

# Modelos Gráficos Probabilísticos

## Solução da Lista 01

### Questão 1.

Uma distribuição de probabilidade deve satisfazer as seguintes restrições:

$$0 \leq \mathbb{P}(a_i) \leq 1, \text{ para todo evento } a_i$$

$$\sum a_i = 1$$

As duas primeiras colunas não somam 1. A terceira coluna possui um número negativo. A quarta coluna possui um número maior que 1. Logo somente as duas últimas colunas representam uma distribuição de probabilidade.

### Questão 2.

Utilizando os comandos:

```
data <- read.table("alunos3var.txt")
prop.table(table(data))
```

temos a seguinte estimativa da distribuição conjunta do vetor  $X = (I, D, G)$  é:

I	D	G	$\mathbb{P}(I = i, D = d, G = g)$
$i_0$	$d_0$	$g_1$	0.1225
$i_1$	$d_0$	$g_1$	0.1627
$i_0$	$d_1$	$g_1$	0.0137
$i_1$	$d_1$	$g_1$	0.0578
$i_0$	$d_0$	$g_2$	0.1772
$i_1$	$d_0$	$g_2$	0.0126
$i_0$	$d_1$	$g_2$	0.718
$i_1$	$d_1$	$g_2$	0.0359
$i_0$	$d_0$	$g_3$	0.1208
$i_1$	$d_0$	$g_3$	0.0028
$i_0$	$d_1$	$g_3$	0.2003
$i_1$	$d_1$	$g_3$	0.219

### Questão 3.

Vamos assumir que  $\mathbb{P}(B|A) > \mathbb{P}(B)$ . Com isso temos que:

$$\mathbb{P}(B|A) > \mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B|\sim A)\mathbb{P}(\sim A)$$

$$\mathbb{P}(B|A) - \mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A) > \mathbb{P}(B|\sim A)\mathbb{P}(\sim A)$$

$$\mathbb{P}(B|A)(1 - \mathbb{P}(A)) > \mathbb{P}(B|\sim A)\mathbb{P}(\sim A)$$

$$\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(\sim A) > \mathbb{P}(B|\sim A)\mathbb{P}(\sim A)$$

$$\mathbb{P}(B|A) > \mathbb{P}(B|\sim A)$$

**Questão 4.**

Temos que  $\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)$ . Logo:

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(B)} = \mathbb{P}(A)$$

**Questão 5.**

Falso. Um exemplo é a seguinte situação: seja  $A$  o evento que irá fazer sol.  $B$  o evento que irá chover e  $C$  o evento que o tempo está bastante nublado.

Temos que  $\mathbb{P}(A) > \mathbb{P}(B)$ , isto é, a probabilidade de fazer sol é maior do que a probabilidade de chover. Porém,  $\mathbb{P}(A|C) < \mathbb{P}(B|C)$ , isto é, dado que o tempo está nublado, a probabilidade de chover é maior do que a probabilidade de fazer sol.

**Questão 6.**

Temos que  $\mathbb{P}(B|A) < \mathbb{P}(B)$ . Logo:

$$\mathbb{P}(\sim B|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A) > 1 - \mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(\sim B)$$

**Questão 7.**

Sejam  $A$  e  $B$  eventos independentes.

- $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B)$

Falso

- $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$

Falso

- $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$

Verdadeiro.

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B|A)$$

- $\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)$

Verdadeiro.