Long Directed Detours: Reduction to 2 Disjoint Paths

Ashwin Jacob, Michał Włodarczyk, Meirav Zehavi

Ref: Ignacy Buczek, Aleksander Katan

Wstęp

Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

Wstęp

Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

- Czy w wejściowym grafie G istnieje klika wielkości k?

Wstęp

Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

- Czy w wejściowym grafie G istnieje klika wielkości k?
- Czy wejściowa maszyna Turinga zatrzymuje się po co najwyżej k krokach?

Wstęp

Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

- Czy w wejściowym grafie G istnieje klika wielkości k?
- Czy wejściowa maszyna Turinga zatrzymuje się po co najwyżej k krokach?
- Czy w wejściowym grafie G znajduje się ścieżka długości dokładnie k?

Wstęp

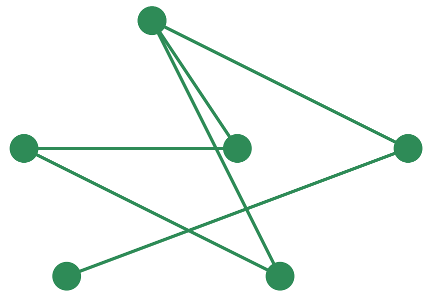
Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

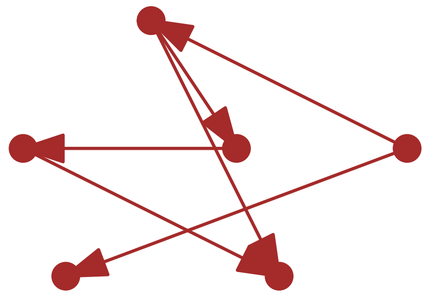
- Czy w wejściowym grafie G istnieje klika wielkości k?
- Czy wejściowa maszyna Turinga zatrzymuje się po co najwyżej k krokach?
- Czy w wejściowym grafie G znajduje się ścieżka długości dokładnie k?
- Czy między danymi wierzchołkami s oraz t w grafie G istnieje ścieżka długości *dokładnie* $\text{dist}_G(s,t) + k$?

Wstęp

Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

- Czy w wejściowym grafie G istnieje klika wielkości k?
- Czy wejściowa maszyna Turinga zatrzymuje się po co najwyżej k krokach?
- Czy w wejściowym grafie G znajduje się ścieżka długości dokładnie k?
- Czy między danymi wierzchołkami s oraz t w grafie G istnieje ścieżka długości *dokładnie* $\text{dist}_G(s,t) + k$?
- Czy między danymi wierzchołkami s oraz t w grafie G istnieje ścieżka długości *przynajmniej* $\text{dist}_G(s,t) + k$?



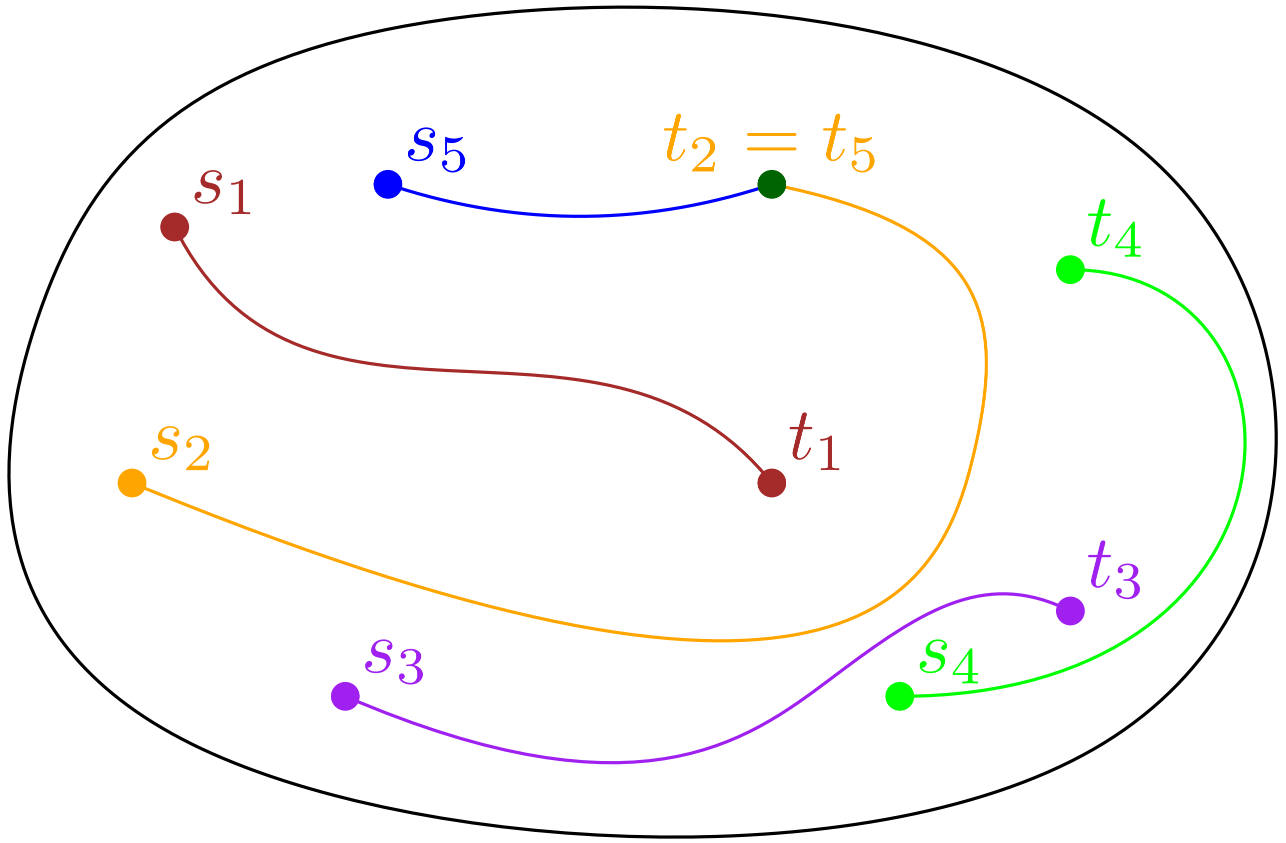


Kontrybucja autorów

p-DISJOINT PATHS

Wejście: Graf G oraz p par terminali

Pytanie : Czy w G istnieje p rozłącznych wierzchołkowo ścieżek (poza końcami), które łączą pary terminali ze sobą?

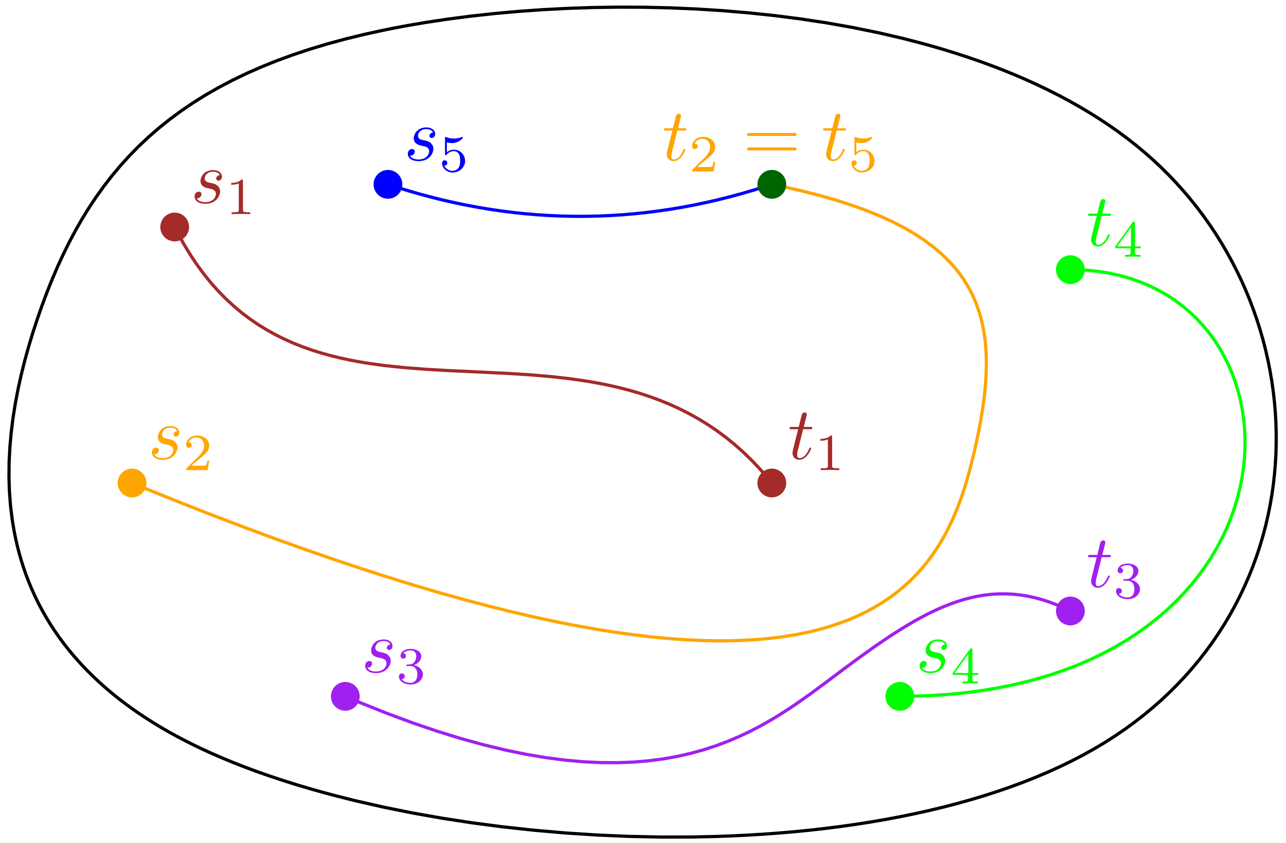


Kontrybucja autorów

p-DISJOINT PATHS

Wejście: Graf G oraz p par terminali

Pytanie : Czy w G istnieje p rozłącznych wierzchołkowo ścieżek (poza końcami), które łączą pary terminali ze sobą?

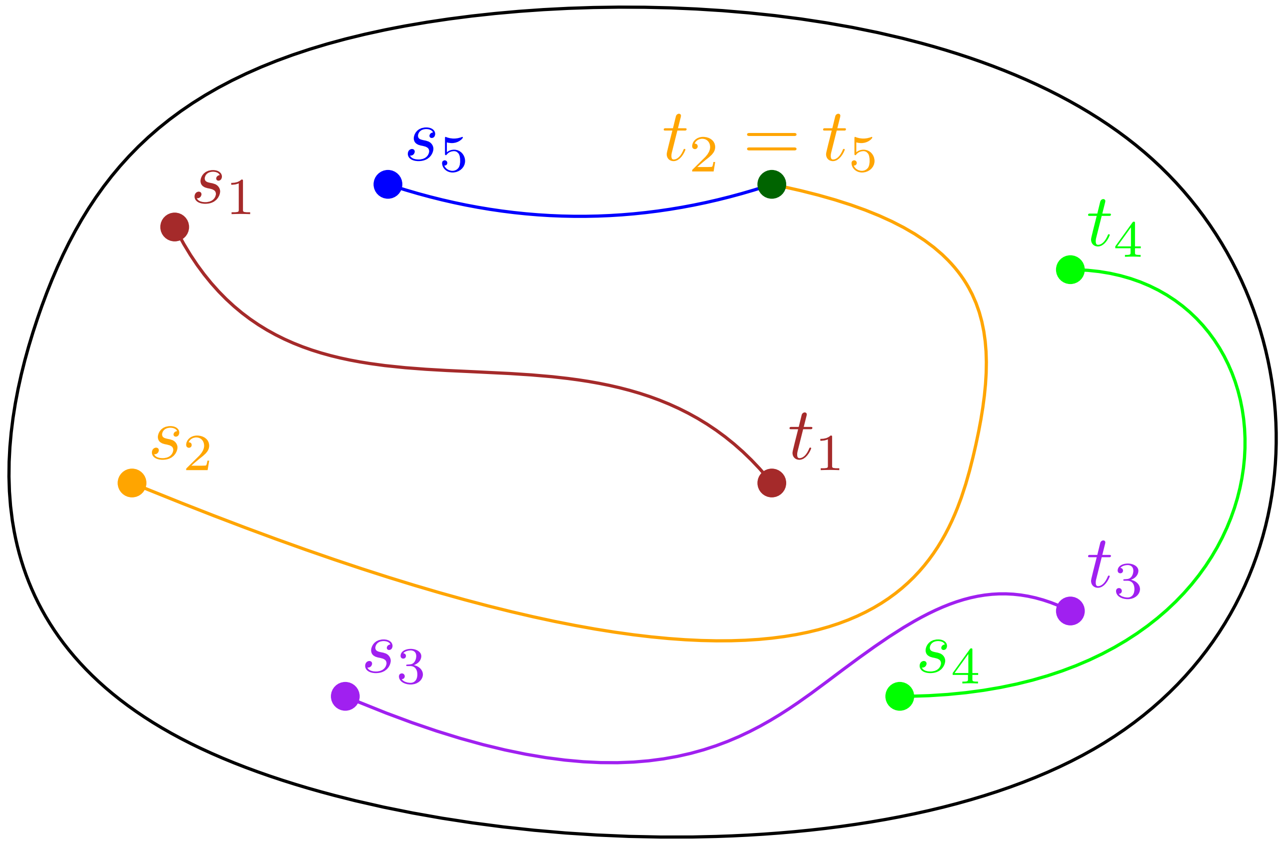


Kontrybucja autorów

p-DISJOINT PATHS

Wejście: Graf G oraz p par terminali

Pytanie : Czy w G istnieje p rozłącznych wierzchołkowo ścieżek (poza końcami), które łączą pary terminali ze sobą?



LONGEST (s,t)-DETOUR

Wejście: *Skierowany* graf G oraz para wierzchołków (s,t)

Pytanie : Czy w G istnieje ścieżka z s do t długości *przynajmniej* $\mathrm{dist}_G(s,t) + k$?

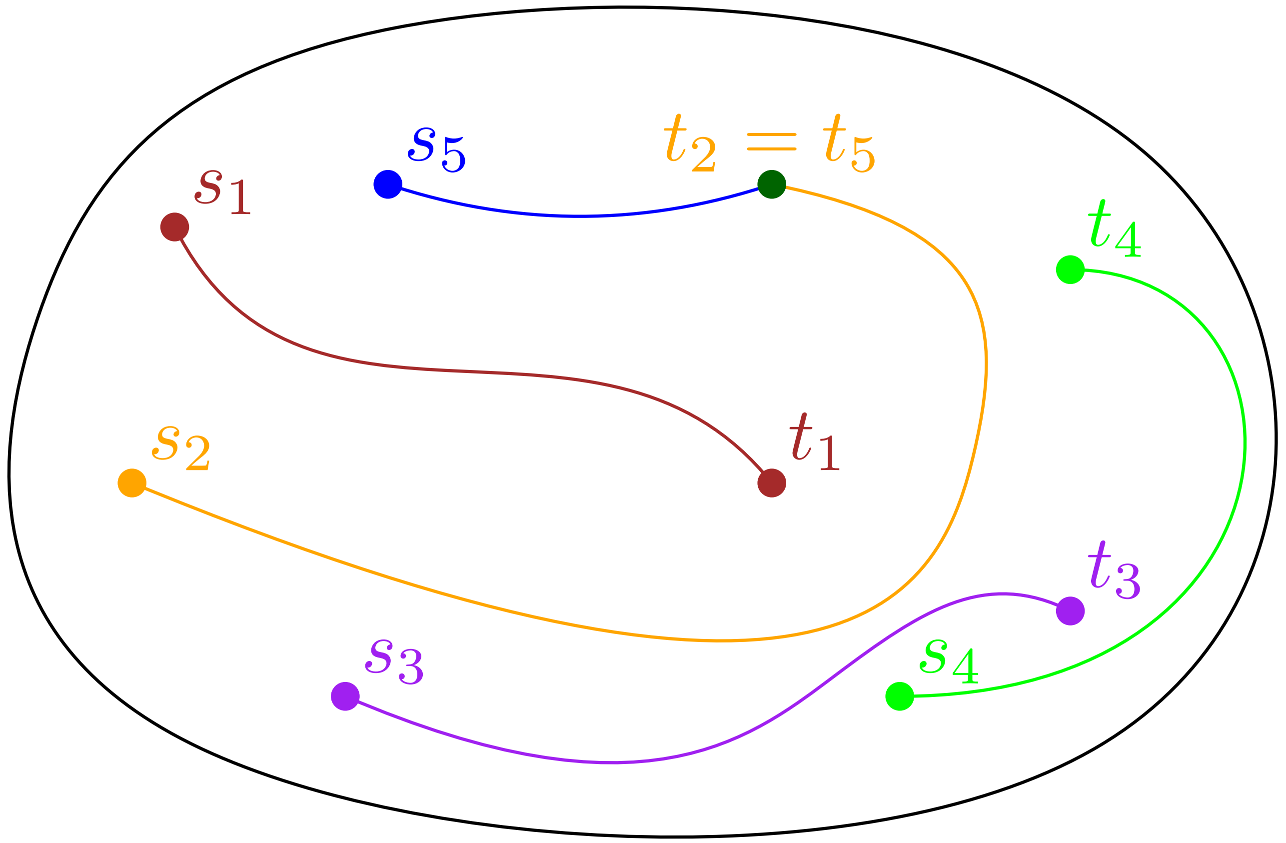
Tak, jeżeli w G da się rozwiązać 3-DISJOINT PATHS w czasie wielomianowym.

Kontrybucja autorów

p-DISJOINT PATHS

Wejście: Graf G oraz p par terminali

Pytanie : Czy w G istnieje p rozłącznych wierzchołkowo ścieżek (poza końcami), które łączą pary terminali ze sobą?



LONGEST (s, t)-DETOUR

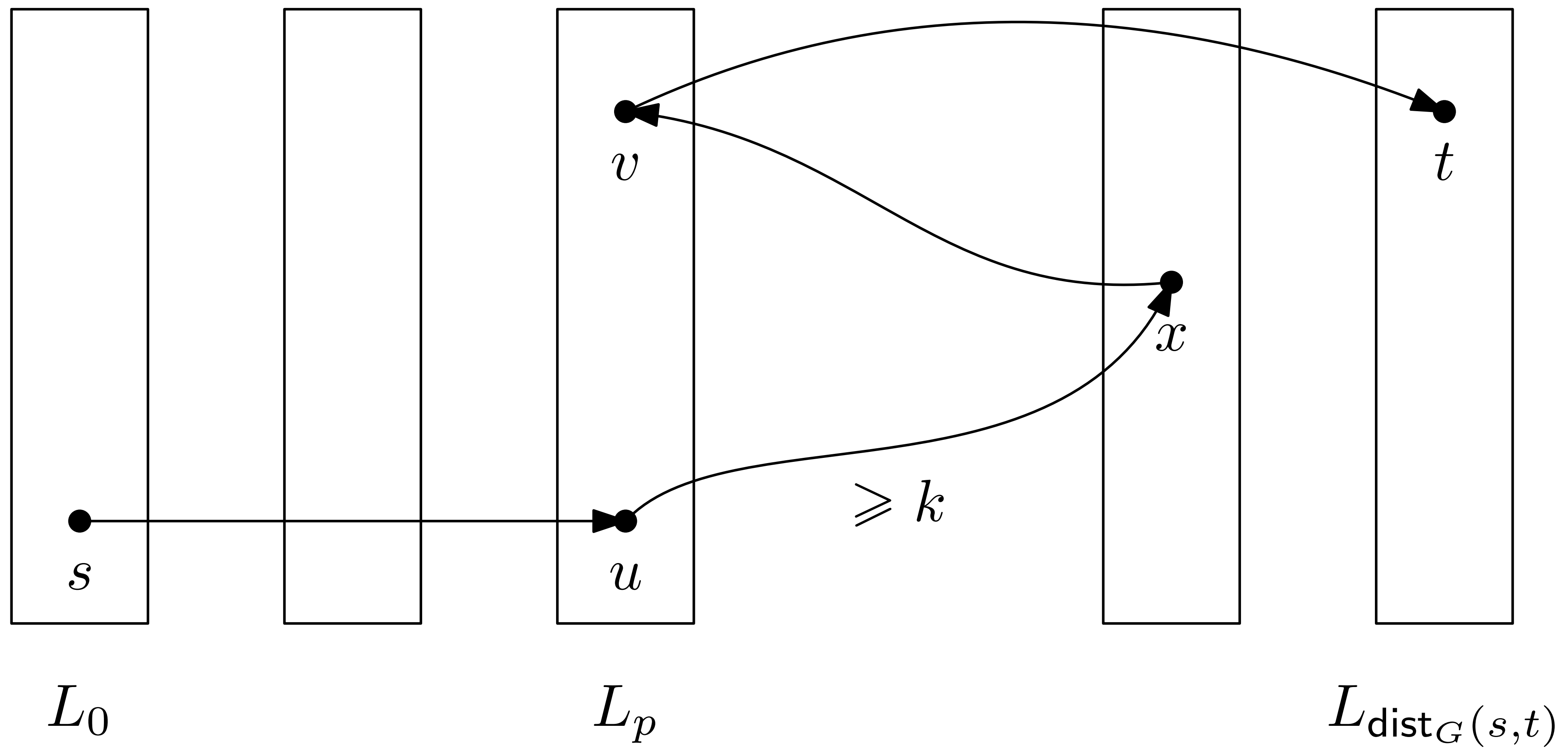
Wejście: *Skierowany* graf G oraz para wierzchołków (s, t)

Pytanie : Czy w G istnieje ścieżka z s do t długości *przynajmniej* $\mathrm{dist}_G(s, t) + k$?

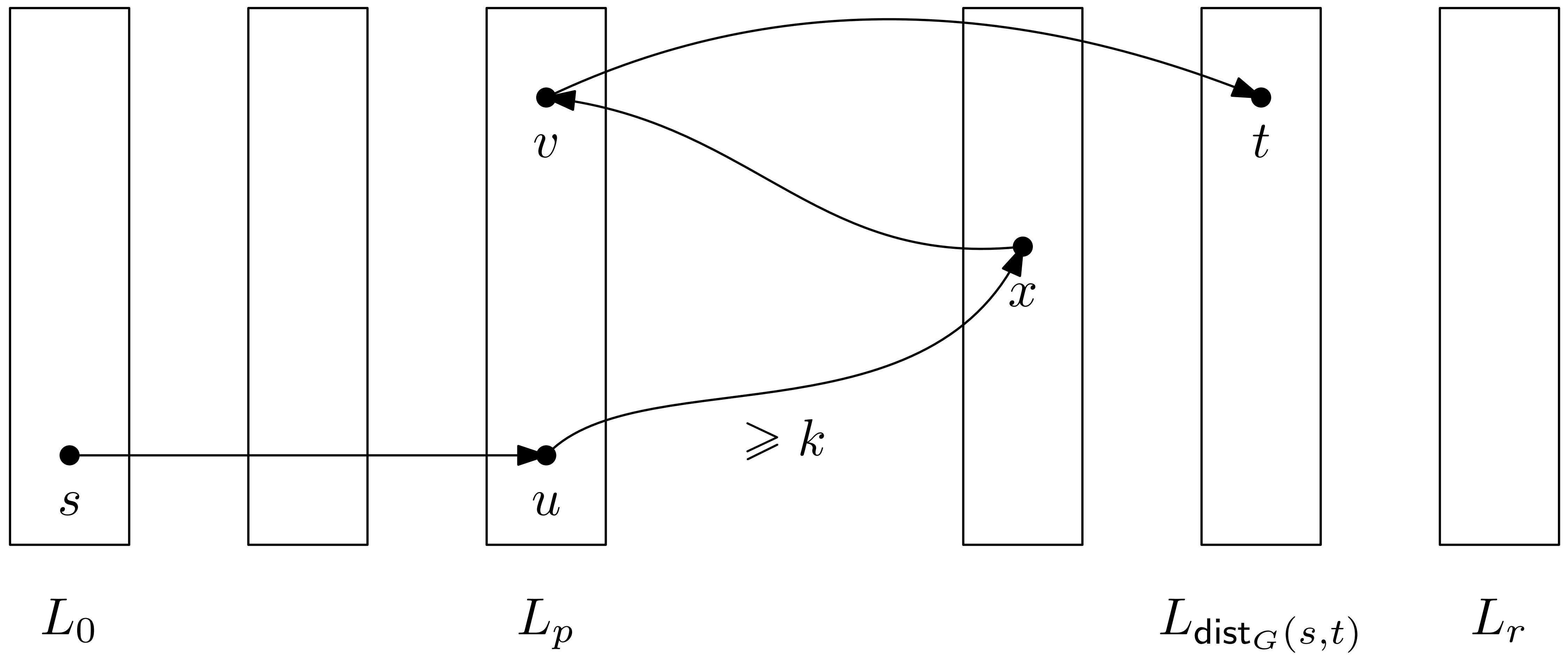
Tak, jeżeli w G da się rozwiązać 3-DISJOINT PATHS w czasie wielomianowym.

Tak, jeżeli w G da się rozwiązać 2-DISJOINT PATHS w czasie wielomianowym.

Pomysł

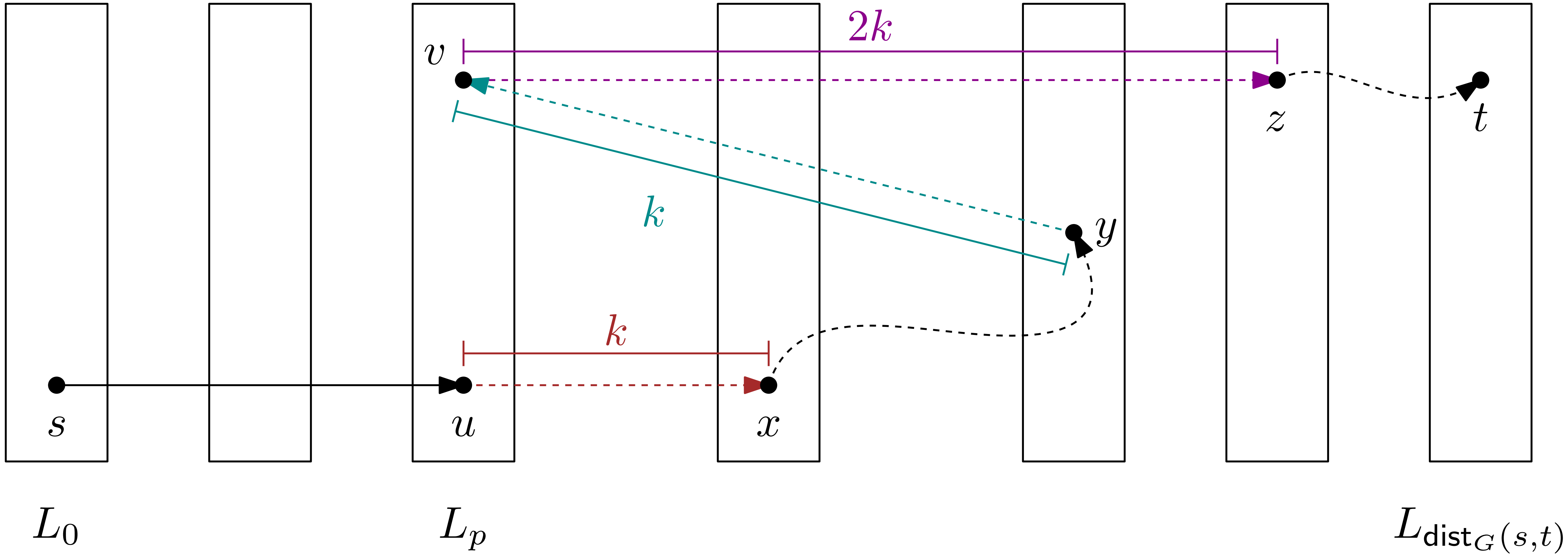


Pomysł

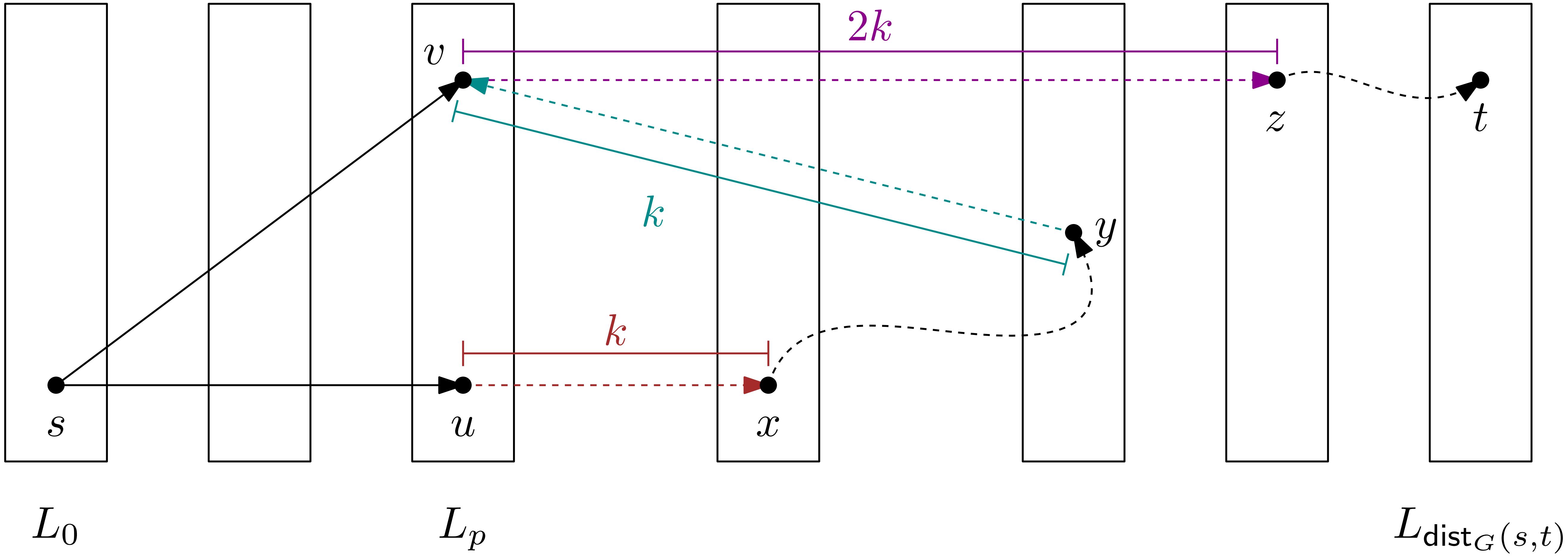


$|P'| \geqslant \mathsf{dist}_G(s,t) + \mathbf{2k}$

Trochę szczegółów

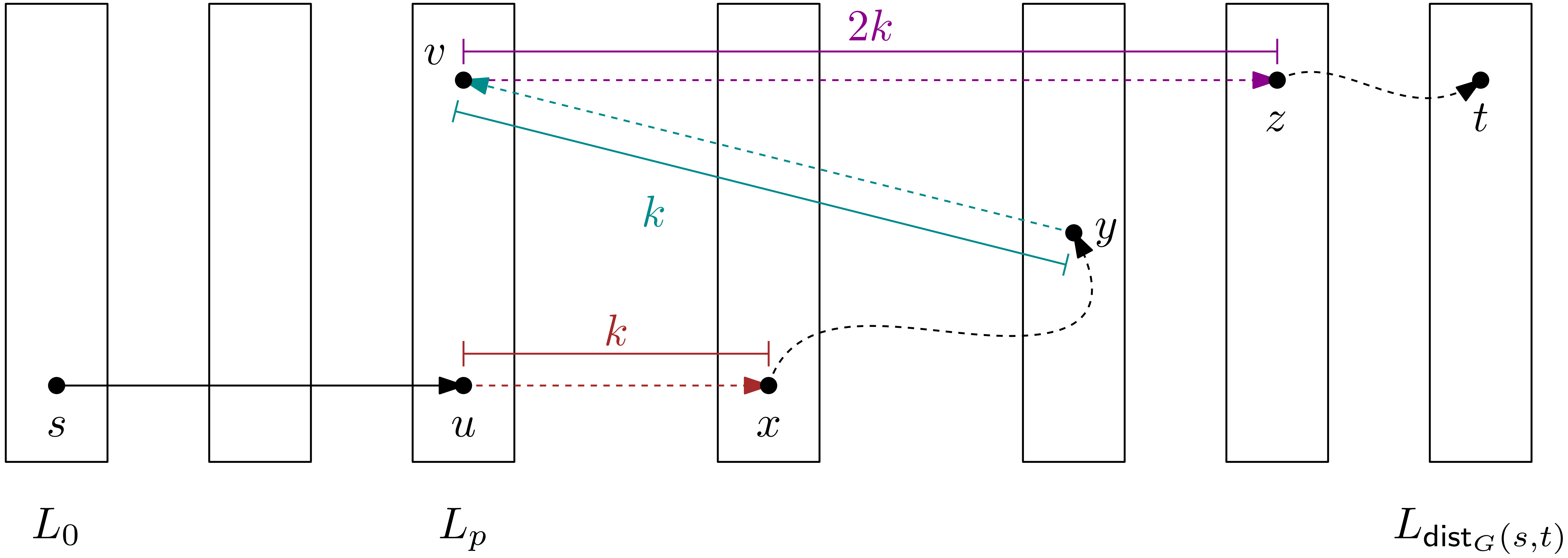


Trochę szczegółów



Trochę szczegółów

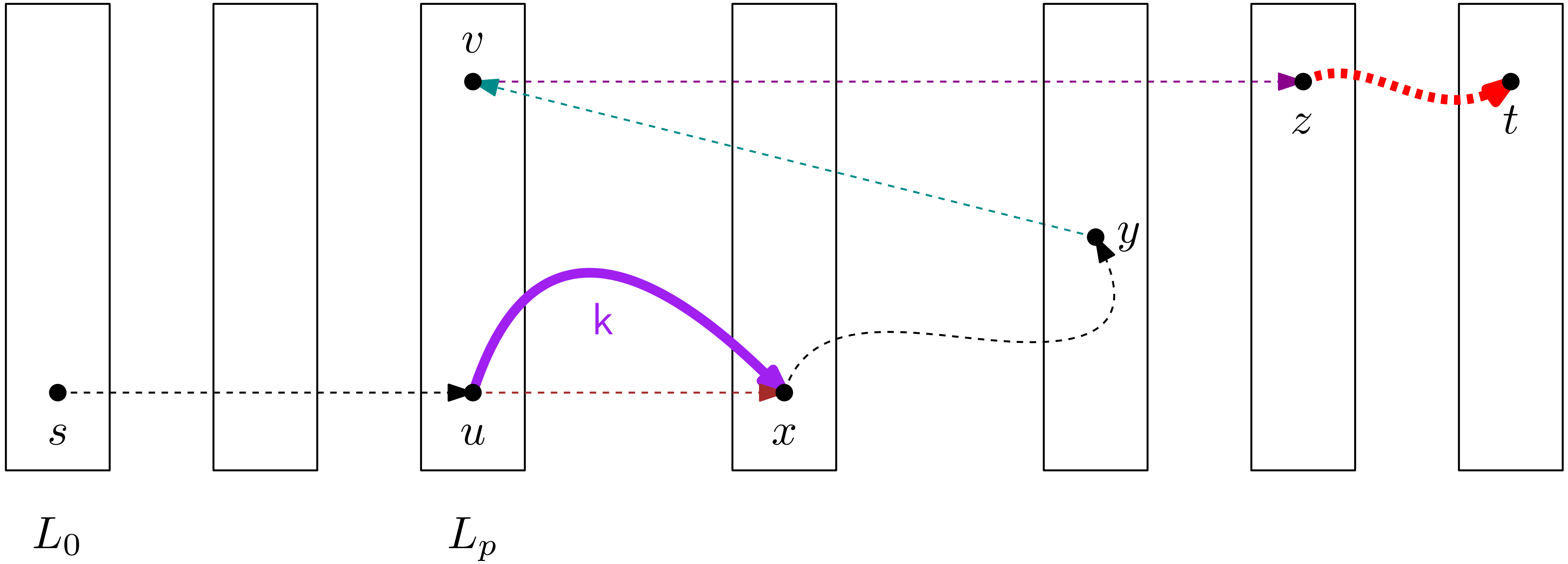
$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$



Lemat 3

$s \longrightarrow u$
$u \longrightarrow x : (k)$
$x \longrightarrow y$
$y \longrightarrow v : (k)$
$v \longrightarrow z : (2k)$
$z \longrightarrow t$

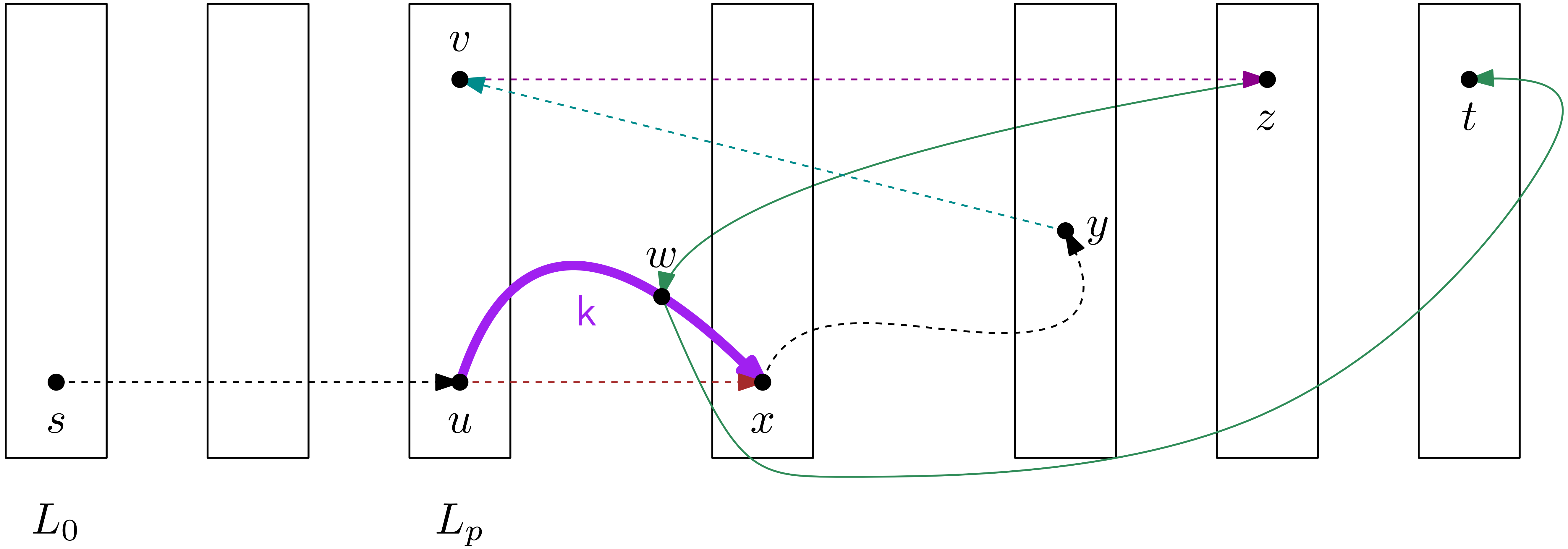
$$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$$



Lemat 3

$s \longrightarrow u$
$u \longrightarrow x : (k)$
$x \longrightarrow y$
$y \longrightarrow v : (k)$
$v \longrightarrow z : (2k)$
$z \longrightarrow t$

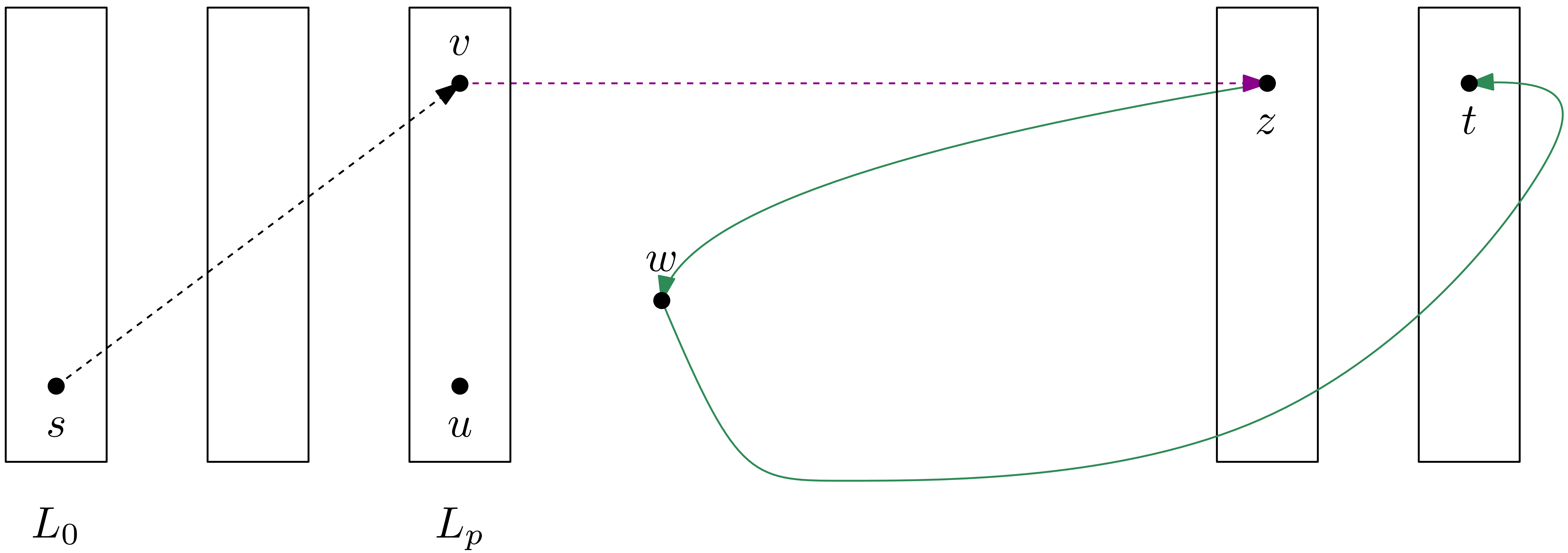
$$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$$



Lemat 3

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

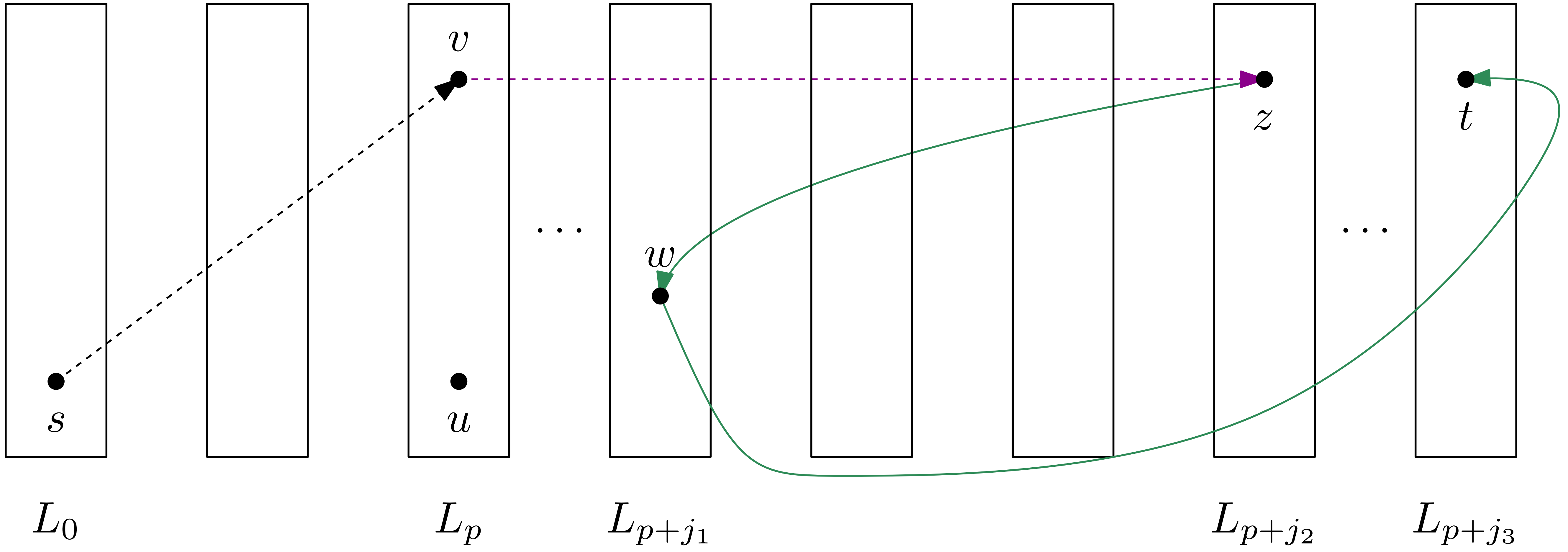
$$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$$



Lemat 3

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$$

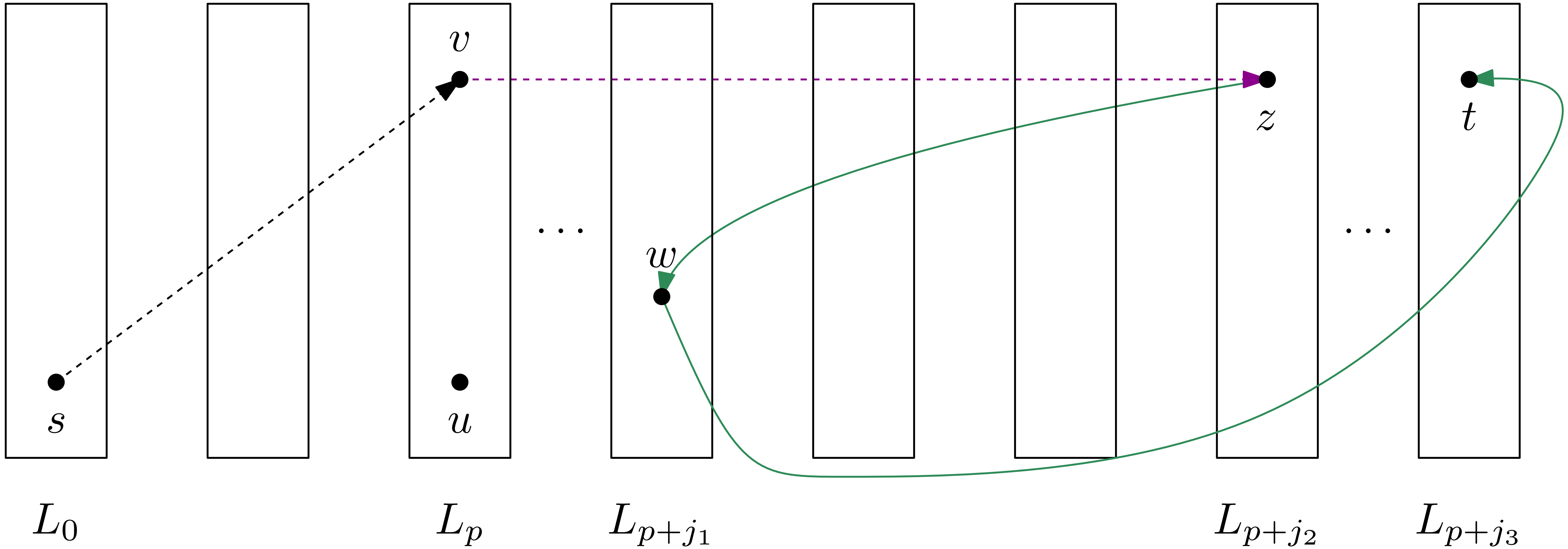


Lemat 3

$s \longrightarrow u$
$u \longrightarrow x : (k)$
$x \longrightarrow y$
$y \longrightarrow v : (k)$
$v \longrightarrow z : (2k)$
$z \longrightarrow t$

$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$

$j_2 \leqslant j_3 \qquad j_1 < j_2$



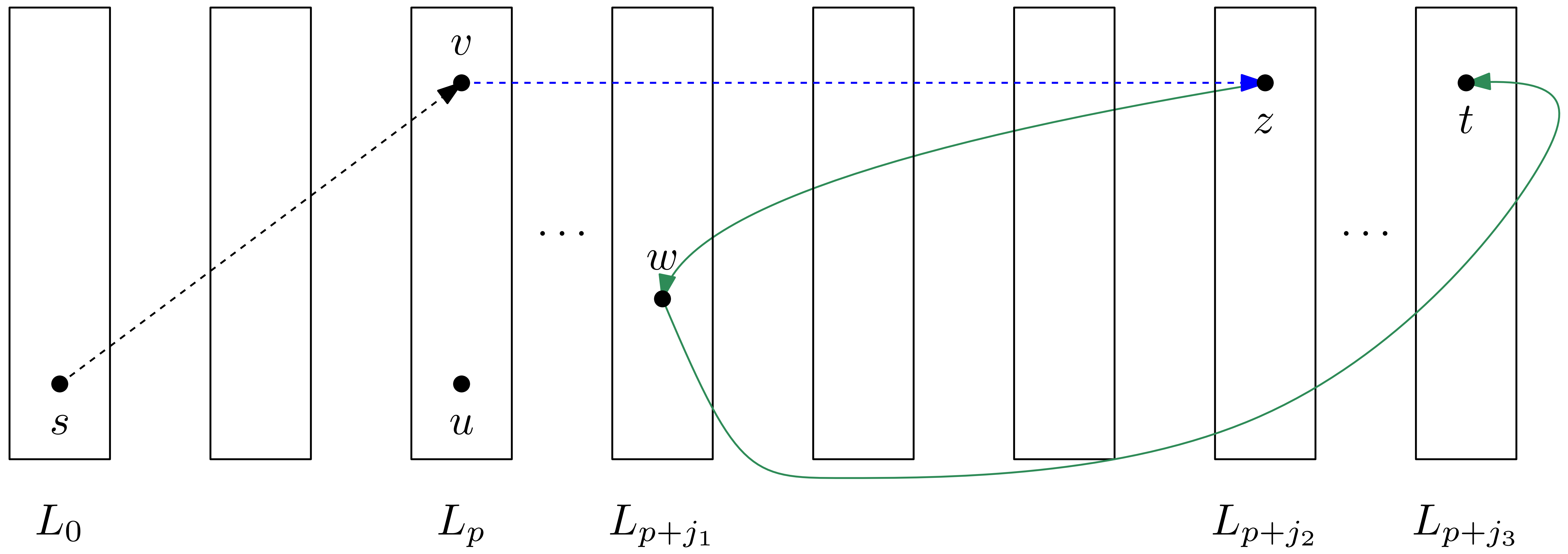
Lemat 3

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$

$j_2 \leqslant j_3 \qquad j_1 < j_2$

$2k - j_2$



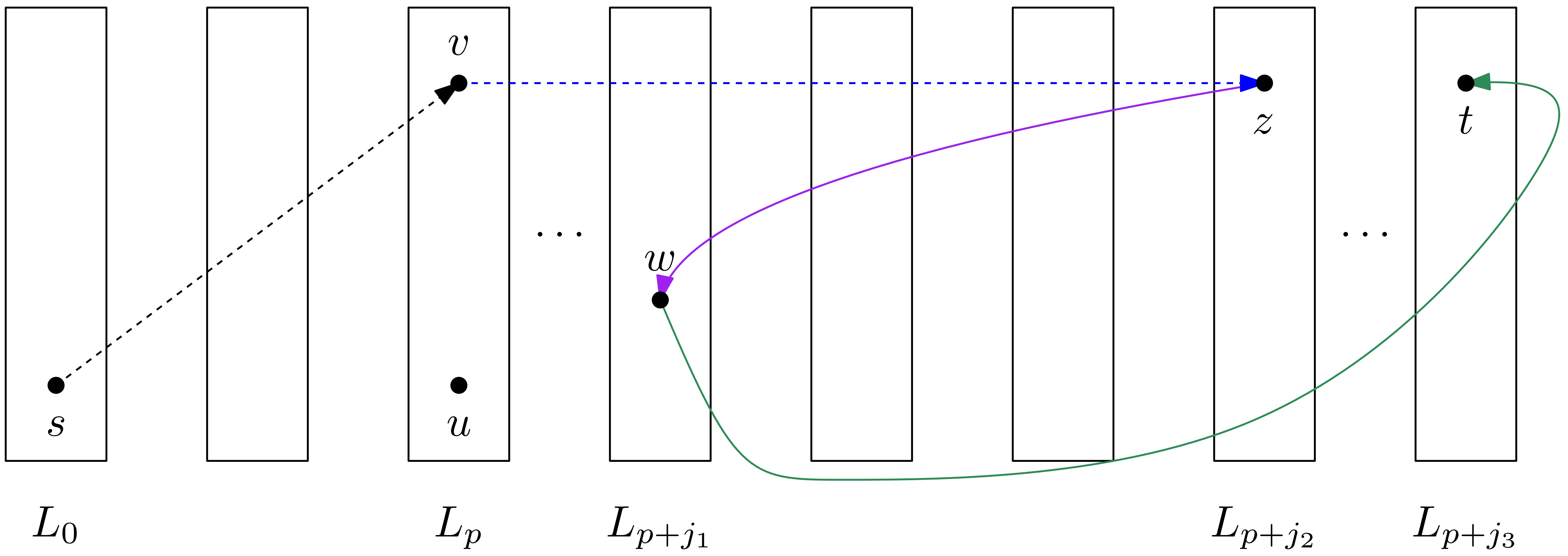
Lemat 3

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$

$j_2 \leqslant j_3 \quad j_1 < j_2$

$2k - j_2 \quad j_2 - j_1$



Lemat 3

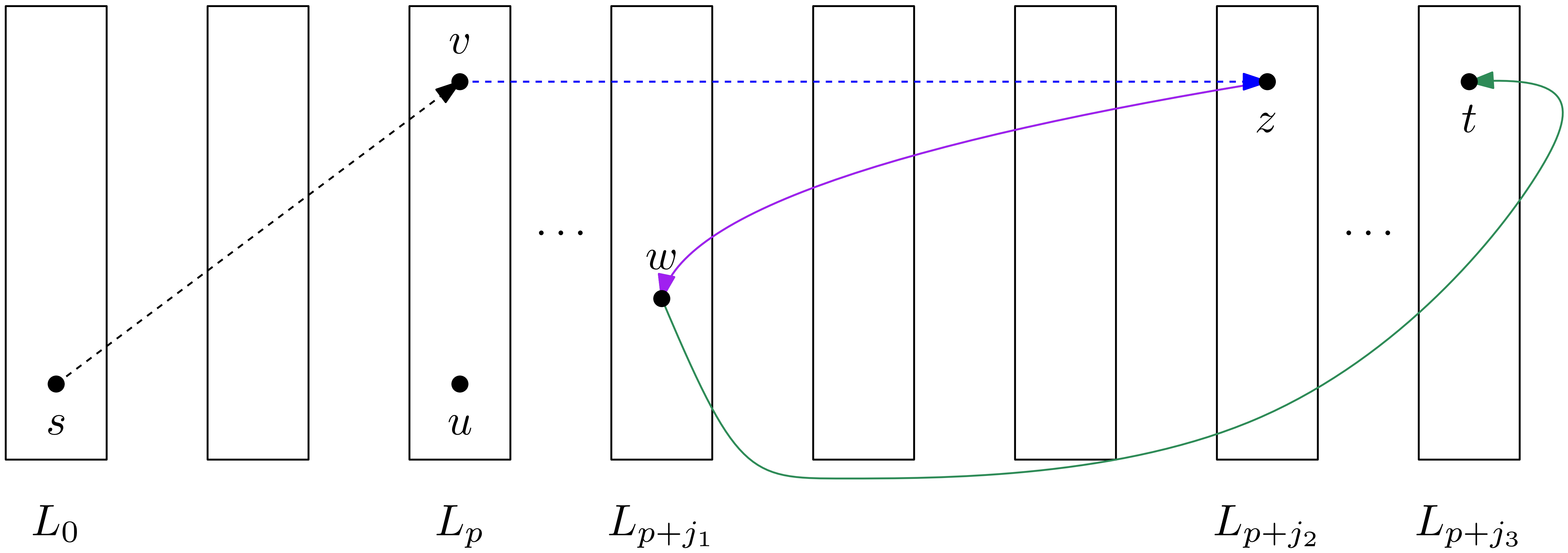
$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$$

$j_2 \leqslant j_3 \qquad j_1 < j_2$

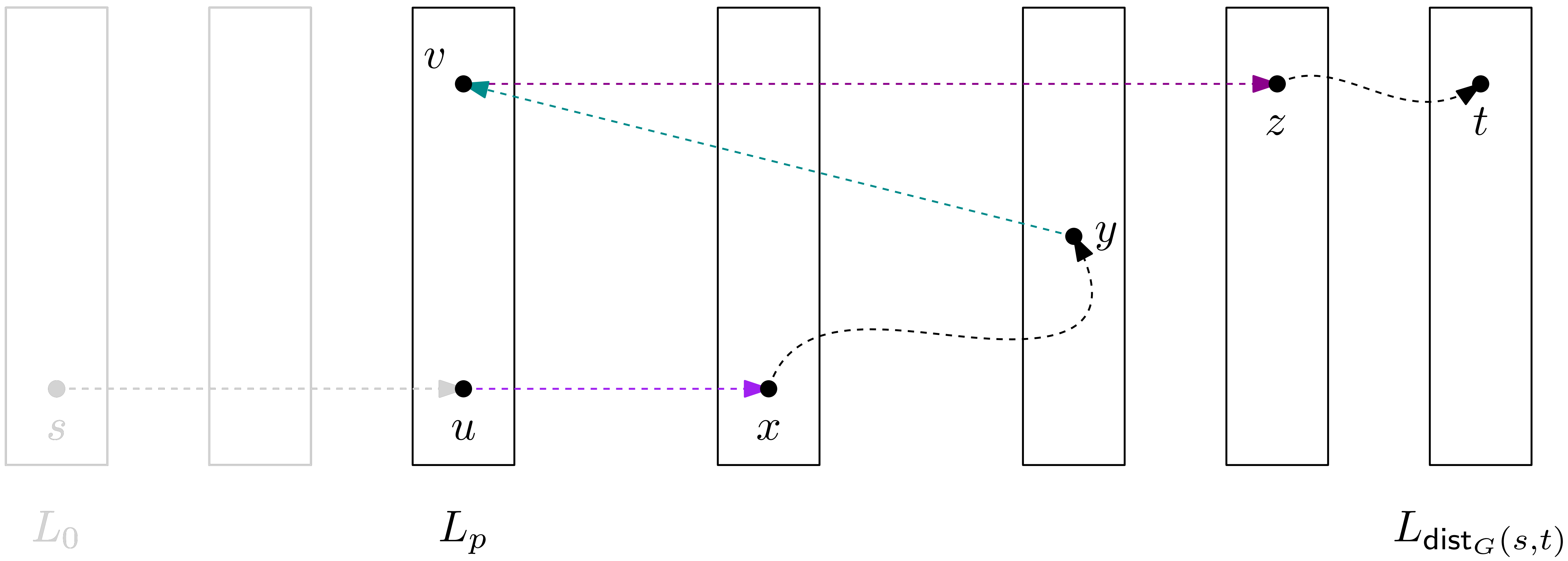
$2k - j_2 \qquad j_2 - j_1$

$$2k - j_2 + (j_2 - j_1) = 2k - j_1 \geqslant 2k - k = k$$



Lemat 4

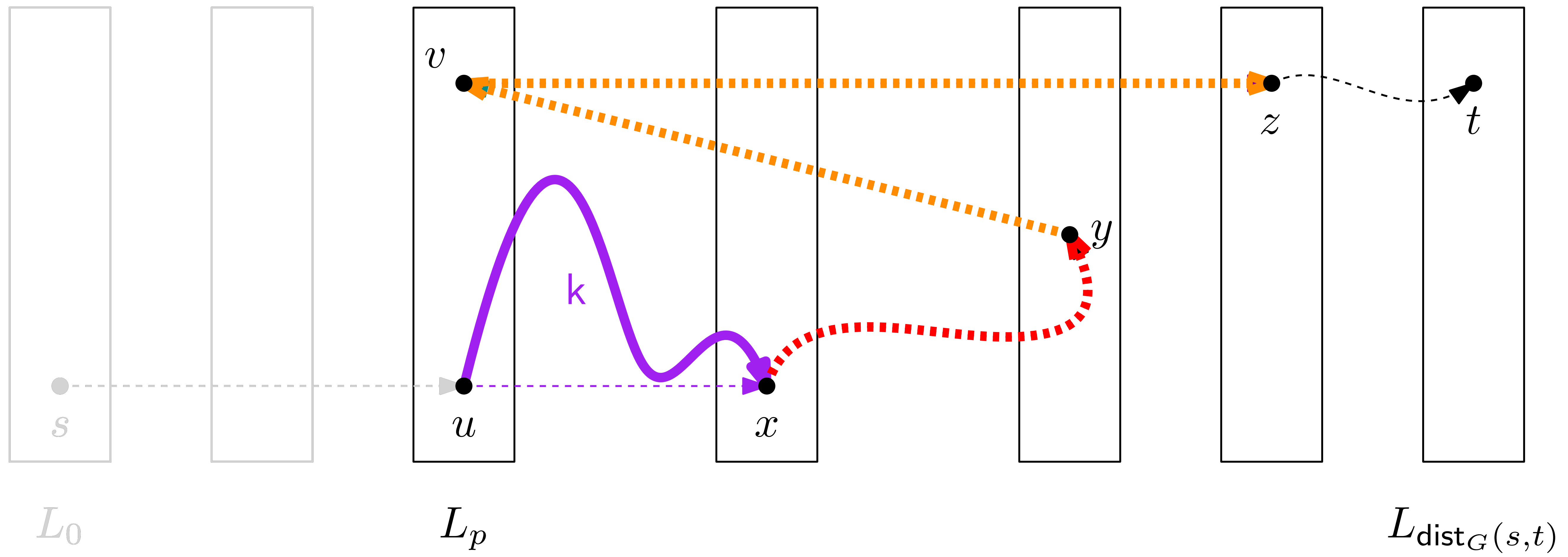
$s \longrightarrow u$
$u \longrightarrow x : (k)$
$x \longrightarrow y$
$y \longrightarrow v : (k)$
$v \longrightarrow z : (2k)$
$z \longrightarrow t$



Lemat 4

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

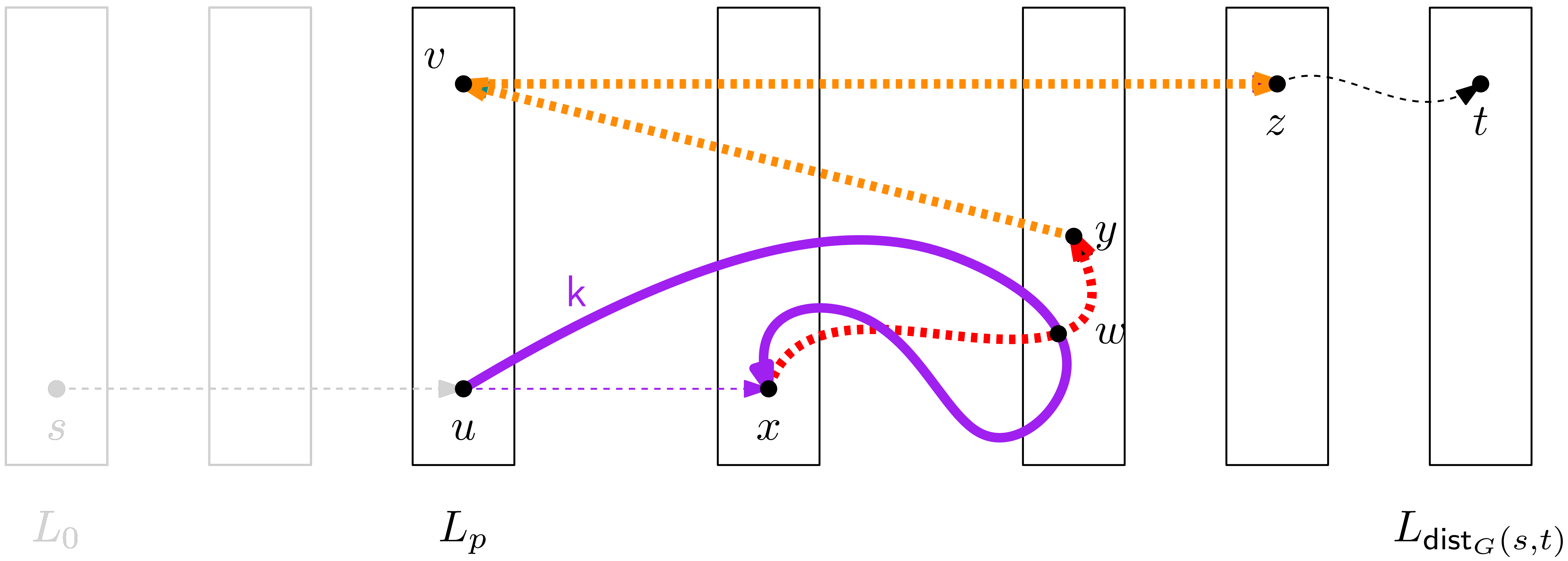
$$P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset \implies P'_{u,x} \cap P_{x,y} \subseteq \{x\}$$



Lemat 4

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$$P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset \implies P'_{u,x} \cap P_{x,y} \subseteq \{x\}$$



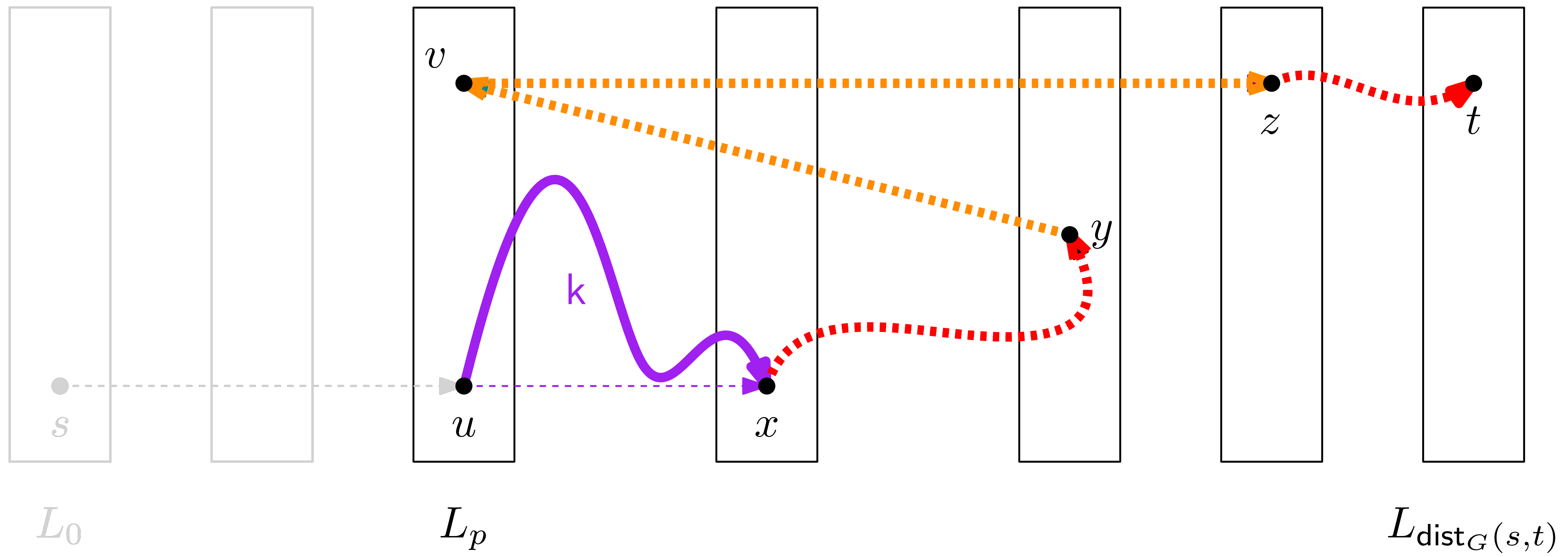
Lemat 4

$$
\begin{aligned}
&s \to u \\
&u \to x : (k) \\
&x \to y \\
&y \to v : (k) \\
&v \to z : (2k) \\
&z \to t
\end{aligned}
$$

$$P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset \implies P'_{u,x} \cap P_{x,y} \subseteq \{x\}$$

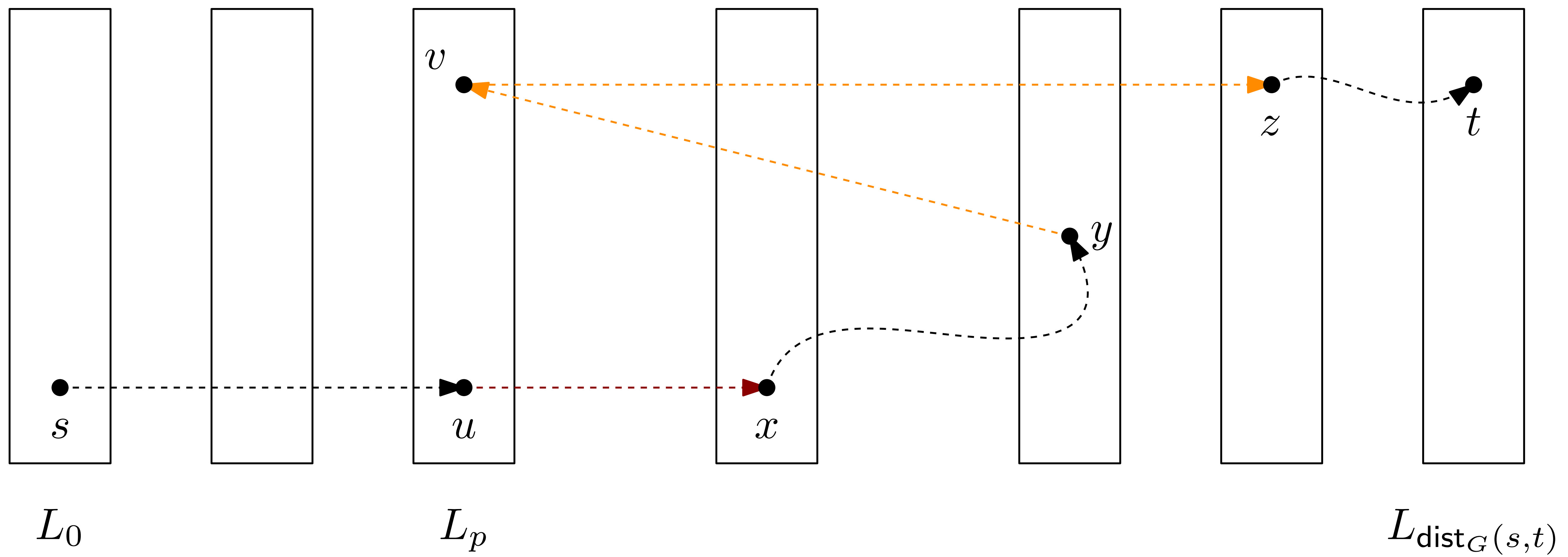
Obserwacja:

$$P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset \implies P'_{u,x} \cap P_{x,t} \subseteq \{x\}$$



Pomysł na algorytm

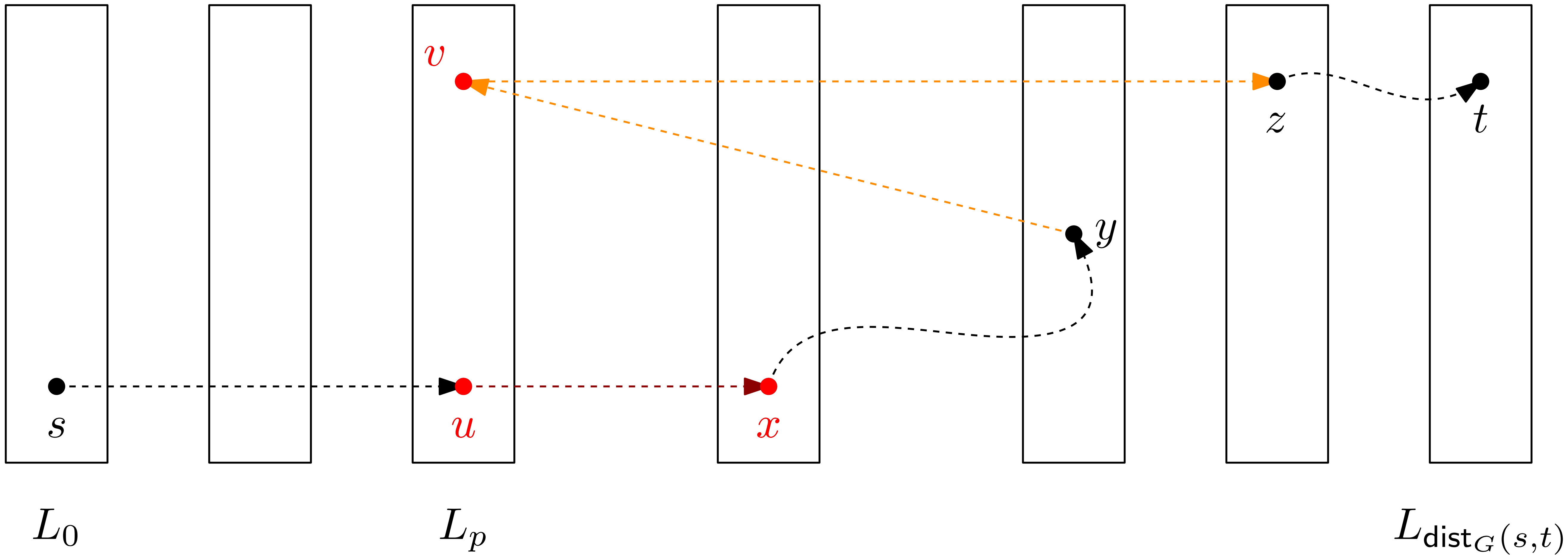
$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$



Pomysł na algorytm

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

1: Zgadnij u, x, v.

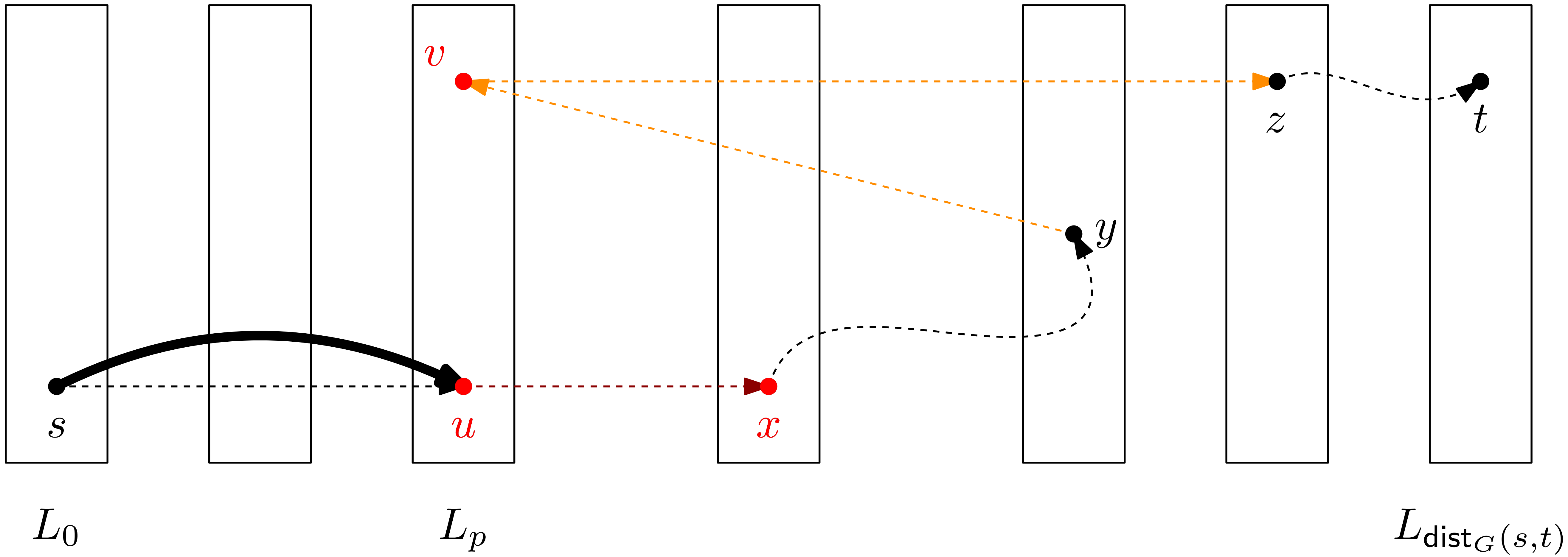


Pomysł na algorytm

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

1: Zgadnij u, x, v.

2: Znajdź najkrótszą $P'_{s,u}$.



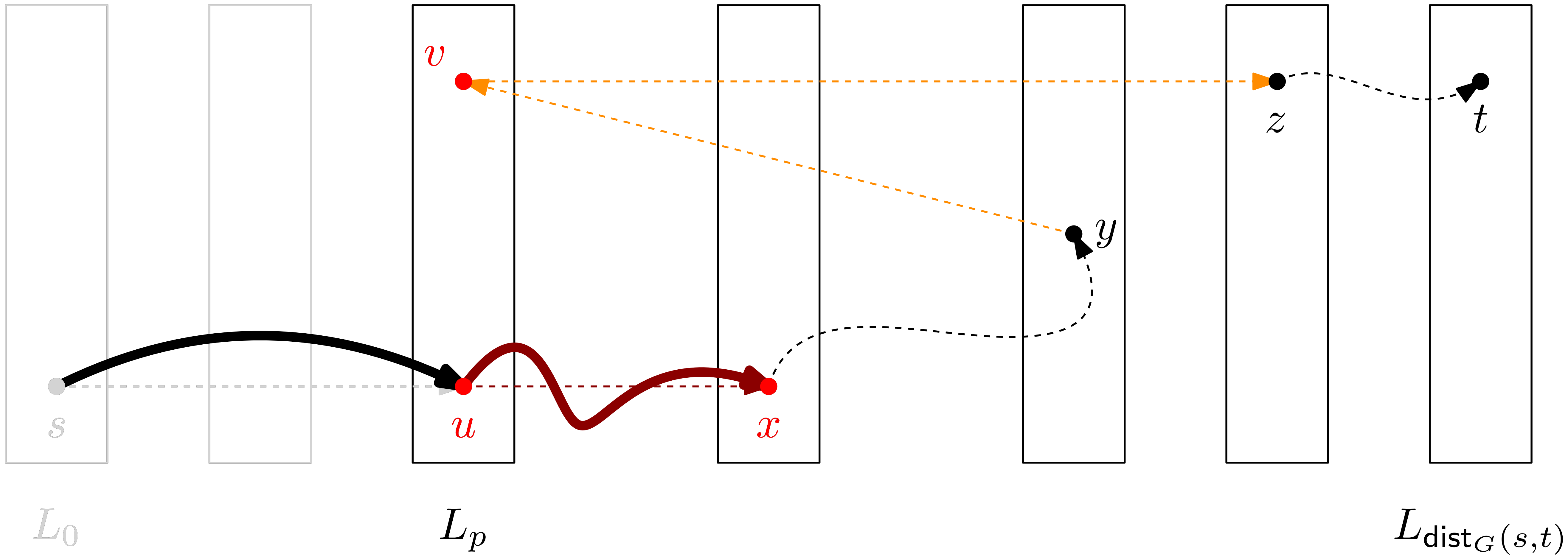
Pomysł na algorytm

$s \longrightarrow u$
$u \longrightarrow x : (k)$
$x \longrightarrow y$
$y \longrightarrow v : (k)$
$v \longrightarrow z : (2k)$
$z \longrightarrow t$

1: Zgadnij u, x, v.

2: Znajdź najkrótszą $P'_{s,u}$.

3: Znajdź $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$. $\longleftarrow$???



Pomysł na algorytm

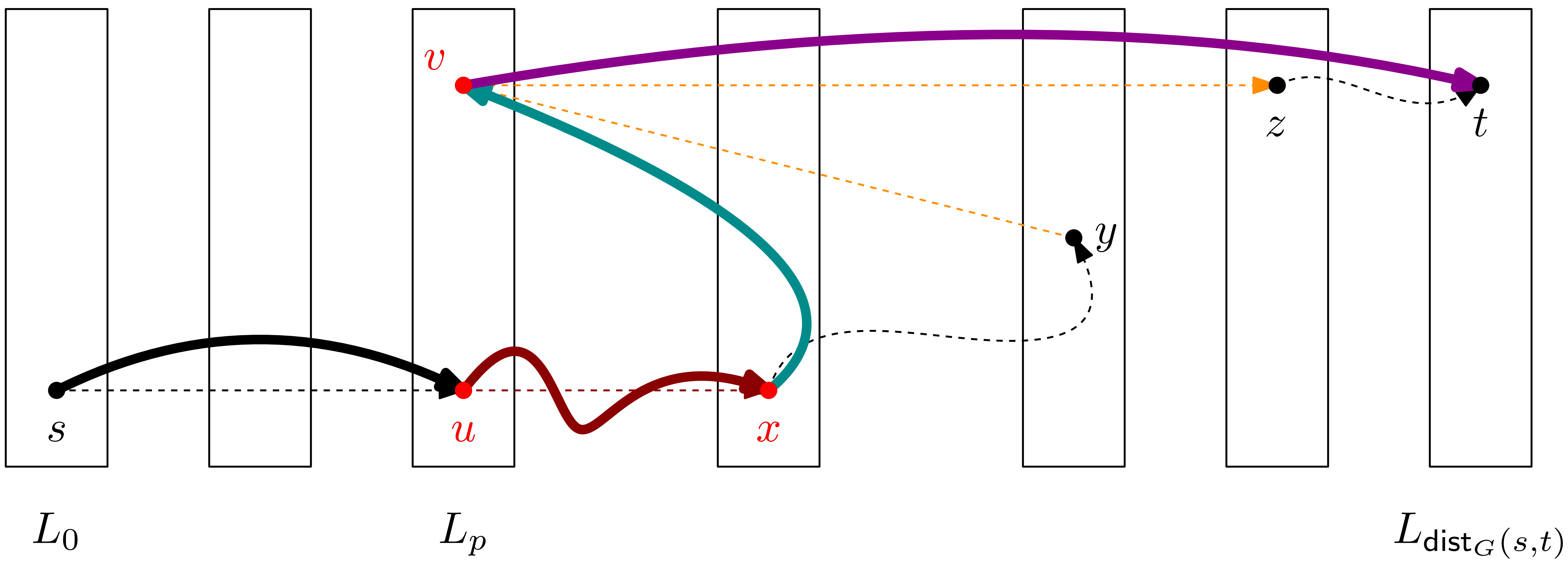
$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

1: Zgadnij u, x, v.

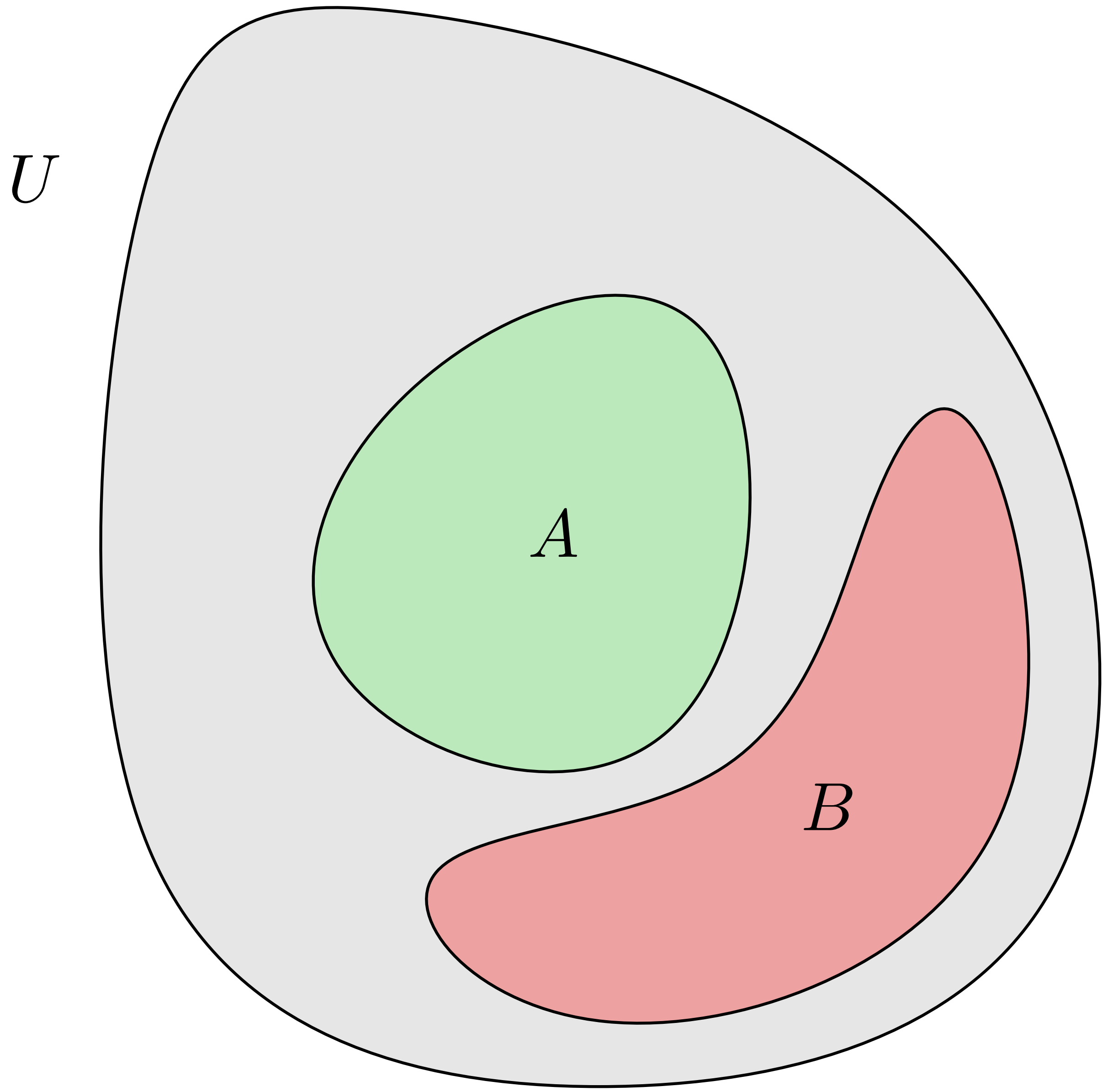
2: Znajdź najkrótszą $P'_{s,u}$.

3: Znajdź $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$. $\longleftarrow$???

4: Znajdź rozłączne $P'_{x,v}$ i $P'_{v,t}$. $\longleftarrow$ 2-disjoint paths



Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

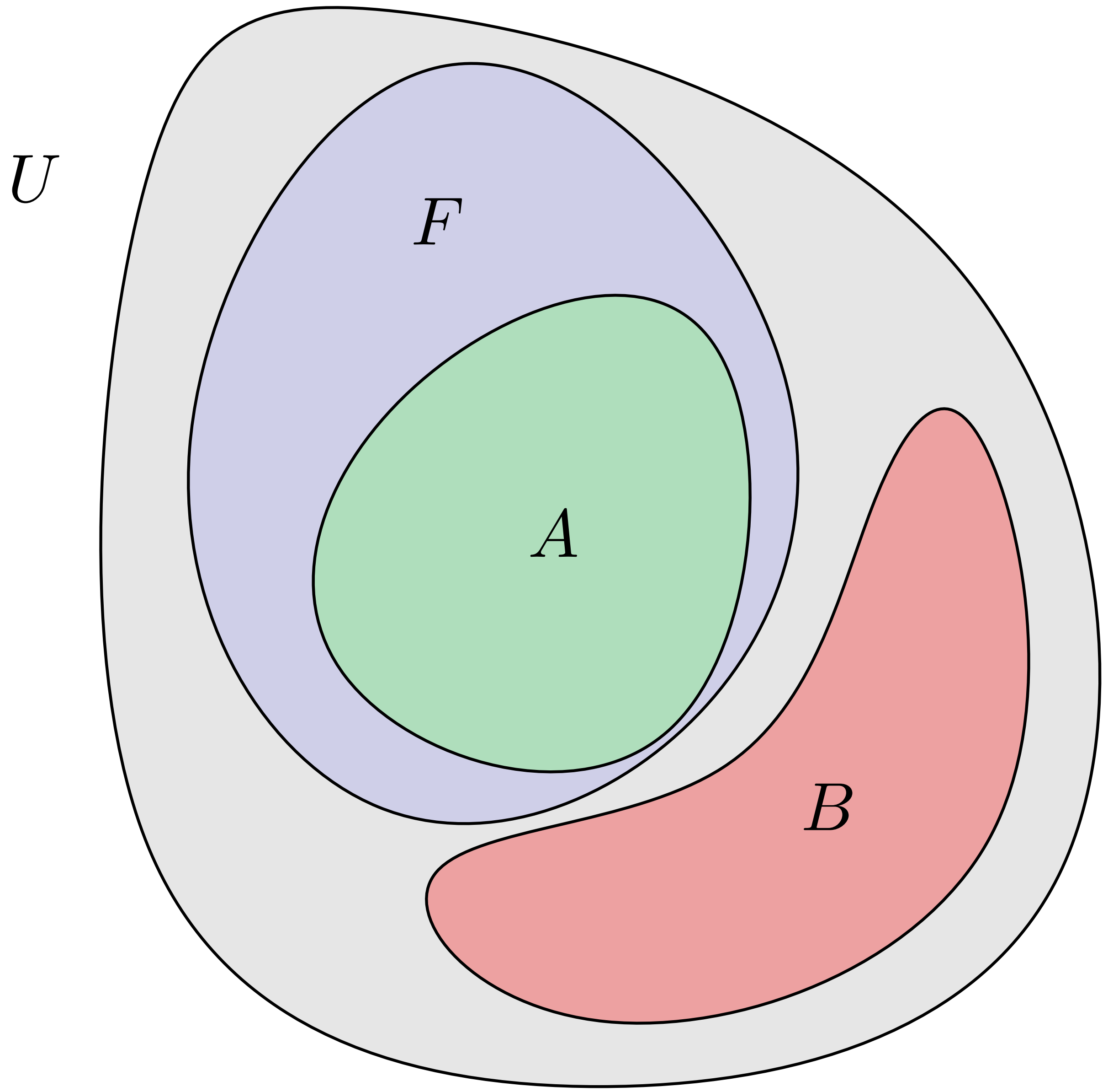
$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

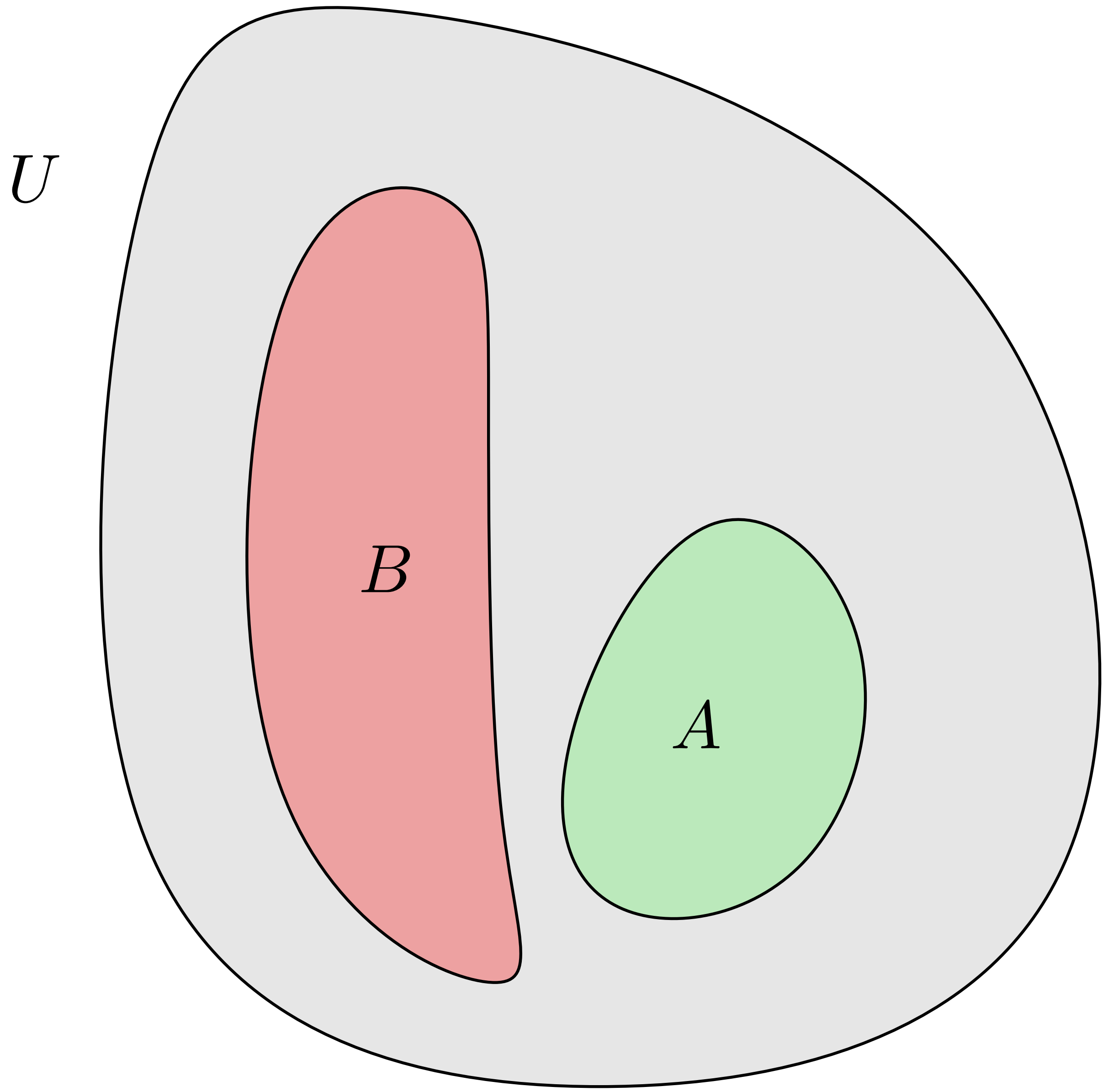
$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

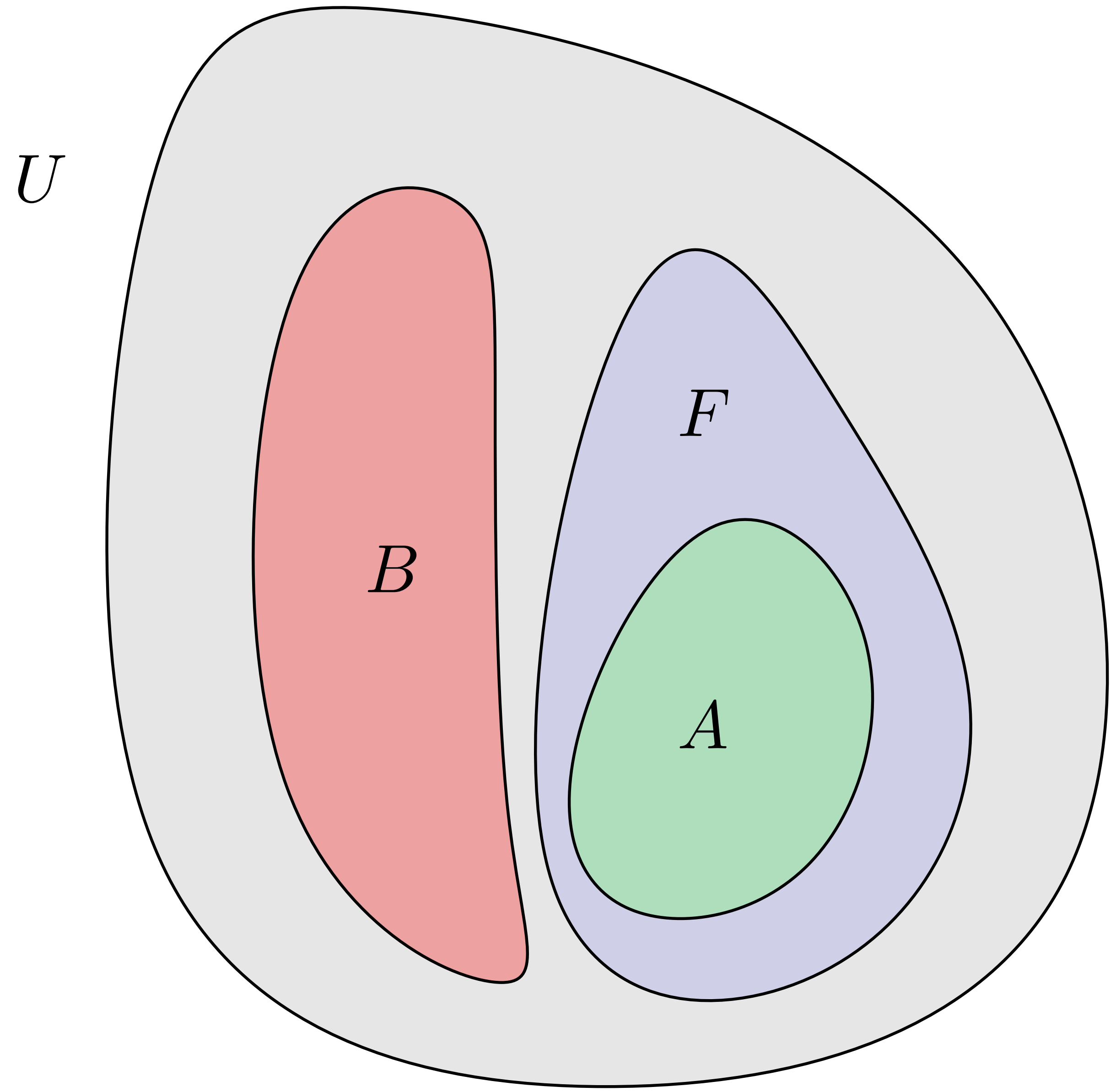
$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

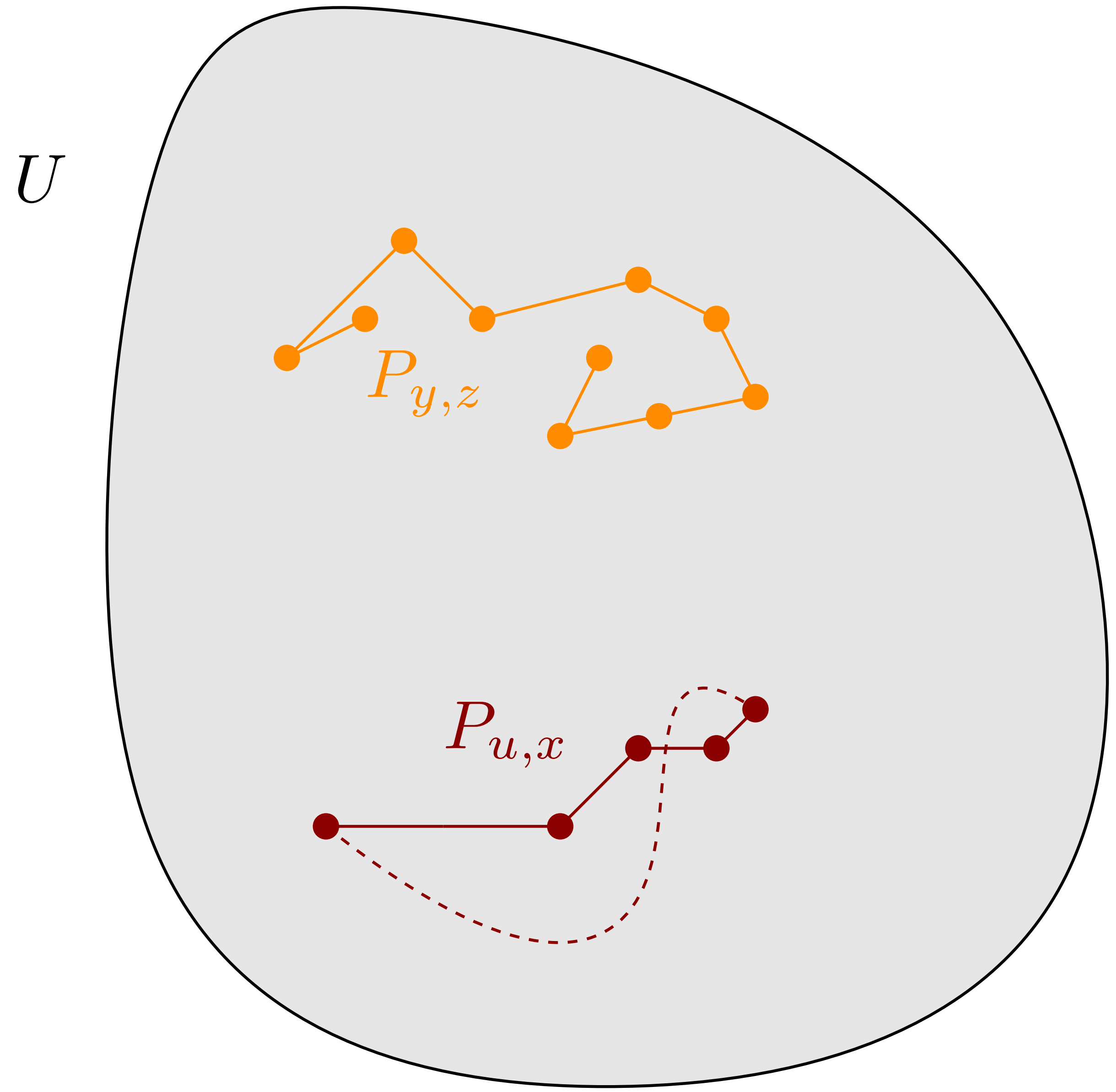
$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p} \qquad B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

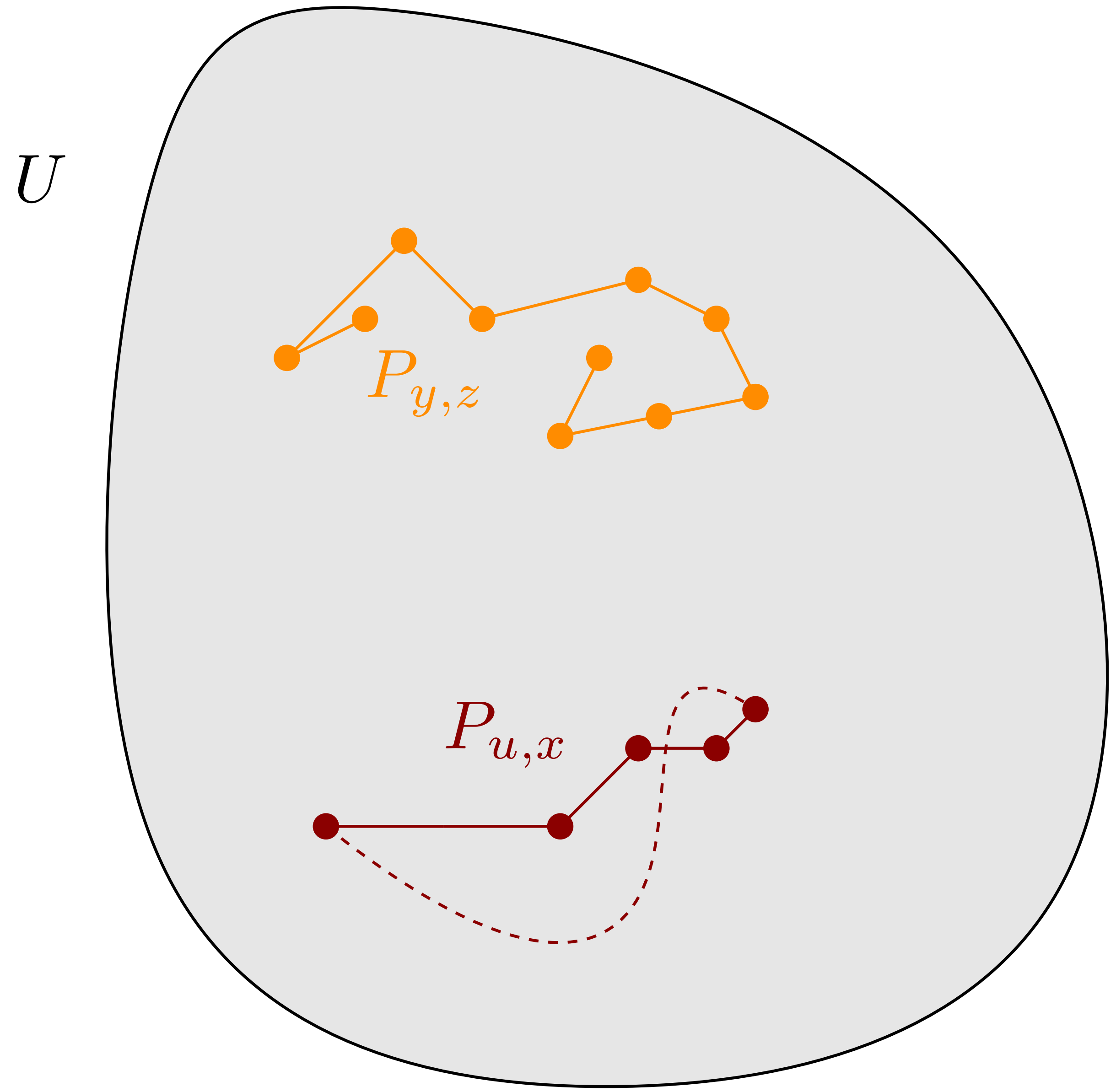
istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Cel: $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$

$|V(P_{y,z})| \leqslant 3k + 1$
$|V(P_{u,x})| \leqslant k + 1$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\quad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

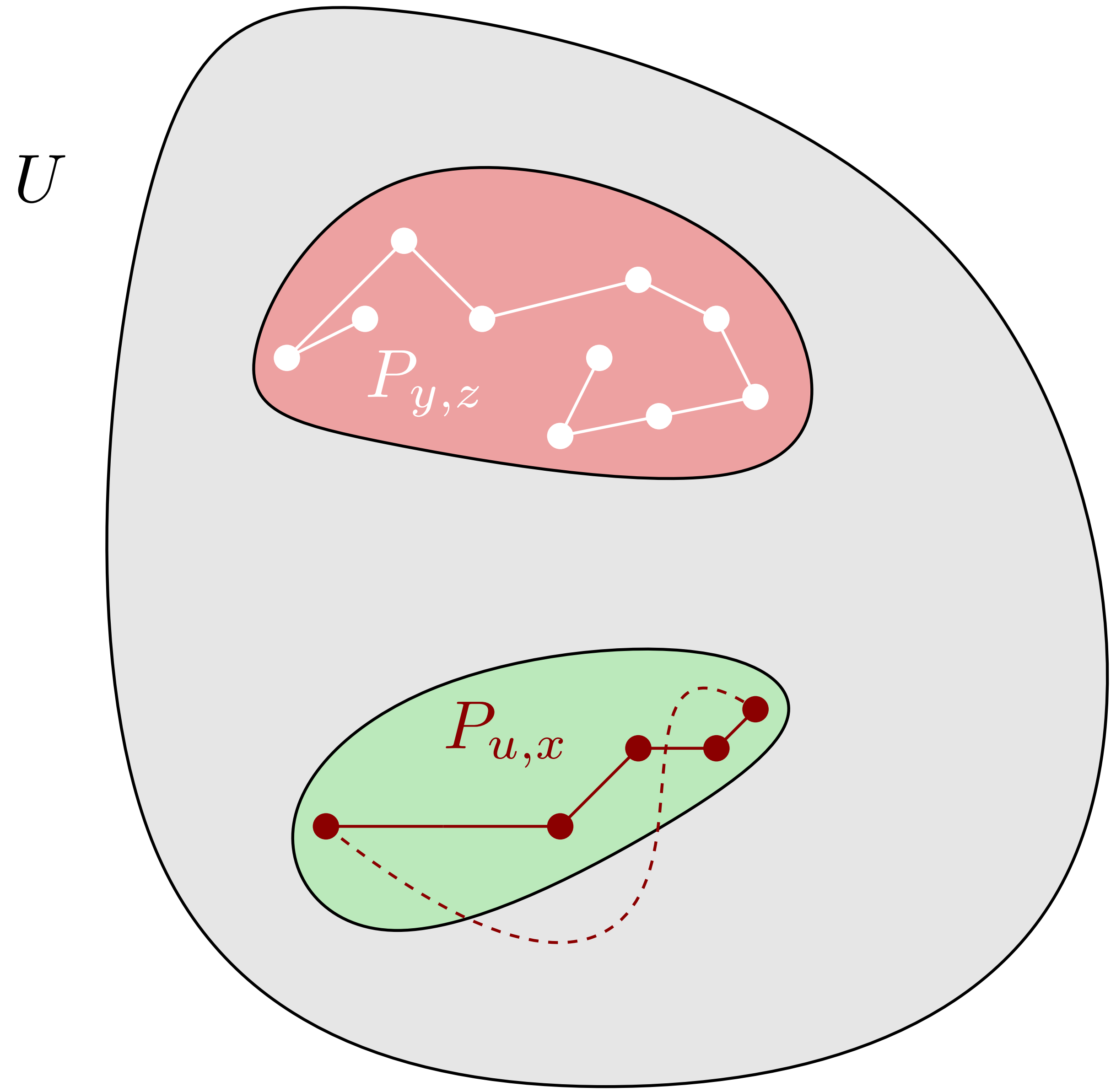
Cel: $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$

$|V(P_{y,z})| \leqslant 3k + 1$
$|V(P_{u,x})| \leqslant k + 1$

Weźmy $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę na $V(G)$

$$\binom{4k+2}{k+1} \cdot 2^{o(4k+2)} \cdot \log n$$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

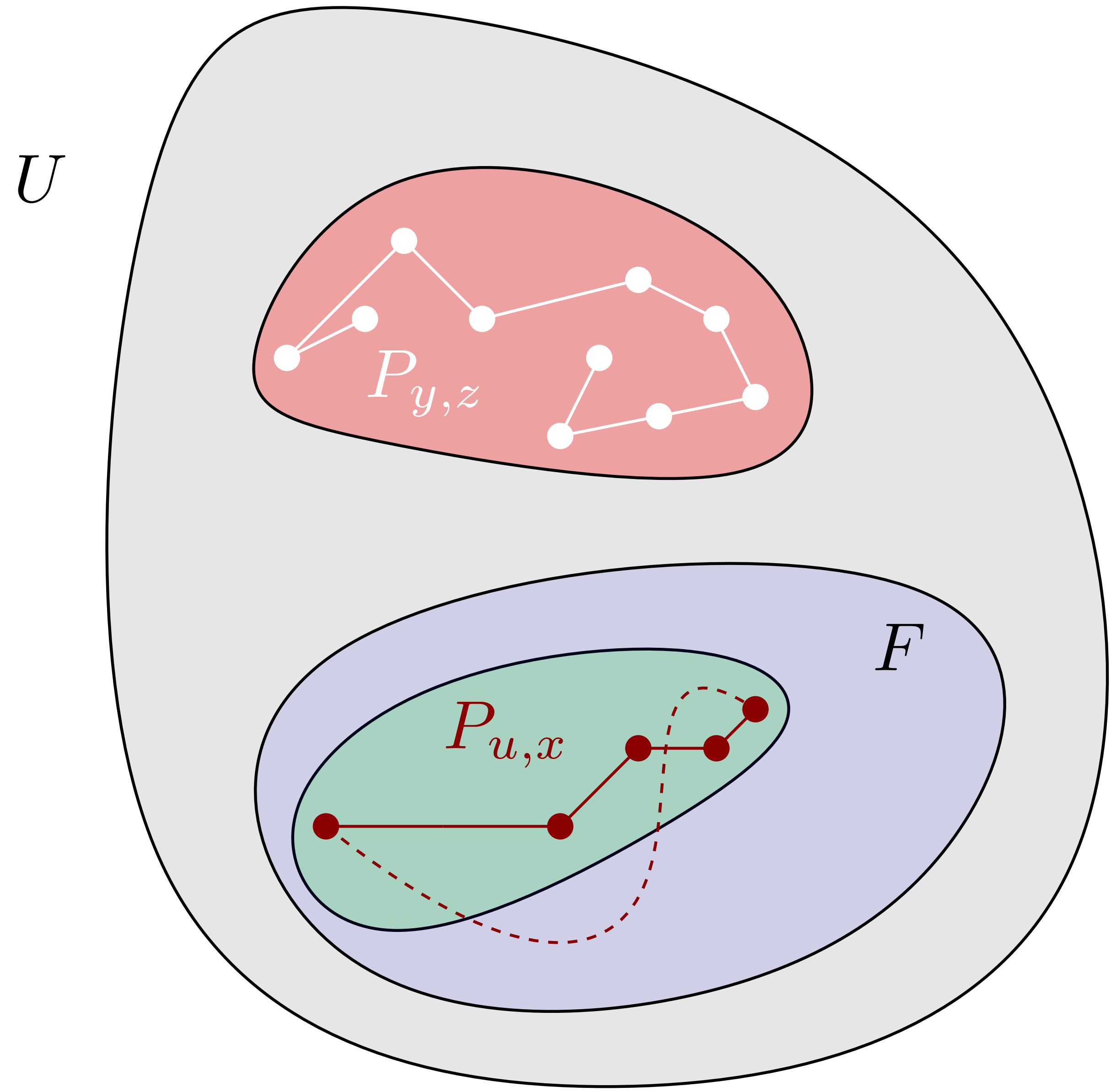
Cel: $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$

$|V(P_{y,z})| \leqslant 3k+1$
$|V(P_{u,x})| \leqslant k+1$

Weźmy $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę na $V(G)$

$$\boxed{\binom{4k+2}{k+1} \cdot 2^{o(4k+2)} \cdot \log n}$$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

$\mathbf{F}$ jest $(n,p,q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

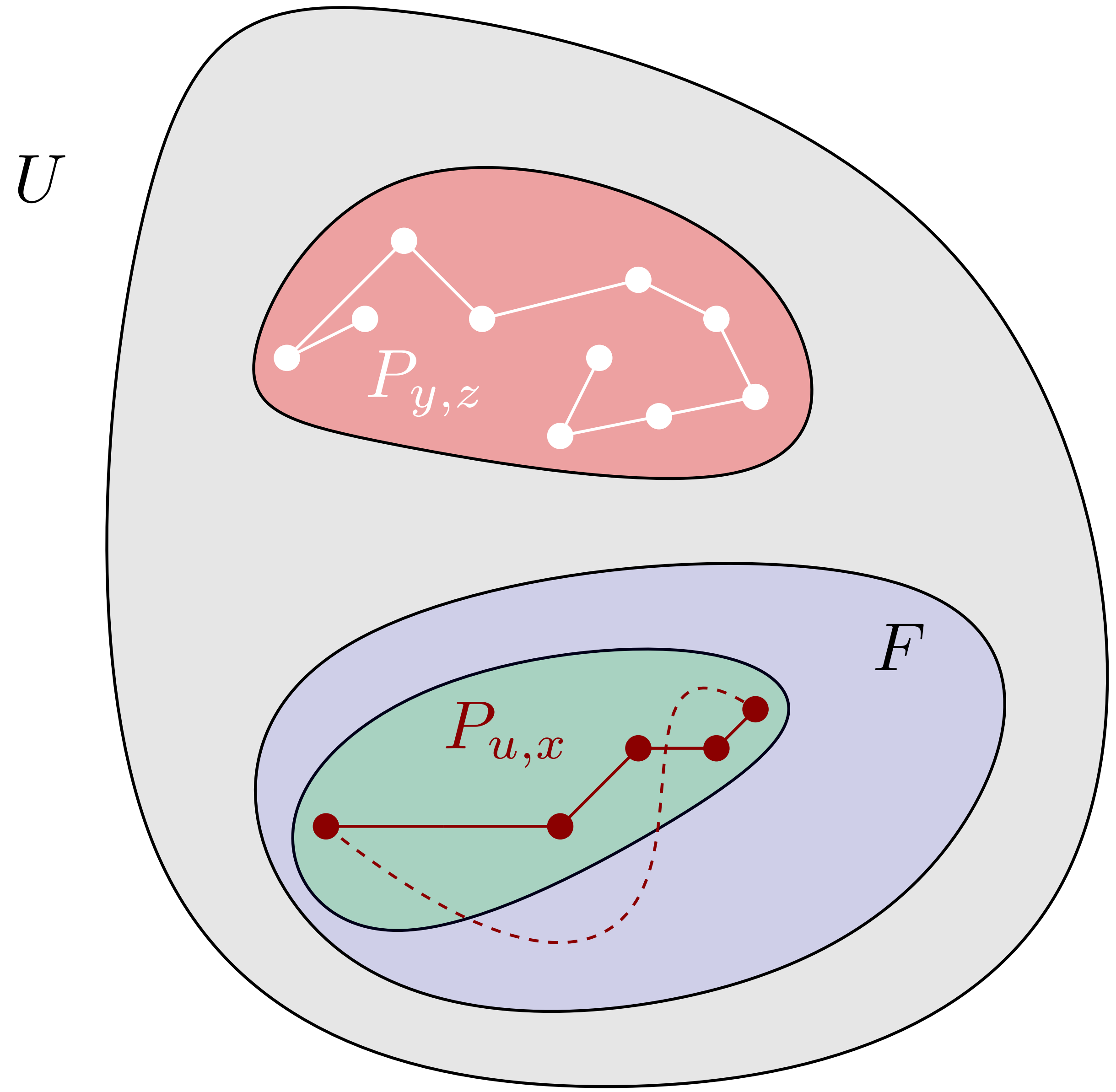
Cel: $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$

$|V(P_{y,z})| \leqslant 3k+1$
$|V(P_{u,x})| \leqslant k+1$

Weźmy $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę na $V(G)$

$$\binom{4k+2}{k+1} \cdot 2^{o(4k+2)} \cdot \log n$$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Cel: $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$

$|V(P_{y,z})| \leqslant 3k + 1$
$|V(P_{u,x})| \leqslant k + 1$

Weźmy $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę na $V(G)$

$$\boxed{\binom{4k+2}{k+1} \cdot 2^{o(4k+2)} \cdot \log n}$$

Algorytm

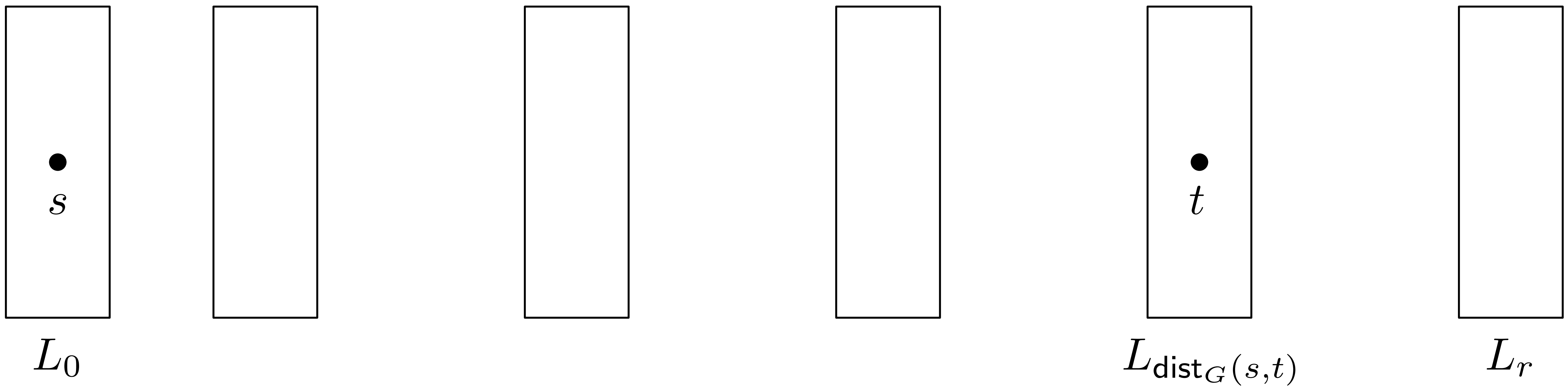
```
Sprawdź, czy istnieje ścieżka z s do t, jeżeli nie, zwróć NIE.
Jeżeli k = 0, zwróć TAK.
for l ∈ [k, 2k − 1] do
    Uruchom EXACT (s, t)−DETOUR z parametrem l. Jeżeli algorytm, zwróci TAK, zwróć TAK.
end for
```

Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
    for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
        Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
        Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
        Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
    end for
end for
Zwróć NIE.

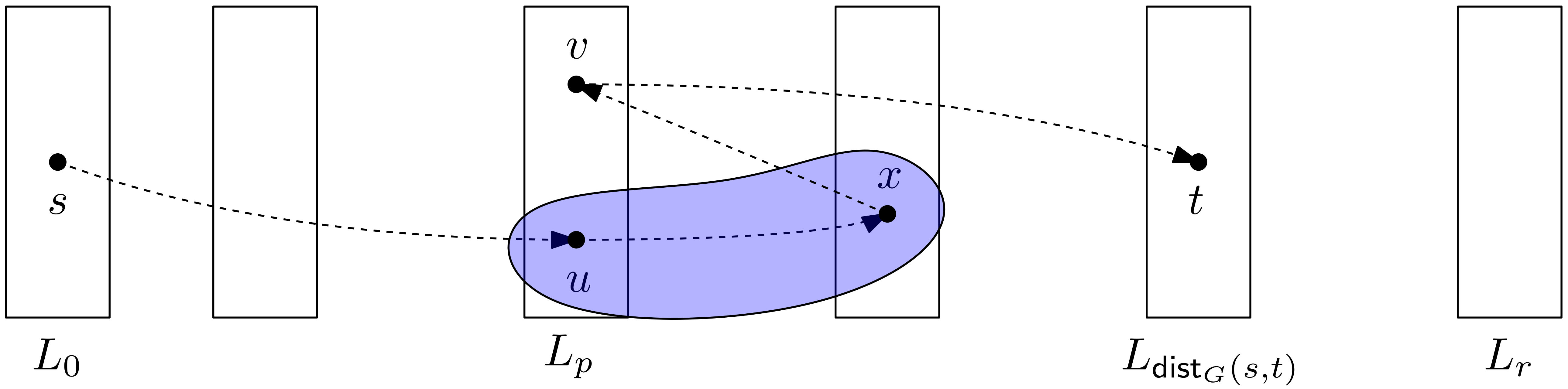
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
  for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
    Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
    Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
    Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
  end for
end for
Zwróć NIE.



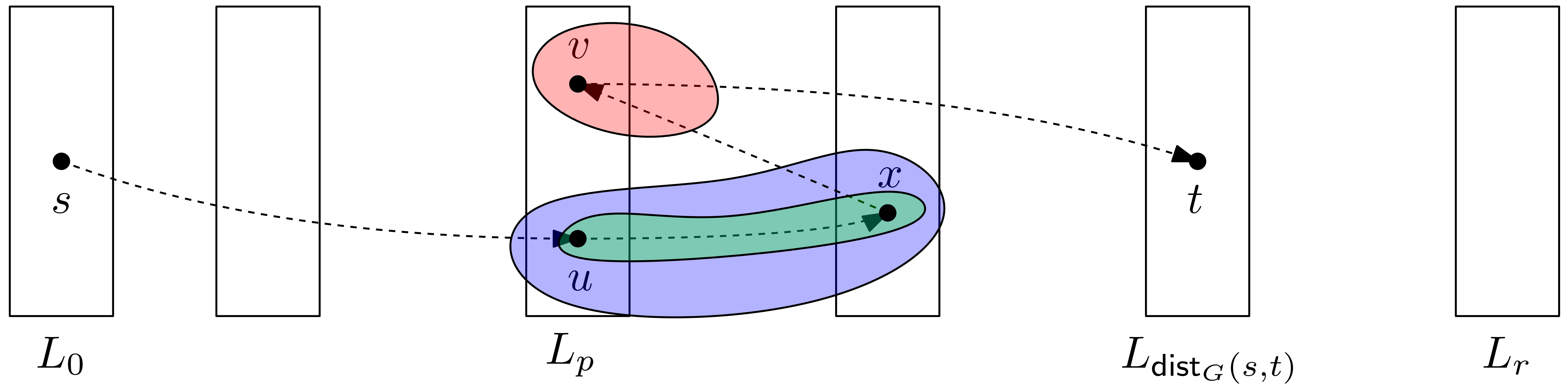
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
  for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
    Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
    Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
    Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
  end for
end for
Zwróć NIE.



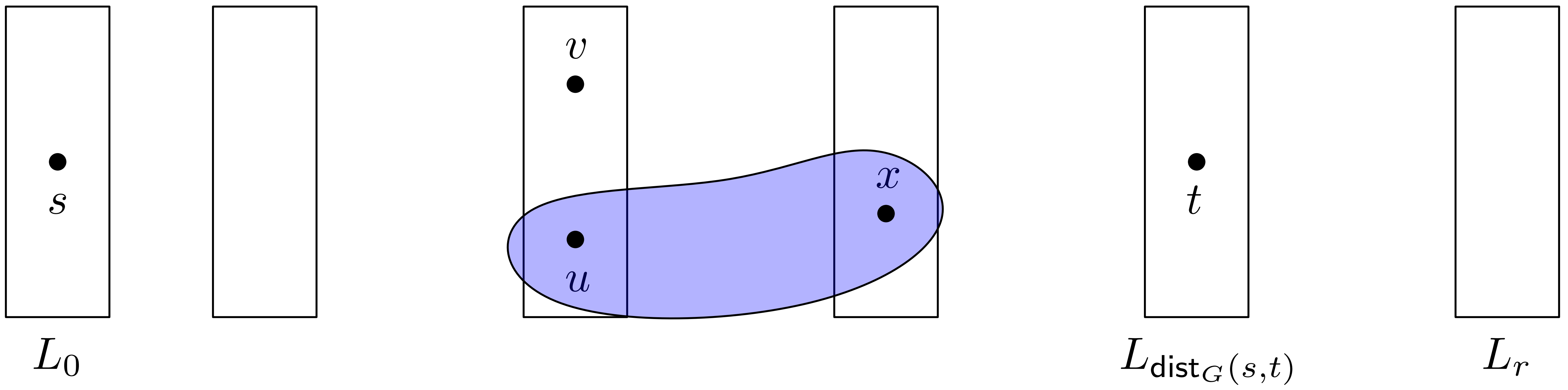
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
    for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
        Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
        Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
        Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
    end for
end for
Zwróć NIE.



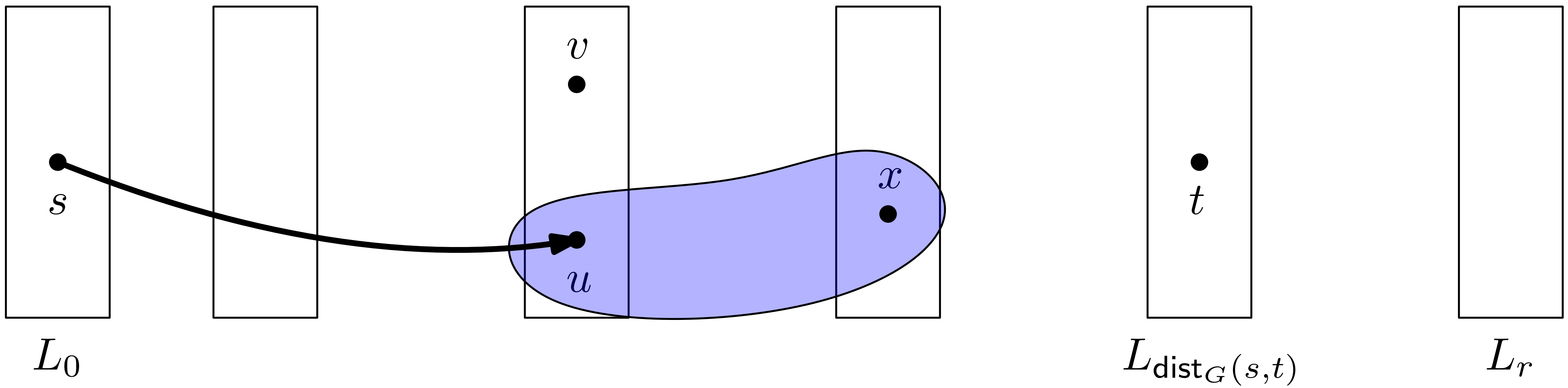
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
    for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
        Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
        Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
        Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
    end for
end for
Zwróć NIE.



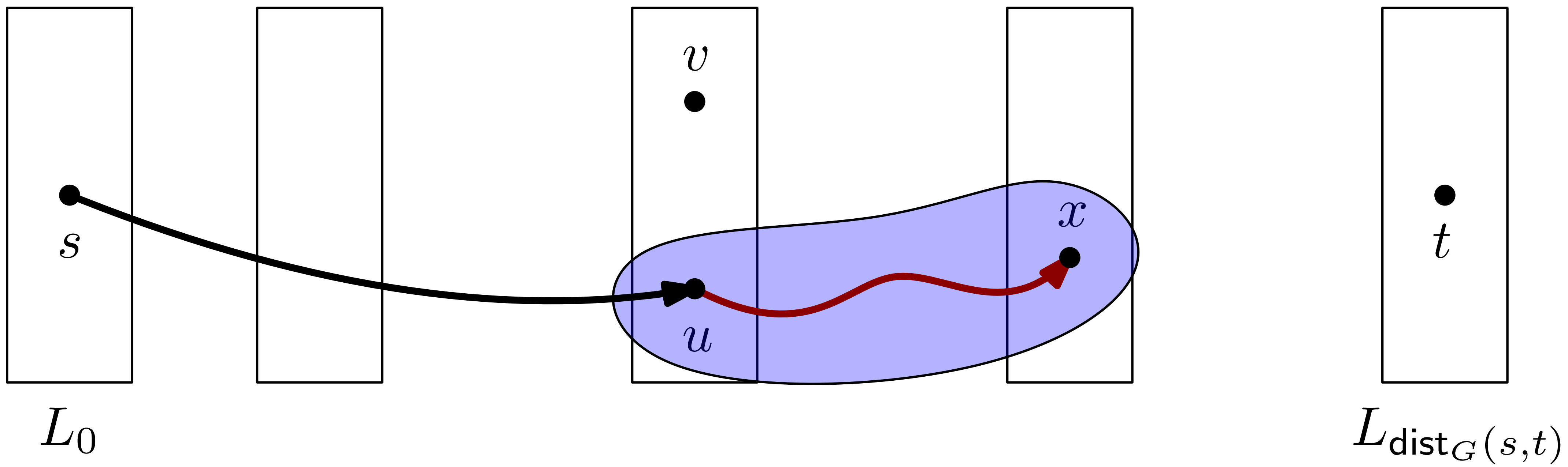
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
    for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
        Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
        Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
        Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
    end for
end for
Zwróć NIE.



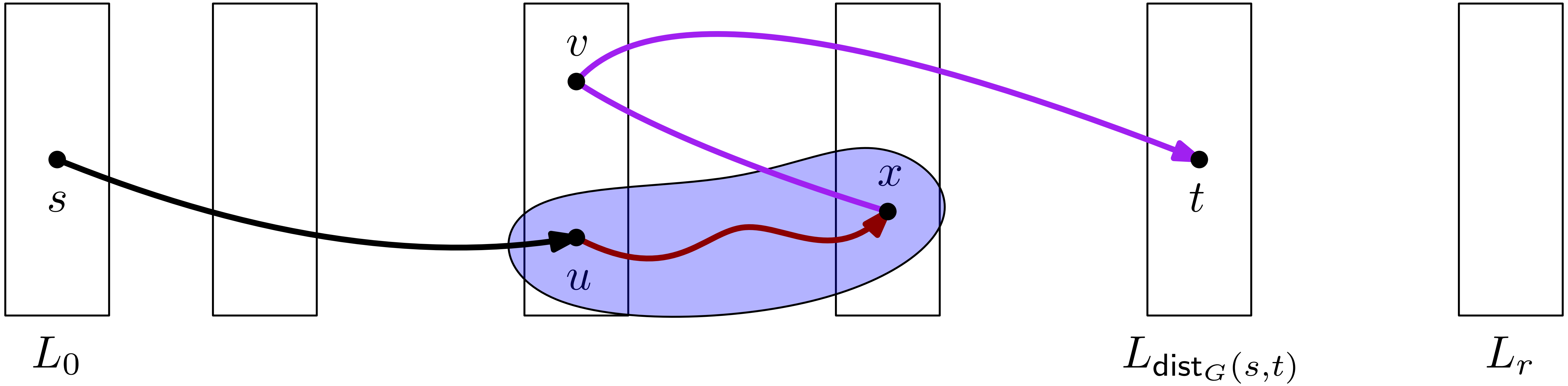
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
  for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
    Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
    Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
    Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
  end for
end for
Zwróć NIE.



Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
  for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
    Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
    Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
    Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
  end for
end for
Zwróć NIE.



Złożoność

for $l \in [k, 2k-1]$ **do**	
EXACT (s,t)–DETOUR z parametrem l	$6.745^k n^{O(1)}$
end for	
Konstrukcja $\mathbf{F}$, czyli $(n, k+1, 3k+1)$–koślawej rodziny uniwersalnej	$(\frac{256}{27})^k \cdot 2^{o(k)} \cdot n^2$
for $F \in \mathbf{F}$ **do**	
for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**	
EXACT $k-(u,x)$–PATH	$4.884^k n^{O(1)}$
2-DISJOINT PATHS	$n^{O(1)}$
end for	
end for	

Złożoność

3: **for** $l \in [k, 2k-1]$ **do**	
4: EXACT (s,t)–DETOUR z parametrem l	$6.745^k n^{O(1)}$
5: **end for**	
7: Konstrukcja $\mathbf{F}$, czyli $(n, k+1, 3k+1)$–koślawej rodziny uniwersalnej	$(\frac{256}{27})^k \cdot 2^{o(k)} \cdot n^2$
8: **for** $F \in \mathbf{F}$ **do**	
9: **for** $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**	
11: EXACT $k-(u,x)$–PATH	$4.884^k n^{O(1)}$
12: 2-DISJOINT PATHS	$n^{O(1)}$
13: **end for**	
14: **end for**	

$$\boxed{46.308^k n^{O(1)} \text{ - FPT}}$$

Złożoność

for $l \in [k, 2k-1]$ **do**	
EXACT (s,t)–DETOUR z parametrem l	$6.745^k n^{O(1)}$
end for	
Konstrukcja $\mathbf{F}$, czyli $(n, k+1, 3k+1)$–koślawej rodziny uniwersalnej	$(\frac{256}{27})^k \cdot 2^{o(k)} \cdot n^2$
for $F \in \mathbf{F}$ **do**	
for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**	
EXACT $k-(u,x)$–PATH	$2.59606^k n^{O(1)}$
2-DISJOINT PATHS	$n^{O(1)}$
end for	
end for	

$\boxed{24.615^k n^{O(1)} \text{ - FPT}}$

Dziękujemy za uwagę!