Laborator nr. 10
Rezolvarea sistemelor de ecuaţii liniare

1 Algoritmul eliminării Gaussiene – varianta paralelă

Formularea problemei:

Se consideră un sistem format din n ecuaţii liniare cu n necunoscute:

$$\begin{aligned}
a_{0,0}x_0 + a_{0,1}x_1 + \cdots + a_{0,n-1}x_{n-1} &= b_0 \\
a_{1,0}x_0 + a_{1,1}x_1 + \cdots + a_{1,n-1}x_{n-1} &= b_1 \\
\cdots\cdots\cdots \\
a_{n-1,0}x_0 + a_{n-1,1}x_1 + \cdots + a_{n-1,n-1}x_{n-1} &= b_{n-1},
\end{aligned}$$

Metoda eliminării Gaussiene constă în reducerea sistemului la forma triunghiulară:

$$\begin{aligned}
x_0 + a'_{0,1}x_1 + \cdots + a'_{0,n-1}x_{n-1} &= b'_0 \\
x_1 + \cdots + a'_{1,n-1}x_{n-1} &= b'_1 \\
\cdots\cdots\cdots \\
x_{n-1} &= b'_{n-1}
\end{aligned}$$

şi rezolvarea ecuaţiilor în ordine inversă. Algoritmul 1 prezintă varianta paralelă a algoritmului de rezolvare a sistemelor de ecuaţii liniare prin metoda eliminării Gaussiene.

- *Notaţii*:
  - $A[0..n-1, 0..n-1]$ este un tablou bidimensional, de dimensiune nxn.
  - $B[0..n-1]$ este un tablou unidimensional, de dimensiune n.
- *Premise*:
  - Coeficienţii iniţiali $a_{i,j}, i, j = 0, 1, \ldots, n-1$ sunt memoraţi în tabloul A.
  - Coeficienţii $a'_{i,j}, i, j = 0, 1, \ldots, n-1$ vor fi memoraţi tot în tabloul A.
  - Tabloul B va memora coeficienţii iniţiali $b_i, i = 0, 1, \ldots, n-1$ şi soluţia sistemului.

Figurile 1 – 3 prezintă un exemplu de implementare pentru algoritmul propus pentru un sistem de ecuaţii linare format din 8 ecuaţii şi 8 necunoscute. Sunt utilizate 8 procese, dintre care, iniţial, este activ procesorul cu id-ul 3.

2 Aplicaţii

Implementaţi, utilizând MPI, algoritmul de rezolvare a sistemelor de ecuaţii liniare prin metoda eliminării Gaussiene.

Algoritmul 1 Algoritmul eliminării Gaussiene – varianta paralelă

function ELIMINARE_GAUSSIANA_PARALELA(A,B,n)
    for $k=0$ to $n-1$ **do**
        for $j=k+1$ to $n-1$ **do**
            $A[k,j]=\frac{A[k,j]}{A[k,k]}$
        end for
        $B[k]=\frac{B[k]}{A[k,k]}$
        $A[k,k]=1$
        for $i=k+1$ to $n-1$ **par do**
            for $j=k+1$ to $n-1$ **do**
                $A[i,j]=A[i,j]-(A[i,k]\cdot A[k,j])$
            end for
            $B[i]=B[i]-(A[i,k]\cdot B[k])$
            $A[i,k]=0$
        end for
    end for
end function

P_0	1	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(0,5)	(0,6)	(0,7)
P_1	0	1	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(1,7)
P_2	0	0	1	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(2,7)
P_3	0	0	0	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(3,7)
P_4	0	0	0	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(4,7)
P_5	0	0	0	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(5,7)
P_6	0	0	0	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)	(6,7)
P_7	0	0	0	(7,3)	(7,4)	(7,5)	(7,6)	(7,7)

Figura 1: Pasul de împărţire cu $A[3,3]$

P_0	1	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(0,5)	(0,6)	(0,7)
P_1	0	1	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(1,7)
P_2	0	0	1	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(2,7)
P_3	0	0	0	1	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(3,7)
P_4	0	0	0	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(4,7)
P_5	0	0	0	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(5,7)
P_6	0	0	0	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)	(6,7)
P_7	0	0	0	(7,3)	(7,4)	(7,5)	(7,6)	(7,7)

Figura 2: Etapa de comunicaţie – ”broadcast” linia 3

P_0	1	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(0,5)	(0,6)	(0,7)
P_1	0	1	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(1,7)
P_2	0	0	1	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(2,7)
P_3	0	0	0	1	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(3,7)
P_4	0	0	0	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(4,7)
P_5	0	0	0	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(5,7)
P_6	0	0	0	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)	(6,7)
P_7	0	0	0	(7,3)	(7,4)	(7,5)	(7,6)	(7,7)

Figura 3: Pasul de eliminare pentru linia $j>3$