Long Directed Detours: Reduction to 2 Disjoint Paths

Ashwin Jacob, Michał Włodarczyk, Meirav Zehavi

Ref: Ignacy Buczek, Aleksander Katan

Wstęp

Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

Wstęp

Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

- Czy w wejściowym grafie G istnieje klika wielkości k?

Wstęp

Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

- Czy w wejściowym grafie G istnieje klika wielkości k?
- Czy wejściowa maszyna Turinga zatrzymuje się po co najwyżej k krokach?

Wstęp

Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

- Czy w wejściowym grafie G istnieje klika wielkości k?
- Czy wejściowa maszyna Turinga zatrzymuje się po co najwyżej k krokach?
- Czy w wejściowym grafie G znajduje się ścieżka długości dokładnie k?

Wstęp

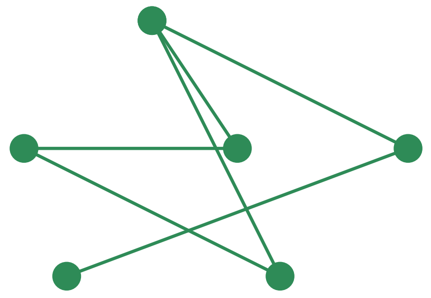
Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

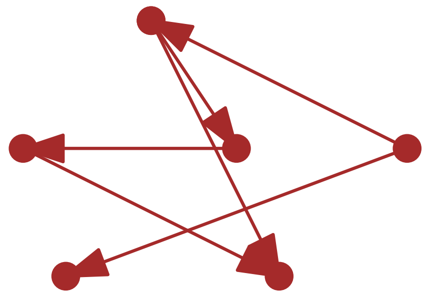
- Czy w wejściowym grafie G istnieje klika wielkości k?
- Czy wejściowa maszyna Turinga zatrzymuje się po co najwyżej k krokach?
- Czy w wejściowym grafie G znajduje się ścieżka długości dokładnie k?
- Czy między danymi wierzchołkami s oraz t w grafie G istnieje ścieżka długości *dokładnie* $\mathrm{dist}_G(s,t) + k$?

Wstęp

Fixed Parameter Tractable: $f(k)n^{O(1)}$

- Czy w wejściowym grafie G istnieje klika wielkości k?
- Czy wejściowa maszyna Turinga zatrzymuje się po co najwyżej k krokach?
- Czy w wejściowym grafie G znajduje się ścieżka długości dokładnie k?
- Czy między danymi wierzchołkami s oraz t w grafie G istnieje ścieżka długości *dokładnie* $\text{dist}_G(s,t) + k$?
- Czy między danymi wierzchołkami s oraz t w grafie G istnieje ścieżka długości *przynajmniej* $\text{dist}_G(s,t) + k$?



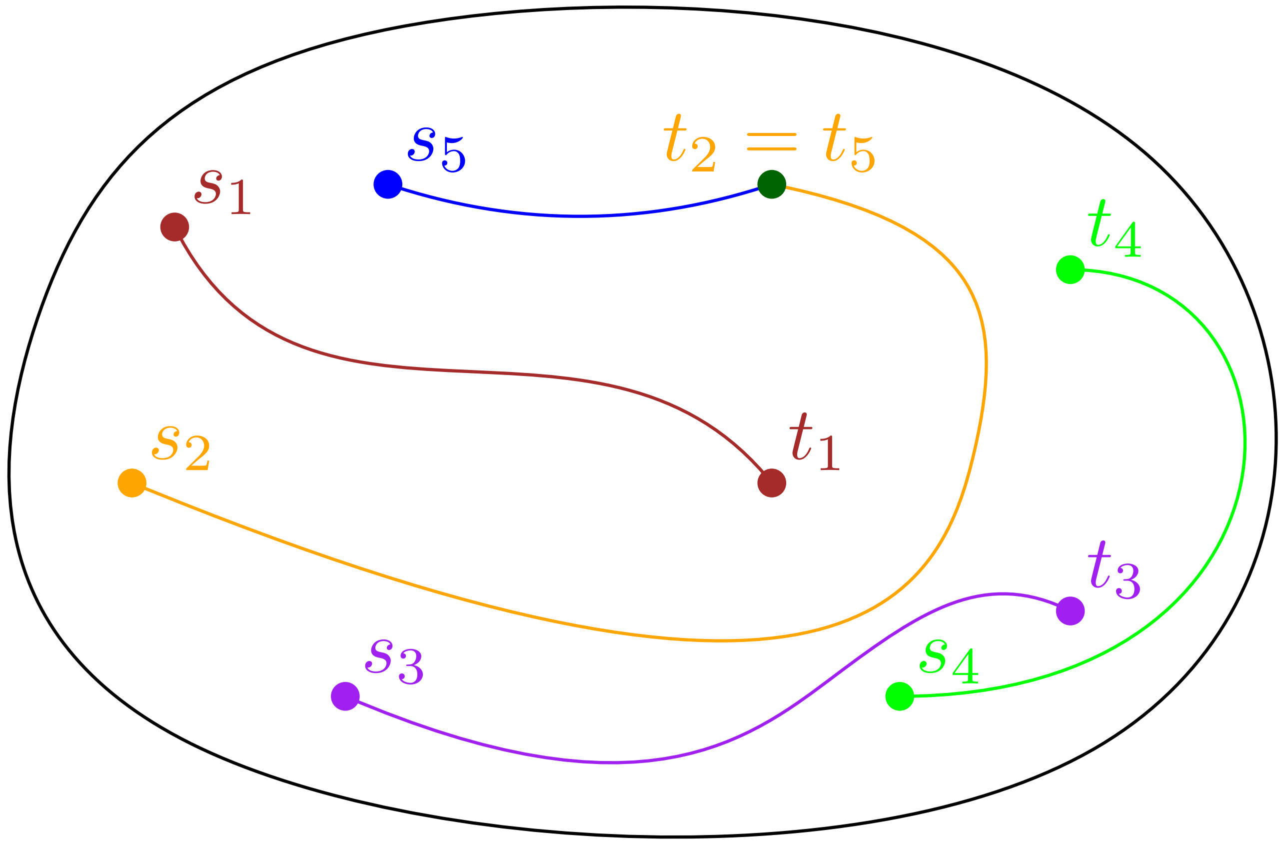


Kontrybucja autorów

p-DISJOINT PATHS

Wejście: Graf G oraz p par terminali

Pytanie : Czy w G istnieje p rozłącznych wierzchołkowo ścieżek (poza końcami), które łączą pary terminali ze sobą?

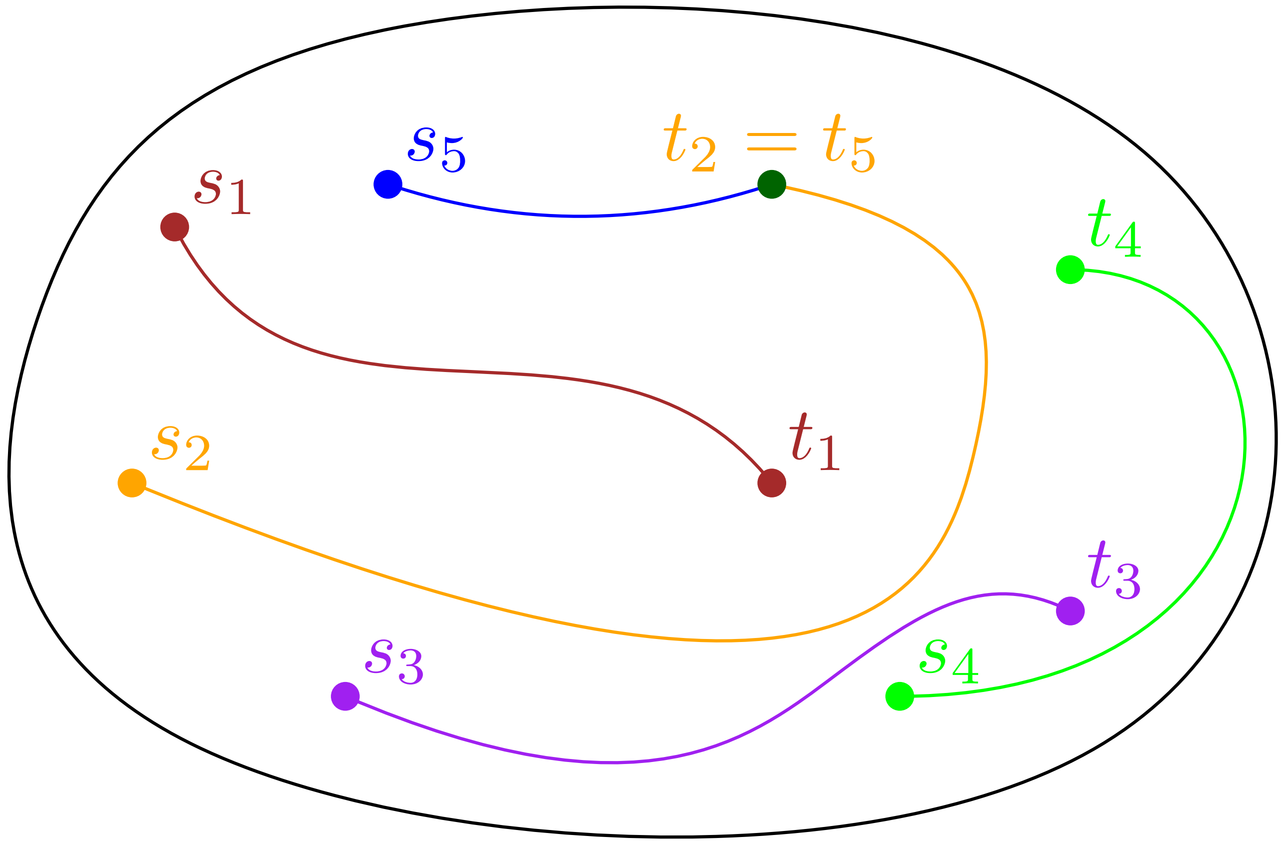


Kontrybucja autorów

p-DISJOINT PATHS

Wejście: Graf G oraz p par terminali

Pytanie : Czy w G istnieje p rozłącznych wierzchołkowo ścieżek (poza końcami), które łączą pary terminali ze sobą?

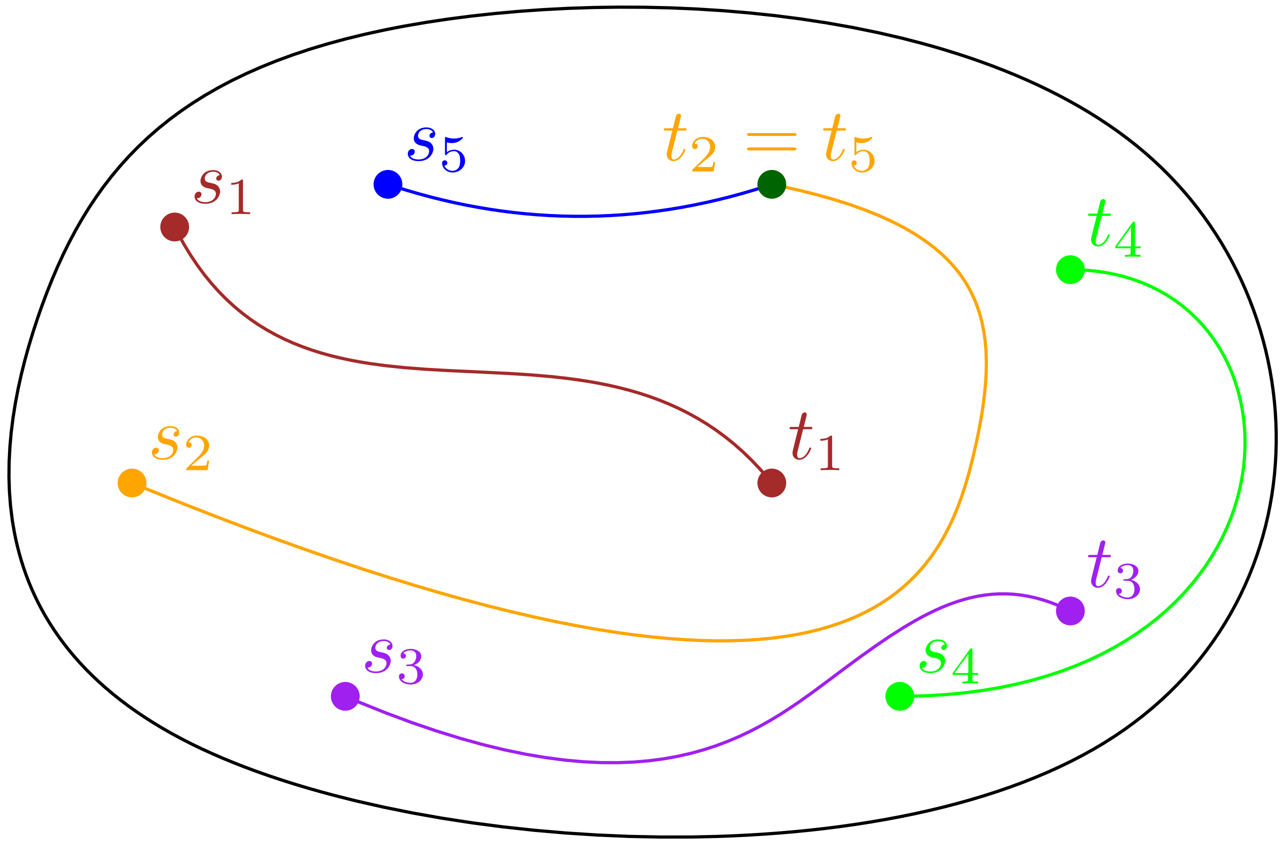


Kontrybucja autorów

p-DISJOINT PATHS

Wejście: Graf G oraz p par terminali

Pytanie : Czy w G istnieje p rozłącznych wierzchołkowo ścieżek (poza końcami), które łączą pary terminali ze sobą?



LONGEST (s,t)-DETOUR

Wejście: *Skierowany* graf G oraz para wierzchołków (s,t)

Pytanie : Czy w G istnieje ścieżka z s do t długości *przynajmniej* $\text{dist}_G(s,t) + k$?

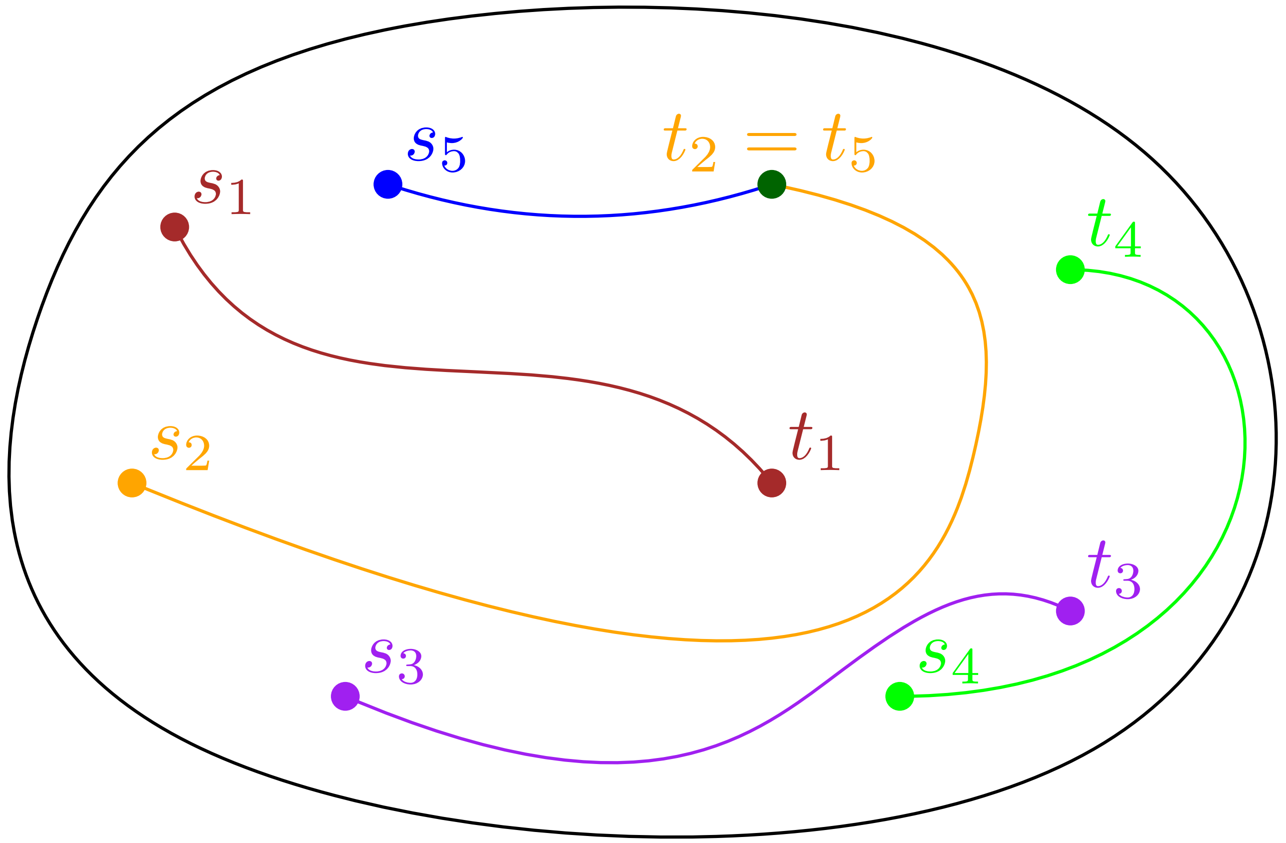
Tak, jeżeli w G da się rozwiązać 3-DISJOINT PATHS w czasie wielomianowym.

Kontrybucja autorów

p-DISJOINT PATHS

Wejście: Graf G oraz p par terminali

Pytanie : Czy w G istnieje p rozłącznych wierzchołkowo ścieżek (poza końcami), które łączą pary terminali ze sobą?



LONGEST (s,t)-DETOUR

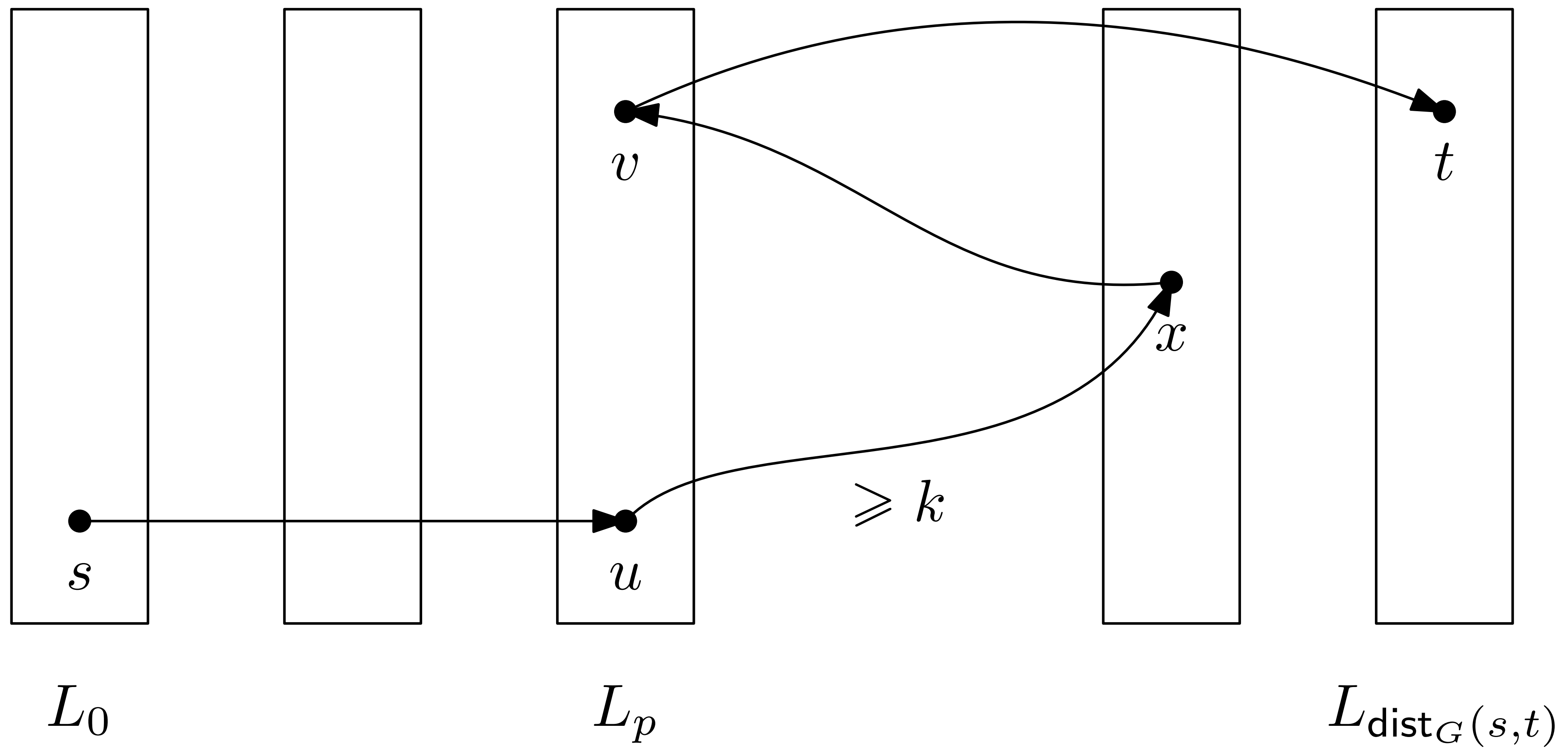
Wejście: *Skierowany* graf G oraz para wierzchołków (s,t)

Pytanie : Czy w G istnieje ścieżka z s do t długości *przynajmniej* $\mathrm{dist}_G(s,t) + k$?

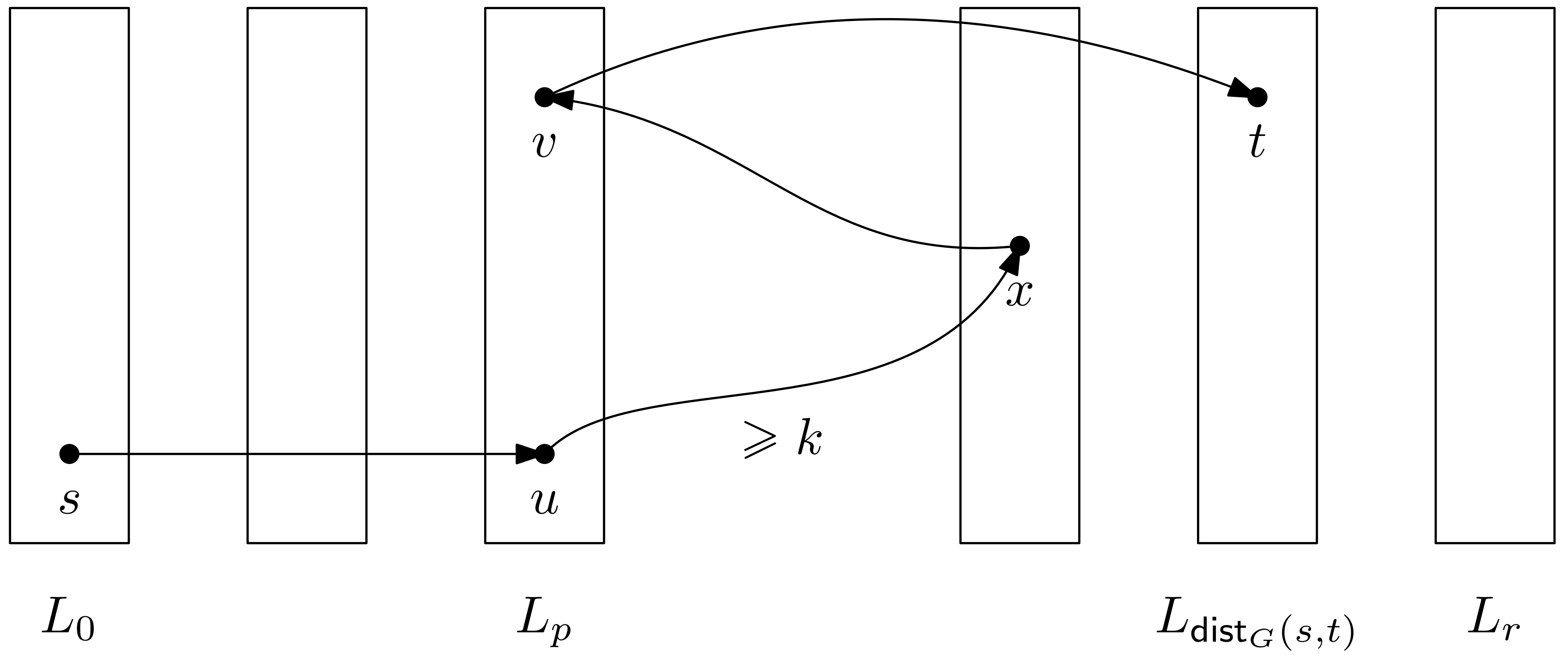
Tak, jeżeli w G da się rozwiązać 3-DISJOINT PATHS w czasie wielomianowym.

Tak, jeżeli w G da się rozwiązać 2-DISJOINT PATHS w czasie wielomianowym.

Pomysł

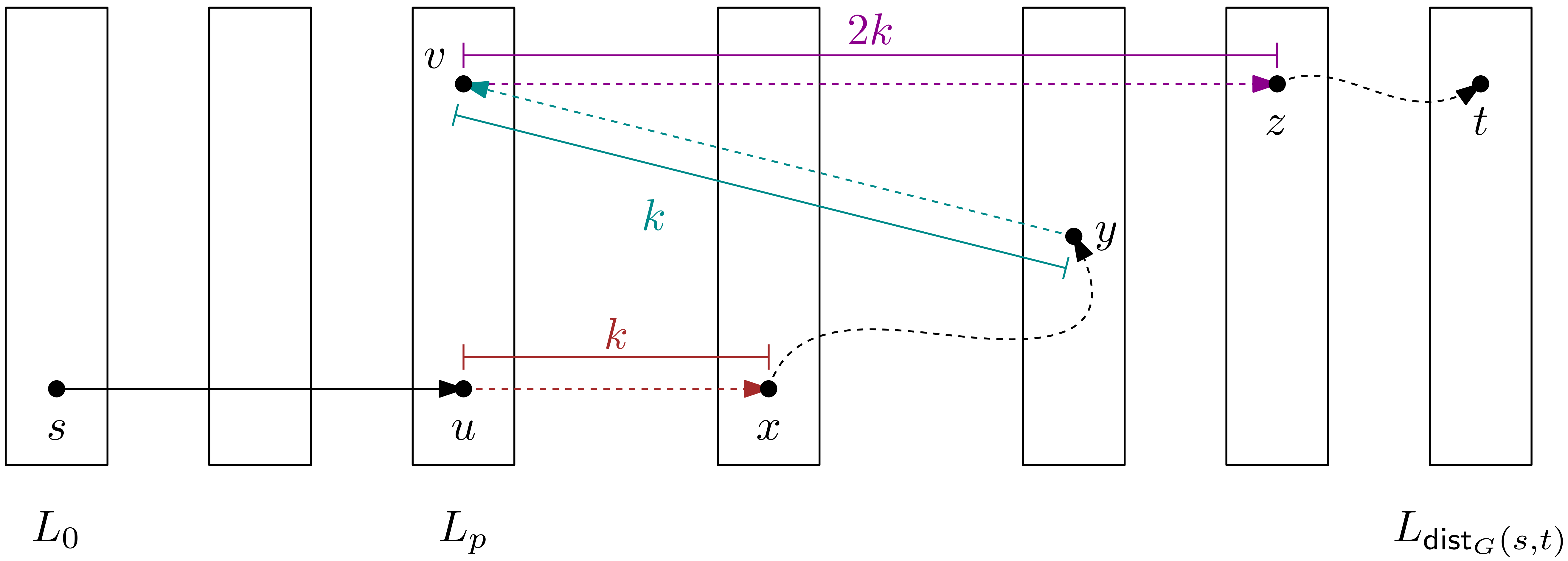


Pomysł

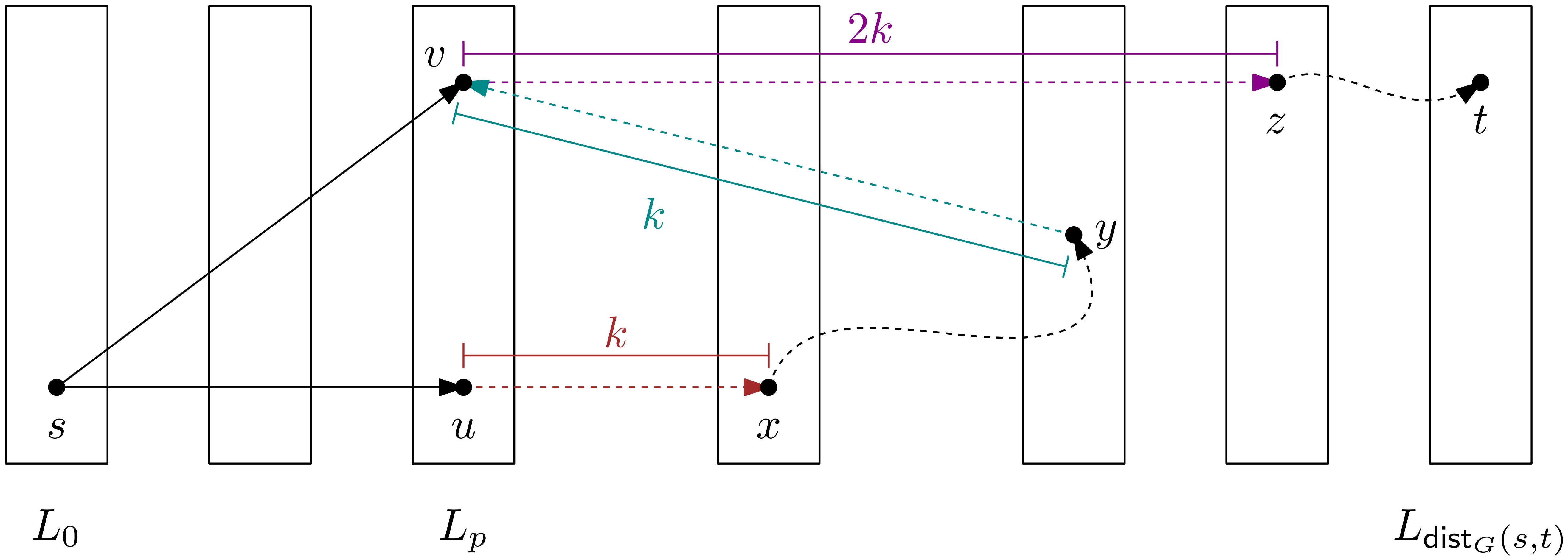


$$|P'| \geqslant \mathsf{dist}_G(s,t) + \mathbf{2k}$$

Trochę szczegółów

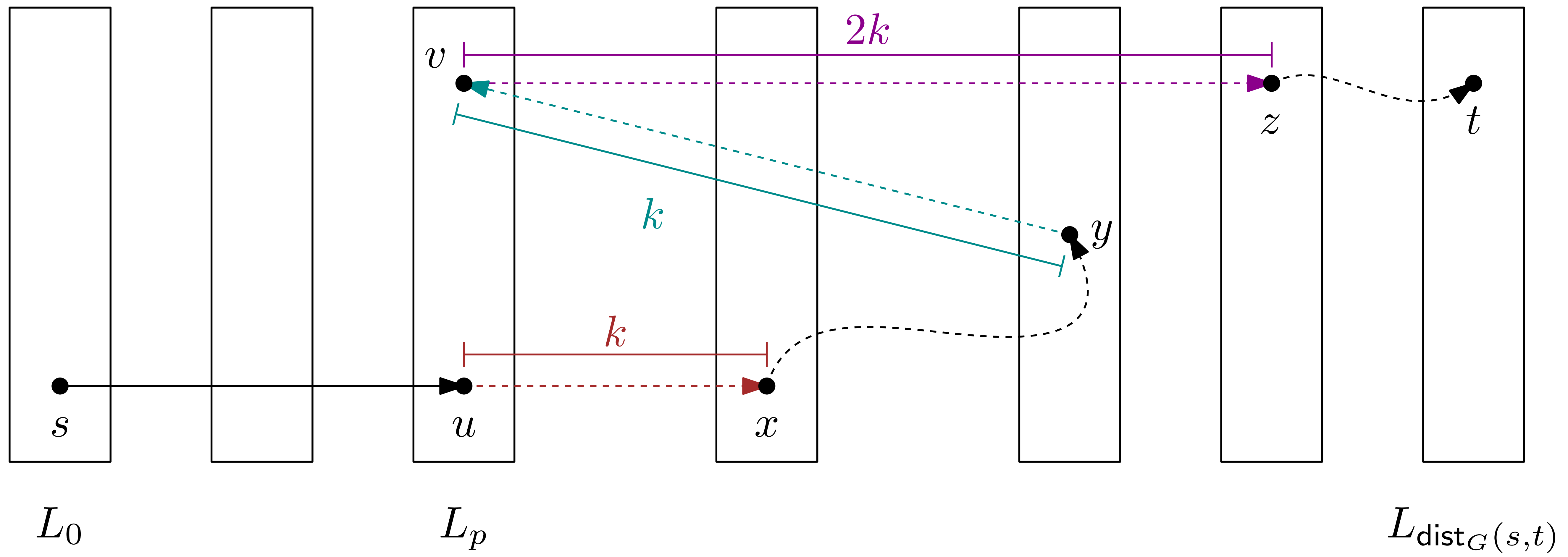


Trochę szczegółów



Trochę szczegółów

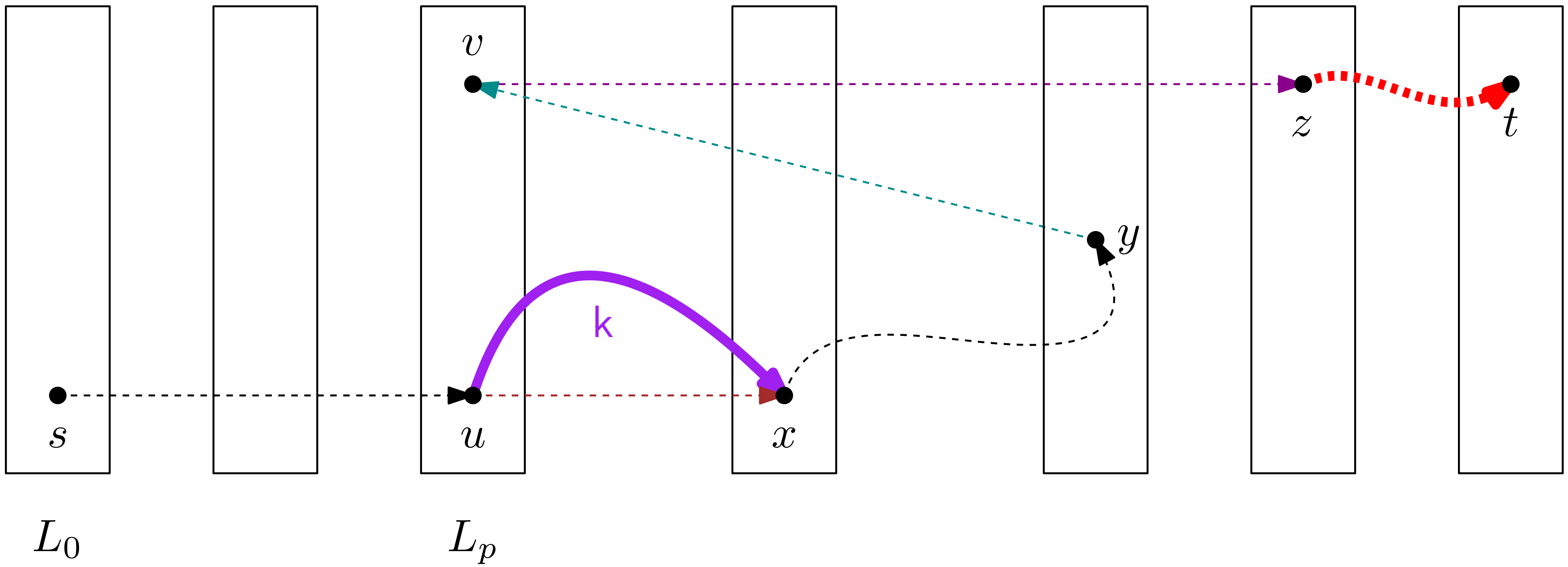
$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$



Lemat 3

$s \longrightarrow u$
$u \longrightarrow x : (k)$
$x \longrightarrow y$
$y \longrightarrow v : (k)$
$v \longrightarrow z : (2k)$
$z \longrightarrow t$

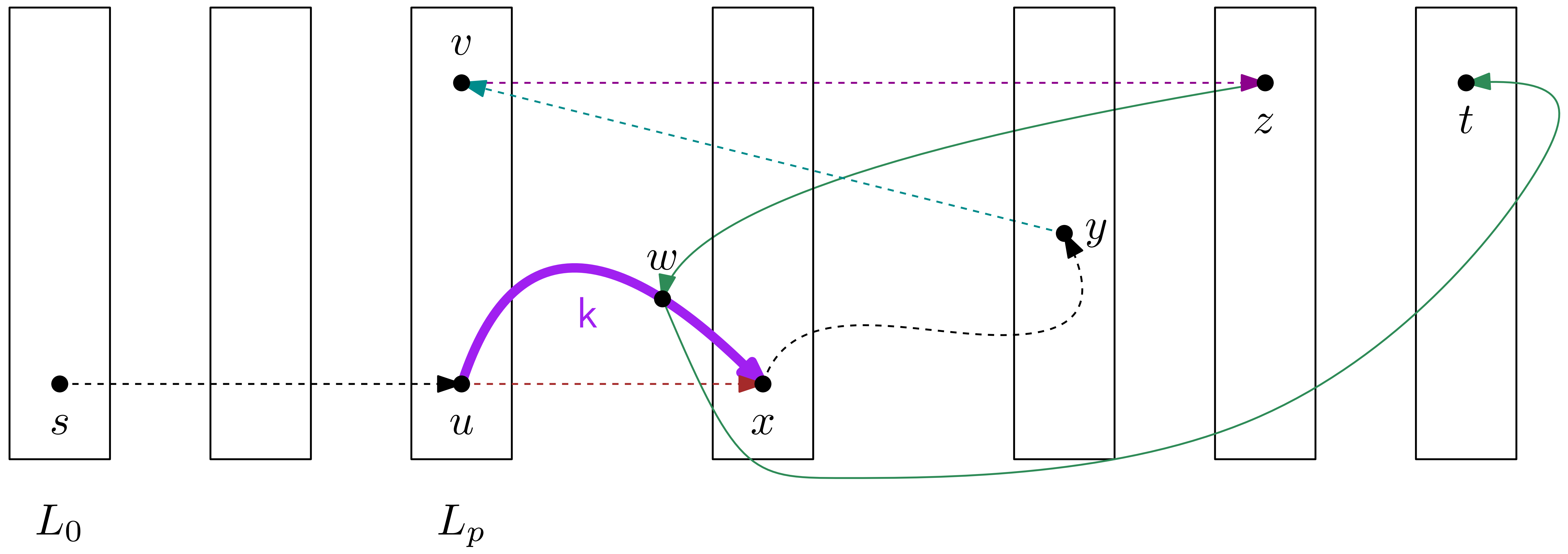
$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$



Lemat 3

$s \longrightarrow u$
$u \longrightarrow x : (k)$
$x \longrightarrow y$
$y \longrightarrow v : (k)$
$v \longrightarrow z : (2k)$
$z \longrightarrow t$

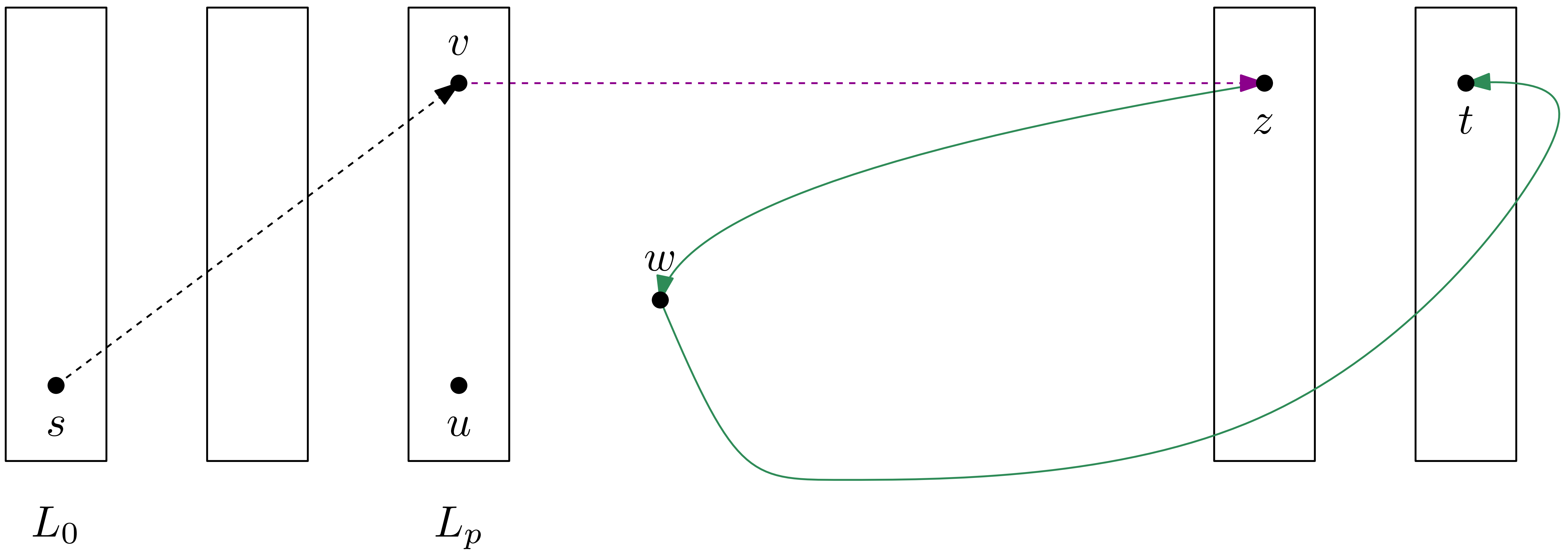
$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$



Lemat 3

$s \longrightarrow u$
$u \longrightarrow x : (k)$
$x \longrightarrow y$
$y \longrightarrow v : (k)$
$v \longrightarrow z : (2k)$
$z \longrightarrow t$

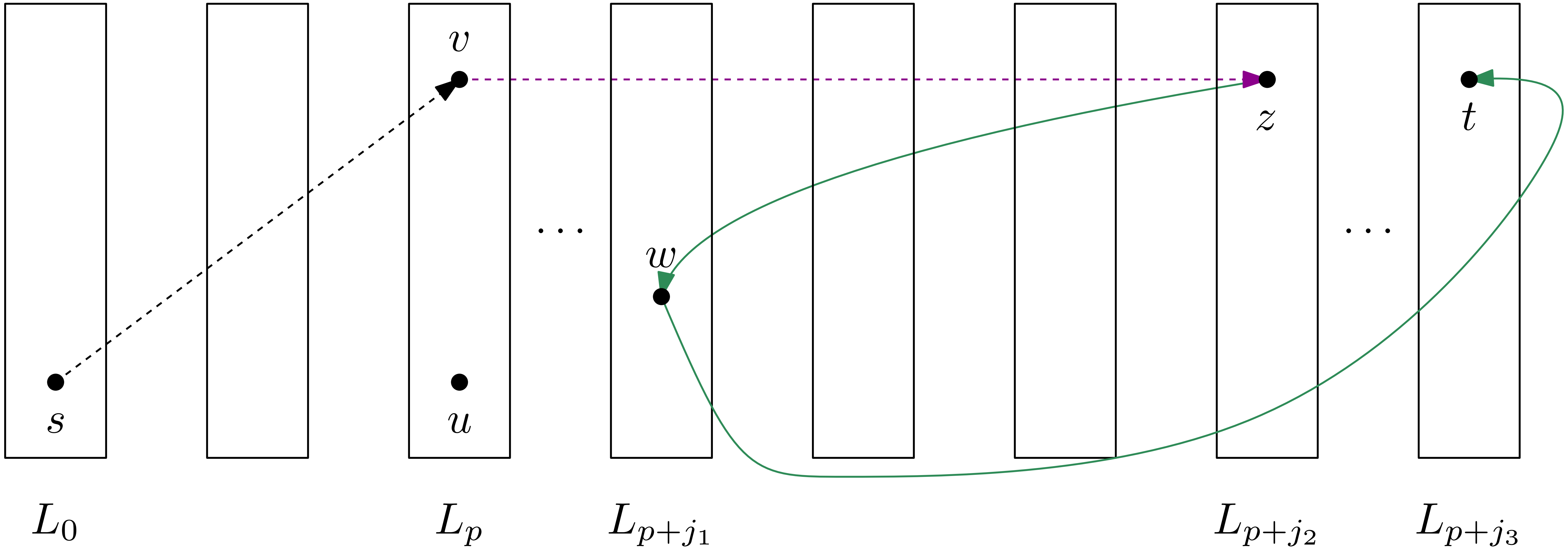
$$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$$



Lemat 3

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$$

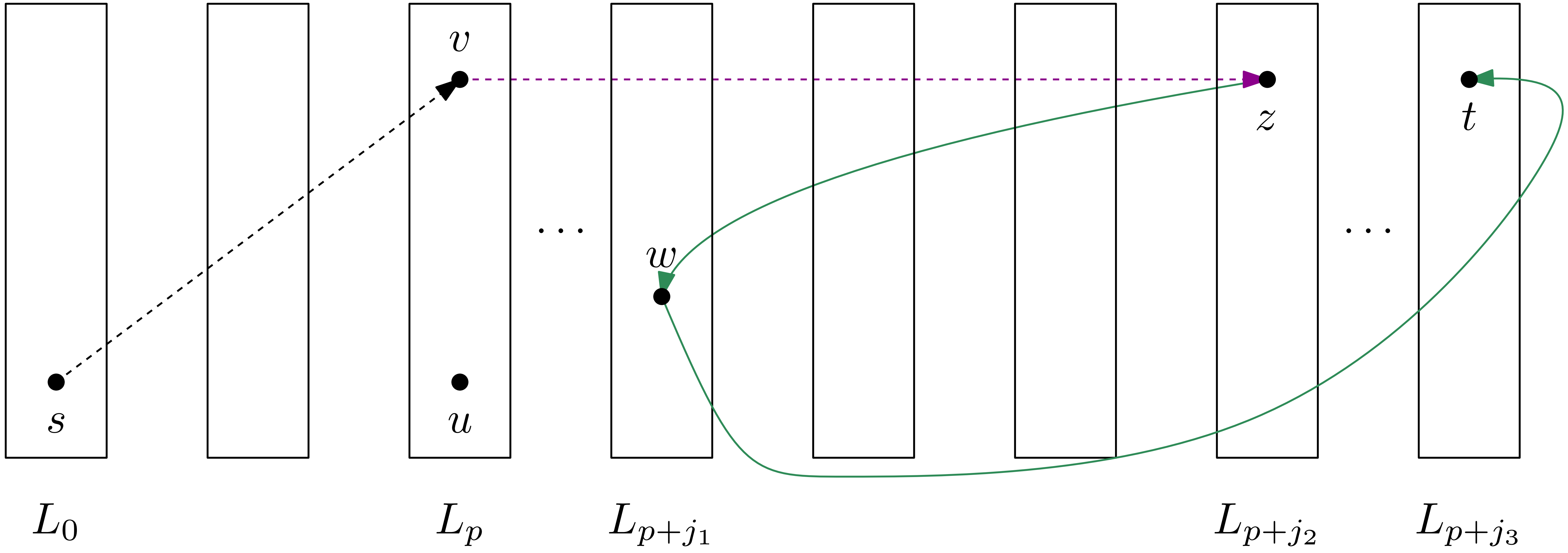


Lemat 3

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$$

$j_2 \leqslant j_3 \qquad j_1 < j_2$



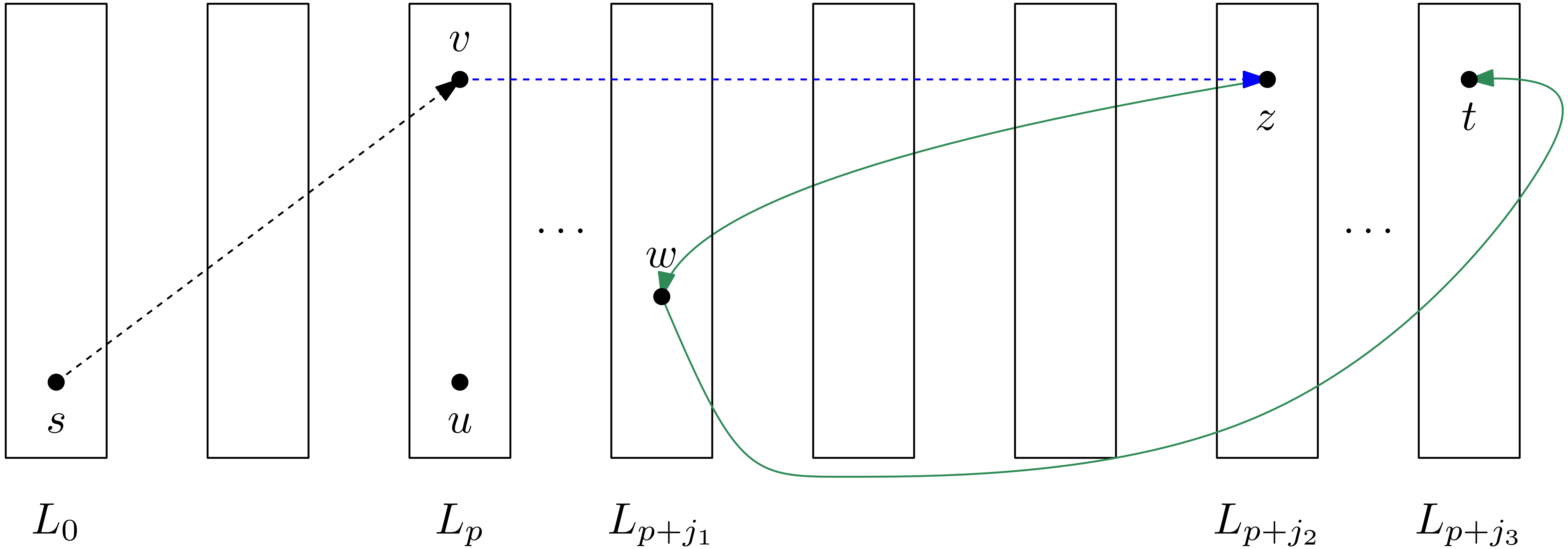
Lemat 3

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$

$j_2 \leqslant j_3 \quad j_1 < j_2$

$2k - j_2$



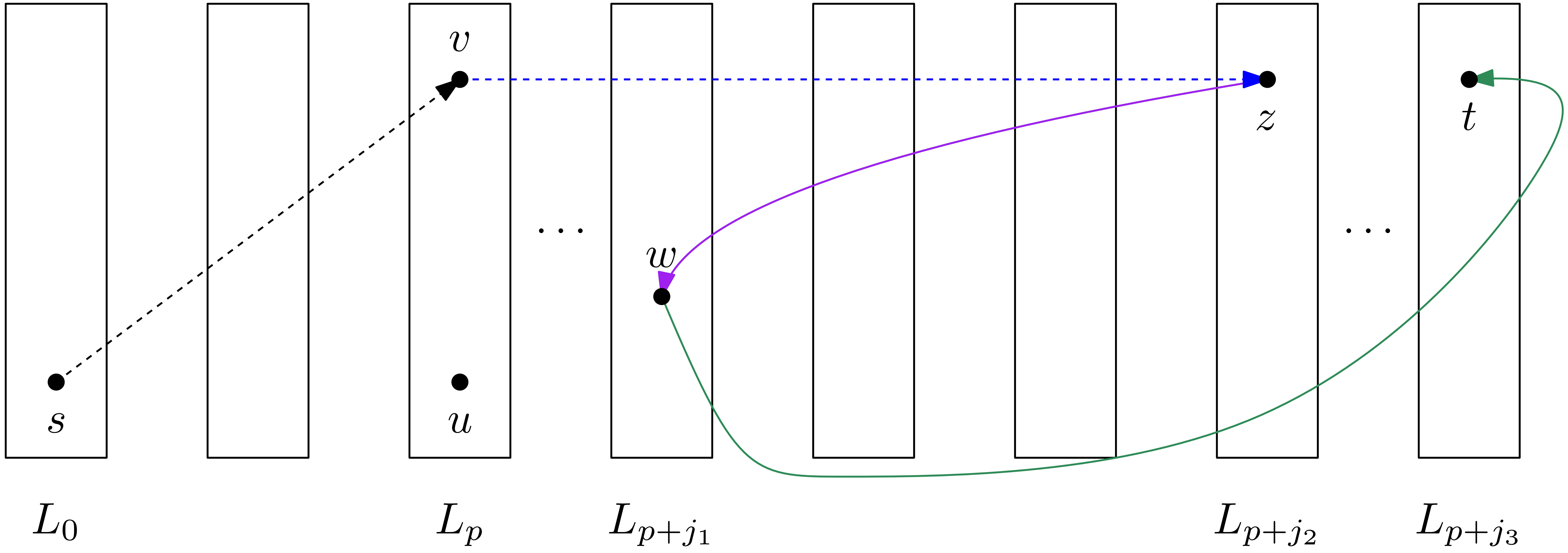
Lemat 3

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$

$j_2 \leqslant j_3 \quad j_1 < j_2$

$2k - j_2 \quad j_2 - j_1$



Lemat 3

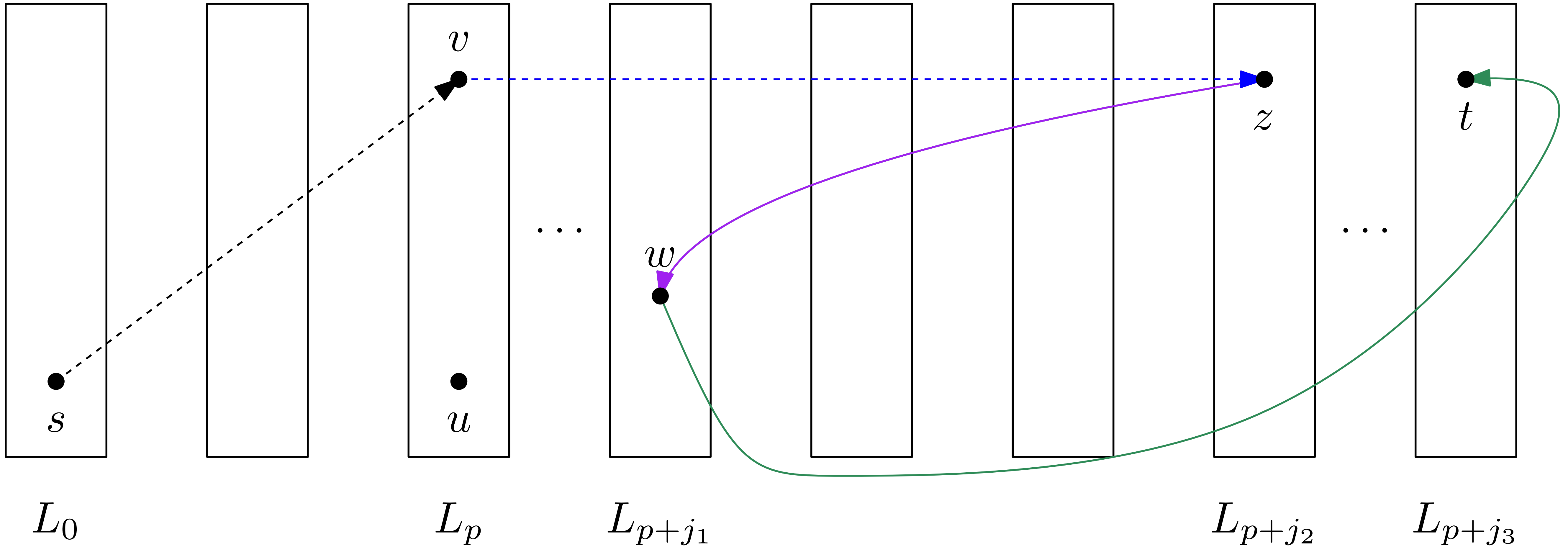
$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$$P'_{u,x} \cap P_{z,t} = \varnothing$$

$j_2 \leqslant j_3 \qquad j_1 < j_2$

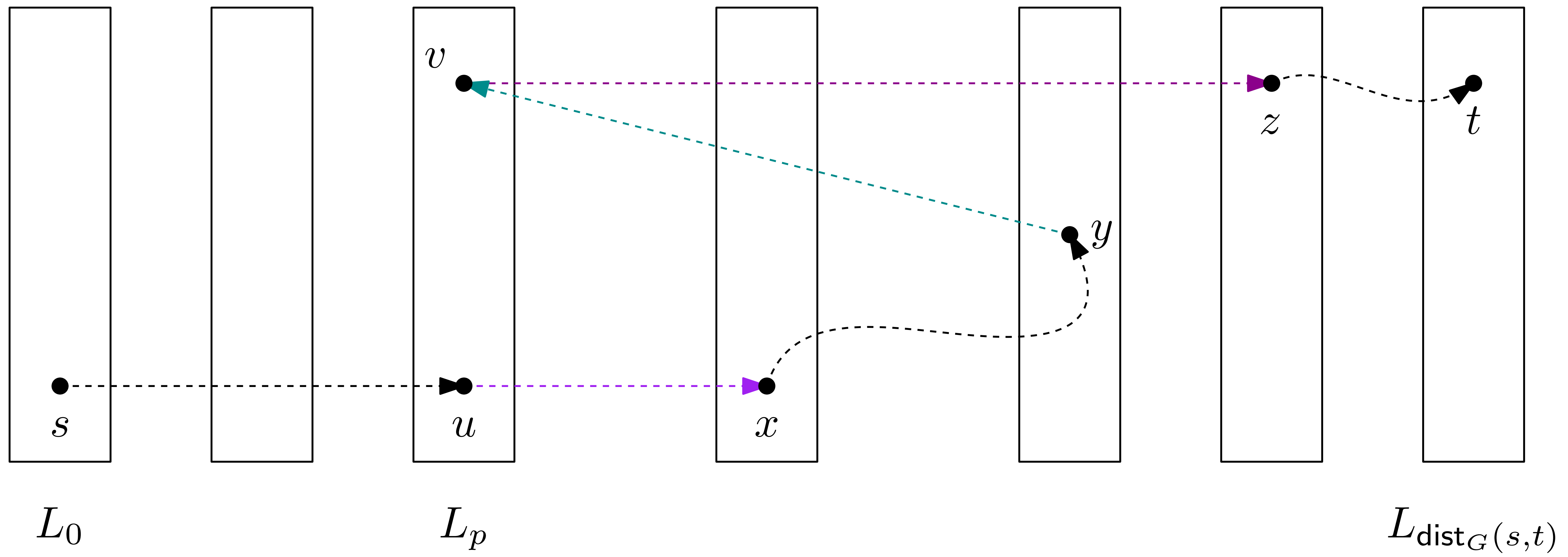
$2k - j_2 \qquad j_2 - j_1$

$$2k - j_2 + (j_2 - j_1) = 2k - j_1 \geqslant 2k - k = k$$



Lemat 4

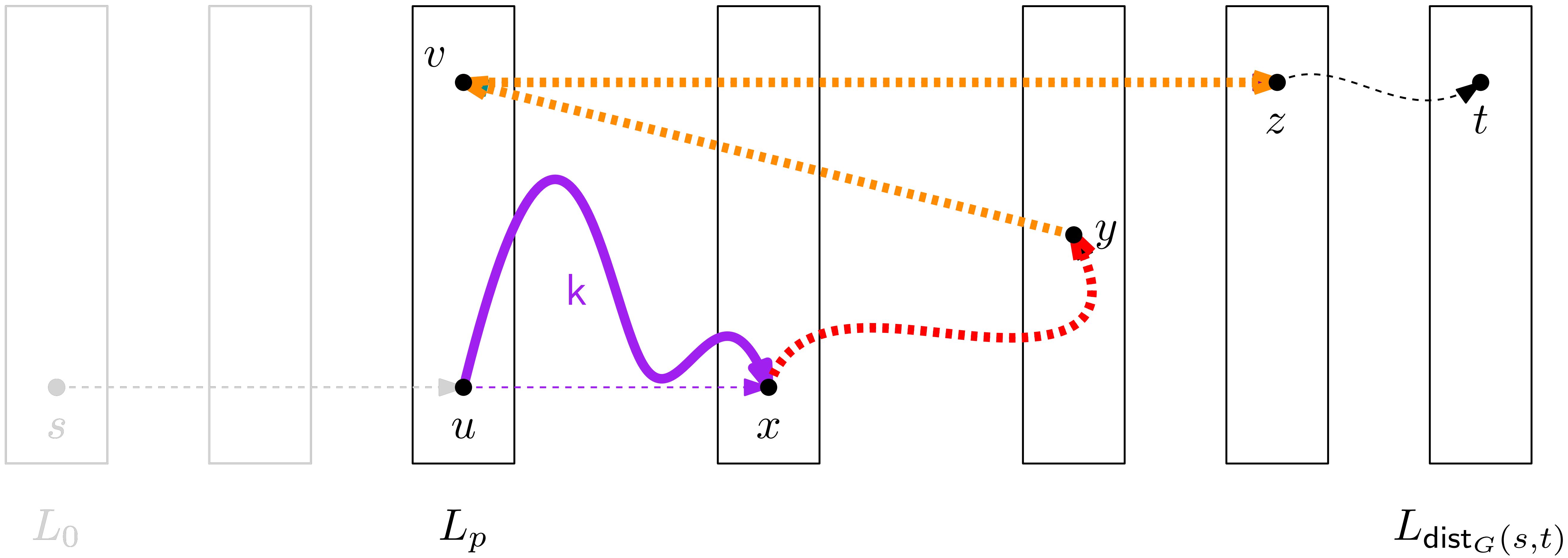
$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$



Lemat 4

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

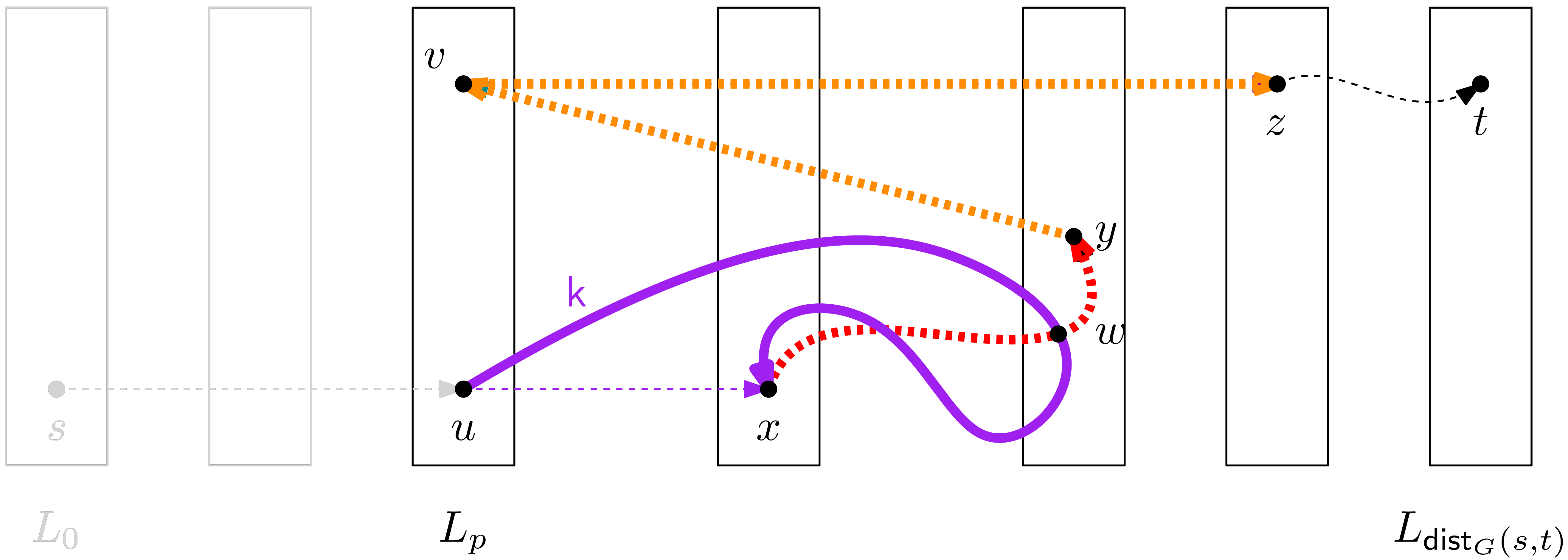
$$P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset \implies P'_{u,x} \cap P_{x,y} \subseteq \{x\}$$



Lemat 4

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$$P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset \implies P'_{u,x} \cap P_{x,y} \subseteq \{x\}$$



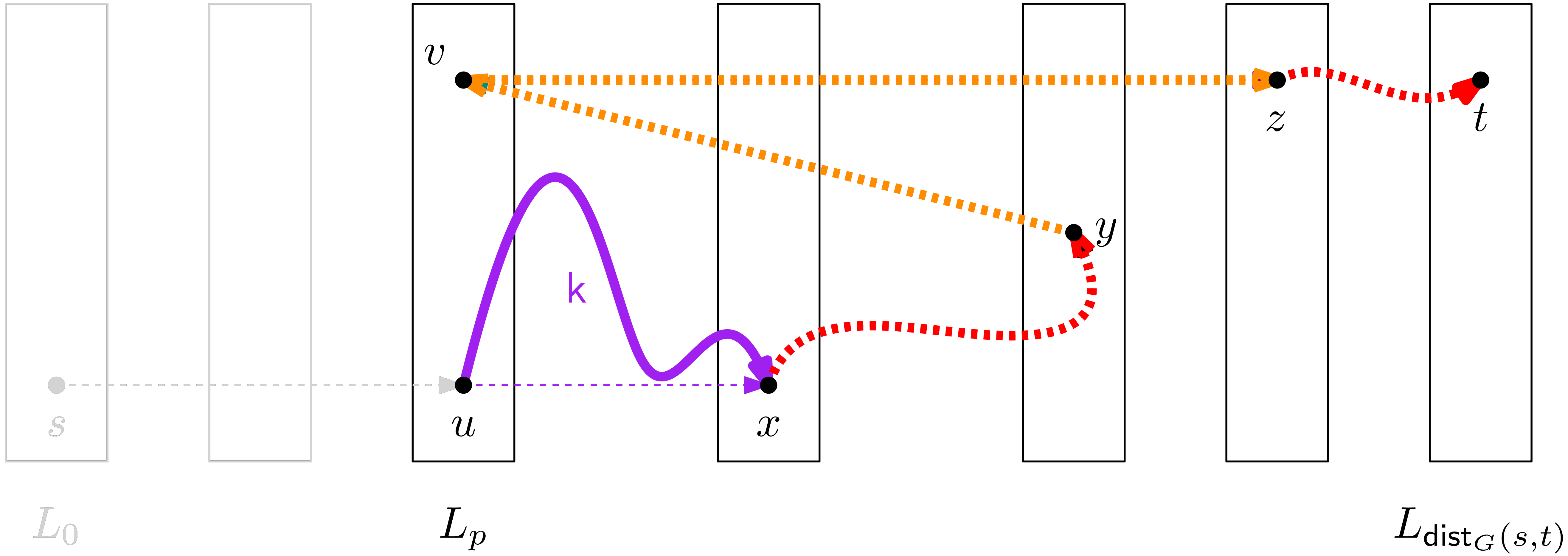
Lemat 4

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

$$P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset \implies P'_{u,x} \cap P_{x,y} \subseteq \{x\}$$

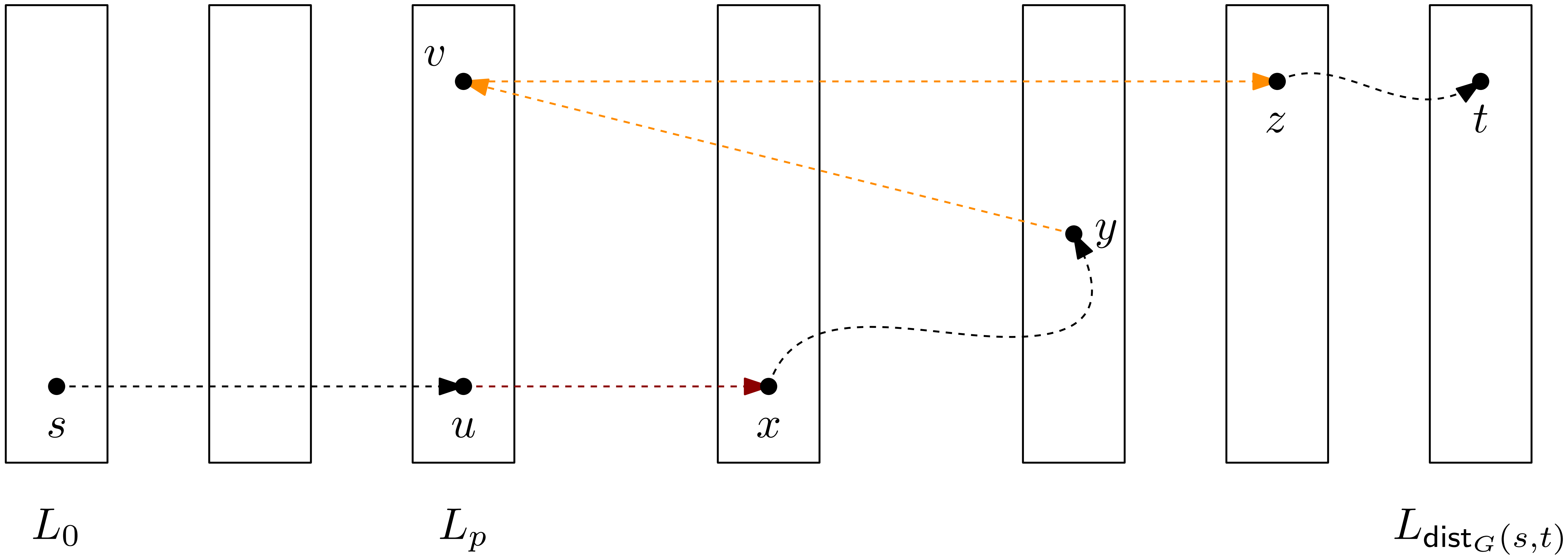
Obserwacja:

$$P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset \implies P'_{u,x} \cap P_{x,t} \subseteq \{x\}$$



Pomysł na algorytm

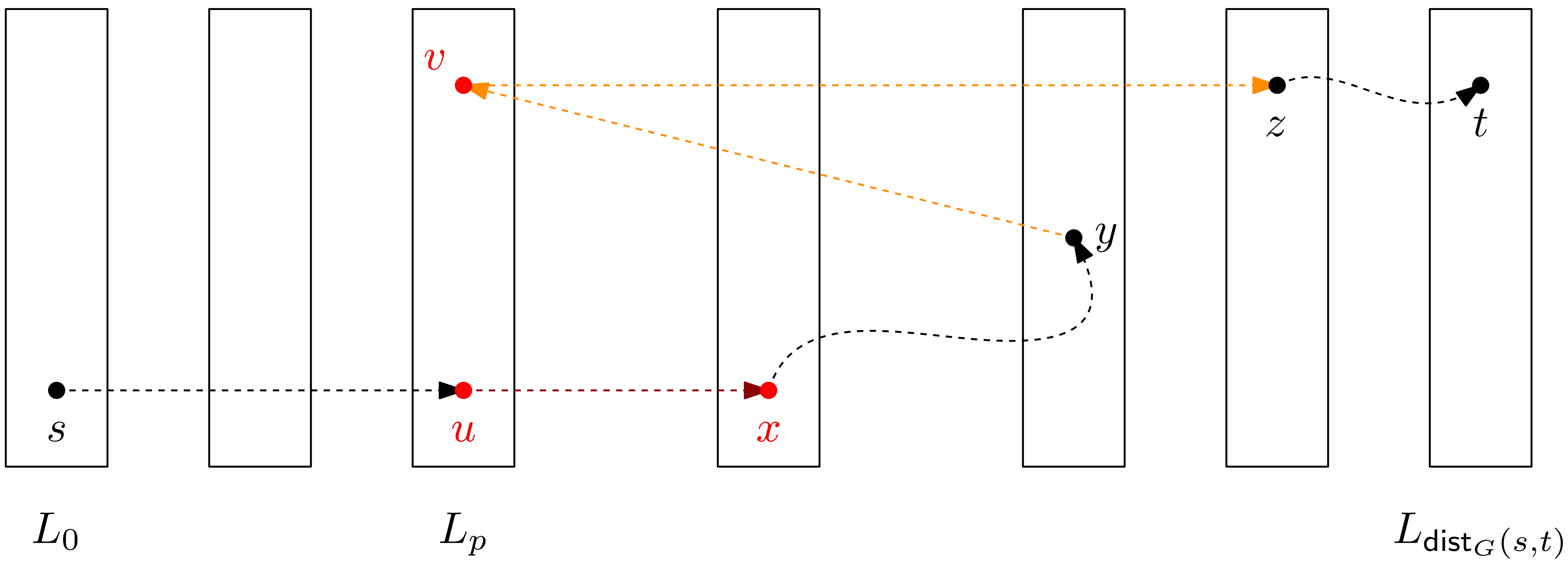
$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$



Pomysł na algorytm

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

1: Zgadnij u, x, v.

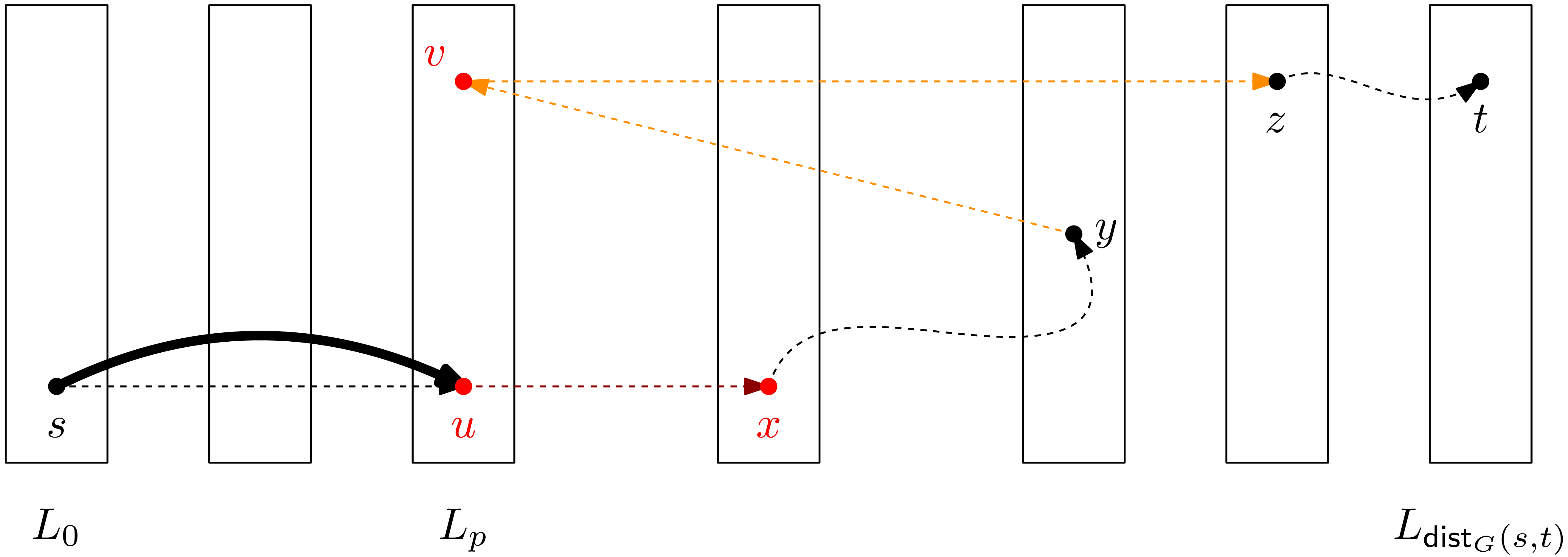


Pomysł na algorytm

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

1: Zgadnij u, x, v.

2: Znajdź najkrótszą $P'_{s,u}$.



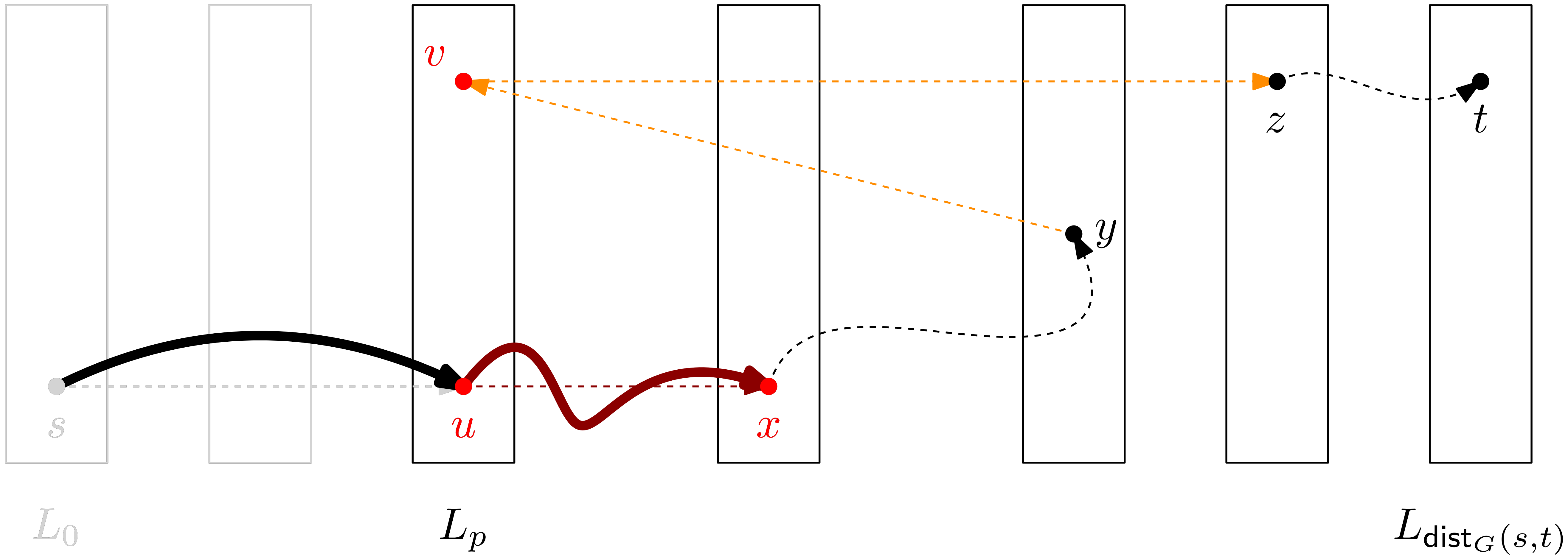
Pomysł na algorytm

$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

1: Zgadnij u, x, v.

2: Znajdź najkrótszą $P'_{s,u}$.

3: Znajdź $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$. $\leftarrow$???



Pomysł na algorytm

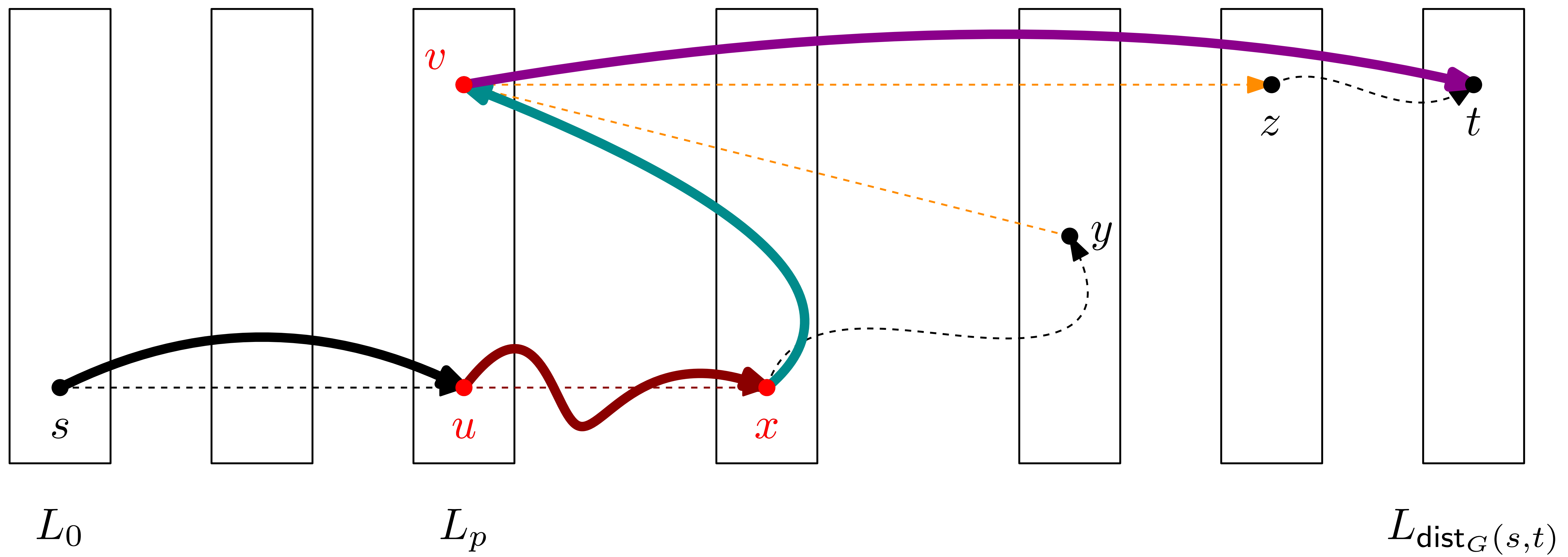
$s \to u$
$u \to x : (k)$
$x \to y$
$y \to v : (k)$
$v \to z : (2k)$
$z \to t$

1: Zgadnij u, x, v.

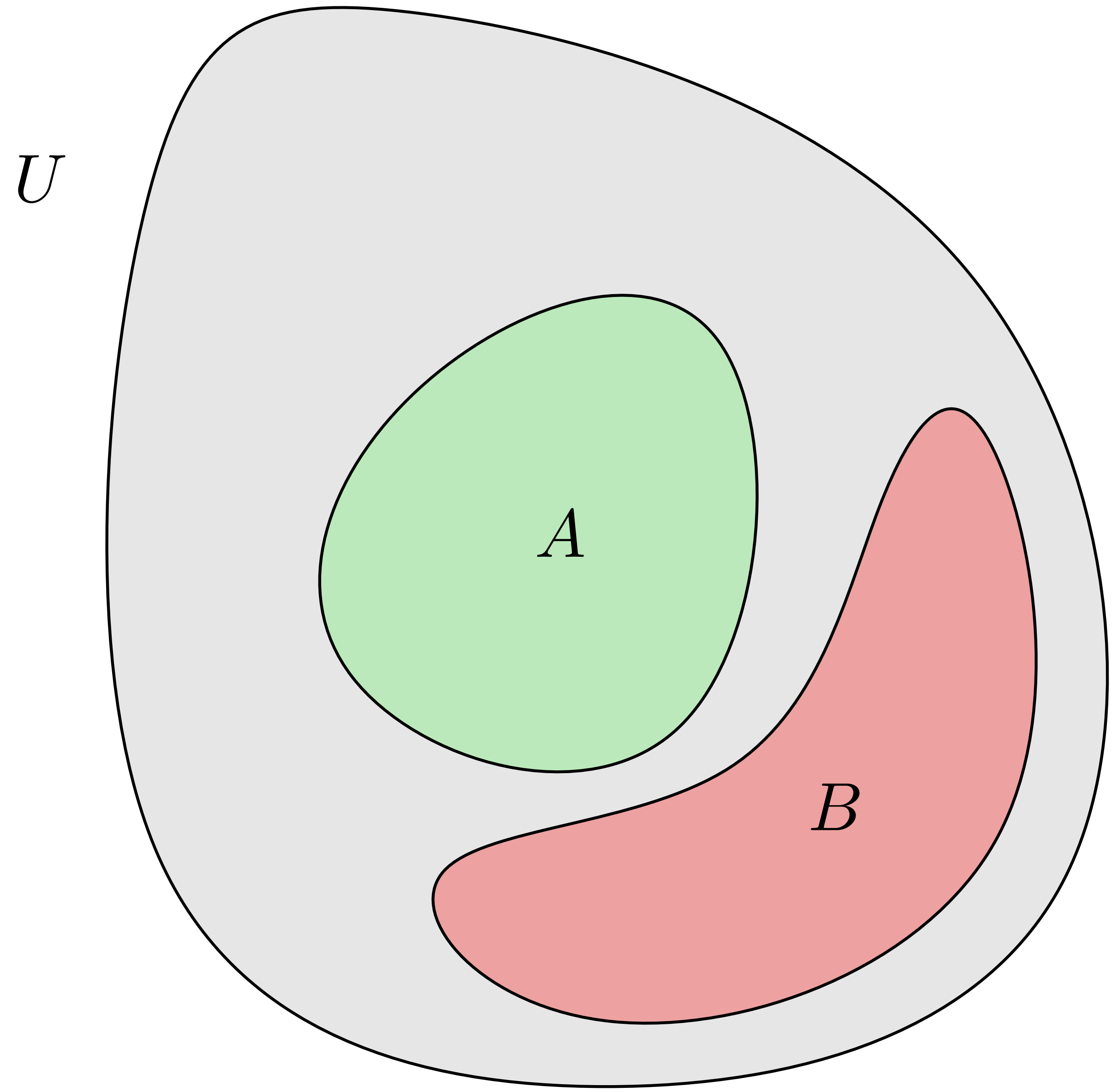
2: Znajdź najkrótszą $P'_{s,u}$.

3: Znajdź $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$. $\longleftarrow$???

4: Znajdź rozłączne $P'_{x,v}$ i $P'_{v,t}$. $\longleftarrow$ 2-disjoint paths



Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

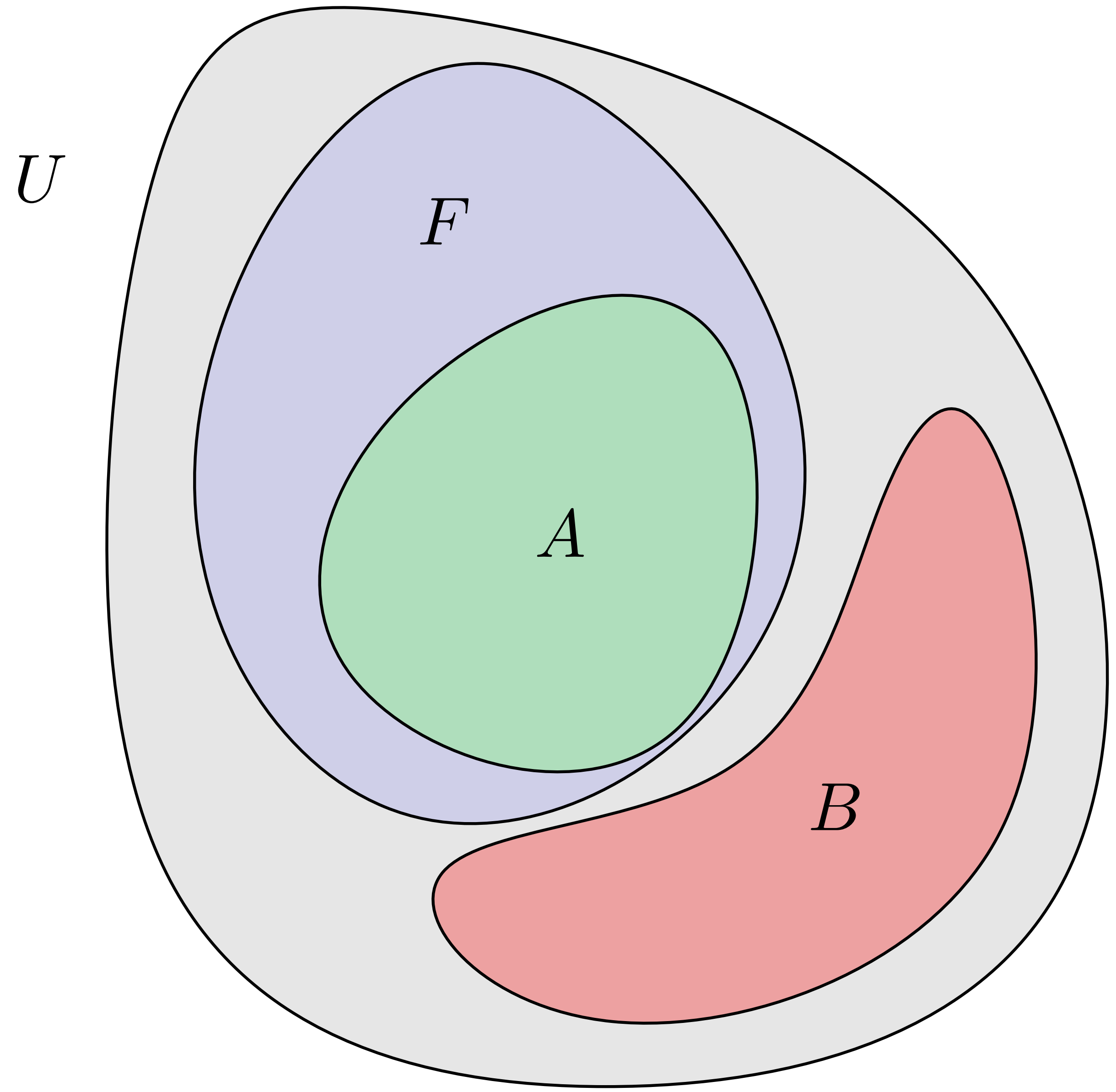
$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

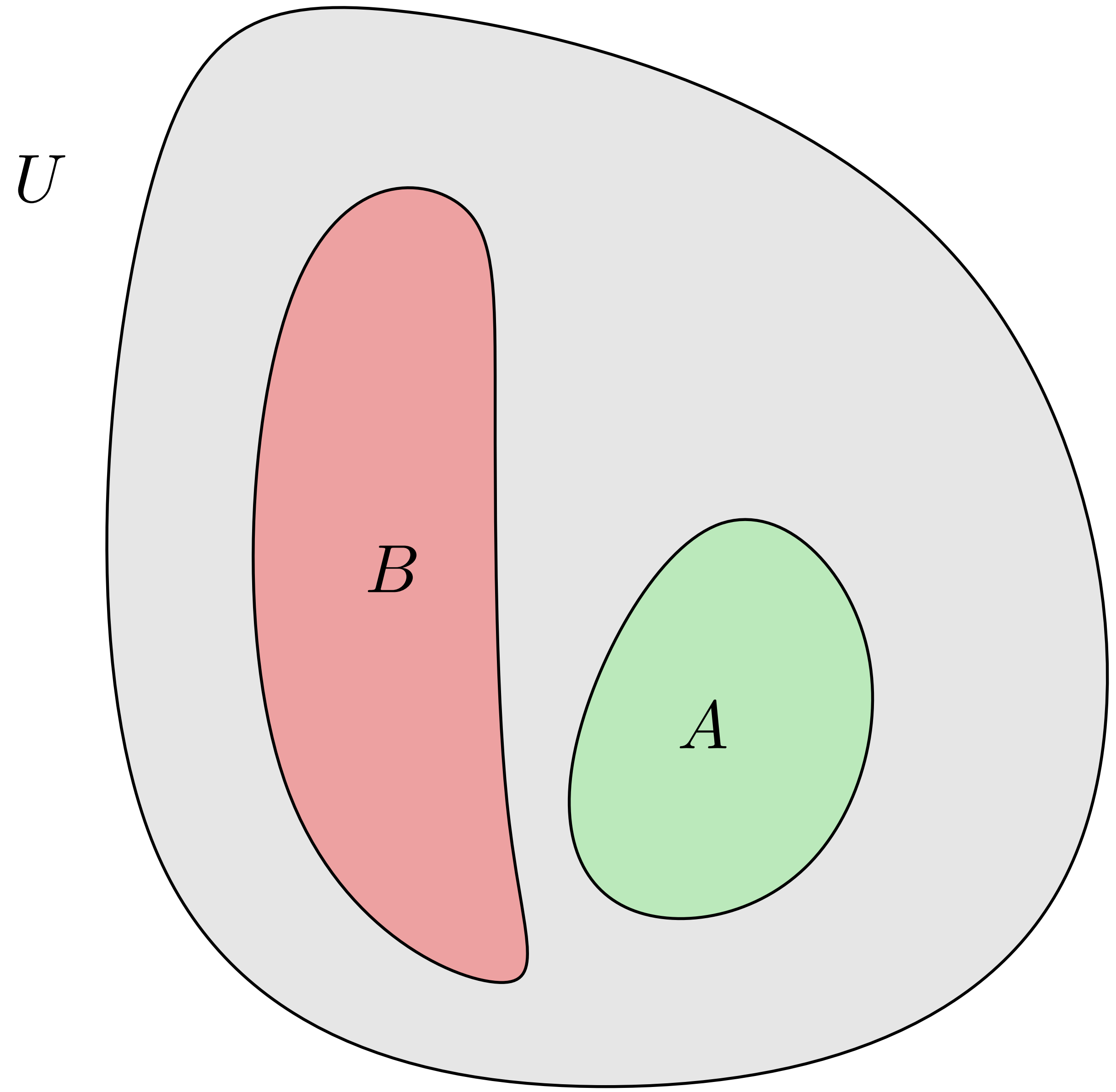
$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

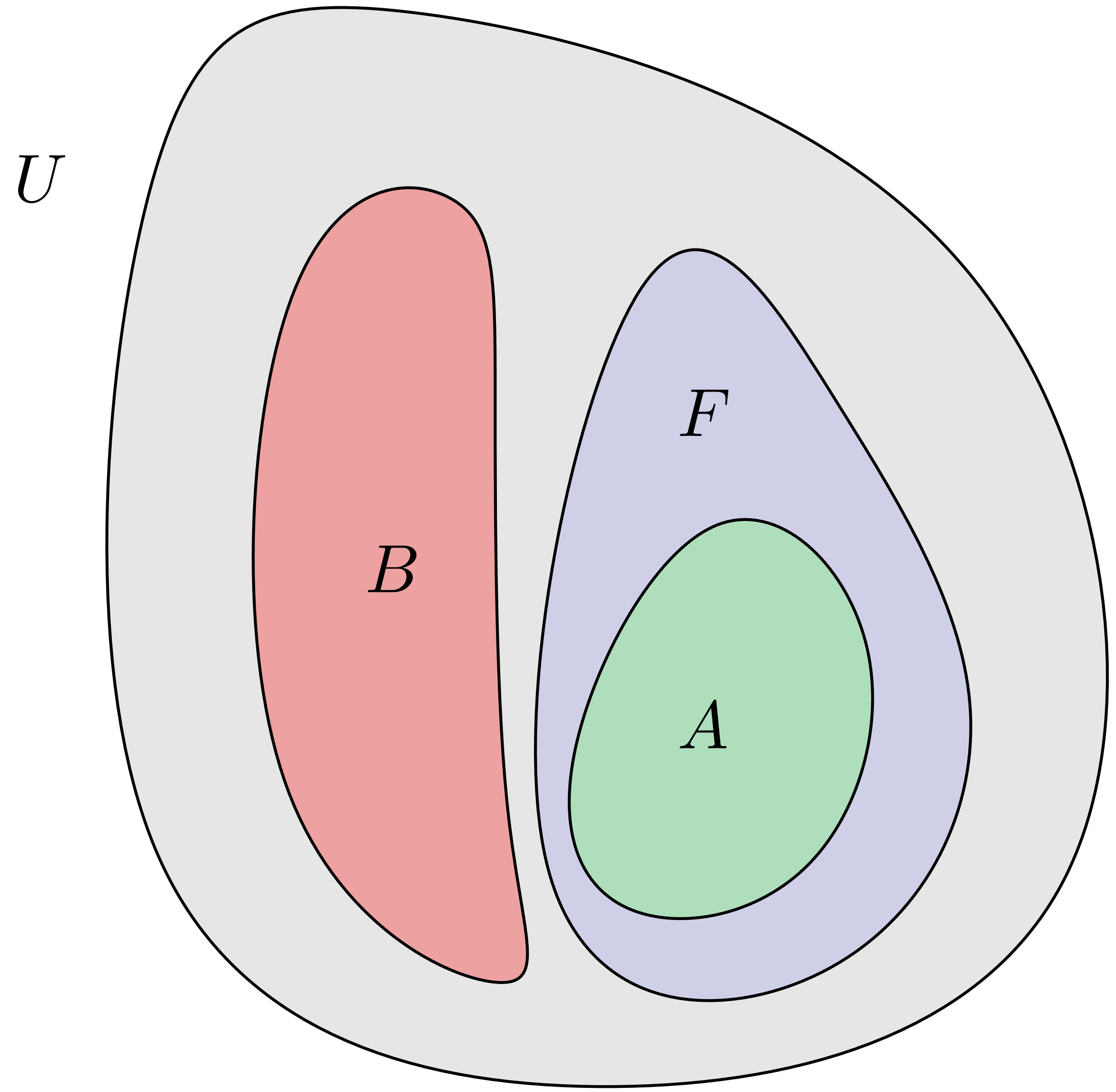
$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

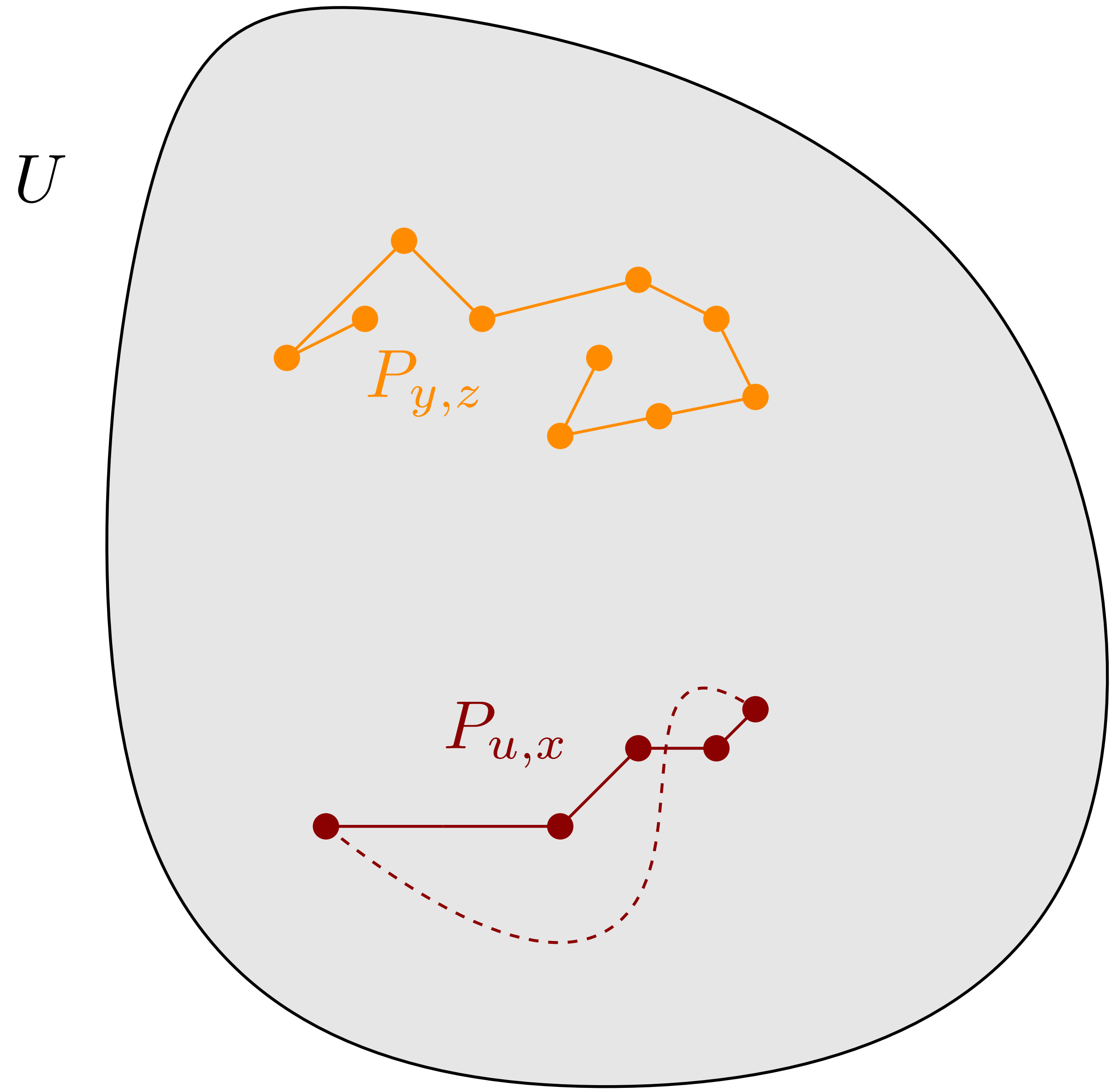
$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

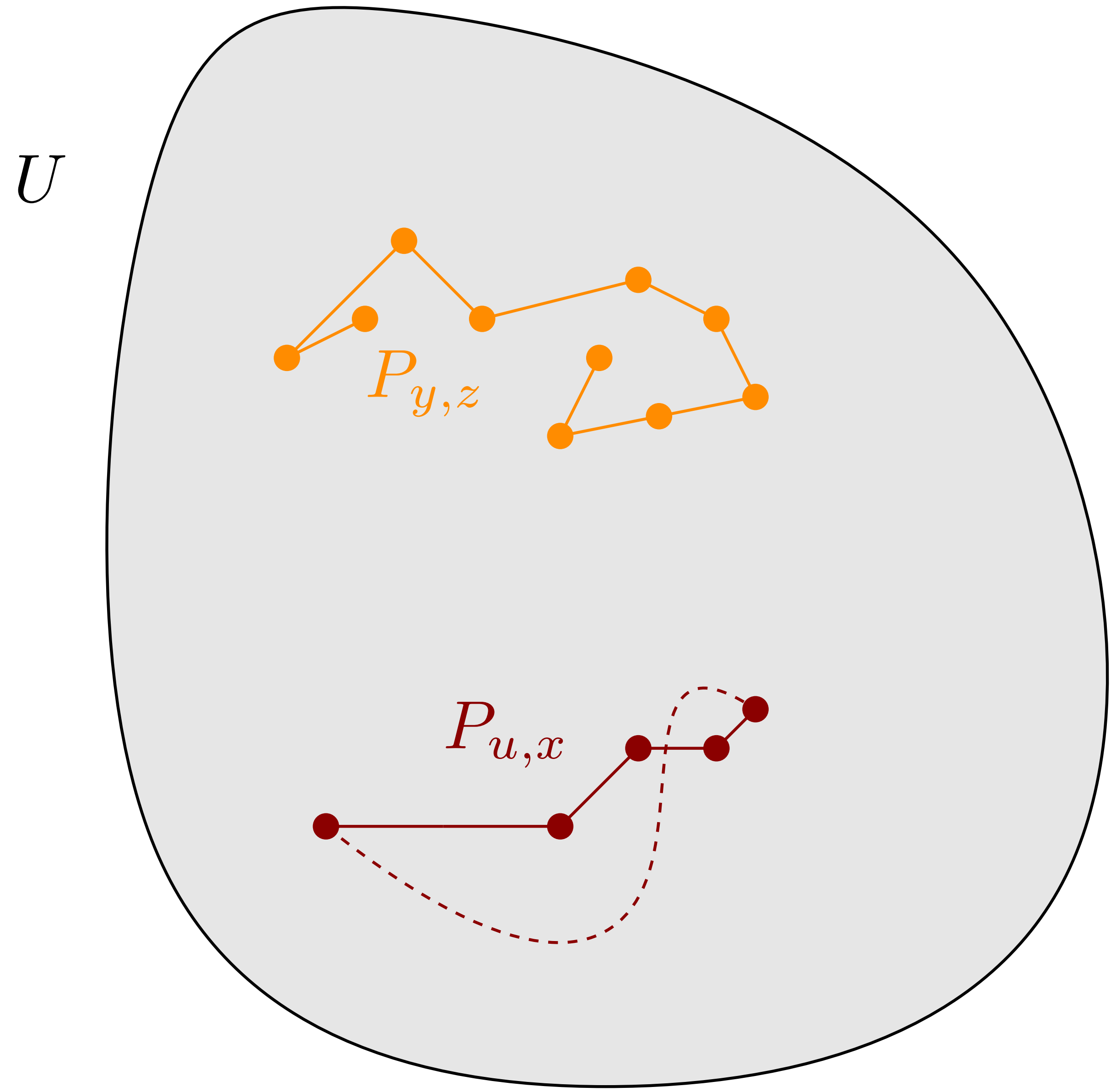
- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Cel: $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$

$|V(P_{y,z})| \leqslant 3k + 1$

$|V(P_{u,x})| \leqslant k + 1$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

$\mathbf{F}$ jest $(n,p,q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

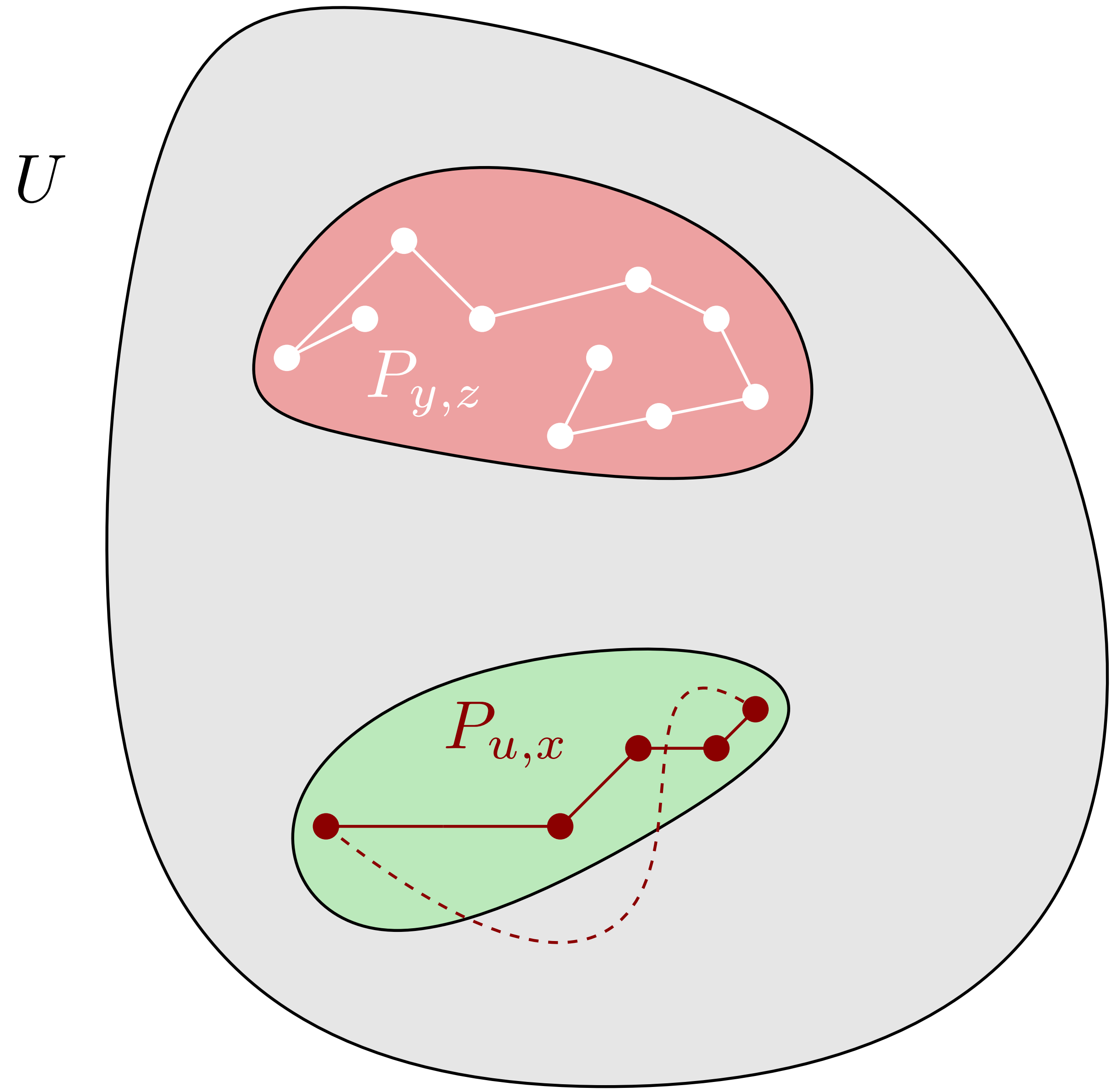
Cel: $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$

$|V(P_{y,z})| \leqslant 3k+1$
$|V(P_{u,x})| \leqslant k+1$

Weźmy $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę na $V(G)$

$$\binom{4k+2}{k+1} \cdot 2^{o(4k+2)} \cdot \log n$$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\qquad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

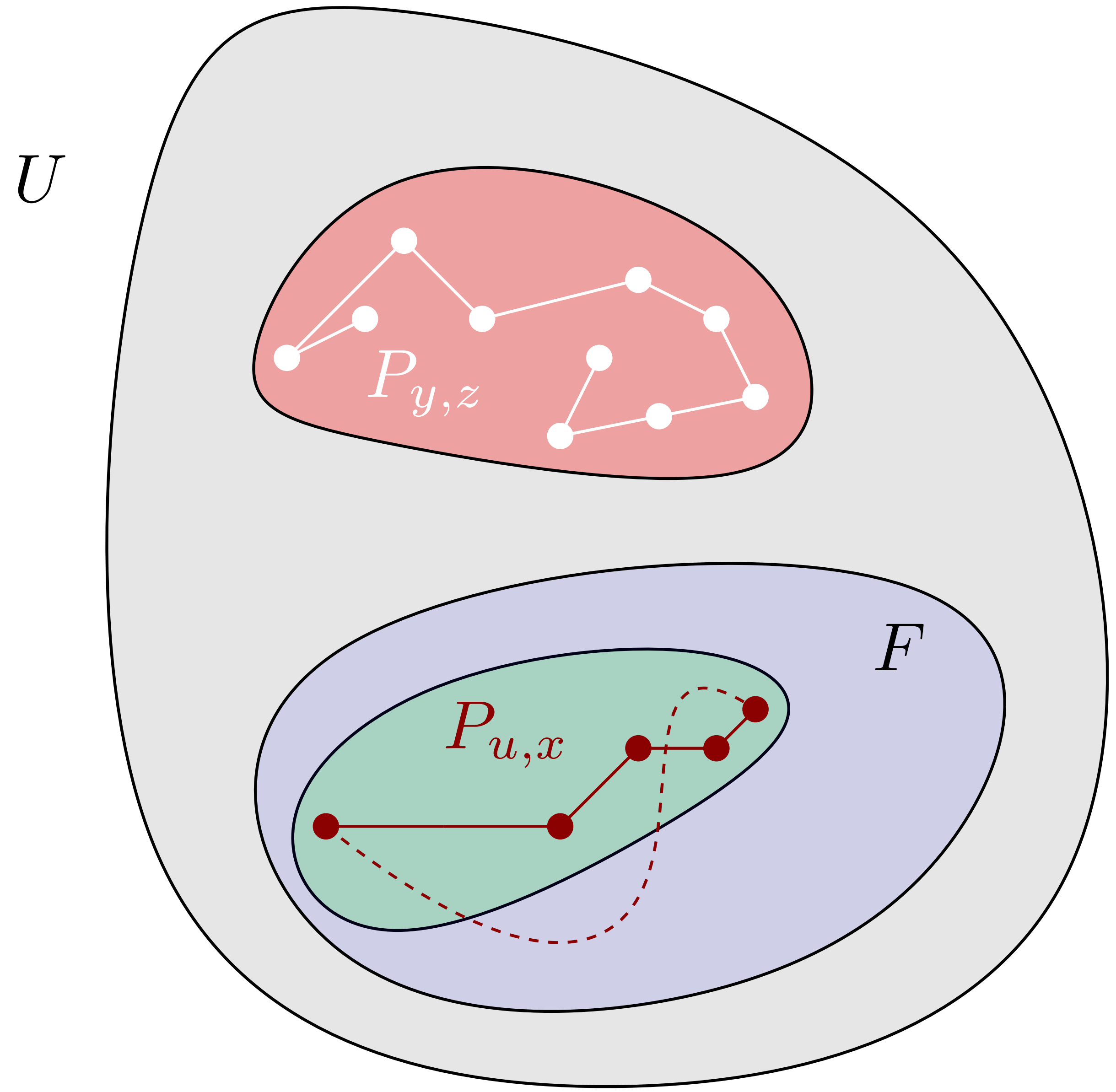
Cel: $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$

$|V(P_{y,z})| \leqslant 3k + 1$
$|V(P_{u,x})| \leqslant k + 1$

Weźmy $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę na $V(G)$

$$\boxed{\binom{4k+2}{k+1} \cdot 2^{o(4k+2)} \cdot \log n}$$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

$\mathbf{F}$ jest $(n, p, q)-$*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\quad\quad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

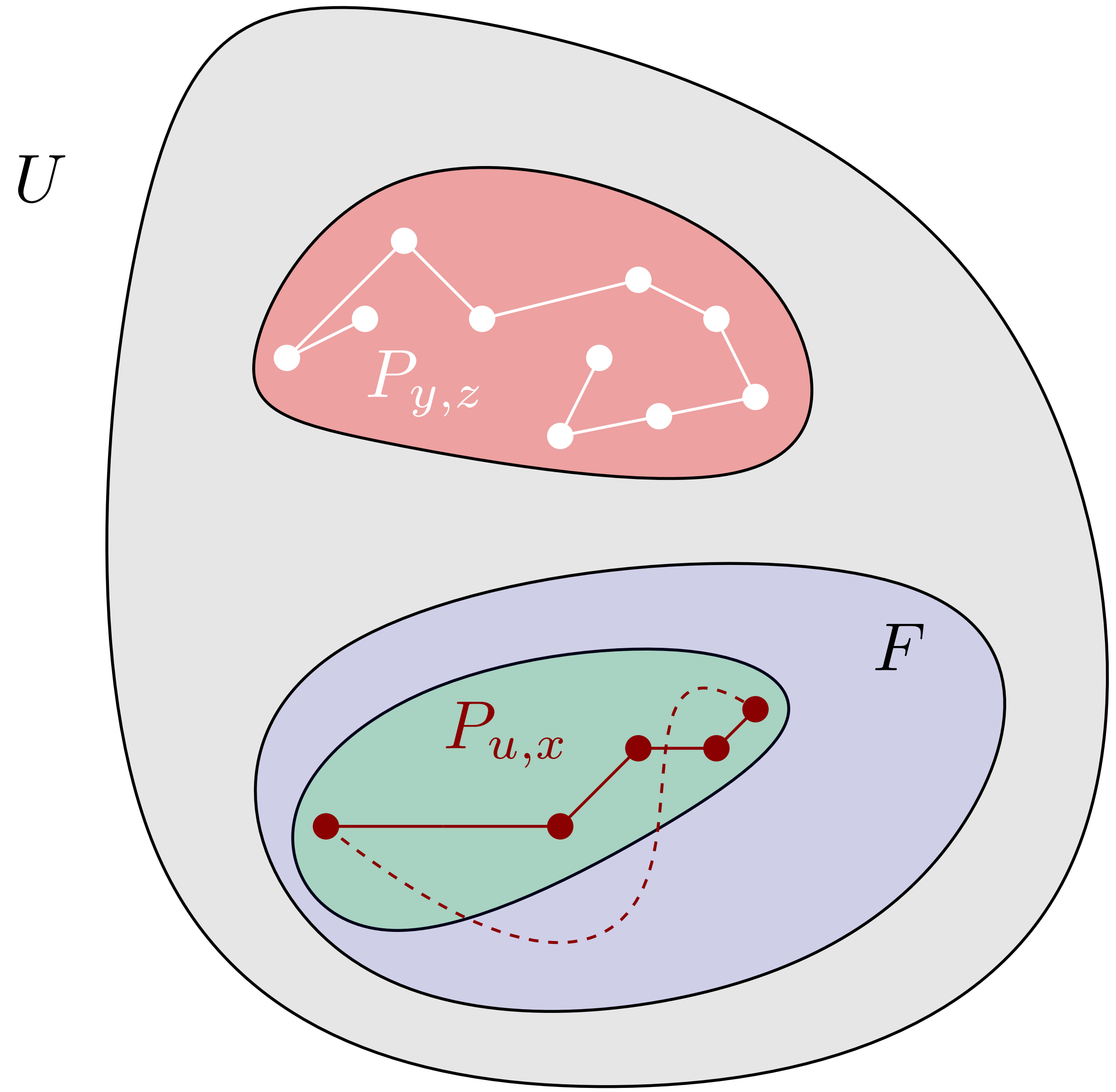
Cel: $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$

$|V(P_{y,z})| \leqslant 3k + 1$
$|V(P_{u,x})| \leqslant k + 1$

Weźmy $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę na $V(G)$

$$\binom{4k+2}{k+1} \cdot 2^{o(4k+2)} \cdot \log n$$

Koślawe uniwersalne rodziny



$\mathbf{F} \subseteq 2^U$

$\mathbf{F}$ jest (n,p,q)−*koślawą uniwersalną rodziną* nad U (U rozmiaru n), jeżeli dla dowolnych

$A \subseteq \binom{U}{\leqslant p}$ $\quad\quad$ $B \subseteq \binom{U-A}{\leqslant q}$

istnieje $F \in \mathbf{F}$, że:

- $A \subseteq F$
- $B \cap F = \emptyset$

Cel: $P'_{u,x}$ długości k takie, że $P'_{u,x} \cap P_{y,z} = \emptyset$

$|V(P_{y,z})| \leqslant 3k+1$
$|V(P_{u,x})| \leqslant k+1$

Weźmy $(n, k+1, 3k+1)$−koślawą rodzinę na $V(G)$

$$\binom{4k+2}{k+1} \cdot 2^{o(4k+2)} \cdot \log n$$

Algorytm

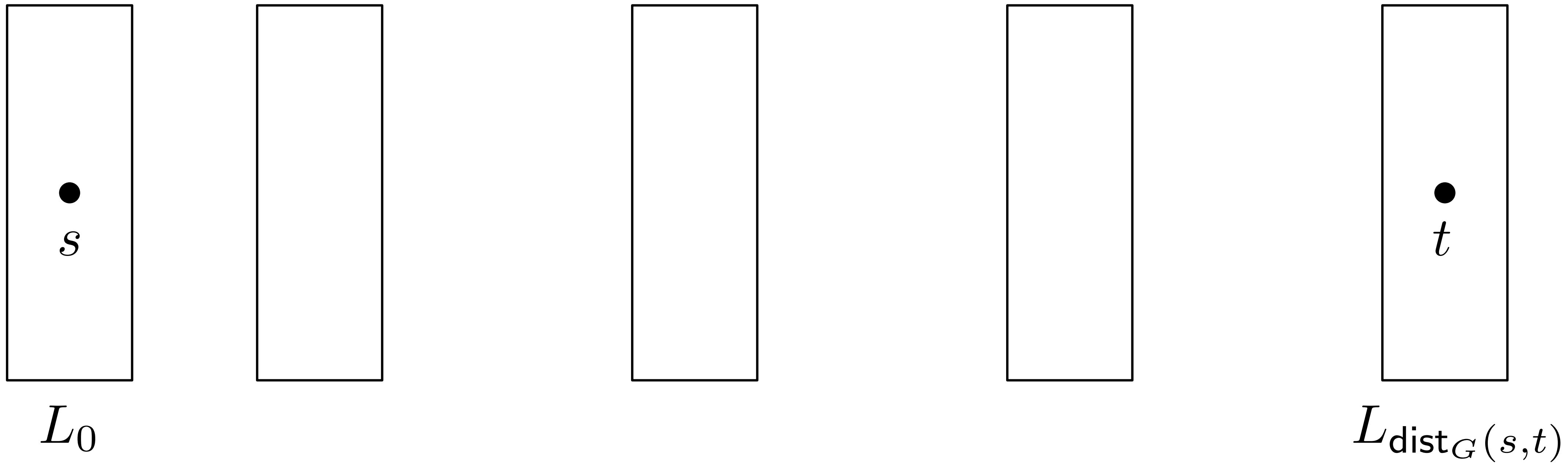
Sprawdź, czy istnieje ścieżka z s do t, jeżeli nie, zwróć NIE.
Jeżeli $k = 0$, zwróć TAK.
for $l \in [k, 2k-1]$ **do**
    Uruchom EXACT $(s,t)-$DETOUR z parametrem l. Jeżeli algorytm, zwróci TAK, zwróć TAK.
end for

Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
  for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
    Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
    Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
    Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
  end for
end for
Zwróć NIE.

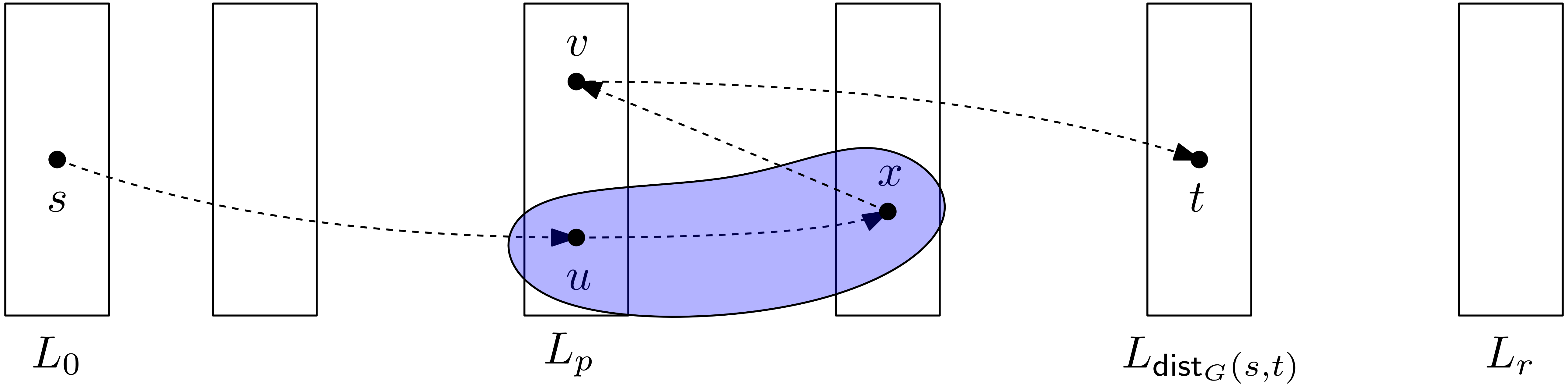
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
  for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
    Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
    Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
    Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
  end for
end for
Zwróć NIE.



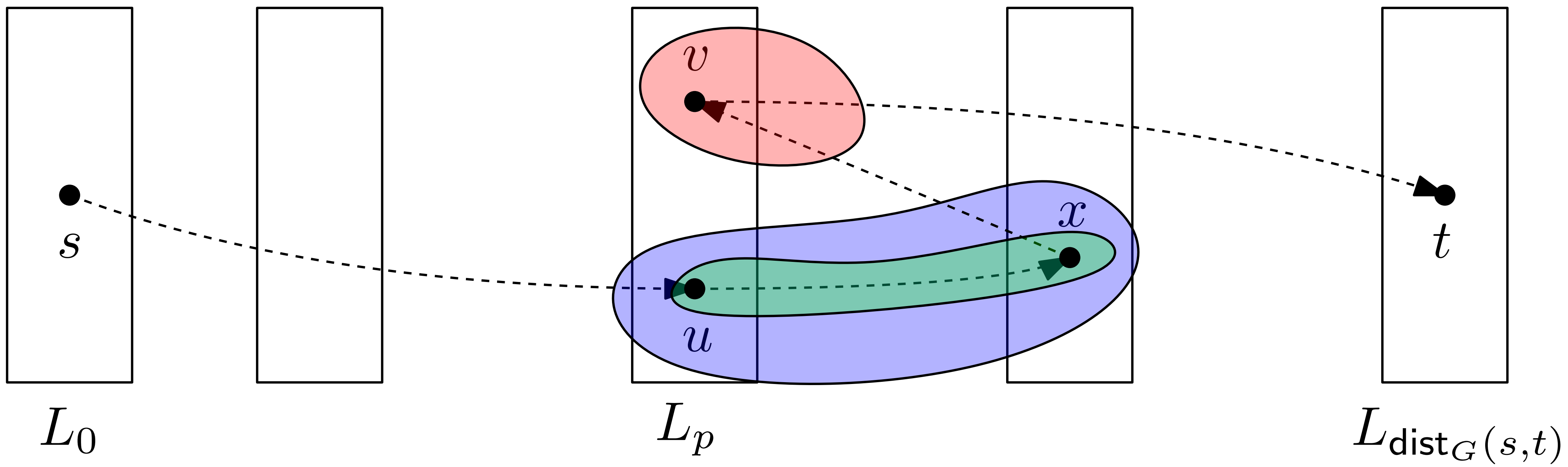
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
  for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
    Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
    Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
    Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
  end for
end for
Zwróć NIE.



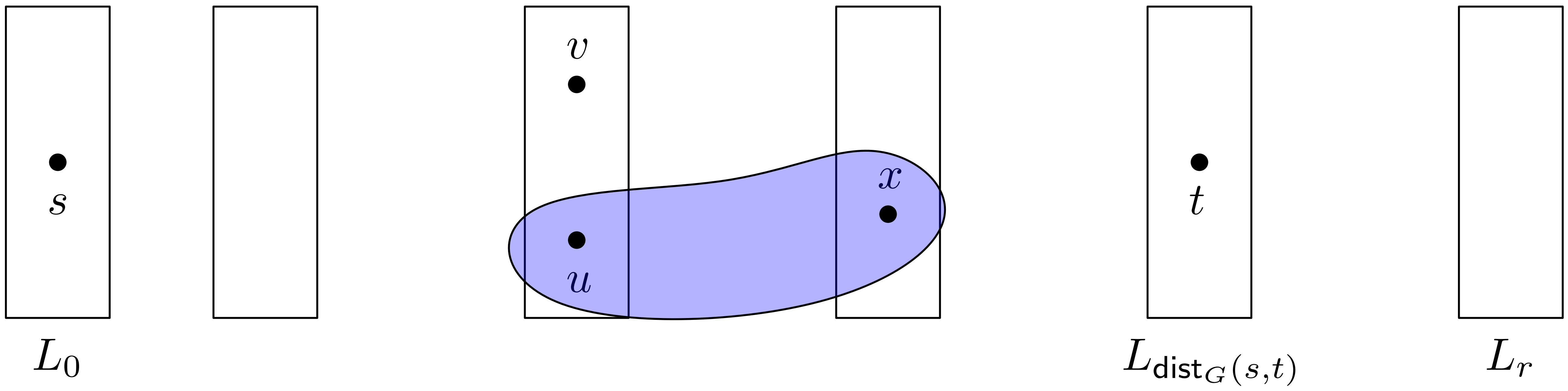
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
    for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
        Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
        Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
        Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
    end for
end for
Zwróć NIE.



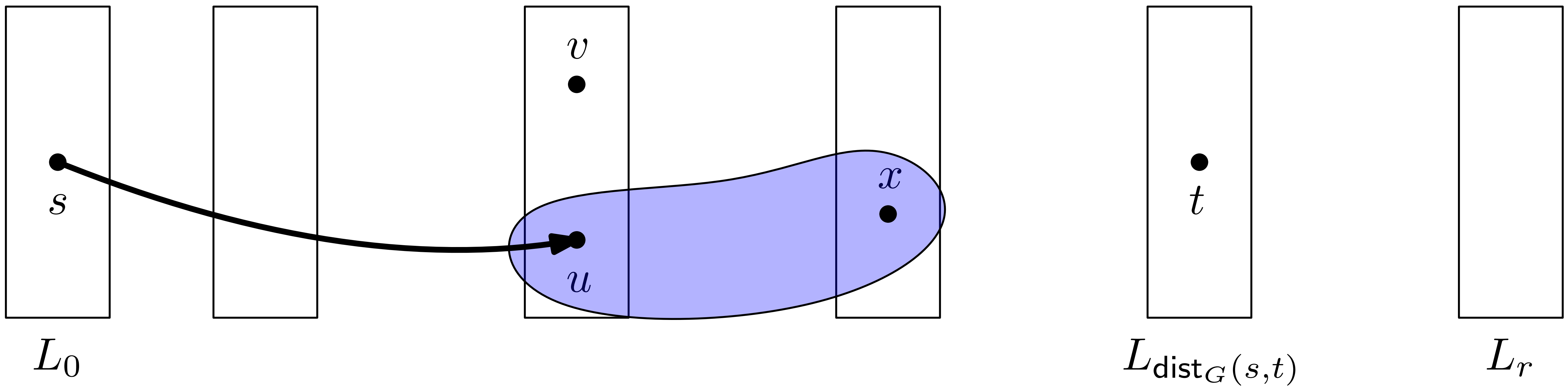
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
  for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
    Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
    Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
    Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
  end for
end for
Zwróć NIE.



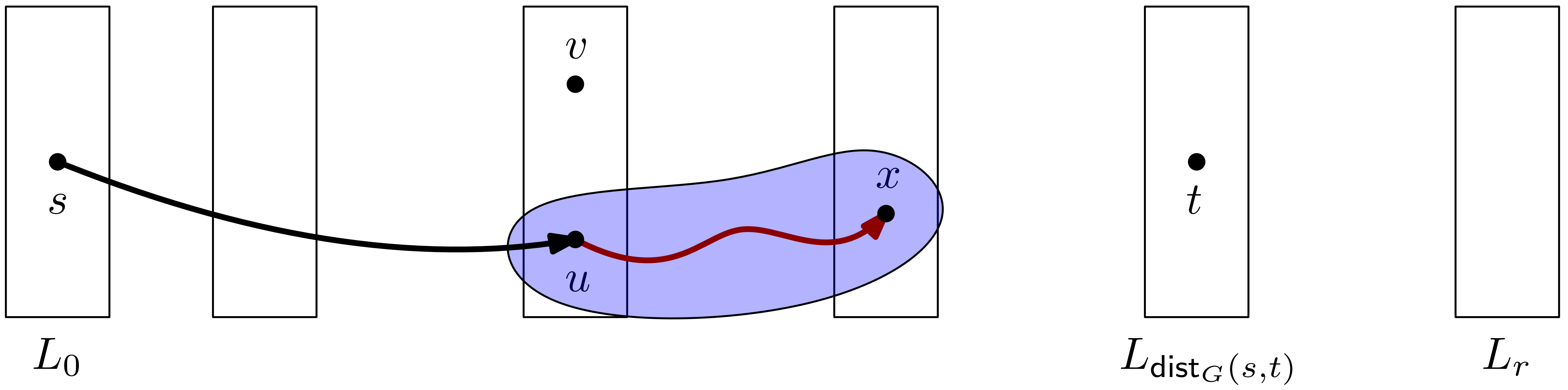
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
    for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
        Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
        Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
        Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
    end for
end for
Zwróć NIE.



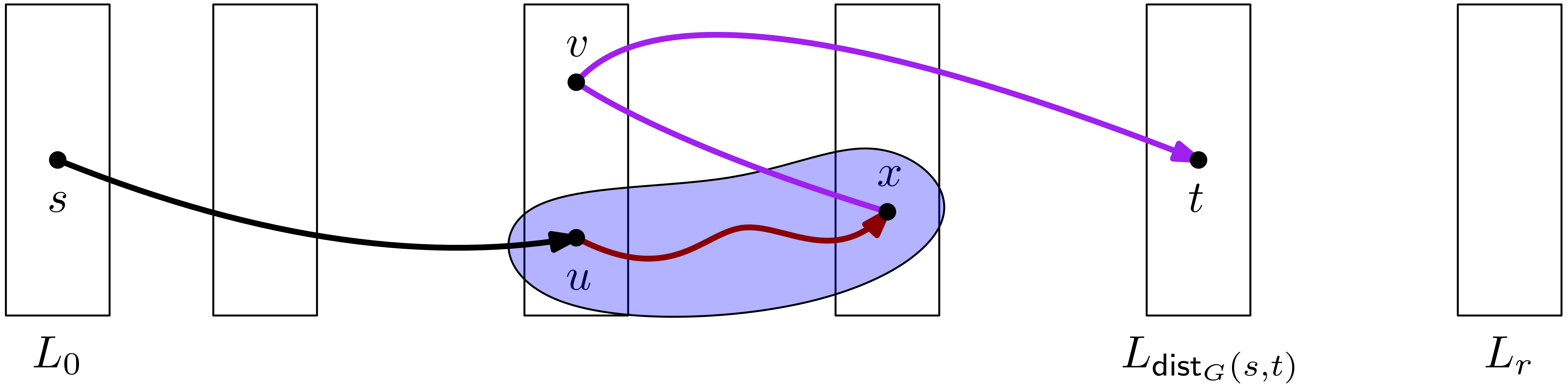
Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)$−koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
  for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
    Znajdź najkrótszą (s, u)−ścieżkę P_1.
    Znajdź (u, x)−ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
    Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje (x, t)−ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
  end for
end for
Zwróć NIE.



Algorytm

Oblicz L_i - zbiory wierzchołków w odległości i od s. Ustal r jako maksymalną odległość.
Skonstruuj $(n, k+1, 3k+1)-$koślawą rodzinę uniwersalną $\mathbf{F}$ nad $V(G)$.
for $F \in \mathbf{F}$ **do**
    for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**
        Znajdź najkrótszą $(s, u)-$ścieżkę P_1.
        Znajdź $(u, x)-$ścieżkę P_2 o długości k w grafie $G[F \cap \bigcup_{i \geqslant p} L_i]$.
        Jeżeli w $G - (V(P_1) \cup V(P_2) - \{x\})$ istnieje $(x, t)-$ścieżka przech. przez v, zwróć TAK.
    end for
end for
Zwróć NIE.



Złożoność

for $l \in [k, 2k-1]$ **do**	
EXACT (s,t)–DETOUR z parametrem l	$6.745^k n^{O(1)}$
end for	
Konstrukcja $\mathbf{F}$, czyli $(n, k+1, 3k+1)$–koślawej rodziny uniwersalnej	$(\frac{256}{27})^k \cdot 2^{o(k)} \cdot n^2$
for $F \in \mathbf{F}$ **do**	
for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**	
EXACT (u,x)–PATH	$3^k n^{O(1)}$
2-DISJOINT PATHS	$n^{O(1)}$
end for	
end for	

Złożność

for $l \in [k, 2k-1]$ **do**

    EXACT $(s,t)-$DETOUR z parametrem l — $6.745^k n^{O(1)}$

end for

Konstrukcja $\mathbf{F}$, czyli $(n, k+1, 3k+1)-$koślawej rodziny uniwersalnej — $(\frac{256}{27})^k \cdot 2^{o(k)} \cdot n^2$

for $F \in \mathbf{F}$ **do**

    for $p \in [r]$ i $u, v, x \in V(G)$, gdzie $u, v \in L_p$ **do**

        EXACT $(u,x)-$PATH — $3^k n^{O(1)}$

        2-DISJOINT PATHS — $n^{O(1)}$

    end for

end for

$\boxed{46.308^k n^{O(1)} \text{ - FPT}}$

Dziękujemy za uwagę!