Grzegorz Mikołajczyk

Zadanie numeryczne 9

6. **(Zadanie numeryczne NUM 9)** Znajdź numerycznie pierwiastek x^* równań $f(x) = 0$ i $g(x) = 0$ dla

   (a) $f(x) = \sin(x) - 0.37$,

   (b) $g(x) = f(x)^2 = (\sin(x) - 0.37)^2$,

   na przedziale $x \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$ z dokładnością 10^{-6} metodami (a-d) z zad. 1 (poza przypadkami, kiedy nie da się tego zrobić). Ile kroków potrzeba, żeby osiągnąć założoną dokładność za pomocą poszczególnych metod? Zbadaj, jak zachowuje się ciąg $x_i - x^*$ dla wszystkich metod oraz funkcji f i g (dokładne rozwiązanie to oczywiście $x^* = \arcsin(0.37)$). W tym celu, zależność $x_i - x^*$ przedstaw na wykresie (należy dobrać odpowiednią skalę osi, tak, żeby wykres był czytelny). Usprawnij rozwiązanie dla funkcji $g(x)$ stosując metodę z zad. 5.

Wprowadzenie

Celem zadania jest napisanie programu znajdującego miejsce zerowe funkcji, korzystając z czterech różnych metod oraz porównanie ich dokładności w kolejnych krokach.

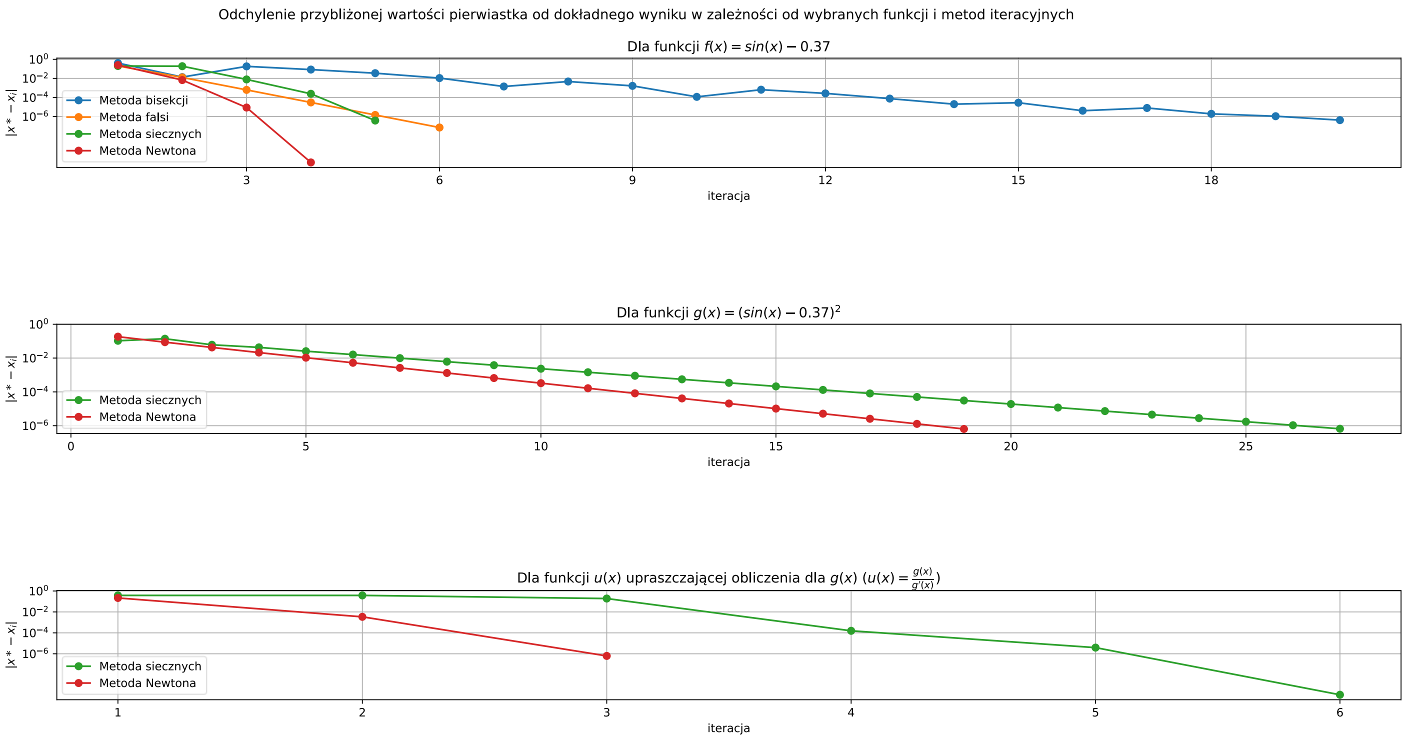
Wynik

Funkcje obliczające pierwiastki znajdują się w pliku *funkcje.py*, z którego korzysta program tworzący wykresy, znajdujący się w pliku *program.py*.

Wykorzystane metody to metoda bisekcji, falsi, siecznych oraz Newtona.

Dodatkowo, program liczy także pierwiastek funkcji $u(x) = \frac{f(x)}{f'(x)}$, w celu usprawnienia obliczania pierwiastka funkcji $g(x) = (sin(x) - 0.37)^2$, której pierwiastek jest taki sam, tyle że jednokrotny.

Otrzymane wykresy:



Grzegorz Mikołajczyk

Dyskusja wyników

Dla funkcji $f(x)$ zadana dokładność 10^{-6} została osiągnięta:

- w 20 iteracjach metody bisekcji

- w 6 iteracjach metody falsi

- w 5 iteracjach metody siecznych

- w 4 iteracjach metody Newtona

Co zgadza się z wynikami oczekiwanymi na podstawie rzędów każdej z tych metod (bisekcji i falsi są rzędu 1, siecznych ok. 1.62 a Newtona 2).

Dla funkcji $g(x)$ nie dało się zastosować metod bisekcji i falsi, ponieważ wymagają one dwóch punktów w których funkcja przyjmuje przeciwne znaki, a dana funkcja przyjmuje wyłącznie wartości nieujemne.

Dla niej zadana dokładność 10^{-6} została osiągnięta:

- w 27 iteracjach metody siecznych

- w 19 iteracjach metody newtona

Co także zgadza się z wynikami oczekiwanymi na podstawie rzędów obu tych metod, jednak wydać, że wymagane jest znacznie więcej iteracji ze względu na dwukrotność pierwiastka.

Dla funkcji $\mathrm{u}(x)$ także nie dało się zastosować metod bisekcji i falsi.

Dla niej zadana dokładność 10^{-6} została osiągnięta:

- w 6 iteracjach metody siecznych

- w 3 iteracjach metody newtona

Co pokazuje, że pozbycie się pierwiastków wielokrotnych dramatycznie zmniejsza ilość iteracji potrzebnych do uzyskania dokładnego wyniku.