

Resolución de Ejercicios de Variables Aleatorias y Distribuciones

1) Identificación de variables aleatorias y sus tipos (2 pts)

Una variable aleatoria es una función que asigna a cada resultado de un experimento aleatorio un valor numérico. Se utiliza para modelar la incertidumbre y puede ser de dos tipos principales: discreta (toma valores enteros o finitos) y continua (puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo real).

- a) El número de llamadas que recibe un centro de atención en una hora.
→ Variable aleatoria discreta (se cuentan llamadas).
- b) La estatura de los estudiantes en un salón de clases.
→ Variable aleatoria continua (puede tomar valores dentro de un rango real).
- c) La cantidad de autos que pasan por un peaje en 10 minutos.
→ Variable aleatoria discreta (se cuentan autos).
- d) La temperatura en una ciudad durante el día.
→ Variable aleatoria continua (puede tomar infinitos valores dentro de un rango).

2) Distribuciones discretas (3 pts)

Se usa la distribución binomial: $X \sim B(n=5, p=0.25)$.

La probabilidad de acertar exactamente 3 respuestas es:

$$\begin{aligned} P(X=3) &= C(5,3) * (0.25)^3 * (0.75)^2 \\ P(X=3) &= 10 * (0.015625) * (0.5625) \\ P(X=3) &\approx 0.0879 \end{aligned}$$

→ La probabilidad de acertar exactamente 3 respuestas al azar es aproximadamente 8.79%.

3) Distribuciones continuas (3 pts)

La variable es normal: $N(\mu=1.70, \sigma=0.08)$. Queremos $P(1.65 \leq X \leq 1.75)$.

Estandarizamos:

$$\begin{aligned} Z1 &= (1.65 - 1.70)/0.08 = -0.625 \\ Z2 &= (1.75 - 1.70)/0.08 = 0.625 \end{aligned}$$

Usando tabla de la normal estándar:
 $P(Z \leq 0.625) \approx 0.7340$
 $P(Z \leq -0.625) \approx 0.2660$

Entonces: $P(1.65 \leq X \leq 1.75) = 0.7340 - 0.2660 = 0.468$

→ La probabilidad de que un estudiante tenga estatura entre 1.65 m y 1.75 m es aproximadamente 46.8%.

4) Elección de distribuciones (2 pts)

a) La cantidad de clientes que llegan a un restaurante por hora.

→ Distribución de Poisson, ya que modela el número de llegadas en un intervalo de tiempo.

b) El tiempo que tarda en descargarse un archivo desde internet.

→ Distribución exponencial, porque modela tiempos de espera entre eventos.

c) El número de piezas defectuosas en una producción de 1000 artículos.

→ Distribución binomial, porque se trata de un número fijo de ensayos con dos posibles resultados (defectuosa o no).