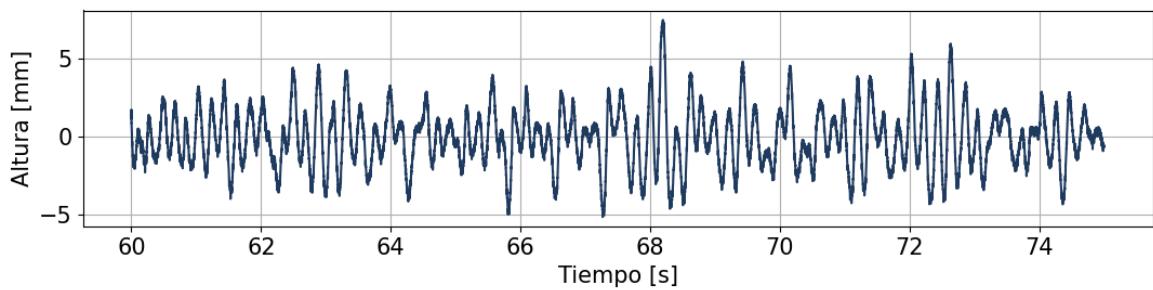


Figura 4.1

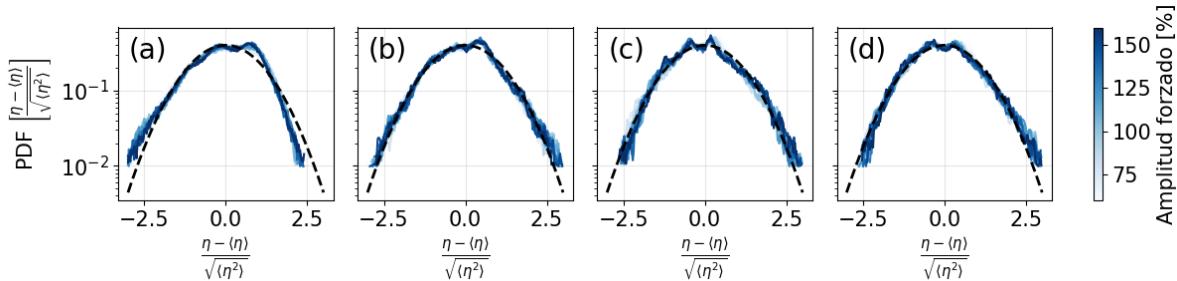


Figura 4.2

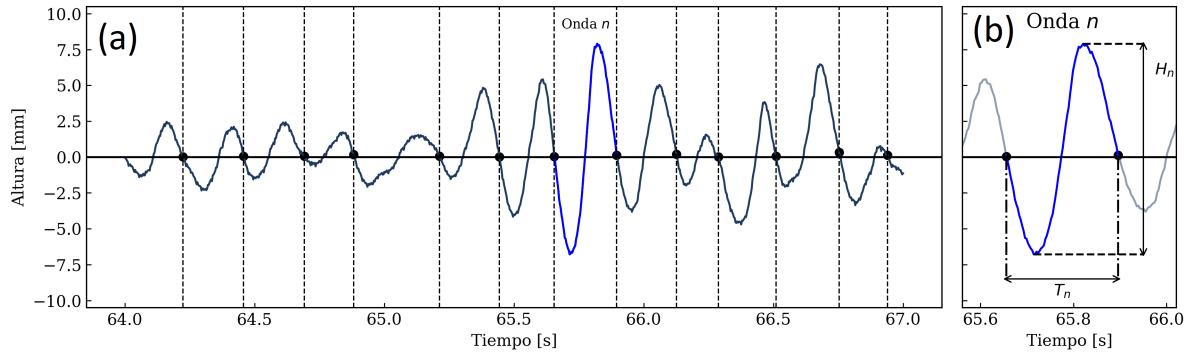


Figura 4.3

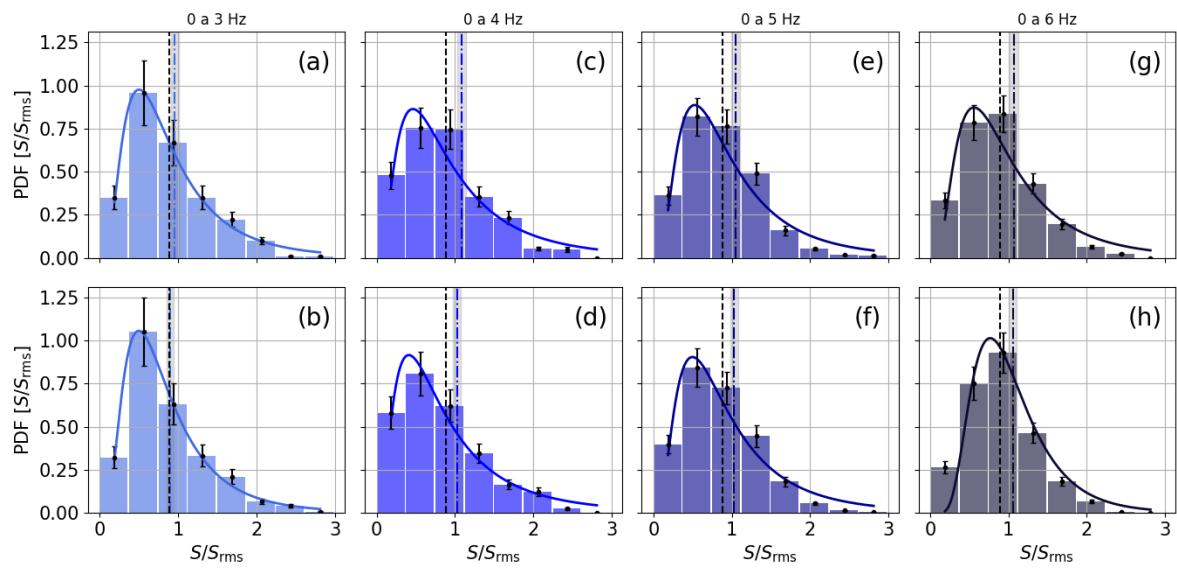


Figura 4.4

## 4.2. Wave Steepness

## 4.3. Cascadas de energía

## 4.4. Interacción a 3 y 4 ondas

## 4.5. Intermitencia



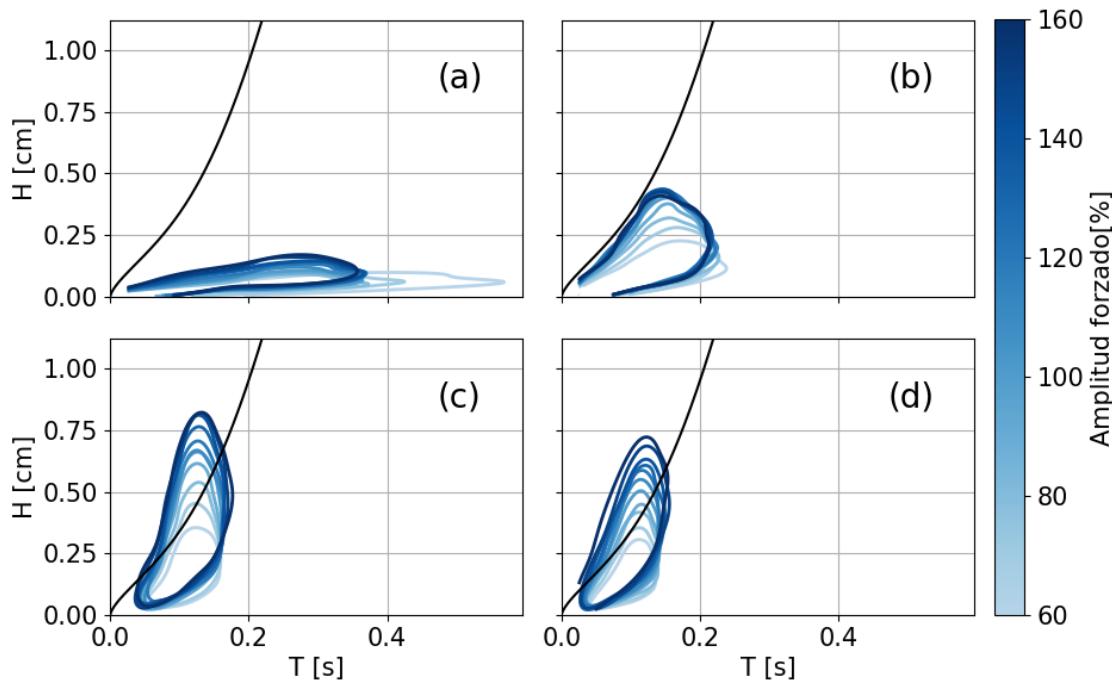


Figura 4.5

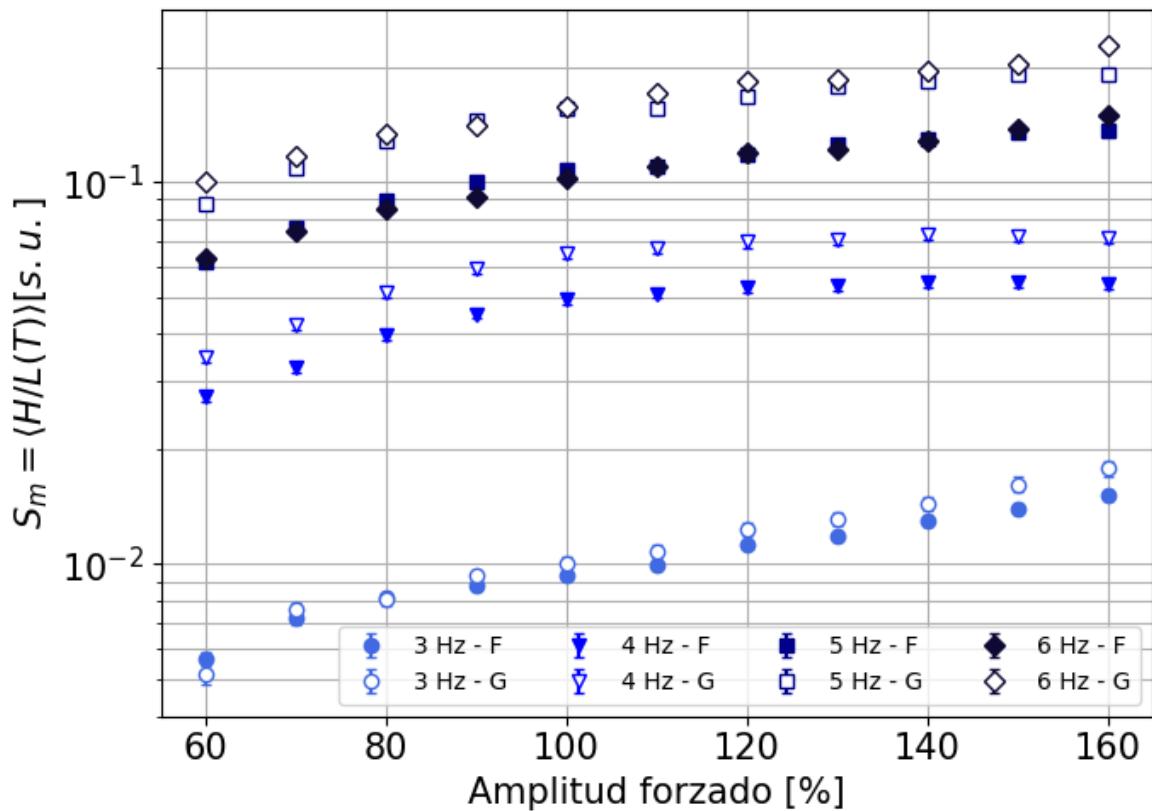
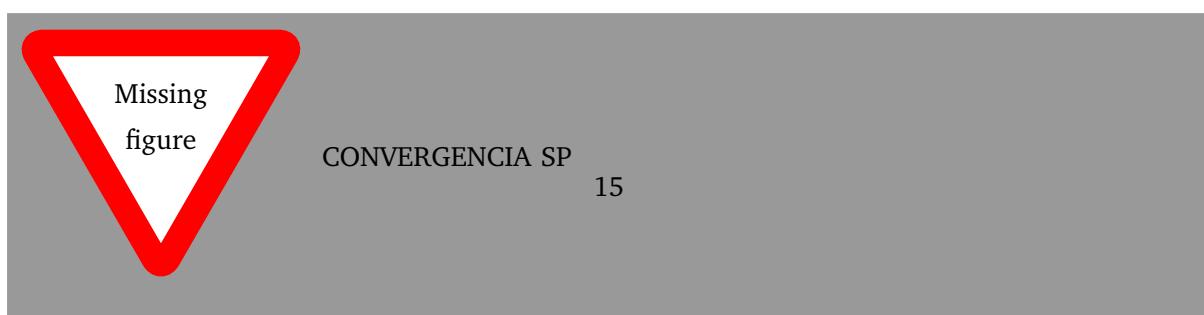


Figura 4.6



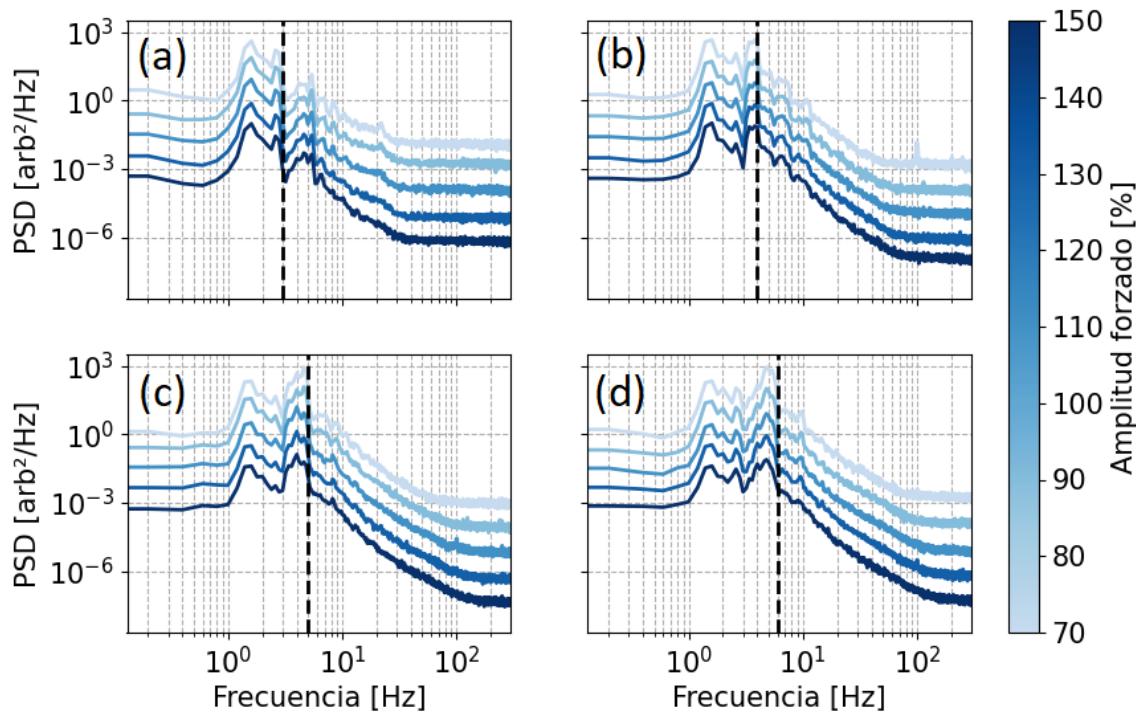


Figura 4.7

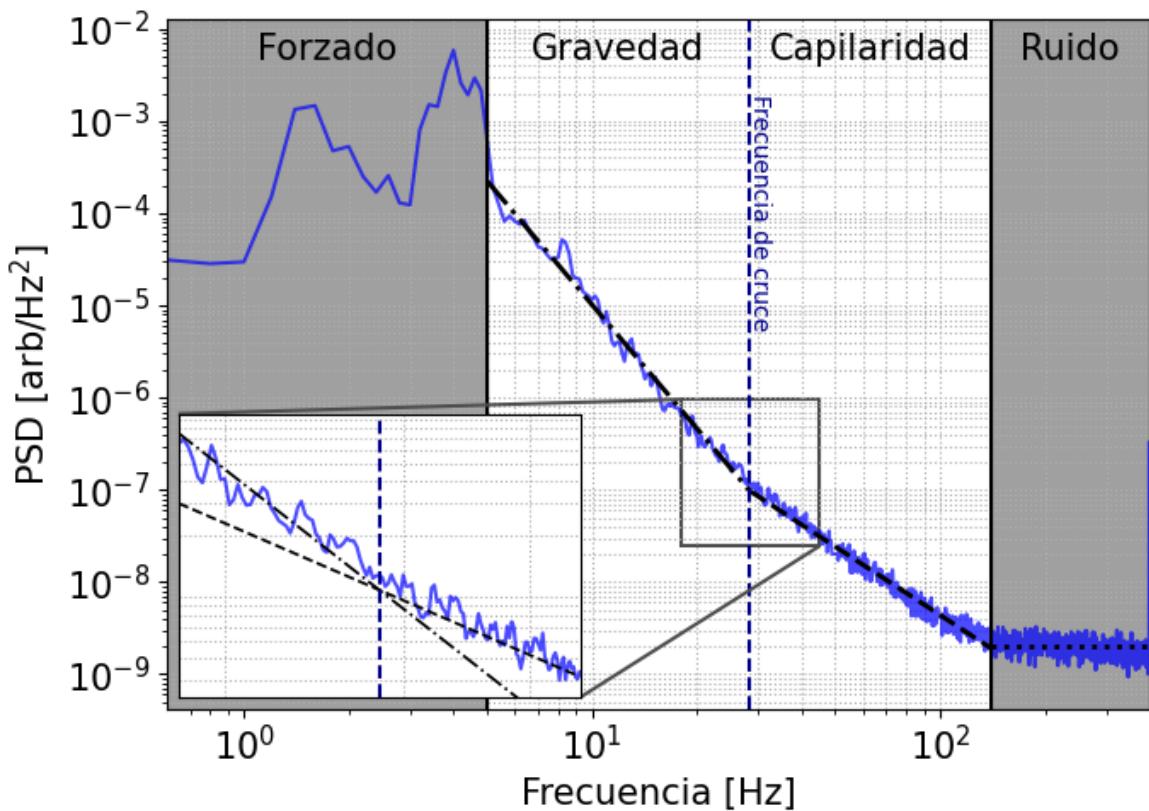


Figura 4.8

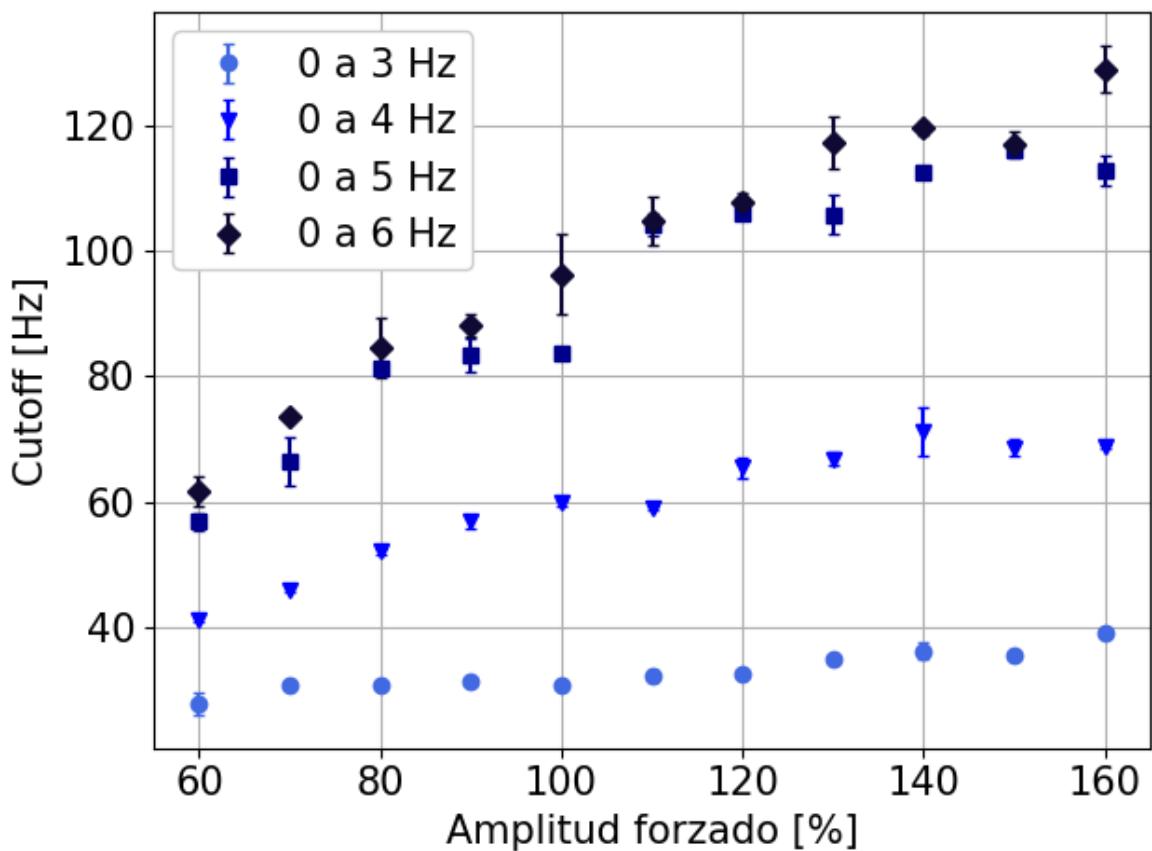


Figura 4.9

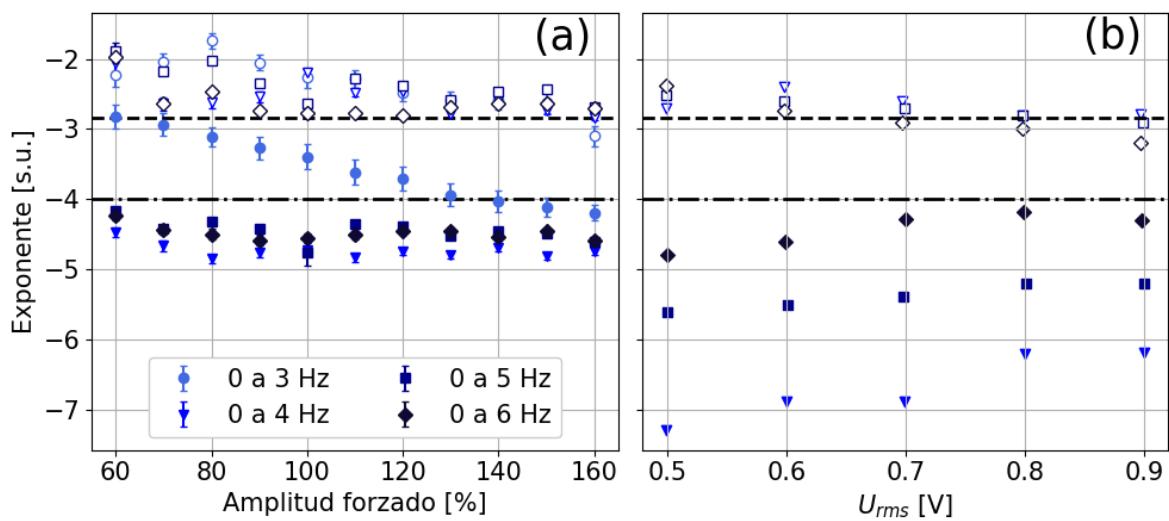


Figura 4.10

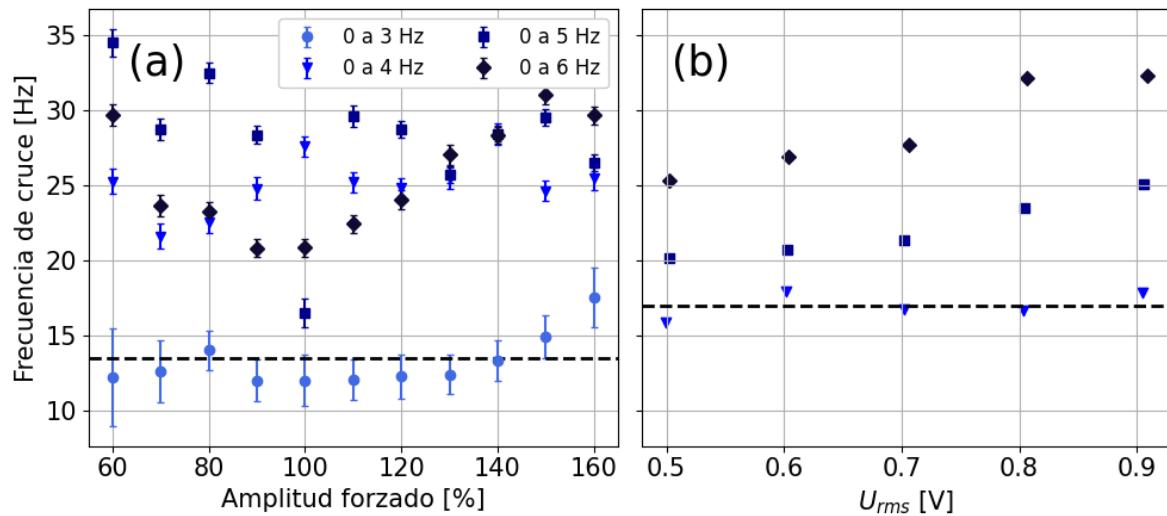


Figura 4.11

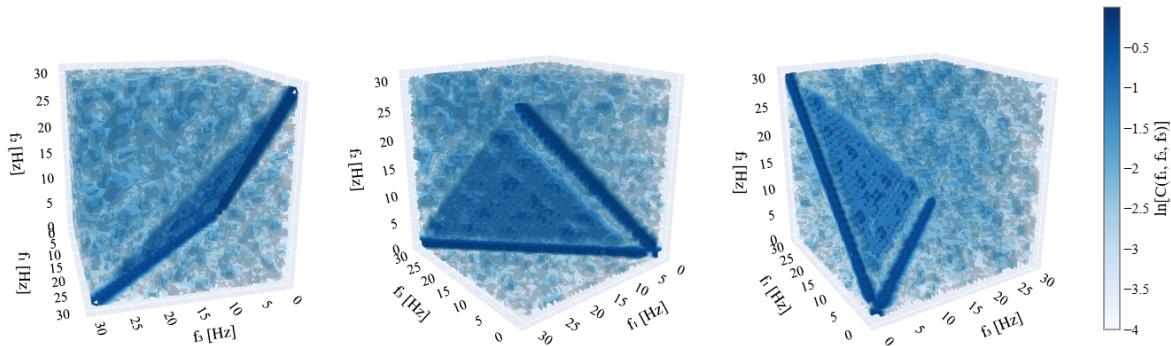


Figura 4.12

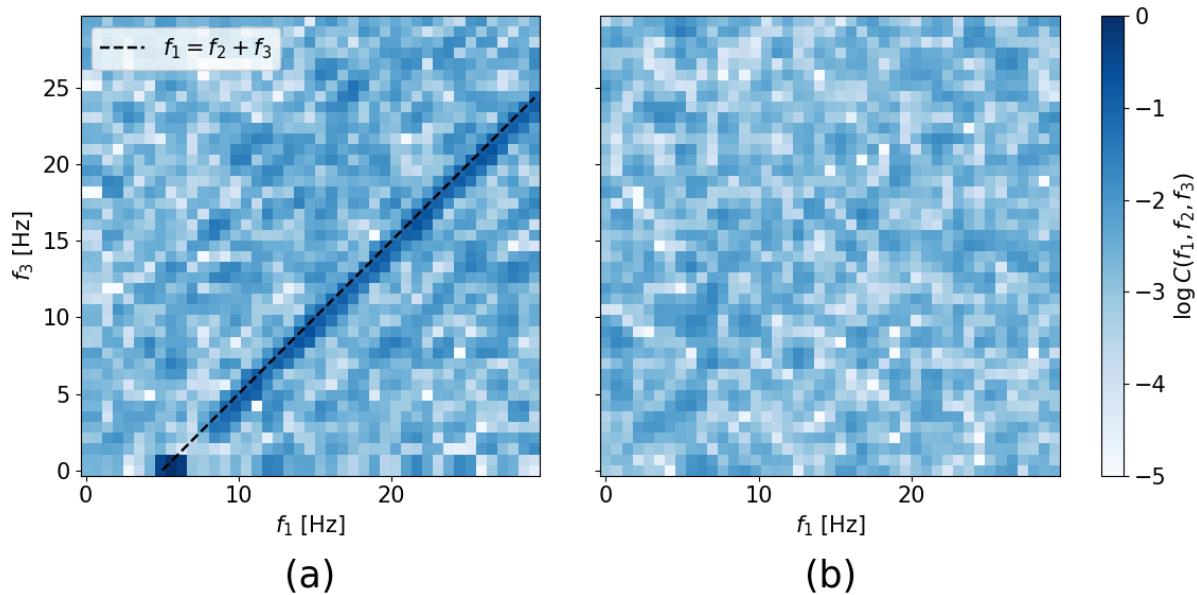


Figura 4.13

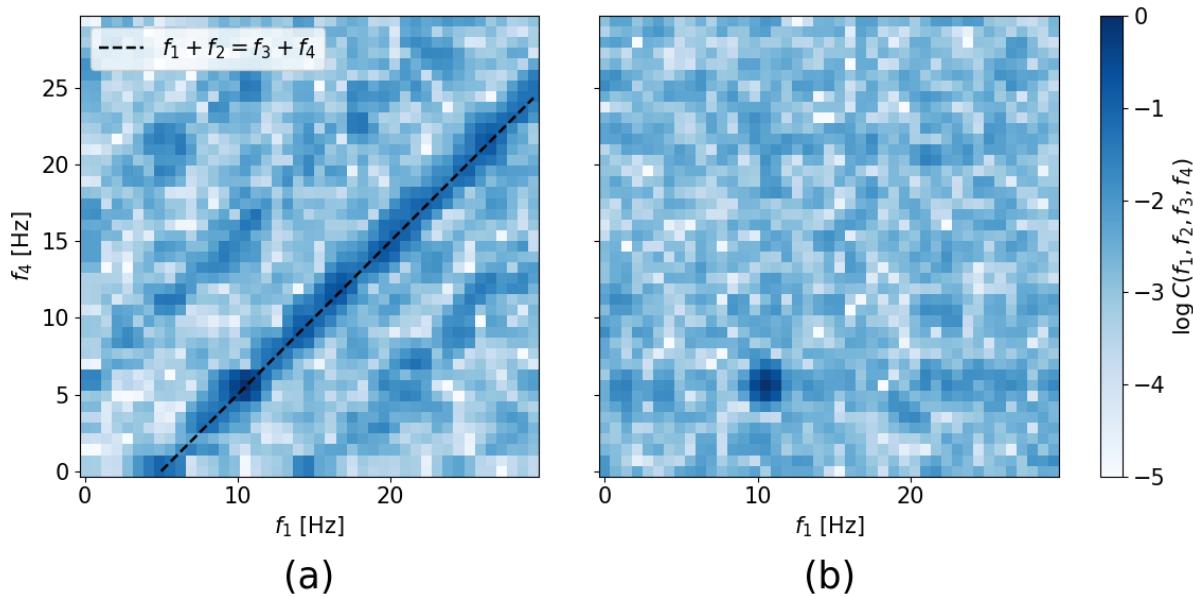


Figura 4.14

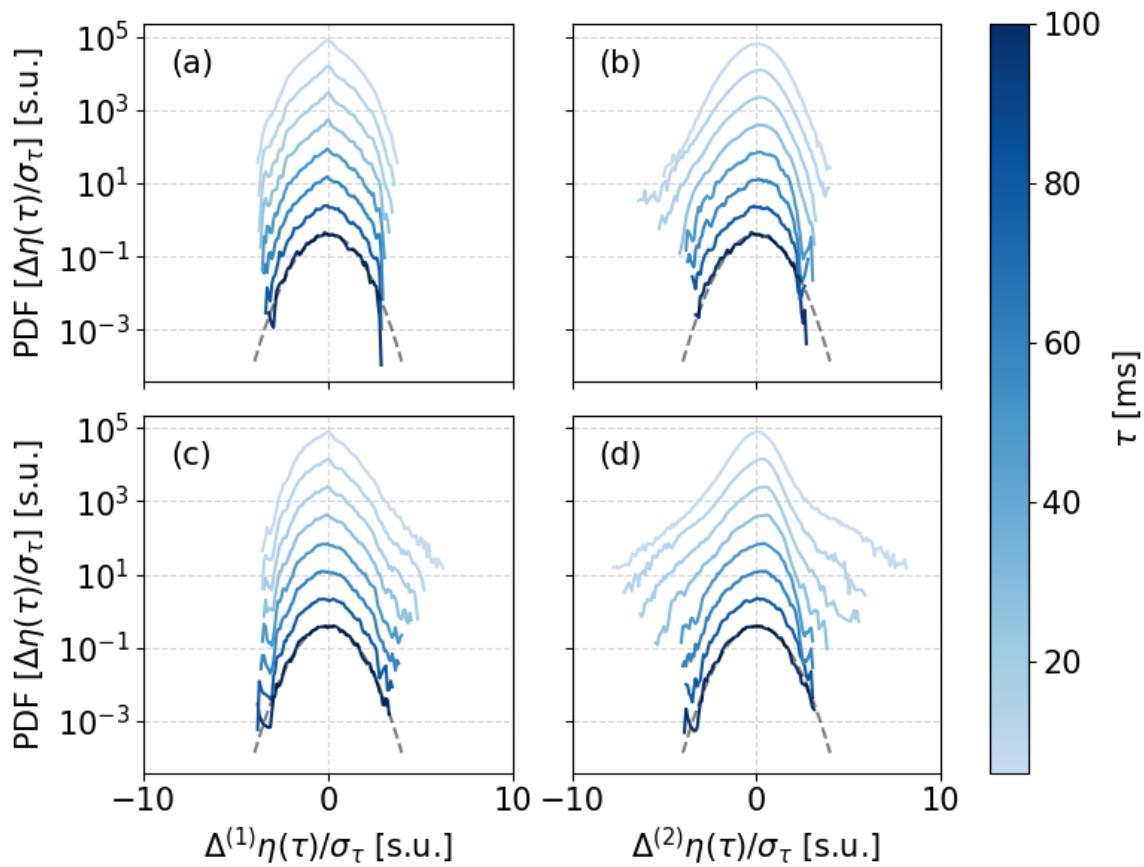


Figura 4.15

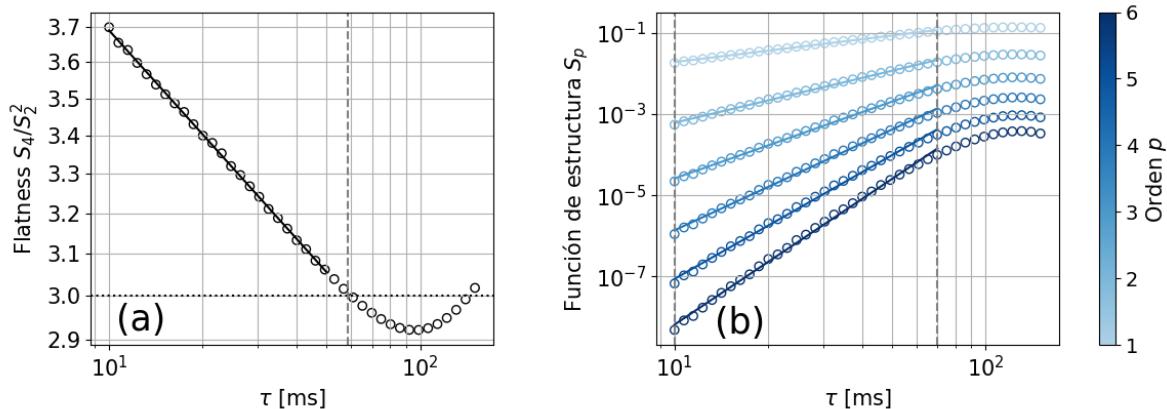


Figura 4.16

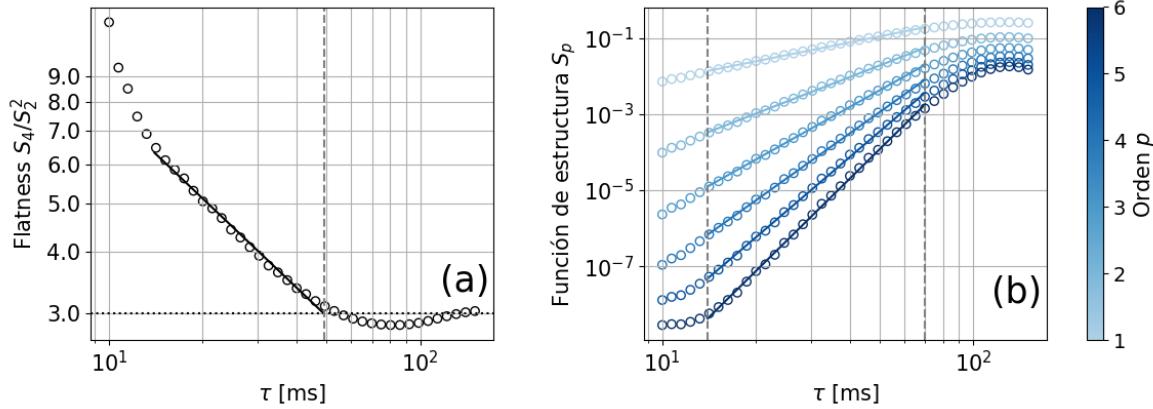


Figura 4.17

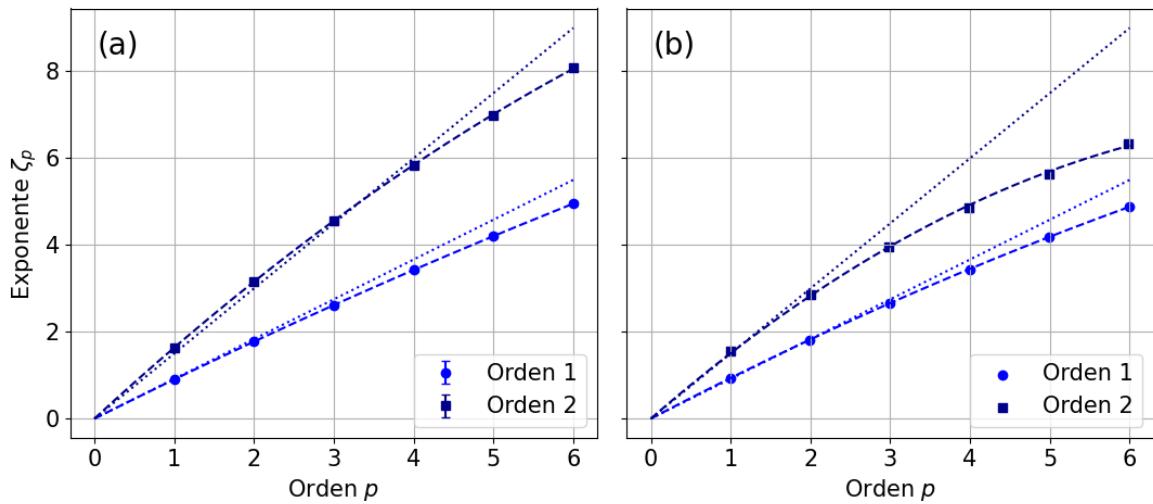


Figura 4.18

# CAPÍTULO 5

---

## CONCLUSIONES

---

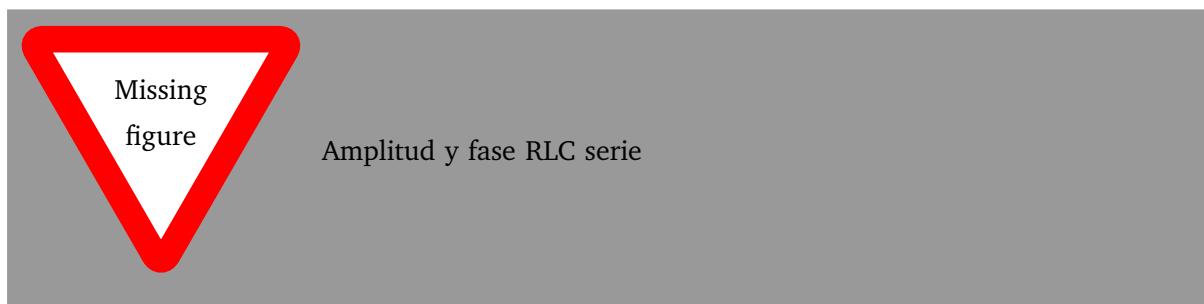


## APÉNDICE A

---

### PUESTA A PRUEBA DE LA DAQ + LOCK-IN DIGITAL

---





---

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] Gordillo Zavaleta. *Non-Propagating Hydrodynamic Solitons in a Quasi-One Dimensional Free Surface Subject to Vertical Vibrations*. Doctoral Thesis, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Física, Santiago de Chile, Chile, 2012.



Tesis disponible bajo Licencia Creative Commons, Atribución – No Comercial – Compartir Igual  
(by-nc-sa) 2.5 Argentina

Buenos Aires, 2026