

Lista 01 - PGM2017

Renato Assunção - DCC, UFMG

Agosto 2017

1. Considere o exemplo das notas de aula em que observamos as variáveis Inteligência (I , em dois níveis), Dificuldade da disciplina (D , em dois níveis) e Nota (G , em três níveis). Quais das colunas abaixo não pode representar uma distribuição de probabilidade conjunta do vetor $\mathbf{X} = (I, D, G)$? Isto é, quais das colunas não são representações válidas para as probabilidades $\mathbb{P}(I = i, D = d, G = g)$?

| I | D | G | $\mathbb{P}?$ | $\mathbb{P}?$ | $\mathbb{P}?$ | $\mathbb{P}?$ | $\mathbb{P}?$ | $\mathbb{P}?$ |
|-------|-------|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| i^0 | d^0 | g^1 | 0.106 | 0.106 | 0.106 | 0.106 | 0.500 | 1/12 |
| i^0 | d^0 | g^2 | 0.125 | 0.125 | 0.125 | 1.125 | 0.500 | 1/12 |
| i^0 | d^0 | g^3 | 0.020 | 0.020 | -0.020 | 0.020 | 0.000 | 1/12 |
| i^0 | d^1 | g^1 | 0.007 | 0.007 | 0.027 | 0.027 | 0.000 | 1/12 |
| i^0 | d^1 | g^2 | 0.150 | 0.150 | 0.150 | 0.150 | 0.000 | 1/12 |
| i^1 | d^1 | g^3 | 0.186 | 0.186 | 0.186 | 0.186 | 0.000 | 1/12 |
| i^1 | d^0 | g^1 | 0.022 | 0.022 | 0.022 | 0.022 | 0.000 | 1/12 |
| i^1 | d^0 | g^2 | 0.078 | 0.078 | 0.078 | 0.078 | 0.000 | 1/12 |
| i^1 | d^0 | g^3 | 0.005 | 0.005 | 0.005 | 0.005 | 0.000 | 1/12 |
| i^1 | d^1 | g^1 | 0.081 | 0.081 | 0.081 | 0.081 | 0.000 | 1/12 |
| i^1 | d^1 | g^2 | 0.041 | 0.041 | 0.041 | 0.041 | 0.000 | 1/12 |
| i^1 | d^1 | g^3 | 0.178 | 0.008 | 0.178 | 0.178 | 0.000 | 1/12 |

2. O arquivo `alunos3var.txt` contem os dados estatísticos de uma amostra de estudantes em diversas disciplinas de um curso técnico. A partir desses dados estatísticos, estime a distribuição conjunta do vetor $\mathbf{X} = (I, D, G)$. Basta contar as frequências das ocorrências de cada uma das $2 \times 2 \times 3$ configurações possíveis.
3. Numa primeira tentativa de definir causas probabilísticas, suponha que vamos dizer que A causa B probabilisticamente se $\mathbb{P}(B|A) > \mathbb{P}(B)$. Mostre que isto é equivalente a dizer que A causa B se $\mathbb{P}(B|A) > \mathbb{P}(B|\neg A)$.
4. Se $\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)$ dizemos que B é independente de A . Mostre que neste caso teremos também $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$ e portanto A é independente de B . Assim, a relação de independência entre eventos é simétrica e podemos simplesmente dizer que A e B são independentes.
5. V ou F: Se $\mathbb{P}(A) > \mathbb{P}(B)$ então $\mathbb{P}(A|C) > \mathbb{P}(B|C)$.
6. Mostre que, se $\mathbb{P}(B|A) < \mathbb{P}(B)$, então $\mathbb{P}(\neg B|A) > \mathbb{P}(\neg B)$ e portanto A causa $\neg B$ probabilisticamente. (Obs: $\neg B$ significa o complementar do evento B ou a não ocorrência do evento B).
7. Assuma que A e B sejam eventos independentes. Quais das seguintes opções (de zero a 4) são corretas?

- $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B)$

- $\mathbb{P}(B \cap A) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$
- $\mathbb{P}(B \cap A) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$
- $\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)$