



# Figuras: Área de Hojas respecto de su Masa

Segundo Santos Torrado<sup>1</sup>, Ignacio Schuemer<sup>2</sup>, Santiago Tomas Torres<sup>3</sup>

Departamento de Ingeniería, Universidad de San Andrés, Victoria, Buenos Aires, Argentina.

E-mails: <sup>1</sup>ssantostorrado@udesa.edu.ar, <sup>2</sup>ischuemer@udesa.edu.ar, <sup>3</sup>storres@udesa.edu.ar

## 1 Cálculo de incertezas

Respecto al pesaje de las hojas, se consideraron 3 muestras para cada hoja. Luego, se tomó la media de estas mediciones:

$$\bar{m} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 m_i = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{3}. \quad (1)$$

Por un lado, en el caso de la masa se tomaron en cuenta la incerteza sistemática introducida por la balanza digital utilizada ( $\pm 0.1g$ ) y, por otro lado, la incerteza estadística inducida por el empleo de un promedio para la medición de la masa. Al tomar tres mediciones por cada muestra, definimos el error sistemático como:

$$\sigma_S^2 = \sigma_{s1}^2 + \sigma_{s2}^2 + \sigma_{s3}^2 = 3 \times 10^{-2} g, \quad (2)$$

De este modo, la masa  $m$  obtenida para cada hoja está dada por:

$$m = \bar{m} \pm \sqrt{\left(\sigma_S^2 + \frac{\sigma_E^2}{n}\right)} g, \quad (3)$$

siendo  $\bar{m}$  la media de los pesos,  $n = 3$  muestras y  $\sigma_E$  es el desvío estándar de las 3 mediciones tomadas que representa el error estadístico.

Finalmente, para el cálculo del área de cada hoja, se utilizó como estimación el área de la elipse de largo  $l_h$  y ancho  $w_h$  para cada hoja  $h$ . De esta manera, se consideró como medida del área de cada hoja

$h$  a la función  $\tilde{A}_h(l_h, w_h) \approx A_h$  que representa el área de una elipse de largo  $l_h$  y ancho  $w_h$ , y es de la forma:

$$\tilde{A}_h(l_h, w_h) = \frac{l_h}{2} \cdot \frac{w_h}{2} \cdot \pi = \frac{l_h w_h \pi}{4}. \quad (4)$$

Luego, a partir de la propagación de los errores de las incertezas de las muestras de largo y ancho de hoja, la desviación de cada medición de  $\tilde{A}_h$  sigue la fórmula:

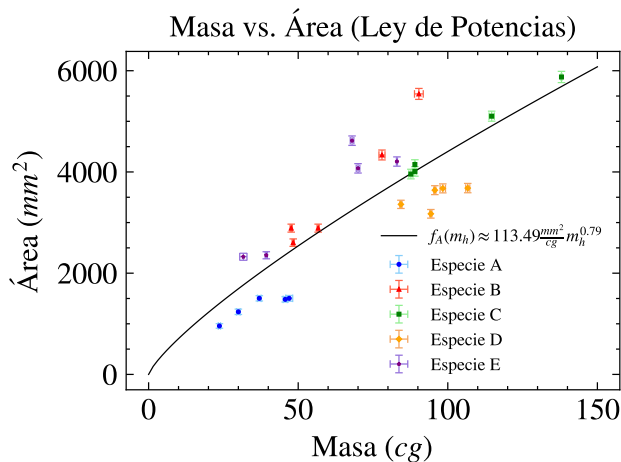
$$\sigma_{\tilde{A}_h} = \sqrt{\left(\frac{\partial \tilde{A}_h}{\partial l_h}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{A}_h}{\partial w_h}\right)^2} = \frac{\pi}{4} \cdot \sqrt{l_h^2 + w_h^2}, \quad (5)$$

donde  $\sigma_l = 0.5mm$  y  $\sigma_w = 0.5mm$  están dadas por las incertezas sistemáticas de las mediciones de largo y ancho.

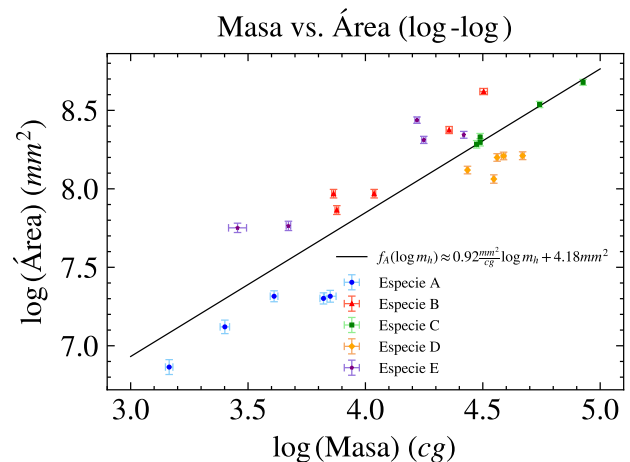
Finalmente, a partir de la propagación del error analizada, se tiene que las muestras  $A_h$  del área de cada hoja son de la forma:

$$A_h = \tilde{A}_h(l_h, w_h) \pm \sigma_{\tilde{A}_h}. \quad (6)$$

A continuación se muestra el gráfico de la relación masa vs. área aplicando leyes de potencia (1(a)). Posteriormente se visualiza otro gráfico con la misma relación anterior pero con los datos de las muestras en escala logarítmica (1(b)).



((a)) Figura del área en milímetros cuadrados ( $mm^2$ ) de cada hoja  $h$  muestreada en función de la masa  $m_h$  en centigramos ( $cg$ ). La representación de los datos exhibe la incerteza de sus mediciones. Se observa una relación lineal entre la masa y el área de acuerdo a la función  $f_A(m_h) \approx 113.49 \frac{mm^2}{cg} \cdot m_h^{0.79}$ .



((b)) Figura del área en milímetros cuadrados ( $mm^2$ ) de cada hoja  $h$  muestreada en función de la masa  $m_h$  en centigramos ( $cg$ ). La representación de los datos exhibe la incerteza de sus mediciones. Se observa una relación lineal entre la masa y el área de acuerdo a la función  $f_A(\log(m_h)) \approx 0.92 \frac{mm^2}{cg} \cdot \log(m_h) + 4.18 mm^2$ .